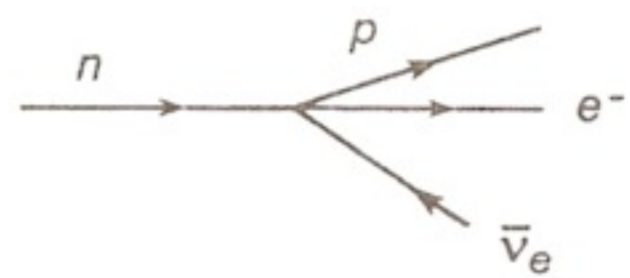
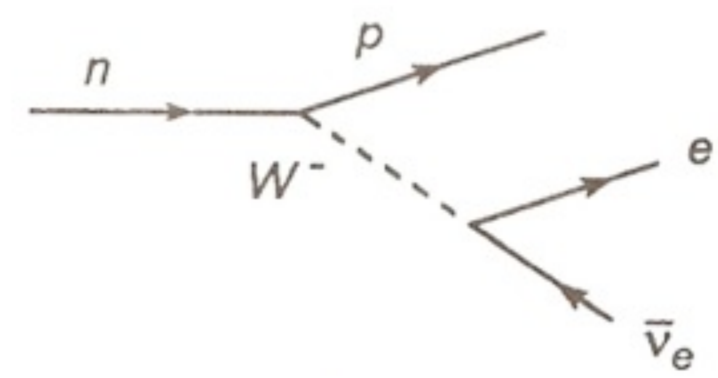
БЕТА И ГАММА РАСПАД

Р.М. Джилкибаев

БЕТА РАСПАД ЯДРА

- Теория Ферми





б

$$w = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_f^* \widehat{V}\psi_i\, dv\right|^2 \rho_f(E_f) = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\langle f|\widehat{V}|i\rangle\right|^2 \rho_f,$$

где $\rho_f(E_f)$ — плотность конечных состояний системы

- матричный элемент β-распада -> $\int \varphi^*_f \psi^*_e \psi^*_\nu V_\beta \varphi_i \, dv$
- $G_F \int \varphi^*_f \psi^*_e \psi^*_\nu \varphi_i \, dv$, $\dfrac{G_F}{(\hbar c)^3} = \dfrac{\sqrt{2}}{8}\dfrac{g^2}{m_W^2} = 1.16637(1) \times 10^{-5}\mathrm{GeV}^{-2}$.
- $G_F = 10^{-5} / m_p^2$, h=c=1

$$\rho_f = \frac{1}{dE_\beta}\,\frac{4\pi p_e^2\, dp_e}{(2\pi\hbar)^3}\,\frac{4\pi p_\nu^2\, dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3}.$$

ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

- одна частица
- $N_1 = V/(2\pi h)^3 \int d^3p$ - фазовый обьем
- $\varrho_1 = dN_1/dE = V/(2\pi h)^3\, 1/dE \int p\, p\, dp\, \Delta\Omega$
- $E^2 = p^2 + m^2$, $p\, dp = E\, dE$
- $\varrho_1 = V/(2\pi h)^3\, 4\pi\; pE$

ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

- две частицы в конечном состоянии
- $\varrho_2 = V/(2\pi h)^3\, 1/dE \int p_1\, p_1\, dp_1\, \Delta\Omega_1$
- $dE = dE_1 + dE_2 = p_1/E_1\ dp_1 + p_2/E_2\ dp_2$
- $p_1^2 = p_2^2$, $p_1\, dp_1 = p_2\, dp_2$
- $dE = (E_1 + E_2)/E_1/E_2\ p_1\, dp_1$
- $\varrho_2 = V/(2\pi h)^3\ E_1\, E_2\, p_1\ /(E_1 + E_2)$

БЕТА РАСПАД ЯДРА

- $Q_\beta = T_e + T_\nu$

$$p_e = \frac{1}{c}\sqrt{T_e(T_e + 2mc^2)}, \qquad p_e\,dp_e = \left(\frac{T_e}{c^2} + m\right)\,dT_e,$$

$$p_\nu^2 = \frac{1}{c^2}(Q_\beta - T_e)^2, \qquad dp_\nu = \frac{dT_\nu}{c}. \qquad ($$

$$\rho_f = \frac{1}{dT_\nu}\frac{1}{c}\sqrt{T_e(T_e+2mc^2)}\left(\frac{T_e}{c^2}+m\right)dT_e\frac{1}{c^2}(Q_\beta-T_e)^2\frac{dT_\nu}{c}\frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^4(\hbar c)^6}\sqrt{T_e(T_e + 2mc^2)}(T_e + mc^2)(Q_\beta - T_e)^2 dT_e. \qquad (Ж.25)$$

-

БЕТА РАСПАД ЯДРА

$$\frac{dw_e}{dT_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6}\left|\int \varphi_f^*\varphi_i e^{-i(\mathbf{p}_e+\mathbf{p}_\nu)\mathbf{r}/\hbar}\,dv\right|^2 \times$$

$$\times\sqrt{T_e(T_e+2mc^2)}(T_e+mc^2)(Q_\beta - T_e)^2 =$$

$$= \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6}|M|^2\sqrt{T_e(T_e+2mc^2)}(T_e+mc^2)(Q_\beta - T_e)^2, \quad \text{(Ж.27)}$$

где

$$M = \int \varphi_f^*\varphi_i e^{-i(\mathbf{p}_e+\mathbf{p}_\nu)\mathbf{r}/\hbar}\,dv \quad \text{(Ж.28)}$$

$$w_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} = \int_0^{Q_\beta} \frac{dw_e}{dT_e}\,dT_e.$$

$$F(Q_\beta) = \int_0^{Q_\beta} \sqrt{T_e(T_e+2mc^2)}(T_e+mc^2)(Q_\beta - T_e)^2 F(T_e, Z)\,dT_e,$$

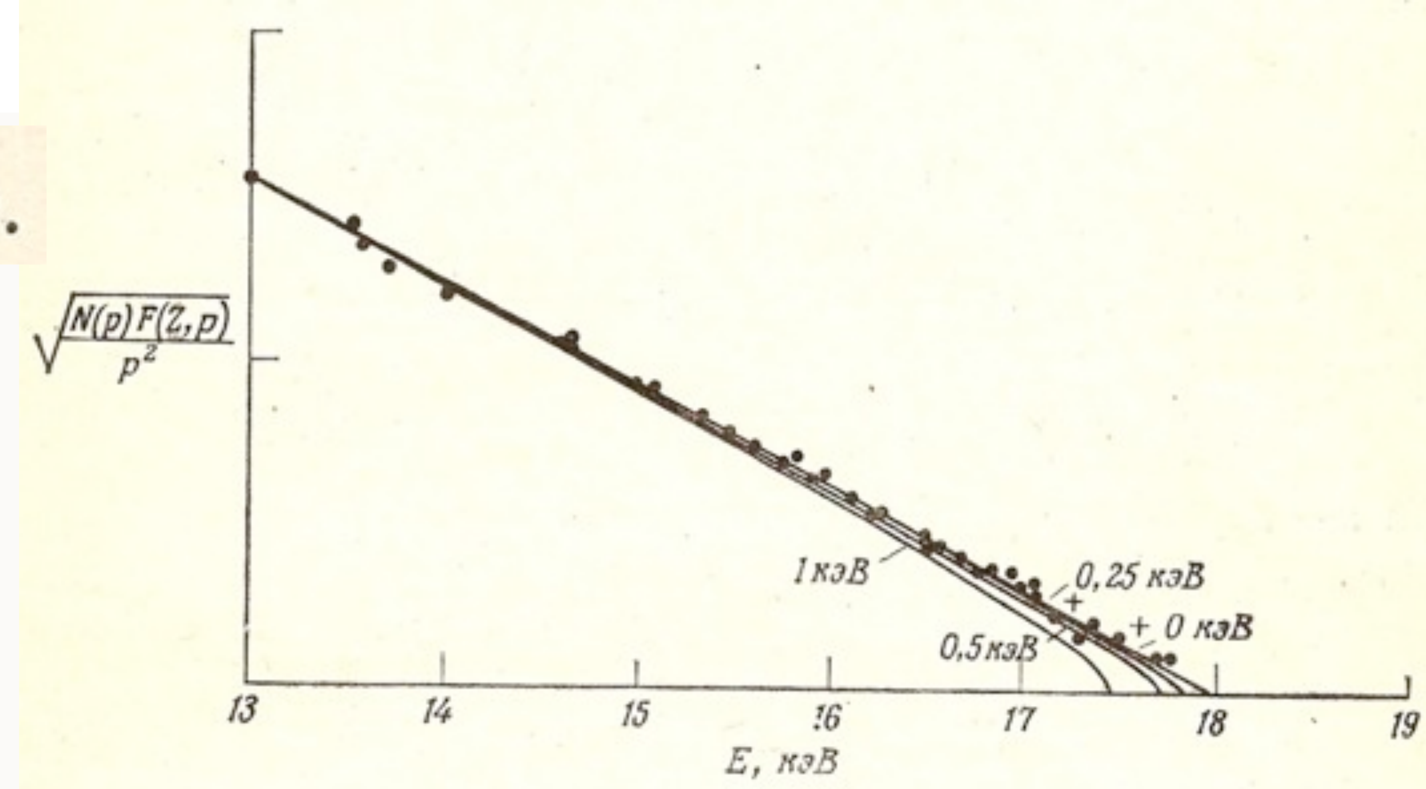
БЕТА РАСПАД ТРИТИЯ

$$w_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} |M|^2 F(Q_\beta).$$

$$w_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} \sim \int\limits_0^{Q_\beta} T_e^2 (Q_\beta - T_e)^2 \, dT_e \sim Q_\beta^5.$$

$$N(p)\,dp \sim p^2 (E_0 - E)^2 \, dp.$$

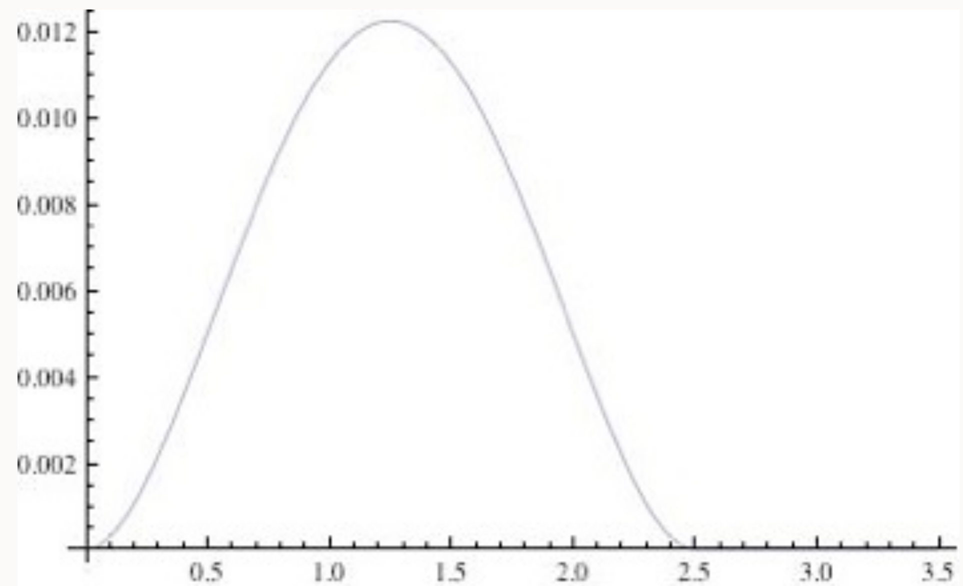
- $H^3 \to He^3 + e + \nu$

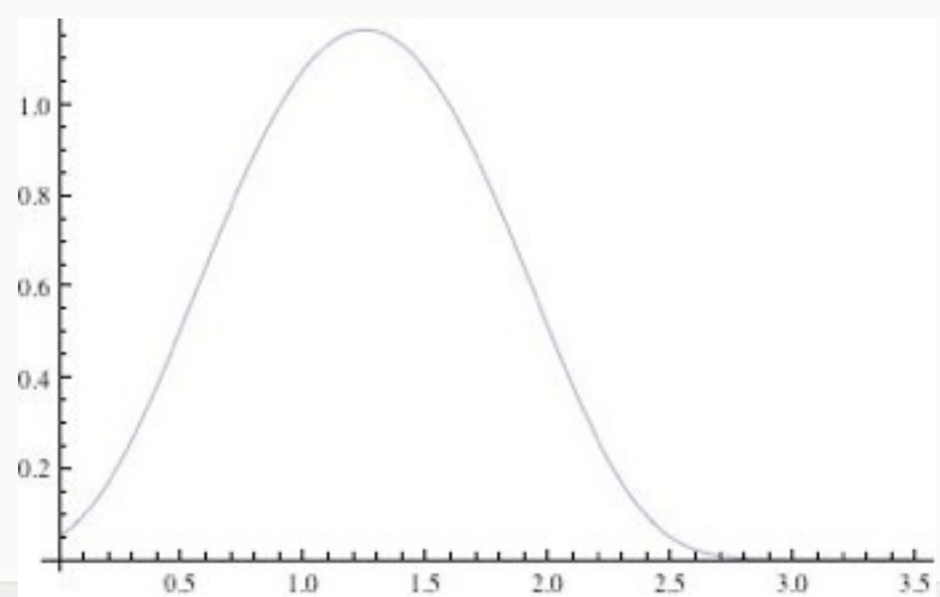


Фиг. 4.3. График Кюри для β-распада трития [68].
Для каждой кривой указано соответствующее значение массы нейтрино.

БЕТА СПЕКТР

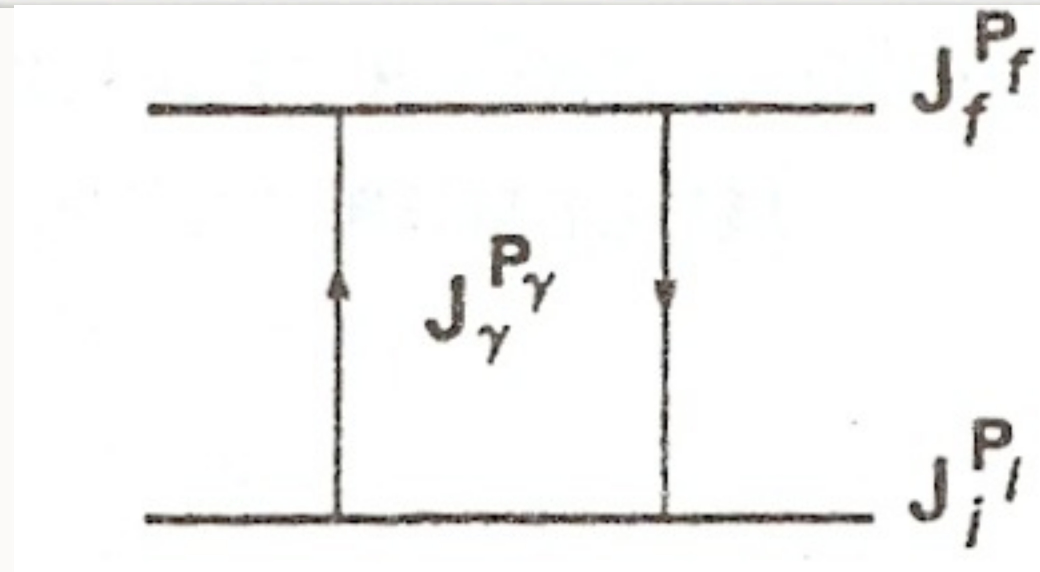
- $N(E) = E^2(E_0 - E)^2$
- $E_0 = 2.5$ MeV
- $N(E) = \int X^2(E_0 - X)^2 \exp(-(X-E)/2\sigma^2)$
- $\sigma = 0.2$ MeV
-





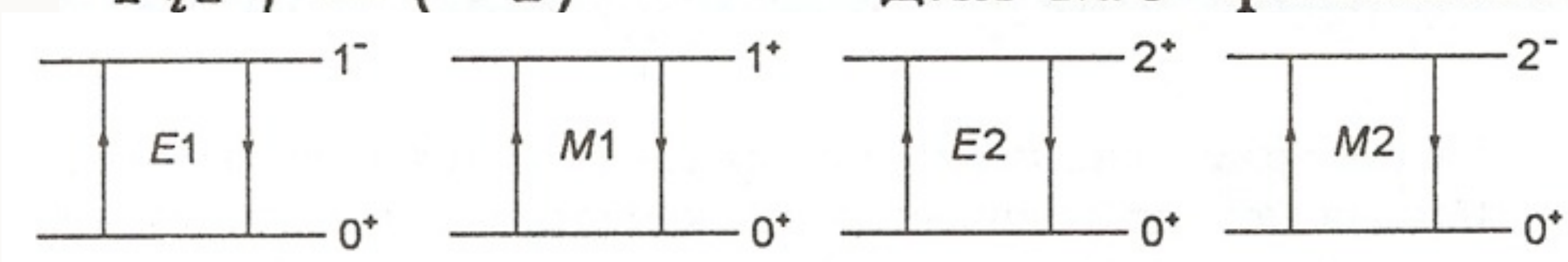
ГАММА РАСПАД

- $P_\gamma = \pi_\gamma (-1)^L = (-1)^{L+1}$
- $J_\gamma = L_\gamma + S_\gamma$, $L = J, J \pm 1$
- $L = J$, $P = (-1)^{J+1}$ - маг. ф. (MJ)
- $L = J \pm 1$, $P = (-1)^J$ - элек. фотон (EJ)



$P_i P_f = (-1)^J$ для EJ-фотонов;

$P_i P_f = (-1)^{J+1}$ для MJ-фотонов.

- 

ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНА ЯДРОМ

$$e^{i\mathbf{kr}} = \sum_{L=0}^{\infty} a_L(kr) Y_{L0}(\theta),$$

Квадраты коэффициентов $a_L(kr)$ определяют вероятность обнаружить в плоской волне состояния с данным L $\left(\sum_{L=0}^{\infty} \left|a_L(kr)\right|^2 = 1\right)$, т. е. $|a_L(kr)|^2$ указывают вес (долю) участия в плоской волне фотонов с данным L.

Можно показать, что

$$a_L(kr) = i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} j_L(kr),$$

где i — мнимая единица, $j_L(kr)$ — сферическая функция Бесселя первого рода порядка L.

ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНА ЯДРОМ

условии $kr \ll 1$. Асимптотическое выражение для $j_L(kr)$ при $kr \to 0$ следующее:

$$j_L(kr) = \frac{(kr)^L}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2L+1)} = \begin{cases} \dfrac{(kr)^J}{(2J+1)!!}, & MJ, \\ \dfrac{(kr)^{J-1}}{(2J-1)!!}, & EJ. \end{cases} \qquad (4.23)$$

Далее для оценок полагаем $r = R$. С учетом того, что в выражения для вероятностей входят $|j_L(kR)|^2$, окончательно получаем

$$w(MJ) \sim (kR)^{2J} \sim \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2J},$$

$$w(EJ) \sim (kR)^{2(J-1)} \sim \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2(J-1)}. \qquad (4.24)$$

ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНА ЯДРОМ

Переходы с $E_\gamma < 10$ МэВ отвечают условию $\lambda \gg R$. Действительно, для фотона с энергией 10 МэВ

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_\gamma} = \frac{6.28 \cdot 200}{10}\ \text{Фм} = 120\ \text{Фм}.$$

Даже для ядер с $A \approx 200$, у которых $R \approx 1.2A^{1/3}$ Фм ≈ 7 Фм, имеем $\lambda \gg R$.

БЕТА ПЕРЕХОДЫ ФЕРМИ И ГАМОВА-ТЕЛЛЕРА

- $\Delta J = L + s_e + s_\nu$
- переход Ферми
- $s_e + s_\nu = 0$, разрешенный $\Delta J = 0$, запрещенный $\Delta J = L$
- переход Гамова-Теллера
- $s_e + s_\nu = 1$, разрешенный $\Delta J = \pm 1$, запрещ. $\Delta J = L, L \pm 1$

БЕТА ПЕРЕХОДЫ ФЕРМИ И ГАМОВА-ТЕЛЛЕРА

$He^6 \rightarrow Li^6 + e^- + \bar{\nu}$, $\Delta J = 1$; чистый переход Гамова — Теллера,

J^P 0^+ 1^+

$O^{14} \rightarrow N^{14} + e^+ + \nu$, $J = 0 \rightarrow J = 0$; чистый переход Ферми,

J^P 0^+ 0^+

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, $J \rightarrow J\,(J \neq 0)$; смешанный переход.

J^P $\frac{1}{2}^+$ $\frac{1}{2}^+$

переход Ферми

$$\begin{array}{ccccccc} n & \rightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu} \\ \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \uparrow \end{array}$$

$\Delta \mathbf{J} = 0$;

переход Гамова — Теллера

$$\begin{array}{ccccccc} n & \rightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu} \\ \uparrow & & \downarrow & & \uparrow & & \uparrow \end{array}$$

$\Delta \mathbf{J} = 1$ ($|\Delta \mathbf{J}| = 0, \pm 1$).

ПЕРЕХОД ГАМОВА-ТЕЛЛЕРА

- основной источник энергии Солнца - реакция
- $p + p \to {}^2H + e^+ + \nu_e$, $T_p \approx 1$ keV, $p = \sqrt{2mT} = 1.4$ MeV
- $Lh < pR$,   радиус нуклона $R \approx 10^{-13}$ cm
- $L < 1.4$ MeV fm/(200 MeV fm) = 0.007
-

$$p + p \to {}^2\mathrm{H}(np) + e^+ + \nu_e$$

$$\uparrow + \downarrow \to \uparrow\uparrow + \downarrow + \downarrow .$$