

УЧЕРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ РАН

*На правах рукописи*

*Смирнов Алексей Леонидович*

**Метод тонких оболочек в  
физике черных дыр и  
КОСМОЛОГИИ**

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва–2010

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук  
Институте ядерных исследований РАН.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук

В. А. Березин

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,

профессор

Д. В. Гальцов (МГУ)

доктор физико-математических наук,

профессор

К. А. Бронников (РУДН)

Ведущая организация:

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П.  
Н. Лебедева РАН

Защита диссертации состоится 2 декабря 2010 г. в 14.00 часов на засе-  
дании Диссертационного совета Д 002.119.01 Учреждения Российской  
академии наук Института ядерных исследований РАН (117312 Москва,  
проспект 60-летия Октября, дом 7а).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Учреждения Россий-  
ской академии наук Института ядерных исследований РАН.

Автореферат разослан 29 октября 2010 г.

Ученый секретарь Совета

кандидат физико-математических наук

Б. А. Тулупов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Уравнения общей теории относительности - это нелинейные уравнения второго порядка в частных производных. Как следствие, получение точных решений является сложной проблемой. Ещё более сложную проблему представляет изучение поведения гравитационного поля с полным учетом динамики гравитирующей материи. В этом случае известно лишь небольшое количество моделей, доступных для изучения аналитическими методами.

Одной из них является модель тонкой самогравитирующей оболочки. Она использовалась при изучении большинства явлений в теории гравитации, где обратное влияние материи на геометрию пространства-времени является ключевым фактором.

Так, например, теория тонких оболочек была использована в космологии при изучении фазовых переходов в ранней Вселенной. С другой стороны, теория тонких оболочек оказалась чрезвычайно полезной в физике черных дыр. В частности, Израэль и др. применили такую модель для изучения внутренней структуры черной дыры Райсснера-Нордстрема с учетом обратной реакции. В случае теории квантовых черных дыр модель самогравитирующей тонкой оболочки была проквантована, был получен спектр квантовой черной дыры.

Данная диссертация посвящена решению нескольких задач. Этими задачами являются: изучение эволюции фантомной материи на полном многообразии Шварцшильда, поиск законов сохранения в системе пересекающихся тонких оболочек, имитация черных дыр и, наконец, изуче-

ние глобальной геометрии в моделях мембранных вселенных с дополнительным числом пространственных измерений.

Эволюция фантомной материи обычно изучается в контексте космологических проблем. Однако, не менее интересным представляется изучение эволюции такой материи с точки зрения теории гравитации. Свойство фантомной энергии нарушать световое энергетическое условие может сделать недействительной теорему о топологической цензуре и, следовательно, делает фантомную энергию естественным кандидатом для образования таких экзотических объектов как лоренцевы кротовые норы. Кроме того, поведение горизонтов черных дыр при аккреции на них фантомной материи априори может отличаться от поведения при аккреции обычной материи.

В частности, в некоторых работах делались попытки рассмотреть стационарную, сферически-симметричную аккрецию фантомной материи на шварцшильдову черную дыру. По расчетам авторов этих работ, при такой аккреции масса черной дыры будет уменьшаться. Однако, этот результат был получен без учета обратной реакции материи на гравитационное поле. Поэтому интересен вопрос об аккреции фантомной материи на черную дыру с учетом обратной реакции. В случае, если материя представлена в виде тонкой оболочки, возможен полный анализ такой задачи.

Ещё одна задача, представляющая значительный интерес - это законы сохранения в системе нескольких пересекающихся тонких оболочек.

Из работ по квантованию тонких оболочек известно, что движение

одной сферически-симметричной самогравитирующей оболочки можно описывать как движение релятивистской частицы с гамильтонианом, кинетическая часть которого неквадратична по импульсу. Более того, в случае пылевой оболочки  $(^0_0)$ -компонента уравнений Израэля может быть интерпретирована как закон сохранения энергии для такой частицы

$$\Delta m = \sigma_{in} M \sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{in}} - \frac{GM^2}{2\rho} \quad (1)$$

Эта аналогия позволяет предположить, что в системе с несколькими оболочками возможно сформулировать также закон сохранения, который можно интерпретировать как закон сохранения импульса. С другой стороны, если пространство является асимптотически-плоским, то можно также получить закон сохранения энергии, аналогичный (1).

Эти рассуждения подкрепляются другими результатами. В частности, случай пересекающихся сферически-симметричных световых оболочек впервые был рассмотрен в работах Дрея и т'Офта в 1985 году, где было получено выражение для метрических коэффициентов

$$\frac{F_1 F_3}{F_2 F_4} = 1, \quad (2)$$

которое можно интерпретировать как некий закон сохранения. Естественно ожидать, что подобный закон может существовать в случае времени-подобных пересекающихся оболочек.

Такая общая задача стала актуальной сравнительно недавно, в связи с попытками квантования системы с несколькими оболочками, а также с появлением космологических моделей с дополнительным числом

измерений, в которых возможно столкновение мембран (т. н. экпиротическая/пиротехническая космологическая модель).

Ещё одной интересной проблемой, для изучения которой можно применять метод тонких оболочек, является “имитация” черной дыры. Рассмотрим систему, состоящую из сферически-симметричной черной дыры Шварцшильда или Райсснера-Нордстрема и окружающей её тонкой оболочки, расположенной на некотором фиксированном расстоянии от черной дыры. Считаем, что оболочка обладает идеальной теплопроводностью, т. е. отсутствует поток тепла через оболочку. Эффектом от введения оболочки является отличие температуры системы  $T_{SYS}$  на бесконечности от температуры Хокинга “голой” черной дыры  $T_{BH}$ . Причина заключается в том, добавление массивной оболочки ведет к тому, что временная координата внутри оболочки будет отличаться от координаты снаружи некоторым константным множителем. Следовательно, энергетический масштаб также изменится. Используя непрерывность метрики на оболочке, можно вычислить эту константу, которая и изменяет температуру на бесконечности так что,  $T_{SYS} < T_{BH}$ . Имитация черной дыры - это выполнение условия  $T_{SYS} = T_{BH}(m_{BH} + m_S)$ , т. е. температура системы на бесконечности должна быть равна температуре Хокинга для “фиктивной” черной дыры, масса которой равна суммарной массе реальной черной дыры и оболочки. Значит, с точки зрения гравитационной физики, наблюдатель на бесконечности не в состоянии отличить реальную черную дыру от системы черной дыры, окруженной оболочкой, в которой выполнено условие имитации.

Главной задачей в изучении имитации является, конечно, выяснение условий, при которых имитация возможна. Оказывается, что в случае описанной выше модели, имитация действительно возможна как для случая черной дыры Шварцшильда, так и для случая дыры Райсснера-Нордстрема.

Актуальной задачей является также изучение возможных расширений модели для того, чтобы исправить её очевидное ограничение - необходимость искусственного удержания оболочки на фиксированном радиусе. Оказывается, что возможно создать тонкую оболочку, способную удерживаться на фиксированном радиусе только посредством гравитационного взаимодействия. Такие оболочки были названы оболочками с орбитальными составляющими. Используя такую оболочку в модели, можно попытаться реализовать естественную имитацию черной дыры без введения искусственных внешних сил.

Наконец, интерес к глобальной геометрии в моделях с дополнительным числом измерений связан, прежде всего, с тем фактом, что увеличение количества измерений ведет к увеличению числа геометрических степеней свободы. А именно, в 4-мерном пространстве-времени, в определении глобальной геометрии существенным фактором является наличие 2-мерной сферической симметрии. Это позволяет использовать “2+2”-разложение метрики на 2-мерную пространственно-временную часть и метрику на 2-мерной сфере. Однако, уже при добавлении хотя бы одного пространственного измерения возрастает количество симметрий для которых мы можем ввести “2+(d-2)”-разложение и, соответственно, ввести

понятия  $R$ -,  $T$ -областей, определяющих причинную структуру и глобальную геометрию пространства-времени. В случае космологических моделей, требования однородности и изотропии на оболочке (бране) предполагают, что кроме сферической геометрии, необходимо рассматривать также гиперболическую и плоскую геометрии. Как следствие, классификация возможных типов эволюции оболочки (браны) даже в простых моделях должна быть существенно нетривиальной.

Такая классификация должна быть полезной при квантовании браны. С этой точки зрения, наиболее интересными являются случаи, когда объемлющее  $(N+1)$ -мерное пространство-время имеет вне браны геометрию кротовой норы Эйнштейна-Розена. Тогда естественным расширением модели могло бы стать добавление второй браны, за горизонтом. В такой расширенной модели эволюция первой браны классически не отличается от эволюции в модели с единственнойбраной, однако квантово-механически браны могут взаимодействовать. Как следствие, после квантования спектры наблюдаемых на бране будут зависеть от второго квантового числа, описывающего вторую оболочку. Гипотетически, это может иметь отношение к объяснению иерархии взаимодействий.

Цели работы: изучение глобальной геометрии в системе, состоящей из черной дыры Шварцшильда, окруженной оболочкой фантомного типа, получение законов сохранения импульса и энергии в системе пересекающихся тонких оболочек, изучение имитации черных дыр, классификация возможных глобальных геометрий в  $(N+1)$ -мерном пространстве-времени в котором эволюционирует  $N$ -мерная брана.



### Научная новизна и практическая ценность.

В диссертации впервые получена полная классификация типов эволюций оболочки фантомного типа с уравнением состояния  $S_0^0 = kS_2^2$  с  $k > 1$  на полном многообразии Шварцшильда с учетом обратного влияния материи на метрику. Из полученной классификации следует, что при движении фантомной материи в “нашей”  $R_+$ -области (в которой должен находиться физический наблюдатель) такие патологии, как уменьшение горизонта черной дыры при аккреции или нарушение асимптотической плоскостности при неограниченном расширении оболочки, не могут возникнуть.

Впервые показано, что существующий в системе сферически-симметричных пересекающихся оболочек закон сохранения, частным случаем которого является формула Дрея-т’Офта, можно интерпретировать как закон сохранения импульса. Новым результатом является также получение закона сохранения энергии для такой системы в случае, когда пространство-время является асимптотически-плоским.

Впервые изучена возможность имитации черной дыры. Получены ограничения на возможность естественной имитации.

Впервые дана классификация глобальных геометрий и получены космологические решения для  $(N+1)$ -мерного пространства-времени с топологией  $\mathcal{M}^{N-1} \times \mathcal{N}^2$ , которое содержит  $N$ -мерную брану.

Апробация диссертации. Основные результаты, полученные в диссертации, были доложены в 2005-2010 гг. на научном семинаре ИЯИ РАН, XIII-й Международной школе “Частицы и космология” (Приэльбрусье,

2005), XIV-й Международной ломоносовской конференции по физике элементарных частиц (Москва, 2009).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 5 работ.

Объем работы. Диссертация состоит из Введения, пяти глав основного текста и Заключения, содержит 116 страниц машинописного текста, в том числе 61 рисунок и список литературы из 97 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обсуждаются эффекты в общей теории относительности, для которых обратная реакция материи на гравитационное поле играет ключевую роль, и возможность применения метода тонких оболочек для исследования таких эффектов. Кратко изложено содержание диссертации.

В Главе 1 дано подробное изложение формализма тонких оболочек в общей теории относительности. Особое внимание уделено случаю тонкой сферически-симметричной оболочки. Описаны методы построения диаграмм Картера-Пенроуза в случае, когда пространство-время содержит тонкую оболочку.

Раздел 1.1 посвящен выводу уравнений Израэля в  $d$ -мерном пространстве-времени. Эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}([K_i^j] - \delta_i^j [K_l^l]) &= 8\pi G S_i^j, \\ S_i^j{}_{|j} + [T_i^n] &= 0, \\ \{K_i^j\} S_j^i + [T_n^n] &= 0.\end{aligned}\tag{3}$$

Здесь  $K_i^j$  - тензор внешней кривизны,  $S_i^j$  - поверхностный тензор энергии-импульса. Описаны два варианта вывода этих уравнений.

В первом случае оболочка с необходимостью рассматривается как сингулярная, т.е. в тензоре энергии-импульса для оболочки  $\Sigma$ , который имеет вид

$$T_i^k = S_i^k \delta(\Sigma) + \dots,$$

поверхностный тензор энергии-импульса  $S_i^k \neq 0$ .

Во втором случае, оболочка необязательно должна быть сингулярной и, следовательно, необходимо учитывать несингулярные слагаемые тензора энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu}(n, x) = S_{\mu\nu}(n, x)\delta(n) + E_{\mu\nu}(n, x)\theta(n) + \tilde{T}_{\mu\nu}^-(n, x), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} [\tilde{T}_{\mu\nu}]|_{n=0} &= 0, \\ \tilde{T}_{\mu\nu}^+ &= E_{\mu\nu} + \tilde{T}_{\mu\nu}^- \end{aligned}$$

При этом появляются дополнительные уравнения, которые нетривиальны вне оболочки. В случае отсутствия сингулярных оболочек и/или ударных волн (условие  $[K_{ij}] \neq 0$ ) эти уравнения есть просто “(d-1)+1-разложение” уравнений Эйнштейна.

В разделе 1.2 вводятся основные понятия глобальной геометрии для случая сферически-симметричного пространства-времени, которые необходимы для изучения уравнений Израэля сферически-симметричной тонкой оболочки.

Глобальная геометрия сферически-симметричного пространства-времени  $\mathcal{M} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^{d-2}$  характеризуется двумя инвариантами: радиусом  $r(t, q)$  и квадратом нормали к поверхностям постоянного радиуса  $\Delta$ . Это дает возможность представить пространство-время как набор так называемых  $R$ - и  $T$ -областей, разделенных горизонтами видимости. В  $T$ -области  $\Delta > 0$ , здесь невозможно выполнение условия  $\dot{r} = 0$ . То есть, в  $T$ -области условия  $\dot{r} < 0$  или  $\dot{r} > 0$  являются инвариантными относительно непрерывных координатных преобразований. Область, где  $\dot{r} < 0$ , названа  $T_-$ -областью (область необратимого сжатия), а область, где  $\dot{r} > 0$ , названа  $T_+$ -областью (областью необратимого расширения). В  $R$ -области  $\Delta < 0$ . Аналогично, знак  $r'$  не зависит от выбора координат в  $R$ -области.  $R_+$ -областью называется  $R$ -область, где  $r' > 0$ , а  $R_-$ -областью -  $R$ -область, где  $r' < 0$ .  $T$ - и  $R$ - области отделены друг от друга поверхностями  $\Delta = 0$ , которые являются горизонтами видимости.

Компоненты тензора внешней кривизны также можно выразить через инварианты  $r$  и  $\Delta$  и, следовательно, записать уравнения Израэля через эти инварианты

$$K_2^2 = -\frac{\sigma}{\rho} \sqrt{\dot{\rho}^2 - \Delta}, \quad (5)$$

$$K_0^0 = -\frac{\sigma}{\sqrt{\dot{\rho}^2 - \Delta}} \left( \ddot{\rho} + \frac{1 + \Delta}{2\rho} - 4\pi G \rho T_n^n \right). \quad (6)$$

Здесь  $\rho(\tau)$  - радиус оболочки в собственном времени,  $\sigma = \pm 1$  - знак производной  $r_{,n}$  по нормали к оболочке. В случае, если оболочка движется в  $R$ -области эта величина - интеграл движения и, соответственно,  $\sigma = +1$  в  $R_+$ -области и  $\sigma = -1$  в  $R_-$ -области.

В разделе 1.3 описаны методы построения диаграмм Картера-Пенроуза и диаграмм погружения и их расширения на случай пространства-времени, в котором движется оболочка. В частности, в подразделе 1.3.1 изучены варианты диаграмм Картера-Пенроуза для некоторых асимптотически-плоских пространств. Показано, что диаграммы Картера-Пенроуза можно рассматривать как графическое представление асимптотически-простых (в слабом смысле) пространств. В подразделе 1.3.2 изучены диаграммы Картера-Пенроуза для пространств де Ситтера и анти-де Ситтера.

В Главе 2 построена полная классификация типов эволюции оболочки фантомного типа на полном многообразии Шварцшильда с уравнением состояния  $S_0^0 = kS_2^2$  при  $k > 1$ .

Раздел 2.1 посвящен общему описанию модели. Уравнение неразрывности позволяет определить поверхностную плотность энергии на оболочке как функцию её радиуса  $\rho$ :  $S_0^0 = C\rho^{2(k-1)}$ . Таким образом, параметрами модели являются внутренняя и внешняя шварцшильдовы массы  $m_{\text{in}}$ ,  $m_{\text{out}}$  и параметры  $C$  и  $k$ . Для построения классификации движений оболочки необходимо знать, где меняют знак величины  $\dot{\rho}^2(\rho)$  и  $\ddot{\rho}(\rho)$ . Эти величины определяют точки поворота, финитность или инфинитность движения оболочки. Область пространства-времени, в которой происходит эволюция оболочки, определяется параметрами  $\sigma_{\text{in}}$ ,  $\sigma_{\text{out}}$ . Оболочки с уравнением состояния  $S_0^0 = kS_2^2$  образуют однопараметрическое семейство по параметру  $C$ . Корни уравнений  $\dot{\rho}^2(\rho) = 0$  и  $\ddot{\rho}(\rho) = 0$  также зависят от  $C$ . Таким образом, для классификации возможных движений

оболочки можно переопределить пространство параметров, т. е. вместо поиска условий на  $\rho$ , можно искать условия на параметр  $C$ .

В разделе 2.2, используя метод диаграмм Картера-Пенроуза и диаграмм погружения, описанный в разделе 1.3, дана полная классификация типов эволюции фантомной оболочки на полном многообразии Шварцшильда.

В случае, когда полная масса оболочки  $\Delta m = m_{\text{out}} - m_{\text{in}} > 0$  существуют следующие варианты эволюции оболочки:

1.

$$C^2 > C_0^2$$

Точки поворота отсутствуют, и возможно только инфинитное движение. Движение оболочки всегда происходит за мостом Эйнштейна-Розена.

2.

$$C_1^2 < C^2 < C_0^2$$

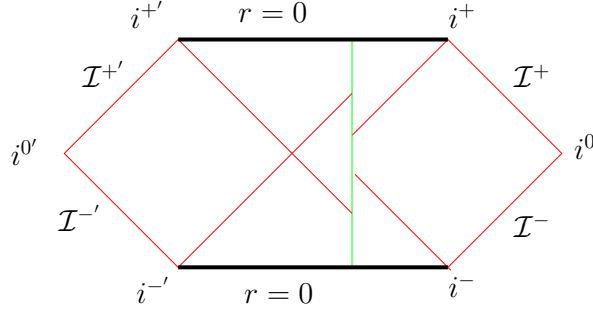
Существуют точки поворота, и  $\sigma_{\text{out}}$  меняет знак в  $T$ -области. Движение оболочки всегда происходит за мостом Эйнштейна-Розена.

3.

$$C^2 < C_1^2$$

Существуют точки поворота, и знак  $\sigma_{\text{out}}$  меняется в запрещенной для движения части  $R$ -области. В этом случае существует вариант эволюции оболочки, при котором она причинно связана с наблюдателем. Этот случай - процесс превращения белой дыры в чер-

ную посредством выброса фантомного вещества с его последующим коллапсом. Диаграмма Картера-Пенроуза имеет вид:



Значение  $C_0$  определяется, фактически, условием  $\dot{\rho}^2(\rho_0) = 0$  для некоторого  $\rho_0$ , а  $C_1$  определяется условием  $\sigma_{\text{out}}(\rho_1) = 0$  для некоторого  $\rho_1$ . Доказано, что всегда  $C_1^2 < C_0^2$ . Следует заметить также, что при  $\Delta m > 0$  всегда  $\sigma_{\text{in}} = +1$ .

Аналогично рассматривается случай  $\Delta m < 0$ . Возможные варианты эволюции могут быть проклассифицированы следующим образом:

1.

$$C^2 > C_0^2$$

Точки поворота отсутствуют, и возможно только инфинитное движение;

2.

$$C_2^2 < C^2 < C_0^2$$

Существуют точки поворота, и  $\sigma_{\text{in}}$  меняет знак в  $T$ -области;

3.

$$C^2 < C_2^2$$

Существуют точки поворота, и знак  $\sigma_{\text{in}}$  меняется в запрещенной для движения части  $R$ -области.

Здесь значение  $C_2$  определяется условием  $\sigma_{\text{in}}(\rho_2) = 0$  для некоторого  $\rho_2$ . При этом всегда  $\sigma_{\text{out}} = -1$  и, следовательно, движение оболочки всегда происходит в области, причинно несвязной с физическим наблюдателем.

В Главе 3 изучены законы сохранения импульса и энергии в системе нескольких пересекающихся тонких оболочек.

В разделе 3.1 рассмотрена достаточно общая модель  $N$  пересекающихся оболочек на  $d$ -мерном пространстве-времени с топологией  $\mathcal{M}^2 \times \mathcal{N}^{d-2}$ . В такой модели существует закон сохранения, который является условием самосогласованности координатных преобразований.

Из-за ограничения на топологию метрика в областях между оболочками может быть записана в изотропных координатах в виде

$$ds^2 = H_a(U_a, V_a)dU_adV_a - R_a^2(U_a, V_a)g_{ij}dx^i dx^j, \quad (7)$$

здесь индекс  $a$  пробегает значения от 1 до  $N$  и нумерует области пространства-времени между оболочками,  $R_a$ -масштабный фактор, а  $i, j = 2, \dots, d$ .

С другой стороны, вблизи точки пересечения можно ввести непрерывные изотропные координаты  $(u, v)$ , в которых метрика имеет вид

$$ds^2 = h(u, v)dudv - r^2(u, v)g_{ij}dx^i dx^j, \quad (8)$$

а функции  $h(u, v)$ ,  $r(u, v)$  непрерывны в точке пересечения.

Поэтому можно записать преобразования координат  $U_a$  к координа-



там  $U_{a+1}$  через координату  $u$

$$\left[ \partial_{U_a} R_a + \partial_{V_a} R_a \left( \frac{dV_a}{dU_a} \right)_{\Sigma^+} \right] U'_a = \left[ \partial_{U_{a+1}} R_{a+1} + \partial_{V_{a+1}} R_{a+1} \left( \frac{dV_{a+1}}{dU_{a+1}} \right)_{\Sigma^-} \right] U'_{a+1}, \quad (9)$$

и аналогично для координат  $V_a, V_{a+1}$ . Закон преобразования в матричной форме

$$\begin{pmatrix} U'_{a+1} \\ V'_{a+1} \end{pmatrix} = T_{a,a+1} \begin{pmatrix} U'_a \\ V'_a \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Таким образом, закон сохранения может быть записан как условие само-согласованности для матриц  $T_{a,a+1}$  при обходе вокруг точки пересечения

$$T_{1,2} \dots T_{N-1,N} T_{N,1} = Id. \quad (11)$$

В разделе 3.2 рассмотрено применение результатов предыдущего раздела к случаю двух пересекающихся сферически-симметричных световых оболочек. При этом закон сохранения совпадает с формулой Дреят'Офта (2).

С другой стороны, из работ по гамильтонову формализму для оболочки известно, что выражение для импульса канонически сопряженного радиальной координате для расширяющейся оболочки

$$\beta = \exp \left( + \frac{G \hat{P}_R}{R} \right) = \sqrt{\frac{F_{in}}{F_{out}}},$$

для коллапсирующей оболочки

$$\beta = \exp \left( - \frac{G \hat{P}_R}{R} \right) = \sqrt{\frac{F_{out}}{F_{in}}}.$$

Соответственно, для оболочек, одна из которых коллапсирует до и после пересечения, а вторая расширяется до и после пересечения, закон сохранения импульса

$$\beta_{b_1}\beta_{b_2} = \beta_{a_1}\beta_{a_2},$$

т.е. формула Дрея-т'Офта (2). Значит, закон сохранения, введенный ранее, действительно можно рассматривать как мультипликативную форму закона сохранения импульса для световых оболочек.

В разделе 3.3 рассмотрена интерпретация результатов раздела 3.1 для  $N$  пересекающихся времени-подобных сферически-симметричных оболочек. Закон сохранения в этом случае приводится к виду

$$\prod_{a=1}^{2N} \frac{(\dot{\rho}_a^2 + F_{a+1})^{1/2} + \sigma_{a+1}\dot{\rho}_a}{(\dot{\rho}_a^2 + F_a)^{1/2} + \sigma_a\dot{\rho}_a} = 1. \quad (12)$$

Опять, используя результаты гамильтонова формализма, можно записать импульс для времени-подобной оболочки в виде

$$\beta = \exp\left(+\frac{G\hat{P}_R}{R}\right) = \frac{\dot{\rho} + \sigma_{in}\sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{in}}}{\dot{\rho} + \sigma_{out}\sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{out}}} \quad (13)$$

для расширяющейся оболочки и

$$\beta = \exp\left(-\frac{G\hat{P}_R}{R}\right) = \frac{\dot{\rho} + \sigma_{out}\sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{out}}}{\dot{\rho} + \sigma_{in}\sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{in}}} \quad (14)$$

для коллапсирующей оболочки. Таким образом, для пересекающихся времени-подобных оболочек закон сохранения полученный в разделе 3.1, также можно интерпретировать как закон сохранения импульса.

В конце данного раздела получен также закон сохранения энергии для системы двух пересекающихся времени-подобных оболочек в случае,

когда пространство-время является асимптотически-плоским. Шварцшильдовские массы в областях между оболочками - это  $m_1, m_2, m_3, m_4$ . Масса  $m_2$  описывает пространство-время между оболочками до пересечения, а масса  $m_4$  описывает пространство-время после пересечения. Тот факт, что пространство-время описывается двумя массовыми параметрами вместо четырех, следует из теоремы единственности Биркхофа. Если мы используем определение полной энергии пылевой оболочки  $\Delta m = m_{out} - m_{in}$ , тогда

$$\Delta m_{b_1} + \Delta m_{b_2} = \Delta m_{a_1} + \Delta m_{a_2}. \quad (15)$$

Здесь

$$\Delta m_{b_1} = m_2 - m_1$$

является полной энергией первой оболочки до пересечения и т. д. Уравнение движения для оболочки дают

$$\Delta m \equiv m_{out} - m_{in} = \sigma_{in} M \sqrt{\dot{\rho}^2 + F_{in}} - \frac{GM^2}{2\rho},$$

тогда тривиальное тождество (15) становится нетривиальным законом сохранения.

В разделе 3.4 рассмотрен закон сохранения в системе пересекающихся световой и времени-подобной оболочек. В этом случае существует две физически различные ситуации, обусловленные различным поведением световой оболочки. В первом случае, который можно назвать “отражением”, коллапсирующая (расширяющаяся) световая оболочка после взаимодействия с времени-подобной начинает расширяться (коллапси-

ровать). Во втором случае смены типа движения световой оболочки не происходит.

Закон сохранения в гибридной системе пересекающихся оболочек является тривиальным расширением результатов разделов 3.2, 3.3

В Главе 4 изучена имитация черных дыр.

В разделе 4.1 дан вывод температуры Хокинга для черной дыры Шварцшильда и Райсснера-Нордстрема. Используя принцип эквивалентности, можно рассматривать наблюдателя, покоящегося вблизи горизонта, как ридлеровского наблюдателя и, значит, измеряющего некоторую температуру  $T_{loc}$ . В искривленном статическом пространстве-времени инвариантом является величина  $T\sqrt{g_{00}} = \text{const}$ . Поэтому в асимптотически-плоском пространстве-времени на бесконечности температура постоянна. Легко показать, что температура  $T_{loc}\sqrt{g_{00}}$  есть температура Хокинга.

В разделе 4.2 рассмотрена система, состоящая из сферически-симметричной черной дыры Шварцшильда или Райсснера-Нордстрема, и окружающей её тонкой оболочки расположенной на некотором фиксированном расстоянии от черной дыры. Добавление оболочки будет изменять температуру, измеряемую наблюдателем на бесконечности. Т. е., вместо температуры Хокинга  $T_{BH}$  наблюдатель будет измерять температуру системы

$$T_{SYS} = T_{BH} \sqrt{\left(\frac{F_{out}}{F_{in}}\right)_{r=r_0}} < T_{BH}.$$

Этот эффект называется “экранированием” температуры. Таким образом, в общем случае удаленный наблюдатель может отличить черную

дыру от черной дыры окруженной тонкой оболочкой. Однако, можно подобрать параметры системы так, что будет выполнено условие

$$T_{SYS} = T_{BH}(m + \Delta m). \quad (16)$$

Другими словами, наблюдатель вблизи бесконечности, обладающий знаниями общей теории относительности и термодинамики в искривленном пространстве-времени, будет измерять температуру черной дыры с массой  $m_{SYS} = m + \Delta m$ . Однако, в реальности, изучаемая система не является черной дырой. Такая ситуация и называется имитацией черной дыры.

Очевидно, что имитация черной дыры возможна только при достаточно жестких условиях на параметры модели. В частности, оболочку необходимо удерживать на фиксированном радиусе. В общем случае, такое движение оболочки негеодезично, и необходимы внешние силы для её удержания. Радиус оболочки является также параметром, который определяет возможность/невозможность имитации. В данном разделе эти радиусы найдены как для случая черной дыры Шварцшильда, так и для случая черной дыры Райсснера-Нордстрема.

Заключительная часть раздела посвящена попытке реализовать естественную имитацию черной дыры без введения искусственных внешних сил. В этом случае оболочка должна удерживаться на фиксированном радиусе только посредством гравитационного взаимодействия. Естественным кандидатом является оболочка с орбитальными составляющими.

В ньютоновой гравитации орбитой точечной массы, движущейся в

центральной массе, является эллипс, в одном из фокусов которого находится центральная масса, создающая гравитационное поле. Если теперь рассмотреть ансамбль частиц с одинаковым отношением углового момента к массе, то эти частицы будут иметь одинаковые значения перигетрия и апогетрия. Представим, что в начальный момент времени все эти частицы распределены однородно по поверхности сферы с радиусом, равным расстоянию от гравитирующего центра до точки перигетрия и начинают двигаться одновременно (с одинаковым абсолютным значением скорости, но в разных плоскостях). Тогда такой ансамбль будет образовывать сферически-симметричную тонкую оболочку, осциллирующую между перигетрием и апогетрием. Такая оболочка называется оболочкой с орбитальными составляющими. Подчеркнем, что полный угловой момент для такой оболочки равен нулю. Аналогичные рассуждения будут справедливы для релятивистского случая с тем отличием, что орбиты не являются замкнутыми кривыми.

Однако, чтобы такая оболочка покоилась в минимуме эффективного потенциала, необходимо, чтобы уравнение состояния 2-мерного газа частиц составляющих оболочку, подчинялось неравенству

$$S_0^0 + 2S_2^2 < 0. \quad (17)$$

С другой стороны, прямое вычисление компонент тензора  $S_i^j$  показывает, что

$$S_0^0 + 2S_2^2 > 0. \quad (18)$$

Таким образом, естественная имитация с помощью оболочки с орбиталь-

ными составляющими невозможна.

В Главе 5 рассмотрено применение формализма тонких оболочек для изучения глобальной геометрии в космологических мембранных теориях с дополнительным числом пространственных измерений. Общим свойством таких теорий является представление 4-мерной наблюдаемой Вселенной как оболочки в  $n$ -мерном пространстве-времени.

В разделе 5.1 описывается исследуемая модель. В качестве модели рассмотрена  $N$ -мерная времени-подобная оболочка/брана, погруженная в объемлющее  $(N+1)$ -мерное пространство-время. Геометрия  $(N+1)$ -мерного пространства-времени является вакуумной геометрией с положительной или отрицательной космологической постоянной. Геометрия на бране имеет космологическую симметрию (однородность, изотропность). Предполагается также, что  $(N+1)$ -мерная геометрия не содержит сингулярностей и других бран. Кроме того, предполагается, что геометрия  $(N+1)$ -мерного пространства-времени не зависит от положения браны. В такой модели можно ввести или глобальную гауссову систему координат, или метрику в виде

$$ds^2 = \gamma_{AB}(x)dx^A dx^B - R^2(x)dl_d^2, \quad A, B = 0, 1,$$

где  $dl_d^2$  - линейный элемент Робертсона-Уокера. Поэтому можно использовать инварианты  $\Delta$ ,  $R$  и ввести понятия  $R$ -,  $T$ -областей. Решение уравнений Эйнштейна, записанных через  $\Delta$  и  $R$ , даёт

$$\Delta = -k + \frac{2Gm}{R^{N-2}} + \frac{2}{N(N-1)}\Lambda R^2 \quad (19)$$

и, как следствие, на бране в нормальных гауссовых координатах

$$R_{,n} = \sigma_{\pm} \sqrt{f^2(t) + k + \frac{2R^2(n, t)}{N(N-1)} \Lambda}. \quad (20)$$

Кроме того, уравнения Эйнштейна на бране дают

$$\frac{N-1}{2} \frac{a_{,\tau}^2 + k}{a^2} = \frac{1}{N} \left( \Lambda + \frac{N}{2(N-1)} (4\pi G)^2 (S_0^0)^2 \right), \quad (21)$$

$$\frac{a_{,\tau\tau}}{a} + \frac{(N-3)}{2} \frac{a_{,\tau}^2 + k}{a^2} = \frac{1}{N} \left( \Lambda + \frac{N}{2(N-1)} (4\pi G)^2 S_0^0 (2S_2^2 - S_0^0) \right). \quad (22)$$

При этом условие отсутствия сингулярностей для  $(N+1)$ -мерного пространства-времени требует  $m = 0$ , а получающаяся в результате  $\mathbb{Z}_2$ -симметрия дает  $\sigma_+ = -\sigma_-$ . На бране  $f(t) = a_{,t}$ , где  $a(t)$  - масштабный фактор.

Из (19) следует, что глобальная  $(N+1)$ -мерная геометрия зависит от  $(N-1)$ -геометрии Робертсона-Уокера (посредством параметра  $k$ ). Сами решения совпадают с решениями Ишихары-Томиты-Нариаи, но получены более простым, инвариантным методом, проясняющим геометрию объемлющего пространства-времени.

При решении уравнения (20) возникает дополнительная функция времени  $\phi(t)$ . Эта функция определяется через тензор энергии-импульса на бране. В диссертации рассмотрен случай вакуумной браны  $S_0^0 = S_2^2$ , при этом  $\phi(t) = \phi_0 = \text{const}$ , и задача становится точно решаемой.

В разделе 5.2 дана классификация возможных глобальных геометрий  $(N+1)$ -мерного пространства-времени, в котором движется вакуумная брана.

В подразделе 5.2.1 описаны все возможные глобальные геометрии при



$\Lambda > 0$ . Параметрами классификации в этом случае является тип (N-1)-мерной пространственной геометрии и знак  $S_0^0$ .

В подразделе 5.2.2 проклассифицированы возможные геометрии при  $\Lambda < 0$ . В этом случае, как показывает уравнение (21), необходимо рассматривать отдельно браны с положительной и отрицательной индуцированной плотностью энергии  $T_{00}^{(\text{ind})}$ . Брана с  $T_{00}^{(\text{ind})} > 0$  была названа “тяжелой”. Брана с  $T_{00}^{(\text{ind})} < 0$  была названа “легкой”. Таким образом, к параметрам классификации предыдущего подраздела добавляется знак  $T_{00}^{(\text{ind})}$ .

В Заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Для защиты выдвигаются следующие результаты, полученные в диссертации:

1. Изучена аккреция фантомной материи на черную дыру Шварцшильда с учетом обратной реакции на гравитационное поле в случае, когда материя представлена в виде тонкой оболочки. Показано, что такая система является замкнутой в том смысле, что на физически интересной стороне моста Эйнштейна-Розена эволюция фантомной материи всегда происходит в конечном объеме. Как следствие, масса черной дыры в такой системе не может уменьшаться.
2. Получен закон сохранения импульса в системе нескольких пересекающихся тонких сферически-симметричных оболочек. Для этого были использованы результаты, полученные ранее в гамильтоно-

вом подходе к механике одной самогравитирующей тонкой оболоч- ки. Также получен закон сохранения энергии в случае, когда обла- сти пространства-времени между оболочками - это части простран- ства-времени Шварцшильда.

3. Исследована возможность имитации черной дыры в системе чер- ной дыры и окружающей её тонкой оболочки, покоящейся на опре- деленном расстоянии от неё. Показано, что существует значение радиуса, при котором имитация возможна. Этот результат спра- ведлив как для черной дыры Шварцшильда, так и для черной ды- ры Райсснера-Нордстрема. Исследована также возможность есте- ственной имитации черной дыры с помощью оболочки с орбиталь- ными составляющими. Показано, что в этой модели имитацию нель- зя осуществить, так как уравнение состояния 2-мерного газа частиц составляющих оболочку должно быть более жестким чем урав- нение состояния для 2-мерного фотонного газа. Другими слова- ми, физика не запрещает возможности естественной имитации, но в рамках модели оболочки с орбитальными составляющими это невозможно.
4. Получены космологические решения уравнений Эйнштейна в  $(N+1)$ - мерном пространстве-времени с материей, сосредоточенной на  $N$ - мерной бране. Построена классификация возможных типов эволю- ции  $N$ -мерной оболочки/браны, движущейся в объемлющем  $(N+1)$ - мерном пространстве-времени.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. V. A. Berezin and A. L. Smirnov. Crossing thin shells  
–Gravitation and Cosmology –No. 4 (36) –2003 –pp. 229–236
2. V. Berezin, V. Dokuchaev, Yu. Eroshenko, A. Smirnov The phantom shell around a black hole and global geometry  
–Class. and Quantum Grav. 22 –No 21 –2005 –pp. 4443-4455
3. V. Berezin, A. Smirnov. Black hole masked  
–Gravitation and Cosmology –No. 1 (49) –2007 –pp. 43-45
4. V. Berezin, A. Smirnov. On the possibility of natural imitation of black holes  
–In: Proc. of 15th Int. Sem. “Quarks-2008” -2010. -2. -p.55-58.
5. В. А. Березин, А. Л. Смирнов. О черных дырах и замаскированных черных дырах  
–Лекционные заметки по теоретической и математической физике  
–КГУ -2010 -стр. 281-319