

Федеральное государственное бюджетное учреждение
"Институт Теоретической и Экспериментальной Физики
им. А.И. Алиханова" Национального исследовательского
центра Курчатовский Институт

На правах рукописи

Невзоров Роман Борисович

**ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ РАСШИРЕНИЙ
СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ**

Специальность: 01.04.02 - теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2019

Оглавление

Введение	5
1 Суперсимметричные расширения Стандартной Модели, теории Великого Объединения и бозоны Хиггса	34
1.1 Суперсимметричные расширения СМ	34
1.1.1 МССМ и НМССМ	34
1.1.2 E_6 ССМ	41
1.1.3 $U(1)_N$ расширения МССМ и E_6	46
1.1.4 Объединение калибровочных констант	55
1.2 Теории Великого Объединения с дополнительными пространственными измерениями	70
1.2.1 $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ модель в пятимерном пространстве	71
1.2.2 E_6 модель в шестимерном пространстве	82
1.3 Бозоны Хиггса в СУСИ расширениях Стандартной Модели	91
1.3.1 Спектр бозонов Хиггса в МССМ и НМССМ	91
1.3.2 Хиггсовский сектор НМССМ с приближённой $U(1)$ симметрией	101
1.3.3 Нарушение калибровочной симметрии и экзотические распады бозона Хиггса в E_6 ССМ	114
1.3.4 Сценарий инфракрасной квазификсированной точки и масса легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ и НМССМ	124

1.4	Другие возможные проявления СУСИ моделей в различных экспериментах и космологии	135
1.4.1	Экзотические состояния и нестандартные распады бозона Хиггса в E_6 ССМ	135
1.4.2	Тёмная материя в СУСИ расширениях СМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X	147
1.4.3	Генерация барионной асимметрии Вселенной в СУСИ расширениях СМ	160
2	Модели составного Хиггса и теории Великого Объединения	175
2.1	E_6 Теория Великого Объединения и E_6 МСХ	175
2.2	Симметрии и генерация масс фермионов в E_6 МСХ	185
2.3	Рождение и возможные проявления нейтрального псевдоголдстоуновского бозона в E_6 МСХ	199
2.4	Генерация барионной асимметрии Вселенной в E_6 МСХ	212
3	Расширения Стандартной Модели с вырожденными вакуумами	220
3.1	Вырожденные вакуумы в Стандартной Модели и ее расширениях с двумя дублетами Хиггса	220
3.2	Сценарий инфракрасной квазификсированной точки в расширении СМ с двумя хиггсовскими дублетами и вырожденными вакуумами	235
3.3	СУГРА модели с вырожденными вакуумами	249
3.4	Космологическая постоянная в СУГРА моделях с вырожденными вакуумами	261
	Заключение	271

Приложение А. Однопетлевые поправки к массам бозонов Хиггса и двухпетлевые уравнения ренормгруппы в NMSSM	278
Приложение В. Спектр бозонов Хиггса и нейтралино в E_6 SSM	284
Приложение С. Двухпетлевые уравнения ренормгруппы E_6 SSM	292
Список литературы	303

Введение

Мотивация и актуальность темы исследования. Открытие бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере (БАК) стало очередным важным шагом на пути познания законов микромира [1]–[2]. Современное состояние и перспективы дальнейших исследований в данной области физики высоких энергий представлены в работе [3]. С одной стороны экспериментальное обнаружение этого состояния находится в полном соответствии с предсказаниями стандартной модели (СМ). Эта модель (см. например монографии [4]–[9]) включает в себя все известные на сегодняшний день фундаментальные частицы и с достаточно высокой точностью описывает все имеющиеся в физике элементарных частиц экспериментальные данные. С другой стороны по-прежнему остаются без ответа целый ряд проблемных вопросов, которые стимулируют изучение различных расширений СМ. В частности, одной из главных загадок является чрезвычайная слабость гравитационного взаимодействия по сравнению с другими типами известных на сегодняшний день взаимодействий. Так, в атоме водорода величина силы тяготения между электроном и протоном составляет приблизительно 10^{-39} от величины электрической силы.

В принципе слабость гравитационного взаимодействия можно было бы объяснить тем, что шкала спонтанного нарушения калибровочной $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии на много порядков ниже характерных энергий, на которых все взаимодействия становятся примерно равными друг другу. При экстраполяции взаимодействий полей стандартной модели в область высоких энергий они и сила гравитации оказываются приблизительно одинаковыми по величине при энергиях порядка массы Планка ($M_{Planck} \sim 10^{19}$ ГэВ), которая обычно также выступает в качестве естественной шкалы обрезания при анализе квантовых поправок в СМ. В то же самое время шкала спонтанного нарушения электрослабой $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии ассоциируется с массами W и Z бозонов (~ 100 ГэВ). В рамках СМ предполагается, что массы всех фермионов и векторных бозонов генерируются в результате того, что $SU(2)_W$ дублет хиггсовских полей приобретает ненулевое среднее по вакууму. При этом $SU(2)_W \times U(1)_Y$ локальная симметрия исходного лагранжиана СМ нарушается до $U(1)_{em}$ калибровочной симметрии, которая отвечает обычной квантовой электродинамике (КЭД). Значение вакуумного среднего дублета хиггсовских полей определяется параметром m_H^2 , который входит в потенциал взаимодействия хиггсовских полей:

$$V_{eff}(H) = -m_H^2 H^\dagger H + \lambda(H^\dagger H)^2. \quad (1)$$

Таким образом, слабость гравитационного взаимодействия могла бы объясняться тем, что

единственный размерный параметр в лагранжиане СМ, m_H^2 , на много порядков меньше M_{Planck}^2 . Однако учет квантовых поправок приводит к перенормировке m_H^2 . При этом в каждом порядке теории возмущений возникают квадратичные расходимости. Если предположить, что в качестве естественной шкалы обрезания используется масса Планка, то тогда возникает противоречие. Действительно, с одной стороны, m_H^2 и вакуумное среднее дублета хиггсовских полей

$$\langle H \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{m_H}{\sqrt{2\lambda}}$$

должны быть порядка M_{Planck}^2 и M_{Planck} соответственно, а с другой из экспериментальных данных следует, что $v \simeq 246$ ГэВ. Этот парадокс называется проблемой иерархии [10]. Другими словами, для того чтобы получить столь малое по сравнению с массой Планка значение вакуумного среднего $\langle H \rangle$, необходимо подстроить параметр m_{H0}^2 исходного (древесного) лагранжиана с относительной точностью $\sim 10^{-32}$, чтобы компенсировать вклад петлевых поправок в m_H^2 . Однако при этом возникает проблема тонкой настройки.

Еще более остро проблема тонкой настройки проявляется в связи с результатами астрофизических и космологических наблюдений, которые указывают на то, что плотность энергии вакуума положительна и составляет $\sim 10^{-123} M_{Planck}^4$. Таким образом, для того чтобы получить приемлемое значение плотности энергии вакуума необходима компенсация различных вкладов в полную плотность энергии вакуума с относительной точностью $\sim 10^{-120}$. Детальное обсуждение проблемы космологической постоянной можно найти в обзоре [11].

Хотя проблема тонкой настройки вероятно указывает на то, что стандартную модель не следует рассматривать в качестве низкоэнергетического предела теорий Великого Объединения (ТВО), в рамках которых сильные и электрослабые взаимодействия являются проявлениями единого фундаментального взаимодействия, наиболее весомым аргументом в пользу существования так называемой "новой физики" (т.е. новых полей и взаимодействий, которые не являются составной частью СМ), пожалуй, является наличие темной материи. Действительно, анализ космического микроволнового фонового излучения (реликтового излучения), проведенный на основе данных собранных космическим аппаратом НАСА WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [12], а также данные других астрофизических и космологических наблюдений [13]–[15] указывают на то, что примерно 20%-25% плотности энергии в нашей Вселенной соответствует вкладу, так называемой, темной материи [16]. На сегодняшний день представляется крайне маловероятным, что данное явление может быть описано в рамках СМ. Кроме того, в рамках СМ не удается объяснить почему в наблюдаемой Вселенной существует гораздо больше материи, чем антиматерии.

Большая часть данной диссертационной работы посвящена изучению вышеупомянутых проблем в рамках суперсимметричных обобщений СМ. В этой связи следует отметить, что число расширений СМ неограниченно велико. Причем даже самые простые из них имеют большое число неизвестных параметров. В ряду различных расширений СМ суперсимметричные (СУСИ) обобщения занимают особое место. В данной диссертационной работе главным образом изучаются простейшие $N = 1$ суперсимметричные расширения СМ.

Мягкое нарушение СУСИ в этих моделях гарантирует отсутствие квадратичных расходимостей. Объединение калибровочных констант, которое естественным образом возникает в рамках простейшего СУСИ обобщения СМ — минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ), даёт основания предполагать, что при сверхвысоких энергиях порядка $M_X \simeq 10^{16}$ ГэВ сильные и электрослабые взаимодействия описываются единым образом в рамках ТВО. К числу классических примеров таких теорий следует отнести $SU(5)$, $SO(10)$ и E_6 модели Великого Объединения. Наконец, легчайшая суперсимметричная частица (ЛСЧ) в СУСИ моделях обычно является абсолютно стабильной. Если ЛСЧ не несет электрического заряда и не принимает участия в сильных взаимодействиях (как например, нейтралино), то соответствующие состояния могут образовывать значительную часть плотности тёмной материи. Однако в простейших случаях наблюдаемое в экспериментах на БАК хиггсовское состояние может быть получено в МССМ только когда массы всех других скалярных частиц существенно больше 1 ТэВ, что предполагает достаточно высокую степень тонкой настройки параметров модели. Данное обстоятельство стимулирует исследование простейшего расширения МССМ — неминимальной суперсимметричной стандартной модели (НМССМ), НМССМ+ (т.е. НМССМ с тремя дополнительными парами $5 + \bar{5}$ супермультиплетов группы $SU(5)$) и $U(1)$ расширений МССМ, к которым может приводить нарушение калибровочной симметрии в ТВО. Более подробно эти и другие аспекты $N = 1$ суперсимметричных моделей обсуждаются в первой главе диссертации.

Имеющиеся экспериментальные данные не позволяют однозначно судить о том является ли открытый в 2012 году бозон Хиггса элементарной или же составной частицей. В современных моделях составного Хиггса (МСХ) нарушение электрослабой симметрии происходит динамически в отдельном секторе, который специально для этих целей вводится в рассмотрение. Динамический характер нарушения электрослабой симметрии предполагает, что по аналогии с квантовой хромодинамикой (КХД) на определённой шкале энергий взаимодействия в данном секторе становятся достаточно сильными, что приводит к образованию связанных состояний формирующих, в частности, $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса. В общем случае теории такого типа должны приводить к достаточно большим значениям константы λ в потенциале взаимодействия хиггсовских полей (1), что в свою очередь отвечает достаточно тяжёлому бозону Хиггса с массой $M_H \gtrsim 246$ ГэВ. Относительно небольшие значения параметра λ , соответствующие $M_H \simeq 125 - 126$ ГэВ, указывают на то, что в МСХ $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса может появляться в качестве набора псевдоголдстоуновских состояний, который отвечает спонтанно нарушенной глобальной симметрии. Такой приближённой глобальной симметрией может обладать сектор, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии. В этой связи большой интерес представляет изучение МСХ, которые могут появляться в качестве низкоэнергетического предела ТВО. Такие МСХ изучаются во второй главе диссертации.

Потенциал взаимодействия хиггсовских полей (1) может иметь два практически вырожденных минимума. Минимум на электрослабой шкале определяется параметром m_H^2 . Во

втором вакууме $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрия нарушается вблизи шкалы $\Lambda \lesssim M_P$. Существование двух таких вырожденных вакуумов позволяет получить предсказания для масс бозона Хиггса и t кварка, которые хорошо согласуются с измеренными на эксперименте. Это стимулирует изучение расширений СМ с вырожденными вакуумами, которые рассматриваются в третьей главе данной диссертационной работы.

Суперсимметрия. Лагранжиан СМ инвариантен по отношению к преобразованиям групп Пуанкаре и калибровочной $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии. Группа Пуанкаре включает в качестве подгруппы группу Лоренца, а также преобразования параллельного переноса в пространстве и сдвига во времени. В свою очередь группа Лоренца объединяет в себе преобразования Лоренца (соответствующие преобразования описываются тремя генераторами K_a) и повороты относительно осей в трёхмерном пространстве (которым соответствуют другие три генератора J_a). В результате состояние со спином J преобразуется относительно преобразований группы Лоренца как

$$|J \rangle \rightarrow \exp\{i(J_a \theta_a + K_b \omega_b)\} |J \rangle, \quad (2)$$

где θ_a три угла вращения вокруг взаимно перпендикулярных осей, а ω_b определяется скоростью v в преобразованиях Лоренца. В случае, когда $\omega_2 = \omega_3 = 0$, $\text{th}\omega_1 = v$. С другой стороны преобразования, которые соответствуют параллельному переносу в пространстве и сдвигу во времени могут быть представлены в следующем виде:

$$|\Psi \rangle \rightarrow \exp\{-i\hat{H}t\} |\Psi \rangle, \quad |\Psi \rangle \rightarrow \exp\{i\hat{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{x}\} |\Psi \rangle, \quad (3)$$

где \hat{H} – оператор гамильтониана системы, $\hat{\mathbf{P}}_i$ – оператор момента количества движения системы, а Ψ – её волновая функция. \hat{H} , $\hat{\mathbf{P}}_i$, J_a и K_a образуют набор генераторов группы Пуанкаре.

Несложно проверить, что матрицы J_a и K_a удовлетворяют следующей алгебре Ли:

$$[J_a, J_b] = i\varepsilon_{abc} J_c, \quad [J_a, K_b] = i\varepsilon_{abc} K_c, \quad [K_a, K_b] = -i\varepsilon_{abc} J_c, \quad (4)$$

где $a, b, c = 1, 2, 3$. Представляется удобным ввести в рассмотрение линейные комбинации генераторов группы Лоренца $L_a = \frac{1}{2}(J_a + iK_a)$ и $N_a = \frac{1}{2}(J_a - iK_a)$. Поскольку L_a и N_a коммутируют друг с другом, алгебра ”расщепляется”, т. е.

$$[L_a, L_b] = i\varepsilon_{abc} L_c, \quad [N_a, N_b] = i\varepsilon_{abc} N_c, \quad [L_a, N_b] = 0. \quad (5)$$

Для каждой тройки генераторов L_a и N_a алгебра Ли совпадает с алгеброй группы $SU(2)$. Соответственно, есть два оператора Казимира, коммутирующие со всеми генераторами:

$$\mathbf{L}^2 = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2, \quad \mathbf{N}^2 = N_1^2 + N_2^2 + N_3^2. \quad (6)$$

Как следствие, неприводимые представления группы Лоренца характеризуется парой чисел (j_1, j_2) , которые могут быть целыми или полуцелыми. Числа j_1 и j_2 ассоциируются с представлениями двух алгебр $SU(2)$, т.е. j_1 – максимальное собственное значение генератора

L_3 , а j_2 — генератора N_3 . При этом размерность неприводимых представлений каждой из алгебр равна $2j_1 + 1$ и $2j_2 + 1$ соответственно. Представление (j, j) соответствует частице с целым спином $2j$. Простейшее представление $(0, 0)$ отвечает скалярной частице со спином 0. Простейшие спинорные представления $\psi_L = (1/2, 0)$ и $\psi_R = (0, 1/2)$ соответствуют двухкомпонентным комплексным величинам $\psi_L = \psi_\alpha$ и $\psi_R = \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$ ($\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$), которые называются левосторонними и правосторонними вейлевскими спинорами. Эти спинорные представления преобразуются по-разному. Действительно, в фундаментальном представлении $L_a = \frac{1}{2}\sigma_a$ и $N_a = \frac{1}{2}\sigma'_a$, где σ_a и σ'_a — 2×2 матрицы Паули. Тогда в случае $(1/2, 0)$ получаем $J_a = \frac{1}{2}\sigma_a$ и $K_a = -\frac{i}{2}\sigma_a$. Таким образом, ψ_L преобразуется как

$$\psi_L \rightarrow \exp \left\{ i \frac{\sigma_a}{2} \theta_a + \frac{\sigma_b}{2} \omega_b \right\} \psi_L. \quad (7)$$

В случае $(0, 1/2)$ мы имеем $J_a = \frac{1}{2}\sigma'_a$ и $K_a = \frac{i}{2}\sigma'_a$, что приводит

$$\psi_R \rightarrow \exp \left\{ i \frac{\sigma'_a}{2} \theta_a - \frac{\sigma'_b}{2} \omega_b \right\} \psi_R. \quad (8)$$

Можно показать, что $\varepsilon^{\dot{\alpha}\alpha}\psi_\alpha^\dagger$ преобразуется также как $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$, а $\varepsilon_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}\dagger}$ преобразуется также как ψ_α . Представление $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ соответствует массивной дираковской частице со спином $1/2$.

Из шести генераторов группы Лоренца можно сформировать антисимметричный тензор второго ранга $M_{\mu\nu} = -M_{\nu\mu}$, компоненты которого определяются как $K_a = M_{0a}$ и $J_a = \frac{1}{2}\varepsilon_{abc}M_{bc}$. Генераторы группы Пуанкаре $\hat{P}_\mu = (\hat{H}, \hat{\mathbf{P}}_i)$ и $M_{\mu\nu}$ удовлетворяют следующей алгебре Ли:

$$\begin{aligned} [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] &= i (g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} + g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho}), \\ [\hat{P}_\mu, \hat{P}_\nu] &= 0, \quad [M_{\mu\nu}, \hat{P}_\lambda] = i (g_{\nu\lambda}\hat{P}_\mu - g_{\mu\lambda}\hat{P}_\nu). \end{aligned} \quad (9)$$

Генераторы T^a , которые ассоциируются с $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ калибровочной симметрией (т.е, так называемые, внутренние симметрии), коммутируют с генераторами группы Пуанкаре.

В начале 70-х годов прошлого столетия С. Коулменом и Дж. Мандулой была доказана основополагающая теорема о симметрии S-матрицы [17]. Пожалуй одним из важнейших следствий этой теоремы является утверждение о том, что в квантовой теории поля сохраняющиеся операторы могут быть только лоренцевыми векторами, а единственным сохраняющимся тензором второго ранга является тензор энергии импульса. Сохраняющиеся же токи с другими значениями спина невозможны. По сути, это означает, что любая группа симметрии, которая содержит группу Пуанкаре P и группу внутренних симметрий G в качестве своих подгрупп, должна быть прямым произведением этих своих подгрупп $G \times P$, что указывает на невозможность объединения внешних и внутренних симметрий в рамках

теории классических групп. Однако доказательство данной теоремы включает рассмотрение коммутаторов сохраняющихся токов и становится неприменимым для спинорных генераторов, которые естественным образом возникают в градуированных алгебрах Ли и свойства которых определяются антикоммутационными соотношениями. Структура градуированных алгебр Ли может быть представлена в следующем виде:

$$\left[\hat{B}, \hat{B}\right] = \hat{B}, \quad \left[\hat{B}, \hat{F}\right] = \hat{F}, \quad \left\{\hat{F}, \hat{F}\right\} = \hat{B},$$

где \hat{B} и \hat{F} — бозонные и фермионные генераторы. Градуированные алгебры Ли, которые содержат алгебру группы Пуанкаре, называются суперсимметриями. Простейшая $N = 1$ суперсимметрия включает вейлевские спинорные генераторы Q_α и $Q_\alpha^\dagger = \bar{Q}_{\dot{\alpha}}$. Генераторы Q_α и $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ переводят фермионные состояния в бозонные и наоборот, т.е.

$$Q_\alpha |fermion\rangle = |boson\rangle, \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} |boson\rangle = |fermion\rangle.$$

Наряду с алгеброй группы Пуанкаре (9) $N = 1$ супералгебра включает следующие коммутационные и антикоммутационные соотношения:

$$\begin{aligned} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} &= 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \hat{P}_\mu, & \{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0, \\ \left[\hat{P}_\mu, Q_\alpha\right] &= 0, & [M^{\mu\nu}, Q_\alpha] &= -i(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta, \\ \left[\hat{P}^\mu, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\right] &= 0, & [M^{\mu\nu}, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] &= -i(\sigma^{\mu\nu})_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} \bar{Q}_{\dot{\beta}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь и далее используются обозначения:

$$\begin{aligned} \sigma^\mu &= (1, \sigma^i), & \bar{\sigma}^\mu &= (1, -\sigma^i), \\ \sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{4}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu), & \bar{\sigma}^{\mu\nu} &= \frac{1}{4}(\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu - \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu), \\ \chi\psi &= \chi_\alpha \varepsilon^{\alpha\beta} \psi_\beta = \chi^\beta \psi_\beta, & \bar{\psi}\bar{\chi} &= \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\chi}^{\dot{\beta}} = \bar{\psi}_{\dot{\beta}} \bar{\chi}^{\dot{\beta}}, \\ \chi\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi} &= \chi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}, & \bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi &= \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} (\sigma^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha} \partial_\mu \psi_\alpha. \end{aligned}$$

Суперпространство и суперполя. Наиболее явным образом структура $N = 1$ суперсимметричных теорий проявляется в суперпространстве, которое наряду с обычными бозонными координатами x_μ содержит фермионные антикоммутирующие (грассмановы) координаты θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$. Грассмановы координаты θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ преобразуются как двухкомпонентные вейлевские спиноры. При этом

$$\{\theta_\alpha, \theta_\beta\} = 0, \quad \{\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}_{\dot{\beta}}\} = 0, \quad \theta_\alpha^2 = 0, \quad \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}^2 = 0,$$

где $\alpha, \beta, \dot{\alpha}, \dot{\beta} = 1, 2$. Суперсимметричные преобразования, отвечающие параллельному переносу в суперпространстве и сдвигу во времени могут быть представлены в виде, который аналогичен соответствующим преобразованиям в обычном пространстве, т.е.:

$$G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta Q + \bar{\theta} \bar{Q})}. \quad (11)$$

Как следует из формулы (11) спинорные генераторы Q_α и $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ являются генераторами параллельного переноса отвечающего антикоммутирующим координатам. Явный вид суперсимметричных преобразований (11) позволяет установить, что два последовательных параллельных переноса в суперпространстве соответствуют результирующему параллельному переносу, при котором

$$G(x^\mu, \theta, \bar{\theta})G(a^\mu, \xi, \bar{\xi}) = G(x^\mu + a^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}). \quad (12)$$

Это предполагает, что при преобразованиях сдвига в суперпространстве обычные и грассмановы координаты преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_\mu &\rightarrow x_\mu + a_\mu + i\theta\sigma_\mu\bar{\xi} - i\xi\sigma_\mu\bar{\theta}, \\ \theta &\rightarrow \theta + \xi, \\ \bar{\theta} &\rightarrow \bar{\theta} + \bar{\xi}, \end{aligned} \quad (13)$$

где a_μ , ξ и $\bar{\xi}$ определяют сдвиг в суперпространстве. В случае, когда a_μ , ξ и $\bar{\xi}$ зависят от координат, мы приходим к теории с локальной суперсимметрией, т.е. супергравитации (СУГРА).

В то время как обычные поля являются функциями координат и времени, суперполя $S(x, \theta, \bar{\theta})$ зависят также от антикоммутирующих координат θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$. В этом подходе обычные бозонные и фермионные поля возникают как коэффициенты разложения $S(x, \theta, \bar{\theta})$ по степеням θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$. Предполагая, что a_μ , ξ и $\bar{\xi}$ малы, получаем

$$\begin{aligned} S(x^\mu + a^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) &\simeq S(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) + \\ &+ (a^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi})\frac{\partial S}{\partial x^\mu} + \xi^\alpha\frac{\partial S}{\partial\theta^\alpha} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}\frac{\partial S}{\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Сопоставляя выражения (11) и (14), находим

$$P_\mu = i\partial_\mu, \quad iQ_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu, \quad i\bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu. \quad (15)$$

В общем случае разложение $S(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ не может содержать члены с θ^n и $\bar{\theta}^n$, если $n > 2$, поскольку θ_α и $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ — двухкомпонентные грассмановы спиноры. Простейшим представлением $N = 1$ суперсимметрии является скалярное суперполе $S(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$. Однако это представление не является неприводимым представлением. Неприводимые представления $N = 1$ СУСИ алгебры могут быть получены в результате наложения ковариантных условий на $S(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$.

В этой связи представляется целесообразным ввести в рассмотрение производные

$$D_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu, \quad (16)$$

которые антикоммутируют с Q_α и $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ и удовлетворяют следующей алгебре

$$\{D_\alpha, \bar{D}_{\dot{\alpha}}\} = 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu, \quad \{D_\alpha, D_\beta\} = \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, \bar{D}_{\dot{\beta}}\} = 0. \quad (17)$$

Ковариантные производные D_α и $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ могут быть использованы для наложения ковариантных условий на суперполя, поскольку они коммутируют с $\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q}$. В самом деле, если суперполе $\Phi(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ удовлетворяет условию

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) = 0, \quad (18)$$

то и после преобразования (11) соответствующее суперполе удовлетворяет условию (18). Суперполе, которое удовлетворяет условию (18), называется киральным суперполем. Следует отметить, что любое суперполе, которое зависит только от θ и $y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$, удовлетворяет условию (18). Раскладывая $\Phi(y^\mu, \theta)$ по θ , получаем

$$\begin{aligned} \Phi(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) &= \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) = \\ &= \phi(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) + (\theta\theta)F(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu\phi(x) \\ &\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)(\partial_\mu\psi(x)\sigma^\mu\bar{\theta}) - \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\partial_\mu\partial^\mu\phi(x). \end{aligned} \quad (19)$$

где ϕ — комплексное скалярное поле, F — вспомогательное поле, которое не имеет кинетических слагаемых и не описывает динамические степени свободы, ψ — левостороннее вейлевское спинорное поле. Коэффициенты в разложении (19), т.е. ϕ , F и ψ , называются компонентами суперполя. Поля $\phi(x)$ и $\psi(x)$ обычно называют суперпартнёрами. Из разложения (19) в частности следует, что киральное суперполе имеет одинаковое число бозонных и фермионных степеней свободы. Аналогично можно построить антикиральное (комплексно сопряженное) суперполе $\Phi^\dagger(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$, которое удовлетворяет условию

$$D_\alpha\Phi^\dagger(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) = 0. \quad (20)$$

Поскольку $\Phi(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ содержит левостороннее вейлевское спинорное поле ψ , в то время как разложение $\Phi^\dagger(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ включает в себя правостороннее вейлевское спинорное поле $\bar{\psi}$, $\Phi(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ и $\Phi^\dagger(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ также иногда называют левосторонним и правосторонним киральными суперполями. Так как D_α и $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ являются линейными дифференциальными операторами, любое произведение киральных суперполей удовлетворяет условию (18), т.е. является киральным суперполем. В свою очередь любое произведение антикиральных суперполей является антикиральным суперполем, т.е. удовлетворяет условию (20). Для произвольной функции киральных суперполей получаем следующее полезное соотношение

$$\begin{aligned} W(\Phi_k) &= W(\phi_k + \sqrt{2}\theta\psi_k + \theta\theta F_k) = W(\phi_k) + \frac{\partial W(\phi_k)}{\partial\phi_i}\sqrt{2}\theta\psi_i \\ &\quad + \theta\theta\left(\frac{\partial W(\phi_k)}{\partial\phi_i}F_i - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 W(\phi_k)}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\psi_i\psi_j\right). \end{aligned} \quad (21)$$

СУСИ преобразования кирального суперполя (11) приводят к преобразованию компонент этого поля. При инфинитезимальных СУСИ преобразованиях

$$\begin{aligned} \Phi &\rightarrow \Phi + \delta\Phi, \\ \delta\Phi &= i(\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q})\Phi = \delta\phi(x) + \sqrt{2}\theta\delta\psi(x) + (\theta\theta)\delta F(x) + \dots \end{aligned} \quad (22)$$

Используя явные выражения для Q и \bar{Q} (15), находим

$$\begin{aligned}\delta\phi &= \sqrt{2}\xi\psi, \\ \delta\psi &= i\sqrt{2}\sigma^\mu\bar{\xi}\partial_\mu\phi + \sqrt{2}\xi F, \\ \delta F &= i\sqrt{2}\partial_\mu\psi\sigma^\mu\bar{\xi}.\end{aligned}\tag{23}$$

Важно отметить, что изменение F компоненты суперполя пропорционально 4-дивергенции 4-вектора $\psi\sigma^\mu\bar{\xi}$. Поэтому эту компоненту кирального суперполя удобно использовать для построения лагранжианов суперсимметричных теорий.

Нетрудно показать, что произведение кирального и антикирального суперполей не является ни киральным ни антикиральным суперполем. Действительно,

$$\begin{aligned}\tilde{V}(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) &= \Phi_i^\dagger(y, \theta)\Phi_j(y, \theta) = \phi_i^\dagger(y)\phi_j(y) + \sqrt{2}(\theta\psi_j(y))\phi_i^\dagger(y) + \\ &\sqrt{2}(\bar{\theta}\bar{\psi}_i(y))\phi_j(y) + 2(\bar{\theta}\bar{\psi}_i(y))(\theta\psi_j(y)) + F_j(y)\phi_i^\dagger(y)(\theta\theta) + \\ &F_i^\dagger(y)\phi_j(y)(\bar{\theta}\bar{\theta}) + \sqrt{2}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\psi}_i(y))F_j(y) + \\ &\sqrt{2}(\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\psi_j(y))F_i^\dagger(y) + (\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\theta)F_i^\dagger(y)F_j(y)\end{aligned}\tag{24}$$

$\tilde{V}(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ не удовлетворяет ни условию (18) ни условию (20) и не сводится к выражению (19). В то же самое время

$$\tilde{V}(x^\mu, \theta, \bar{\theta}) = \tilde{V}^\dagger(x^\mu, \theta, \bar{\theta}).\tag{25}$$

Соотношение (25) остаётся неизменным при СУСИ преобразованиях. Суперполя, которые удовлетворяют условию (25), называются векторными суперполями. Следует обратить внимание, что коэффициент при $(\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\theta)$ пропорционален $F_i^\dagger F_j$. Это указывает на то, что соответствующая компонента векторного суперполя является ещё одним вспомогательным полем, которое не имеет кинетических слагаемых и не описывает динамические степени свободы. Данная компонента векторного суперполя обычно называется D . Разлагая поля $\phi_i^\dagger(y)$, $\phi_j(y)$, $\bar{\psi}_i(y)$, $\psi_j(y)$, $F_i^\dagger(y)$ и $F_j(y)$ по степеням θ и $\bar{\theta}$, получаем полное выражение для коэффициента при $(\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\theta)$, которое имеет следующий вид

$$\begin{aligned}\left[\Phi_i^\dagger\Phi_j\right]_D &= F_i^\dagger F_j + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_i^\dagger\partial^\mu\phi_j - \frac{1}{4}\phi_i^\dagger\partial_\mu\partial^\mu\phi_j - \frac{1}{4}(\partial_\mu\partial^\mu\phi_i^\dagger)\phi_j \\ &+ \frac{i}{2}\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_j - \frac{i}{2}(\partial_\mu\bar{\psi}_i)\bar{\sigma}^\mu\psi_j.\end{aligned}\tag{26}$$

В наиболее общем случае векторное суперполе $V(x, \theta, \bar{\theta})$ может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned}V(x, \theta, \bar{\theta}) &= C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \frac{i}{2}\theta\theta[M(x) + iN(x)] \\ &- \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}[M(x) - iN(x)] - \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) \\ &+ i\theta\theta\bar{\theta}\left[\bar{\lambda}(x) + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\chi(x)\right] - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left[\lambda(x) + \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\chi}(x)\right]\end{aligned}\tag{27}$$

$$+\frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[D(x)-\frac{1}{2}\partial_\mu\partial^\mu C(x)\right],$$

где $C(x)$, $M(x)$, $N(x)$, $D(x)$ — действительные скалярные поля, χ и λ — вейлевские спинорные поля и V_μ — действительное векторное поле. Действительное векторное поле V_μ может выступать в роли калибровочного бозона. При этом нетрудно убедиться в том, что векторное суперполе $V(x, \theta, \bar{\theta})$ является безразмерным.

Хорошо известно, что лагранжиан КЭД остается инвариантным по отношению к преобразованиям векторного поля $V_\mu \rightarrow V_\mu - \partial_\mu\omega$. В суперсимметричном обобщении КЭД V_μ и ω должны быть соответствующими компонентами суперполей. Поскольку выражение для калибровочных преобразований должно содержать суперполя естественно ожидать, что ω является компонентой линейной суперпозиции кирального и антикирального суперполей которая преобразуется как векторное суперполе. Одной из таких возможных линейных комбинаций $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ и $\Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})$ является

$$\begin{aligned} V'(x, \theta, \bar{\theta}) &= i(\Phi - \Phi^\dagger) = i(\phi(x) - \phi^\dagger(x)) + i\sqrt{2}(\theta\psi(x) - \bar{\theta}\bar{\psi}(x)) \\ &+ i(\theta\theta F(x) - \bar{\theta}\bar{\theta}F^\dagger(x)) - (\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu(\phi(x) + \phi^\dagger(x)) \\ &- \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\partial_\mu\psi(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\theta)\partial_\mu\bar{\psi}(x) \\ &- \frac{i}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\partial_\mu\partial^\mu(\phi(x) - \phi^\dagger(x)). \end{aligned} \quad (28)$$

Если при $U(1)$ калибровочных преобразованиях $V(x, \theta, \bar{\theta})$ преобразуется как

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) \rightarrow V(x, \theta, \bar{\theta}) + i\left[\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) - \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})\right], \quad (29)$$

то тогда компоненты этого векторного суперполя изменяются следующим образом

$$\begin{aligned} C(x) &\rightarrow C(x) + i(\phi(x) - \phi^\dagger(x)), \\ \chi(x) &\rightarrow \chi(x) + \sqrt{2}\psi(x), \\ M(x) + iN(x) &\rightarrow M(x) + iN(x) + 2F(x), \\ V_\mu(x) &\rightarrow V_\mu(x) - \partial_\mu(\phi(x) + \phi^\dagger(x)), \\ \lambda(x) &\rightarrow \lambda(x), \quad D(x) \rightarrow D(x). \end{aligned} \quad (30)$$

Преобразования (30) указывают на то, что $U(1)$ калибровочное поле преобразуется также как в КЭД. Таким образом, преобразования (30) можно рассматривать как суперсимметричное обобщение калибровочных преобразований в СУСИ КЭД. Более того несложно убедиться в том, что при надлежащем выборе $(\phi(x) - \phi^\dagger(x))$, $\psi(x)$ и $F(x)$ поля $C(x)$, $M(x)$, $N(x)$ и $\chi(x)$ можно занулить, т.е. эти поля не являются физическими степенями свободы. В этой калибровке, которая называется калибровкой Весса–Зумино [18], векторное суперполе можно представить в виде

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = -\theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + i\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x). \quad (31)$$

В калибровке Весса–Зумино поля $\lambda(x)$ и $D(x)$ являются калибровочно–инвариантными, тогда как $V_\mu(x)$ преобразуется также как в обычном КЭД. Если $V_\mu(x)$ ассоциируется с калибровочным полем, то его суперпартнер $\lambda(x)$ обычно называется калибрино. Все члены с $V^n(x, \theta, \bar{\theta})$ при $n > 2$ зануляются в данной калибровке, а

$$V^2(x, \theta, \bar{\theta}) = \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} V_\mu(x) V^\mu(x).$$

При инфинитезимальных СУСИ преобразованиях векторное суперполе преобразуется следующим образом

$$V \rightarrow V + \delta V, \quad \delta V = i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q})V. \quad (32)$$

Используя явные выражения для Q и \bar{Q} (15), находим

$$\begin{aligned} \delta \lambda_\alpha &= -i D \xi_\alpha - \frac{1}{2} (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_\alpha^\beta \xi_\beta V_{\mu\nu}, \\ \delta V^\mu &= i(\xi \sigma^\mu \bar{\lambda} - \lambda \sigma^\mu \bar{\xi}) - \partial^\mu (\xi \chi + \bar{\xi} \bar{\chi}), \\ \delta D &= \partial_\mu (-\xi \sigma^\mu \bar{\lambda} + \lambda \sigma^\mu \bar{\xi}), \end{aligned} \quad (33)$$

где $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$. Преобразования (33) приводят к тому, что

$$\delta V^{\mu\nu} = i \partial^\mu (\xi \sigma^\nu \bar{\lambda} - \lambda \sigma^\nu \bar{\xi}) - i \partial^\nu (\xi \sigma^\mu \bar{\lambda} - \lambda \sigma^\mu \bar{\xi}), \quad (34)$$

т.е. $\delta V^{\mu\nu}$ не зависит от вейлевского спинорного поля χ . Более того преобразования (33)–(34) предполагают, что поля $V_{\mu\nu}$, λ и D образуют неприводимое представление $N = 1$ супералгебры. Следует опять–таки отметить, что изменение D компоненты векторного суперполя пропорционально 4-дивергенции 4-вектора $(-\xi \sigma^\mu \bar{\lambda} + \lambda \sigma^\mu \bar{\xi})$.

Лагранжиан СУСИ моделей. Поскольку члены пропорциональные 4-дивергенции 4-вектора, будучи преобразованными по теореме Гаусса, исчезают при интегрировании по всему пространству, F компоненты киральных суперполей и D компоненты векторных суперполей можно использовать для построения лагранжианов суперсимметричных теорий. Другими словами, лагранжиан, который инвариантен по отношению к СУСИ преобразованиям, можно представить в виде суммы

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_F, \quad (35)$$

где \mathcal{L}_F и \mathcal{L}_D соответствуют вкладу F и D -членов. В отсутствие калибровочных взаимодействий лагранжиан (35) имеет вид:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_F = \sum_i \left[\Phi_i^\dagger \Phi_i \right]_D + \left([W(\Phi_k)]_F + h.c. \right), \quad (36)$$

где функция $W(\Phi_k)$ называется суперпотенциалом. Для того чтобы СУСИ теория была перенормируемой в $W(\Phi_k)$ должны входить только члены линейные, квадратичные и кубичные по киральным суперполям, т.е.

$$W(\Phi_k) = a_i \Phi_i + \frac{1}{2} \mu_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k. \quad (37)$$

В выражении (37) и далее по повторяющимся индексам предполагается суммирование. Суперпотенциал (37) может содержать только произведения киральных суперполей и не может включать такие слагаемые как $\Phi_i \Phi_j^\dagger$ и $\Phi_i \Phi_j \Phi_k^\dagger$, так как эти члены приведут к появлению дополнительных компонент суперполей, которые не возникают в разложении киральных суперполей, что в свою очередь приведёт к нарушению инвариантности $\theta\theta$ компоненты суперпотенциала по отношению к СУСИ преобразованиям.

Первое слагаемое в выражении (36) приводит к обычным кинетическим членам для компонент киральных суперполей и $F_i^\dagger F_i$ (см. также (26)). Более сложные произведения киральных и антикиральных суперполей такие как $\Phi_i \Phi_j \Phi_k^\dagger$ и $\Phi_i \Phi_j \Phi_k^\dagger \Phi_l^\dagger$ приводят к появлению неперенормируемых взаимодействий. Подставляя явные выражения (26) и (21) для $\left[\Phi_i^\dagger \Phi_i \right]_D$ и $[W(\Phi_k)]_F$, находим

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \partial_\mu \phi_i^\dagger \partial^\mu \phi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^\dagger F_i \\ & + \left(\frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi_k)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c. \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Лагранжиан (38) не содержит производных вспомогательных полей F_i . Поэтому уравнения движения для полей F_i и F_i^\dagger сводятся к алгебраическим уравнениям, т.е.

$$F_i^\dagger = - \frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i}. \quad (39)$$

Последнее уравнение может быть использовано, чтобы исключить вспомогательные поля F_i . Используя уравнение (39), получаем

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi_i^\dagger \partial^\mu \phi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - V(\phi_k) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 W(\phi_k)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c. \right), \quad (40)$$

$$V(\phi_k) = \sum_i F_i^\dagger F_i = \sum_i \left| \frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i} \right|^2. \quad (41)$$

Как следует из уравнения (41) в СУСИ моделях потенциал скалярных полей является положительно определённым. Более того константы, определяющие взаимодействие скалярных полей в потенциале (41) однозначно связаны с юкавскими константами.

Лагранжиан (35) может быть представлен как интеграл по антикоммутирующим координатам θ и $\bar{\theta}$. Интегрирование по θ и $\bar{\theta}$ определяется следующим образом

$$\int d\theta^\alpha = \int d\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = 0, \quad \int d\theta^\beta \theta^\alpha = \int d\bar{\theta}^{\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = \delta_{\alpha\beta}, \quad (42)$$

что приводит

$$\int d^2\theta \theta^2 = \int d^2\bar{\theta} \bar{\theta}^2 = 1, \quad (43)$$

где

$$d^2\theta = -\frac{1}{4} d\theta^\alpha d\theta_\alpha, \quad d^2\bar{\theta} = -\frac{1}{4} d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} d\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \quad d^4\theta = d^2\theta d^2\bar{\theta}$$

Правила интегрирования (42)–(43) позволяют проинтегрировать произвольную функцию переменных θ и $\bar{\theta}$. С учётом правил интегрирования по θ и $\bar{\theta}$ лагранжиан (36) может быть записан в следующем виде

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta \sum_i \Phi_i^\dagger \Phi_i + \left(\int d^2\theta W(\Phi_k) + h.c. \right). \quad (44)$$

Теперь перейдём к рассмотрению простейшего суперсимметричного обобщения квантовой электродинамики (КЭД). В обычной КЭД тензор напряженности электромагнитного поля $V_{\mu\nu}$ определяется через частные производные 4-потенциала V_μ , т.е. $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$. В СУСИ КЭД более целесообразно использовать ковариантные производные D_α и $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ для построения соответствующего суперполя. Поскольку $\lambda, \bar{\lambda}, V_{\mu\nu}$ и D образуют неприводимое представление $N = 1$ супералгебры и эти поля не меняются при калибровочных преобразованиях, они могут быть компонентами суперполя, которое является суперсимметричным обобщением $V_{\mu\nu}$ в КЭД. При этом из соображений размерности естественно ожидать, что разложения суперполей по степеням грасмановых координат должно начинаться с λ_α . Суперполе такого типа может быть получено при действии трех ковариантных производных на векторное суперполе V , т.е.

$$W_\alpha(y, \theta) = \bar{D}^2 D_\alpha V = 4i\lambda_\alpha(y) - \theta_\beta \left[4\delta_\alpha^\beta D(y) + 2i(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)^\beta_\alpha V_{\mu\nu}(y) \right] \quad (45)$$

$$+ 4\theta^2 \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(y),$$

где $\bar{D}^2 = \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{D}^{\dot{\alpha}}$. $W_\alpha(y, \theta)$ является спинорным киральным суперполем, так как $\bar{D}_{\dot{\beta}} W_\alpha = 0$. С другой стороны $W^\alpha W_\alpha$ — киральное скалярное суперполе. F компонента этого поля инвариантна по отношению к преобразованиям Лоренца и включает в себя

$$\frac{1}{32} [W^\alpha W_\alpha]_F = -\frac{1}{4} V^{\mu\nu} V_{\mu\nu} + i\lambda\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} - \frac{i}{8} V^{\mu\nu} V^{\rho\sigma} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} + \frac{1}{2} D^2. \quad (46)$$

Выражение (46) следует рассматривать как суперсимметричное обобщение кинетического члена $U(1)$ калибровочного поля в КЭД, т.е. $-\frac{1}{4} V^{\mu\nu} V_{\mu\nu}$. По этой причине F компонента кирального суперполя является важной составной частью лагранжианов СУСИ теорий.

Суперсимметричное обобщение КЭД также должно описывать взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным полем. При этом, как и в обычном КЭД, соответствующий лагранжиан взаимодействия может быть получен посредством модификации кинетических членов. В СУСИ моделях кинетические члены для скалярных и фермионных полей возникают в результате включения в лагранжиан D компоненты суперполя $\Phi_i^\dagger \Phi_i$. Если предположить, что киральные суперполя преобразуются при калибровочных $U(1)$ преобразованиях также как в обычном КЭД, т.е.

$$\Phi_i \rightarrow e^{-2iq_i\Lambda} \Phi_i, \quad \Phi_i^\dagger \rightarrow \Phi_i^\dagger e^{2iq_i\Lambda^\dagger}, \quad (47)$$

где Λ — киральное суперполе, которое ассоциируется с $U(1)$ калибровочными преобразованиями, и q_i — $U(1)$ заряды бозонных и фермионных компонент кирального суперполя Φ_i , то тогда калибровочные преобразования (29)–(30) указывают на то, что суперполе $\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i$ остается неизменным при $U(1)$ калибровочных преобразованиях. В калибровке Весса–Зумино

$$e^{2q_i V} = 1 + 2q_i V + 2q_i^2 V^2, \quad (48)$$

так как $V^n = 0$ при $n > 2$. Используя разложение (48), находим

$$\left[\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \right]_D = (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^\dagger F_i + i \sqrt{2} q_i (\phi_i^\dagger \psi_i \lambda - \phi_i \bar{\psi}_i \bar{\lambda}) + q_i \phi_i^\dagger \phi_i D, \quad (49)$$

где $D^\mu = \partial^\mu + i q_i V^\mu$. Сопоставляя выражения (38) и (49), несложно заметить, что, как и в случае обычного КЭД, учет взаимодействия с $U(1)$ калибровочным полем приводит к замене частных производных ∂^μ на D^μ . Полный лагранжиан СУСИ КЭД может быть представлен в следующем виде:

$$\mathcal{L}_{abel} = \frac{1}{32} \int d^2\theta W^\alpha W_\alpha + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i + \left(\int d^2\theta W_{abel}(\Phi_k) + h.c. \right), \quad (50)$$

где суперпотенциал

$$W_{abel}(\Phi_k) = \frac{1}{2} m_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k, \quad (51)$$

инвариантен по отношению к $U(1)$ калибровочным преобразованиям. Поскольку предполагается, что все суперполя имеют ненулевые $U(1)$ заряды, линейные по киральным супер полям члены в суперпотенциале запрещены калибровочной симметрией. Из выражений (46) и (49) следует, что лагранжиан СУСИ КЭД наряду с безмассовым калибровочным полем содержит безмассовый майорановский фермион — калибрино. Калибрино взаимодействует с заряженными фермионами и их скалярными суперпартнерами. Причём соответствующая юкавская константа пропорциональна электрическому заряду бозонной и фермионной компонент кирального суперполя.

В случае неабелевых калибровочных теорий калибровочные поля образуют представление неабелевой группы G . Поэтому вместо векторного суперполя V следует ввести в рассмотрение набор суперполей $V^a t^a$, где

$$\begin{aligned} V^a(x, \theta, \bar{\theta}) &= C^a(x) + i\theta \chi^a(x) - i\bar{\theta} \bar{\chi}^a(x) + \frac{i}{2} \theta \theta [M^a(x) + iN^a(x)] \\ &\quad - \frac{i}{2} \bar{\theta} \bar{\theta} [M^a(x) - iN^a(x)] - \theta \sigma^\mu \bar{\theta} V_\mu^a(x) \\ &\quad + i\theta \theta \bar{\theta} \left[\bar{\lambda}^a(x) + \frac{i}{2} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi^a(x) \right] - i\bar{\theta} \bar{\theta} \theta \left[\lambda^a(x) + \frac{i}{2} \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}^a(x) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \left[D^a(x) - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C^a(x) \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

В случае суперсимметричного обобщения квантовой хромодинамики (КХД) $V_\mu^a(x)$ и $\lambda^a(x)$ соответствуют глюонам и их суперпартнёрам (глюино), которые образуют присоединенное представление группы $SU(3)$. Матрицы t^a играют роль генераторов неабелевой группы G , которые удовлетворяют следующей алгебре:

$$\left[t^a, t^b \right] = if^{abc}t^c, \quad (53)$$

где f^{abc} — структурные константы группы. Если мультиплеты киральных суперполей преобразуются при неабелевых калибровочных преобразованиях также как в обычных неабелевых теориях, т.е.

$$\Phi_i \rightarrow e^{-2igt^a\Lambda^a} \Phi_i, \quad \Phi_i^\dagger \rightarrow \Phi_i^\dagger e^{2igt^a\Lambda^{a\dagger}}, \quad (54)$$

где Λ^a — киральные суперполя, которые ассоциируются с неабелевыми калибровочными преобразованиями, и g — соответствующая калибровочная константа, то тогда взаимодействие векторных суперполей V^a с киральными суперполями Φ_i описывается D компонентой суперполя $\Phi_i^\dagger e^{2gt^aV^a} \Phi_i$. Это суперполе не меняется при неабелевых калибровочных преобразованиях, если

$$e^{2gV^at^a} \rightarrow e^{-2igt^a\Lambda^{a\dagger}} e^{2gV^at^a} e^{2igt^a\Lambda^a}. \quad (55)$$

Преобразования (55) следует рассматривать в качестве неабелевого обобщения калибровочных преобразований (29)–(30). В то же самое время преобразования (55) не сводятся к абелевым калибровочным преобразованиям (29)–(30), так как генераторы неабелевой калибровочной группы не коммутируют. При инфинитезимальных преобразованиях, получаем

$$\begin{aligned} \hat{V} &\rightarrow \hat{V} + \delta\hat{V}, \\ \delta\hat{V} &= i(\hat{\Lambda} - \hat{\Lambda}^\dagger) + i\left[\hat{V}, \hat{\Lambda} + \hat{\Lambda}^\dagger\right] + \frac{i}{3}\left[\hat{V}, \left[\hat{V}, \hat{\Lambda} - \hat{\Lambda}^\dagger\right]\right] + \dots, \end{aligned} \quad (56)$$

где $\hat{V} = gV^at^a$ и $\hat{\Lambda} = g\Lambda^at^a$. Выражение для $\delta\hat{V}$ содержит бесконечное число членов. При этом нетрудно видеть, что первые два члена в этом выражении приводят к преобразованиям неабелевого 4-вектор потенциала

$$V_\mu^a \rightarrow V_\mu^a + \partial_\mu(\omega^a + \omega^{a\dagger}) + gf^{abc}(\omega^b + \omega^{b\dagger})V_\mu^c, \quad (57)$$

где ω^a — скалярная компонента кирального суперполя Λ^a , которые аналогичны преобразованиям 4-вектор потенциала в КХД. Калибровочные преобразования неабелевых полей (56) однозначно указывают на то, что $\hat{\Lambda}$ и $\hat{\Lambda}^\dagger$ могут быть выбраны таким образом, что C^a , χ^a , M^a и N^a компоненты векторных суперполей V^a зануляются. В этой калибровке (калибровка Весса–Зумино)

$$V^a(x, \theta, \bar{\theta}) = \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu^a(x) + i\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}^a(x) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda^a(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D^a(x). \quad (58)$$

Теперь, по аналогии с (45) можно построить суперсимметричное обобщение тензора напряженности неабелевого калибровочного поля. Неабелевые калибровочные преобразования

(55)–(56) предполагают, что при построении W_α^a целесообразно использовать $e^{2g\hat{V}}$ вместо V . Если

$$\hat{W}_\alpha = \frac{1}{2g} \bar{D}^2 e^{-2\hat{V}} D_\alpha e^{2\hat{V}}, \quad \hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger = -\frac{1}{2g} D^2 e^{2\hat{V}} \bar{D}_{\dot{\alpha}} e^{-2\hat{V}}, \quad (59)$$

то тогда \hat{W}_α и $\hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger$ преобразуются при неабелевых калибровочных преобразованиях следующим образом:

$$\hat{W}_\alpha \rightarrow e^{-2i\hat{\Lambda}} \hat{W}_\alpha e^{2i\hat{\Lambda}}, \quad \hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger \rightarrow e^{-2i\hat{\Lambda}^\dagger} \hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger e^{2i\hat{\Lambda}^\dagger}, \quad (60)$$

где $\hat{W}_\alpha = W_\alpha^{a\hat{t}a}$ и $\hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger = W_{\dot{\alpha}}^{a\hat{t}a}$. Суперполя

$$\text{Tr} \hat{W}^\alpha \hat{W}_\alpha = \frac{1}{2} W^{a\alpha} W_\alpha^a, \quad \text{Tr} \hat{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger \hat{W}^{\dot{\alpha}\dagger} = \frac{1}{2} W_{\dot{\alpha}}^{a\dagger} W^{a\dot{\alpha}}$$

остаются неизменными при калибровочных преобразованиях (60). Раскладывая выражение для \hat{W}_α (59) по степеням V , получаем

$$W_\alpha = \frac{1}{g} \bar{D}^2 (D_\alpha V + [D_\alpha V, V] + \dots). \quad (61)$$

Поскольку в калибровке Весса–Зумино только два первых члена в разложении (61) отличны от нуля, находим

$$W_\alpha^a = \bar{D}^2 D_\alpha V^a + ig f^{abc} \bar{D}^2 (D_\alpha V^b) V^c. \quad (62)$$

В пределе $f^{abc} \rightarrow 0$ выражение для W_α^a (62) сводится к определению W_α (45) в СУСИ КЭД. Как и в случае суперсимметричного обобщения КЭД λ^a , $\bar{\lambda}^a$, $V_{\mu\nu}^a$ и D^a являются компонентами кирального суперполя $W_\alpha^a(y, \theta)$, т.е.

$$\begin{aligned} W_\alpha^a(y, \theta) &= 4i\lambda_\alpha^a(y) + \theta_\beta \left[4\delta_\alpha^\beta D^a(y) + 2i(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_\alpha^\beta V_{\mu\nu}^a(y) \right] \\ &+ 4\theta^2 \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu D_\mu \bar{\lambda}^{a\dot{\alpha}}(y), \end{aligned} \quad (63)$$

где

$$V_{\mu\nu}^a = \partial_\mu V_\nu^a - \partial_\nu V_\mu^a - gf^{abc} V_\mu^b V_\nu^c, \quad D_\mu \bar{\lambda}^{a\dot{\alpha}} = \partial_\mu \bar{\lambda}^{a\dot{\alpha}} - gf^{abc} V_\mu^b \bar{\lambda}^{c\dot{\alpha}}. \quad (64)$$

Из определения \hat{W}_α (59) и выражения (63) следует, что $W_\alpha^a(y, \theta)$ являются спинорными киральными суперполями. С другой стороны, $W^{a\alpha} W_\alpha^a$ и $W_{\dot{\alpha}}^{a\dagger} W^{a\dot{\alpha}\dagger}$ представляют собой скалярные киральные суперполя, которые инвариантны по отношению к неабелевым калибровочным преобразованиям (55)–(56). Поэтому F компоненты этих суперполей можно использовать для построения лагранжианов СУСИ КЭД и других суперсимметричных теорий с неабелевой калибровочной симметрией. В калибровке Весса–Зумино, находим

$$\frac{1}{64} \left[(W^{a\alpha} W_\alpha^a) + (W_{\dot{\alpha}}^{a\dagger} W^{a\dot{\alpha}\dagger}) \right]_F = -\frac{1}{4} V_{\mu\nu}^a V^{a\mu\nu} + i\lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a + \frac{1}{2} D^a D^a. \quad (65)$$

Выражение (65) следует рассматривать как суперсимметричное обобщение кинетического члена неабелевых калибровочных полей, т.е. $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$.

Полный лагранжиан суперсимметричных моделей с неабелевой калибровочной симметрией G может быть представлен в следующем виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_G = & \frac{1}{32} \int d^2\theta \operatorname{Tr} W^\alpha W_\alpha + \frac{1}{32} \int d^2\bar{\theta} \operatorname{Tr} W^{\dagger\alpha} W_\alpha^\dagger \\ & + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi_i^\dagger e^{2V} \Phi_i + \left(\int d^2\theta W_G(\Phi_k) + h.c. \right), \end{aligned} \quad (66)$$

где $W_G(\Phi_k)$ — суперпотенциал рассматриваемой СУСИ модели, который должен быть инвариантен по отношению к преобразованиям неабелевой симметрии G . Как отмечалось ранее, перенормируемость суперсимметричных моделей накладывает определённые ограничения на лагранжианы этих моделей. В частности, суперпотенциал $W_G(\Phi_k)$ может содержать только члены линейные, квадратичные и кубичные по киральным суперполям. Первый и второй члены в лагранжиане (66) включают в себя не только кинетические члены калибровочных полей и их суперпартнеров, но и члены отвечающие взаимодействию калибрино и калибровочных бозонов, а также калибровочных бозонов между собой. В этом состоит одно из главных отличий суперсимметричных теорий с неабелевой калибровочной симметрией от СУСИ КЭД. Третий член в лагранжиане (66) содержит кинетические члены бозонных и фермионных компонент киральных суперполей Φ_i , а также члены соответствующие взаимодействию этих полей с калибровочными бозонами и их суперпартнерами. СУСИ модели могут содержать несколько мультиплетов киральных суперполей Φ_i , которые могут образовывать различные представления неабелевой калибровочной группы G . Каждому из таких представлений ставится в соответствие определенный набор генераторов t_a , который определяет взаимодействие бозонных и фермионных компонент Φ_i с калибровочными полями и их суперпартнерами. Наконец, последний член в лагранжиане (66) приводит к юкавскому взаимодействию бозонных и фермионных компонент Φ_i .

Лагранжиан (66) может быть также переписан в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_G = & -\frac{1}{4}V_{\mu\nu}^a V^{a\mu\nu} + i\lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a + \frac{1}{2}D^a D^a + (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) \\ & + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^\dagger F_i + i\sqrt{2}g (\phi_i^\dagger t^a \lambda^a \psi_i - \phi_i \bar{\psi}_i t^a \bar{\lambda}^a) \\ & + g \phi_i^\dagger t^a D^a \phi_i + \left(\frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi_k)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c. \right), \end{aligned} \quad (67)$$

где

$$D_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i + ig t^a V_\mu^a \phi_i, \quad D_\mu \psi_i = \partial_\mu \psi_i + ig t^a V_\mu^a \psi_i.$$

Как и прежде, лагранжиан (67) не содержит кинетических членов для вспомогательных полей F_i и D^a , что позволяет исключить их, используя алгебраические уравнения движения

для этих полей

$$F_i^\dagger = -\frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i}, \quad D^a = -\sum_i g \phi_i^\dagger T^a \phi_i. \quad (68)$$

Подставляя F_i^\dagger и D^a обратно в выражение для лагранжиана (67), находим

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_G &= -\frac{1}{4} V_{\mu\nu}^a V^{a\mu\nu} + i\lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a + (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) \\ &+ i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + i\sqrt{2}g (\phi_i^\dagger T^a \lambda^a \psi_i - \phi_i \bar{\psi}_i T^a \bar{\lambda}^a) \\ &- \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi_k)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c. \right) - V(\phi_k), \end{aligned} \quad (69)$$

где потенциал взаимодействия скалярных полей складывается из вкладов F и D -членов

$$V(\phi_k) = \sum_i F_i^\dagger F_i + \sum_a \frac{1}{2} (D^a)^2 = \sum_i \left| \frac{\partial W(\phi_k)}{\partial \phi_i} \right|^2 + \frac{g^2}{2} \sum_a \left(\sum_i \phi_i^\dagger T^a \phi_i \right)^2. \quad (70)$$

В случае СУСИ КЭД вклад D -членов в потенциале взаимодействия скалярных полей (70) нужно заменить на

$$\sum_a \frac{1}{2} (D^a)^2 \rightarrow \frac{1}{2} D^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_i g_i \phi_i^\dagger \phi_i \right)^2,$$

где D — соответствующая компонента векторного суперполя V . Из выражения (70) непосредственно следует, что $V(\phi_k)$ является положительно определенной величиной. Приведенные выше результаты показывают, что лагранжиан СУСИ модели полностью определяется набором мультиплетов киральных суперполей, суперпотенциалом и структурой калибровочных взаимодействий в рассматриваемой модели.

Степень разработанности темы исследований. Спустя всего несколько лет после того, как суперсимметрия была предложена [19]–[21], стало понятно, что теории с локальной суперсимметрией (теории супергравитации) приводят к частичному объединению калибровочных и гравитационного взаимодействий [22]–[24]. Обсуждение различных аспектов суперсимметричных теорий можно найти в целом ряде книг [25]–[30], обзоров [31]–[39] и курсов лекций [40]–[55].

Как уже отмечалось, суперсимметрия предполагает, что в каждом супермультиплете имеется одинаковое число бозонных и фермионных степеней свободы. Другими словами, каждому фермиону отвечает в СУСИ теориях бозон и наоборот. Таким образом, в рамках суперсимметрии происходит естественное объединение частиц с различными спинами, которое, в свою очередь, приводит к точному сокращению квадратичных расходимостей. Действительно, в $N = 1$ суперсимметрии каждой квадратично расходящейся фермионной петле соответствует квадратично расходящаяся бозонная петля, которые сокращают друг друга. Данное сокращение обусловлено определёнными соотношениями между безразмерными константами

бозон–фермионного и бозон–бозонного взаимодействий, которые возникают в СУСИ моделях. В частности, к сокращению квадратичных расходимостей приводят соотношения между калибровочными константами и юкавскими константами, определяющими взаимодействие калибрино с бозонными и фермионными компонентами киральных суперполей.

Однако суперсимметрия также приводит к бозе–фермиевскому вырождению спектра. Это означает, что массы наблюдаемых частиц и их суперпартнеров в пределе точной суперсимметрии совпадают. Последнее явно противоречит экспериментальным данным. По этой причине, суперсимметрия должна быть нарушена.

В этой связи весьма привлекательными, на первый взгляд, представляются теории со спонтанным нарушением глобальной суперсимметрии. Лагранжиан таких теорий инвариантен по отношению к глобальным преобразованиям суперсимметрии, однако основное состояние (т.е. вакуум) не является суперсимметричным. Из СУСИ алгебры (10) следует, что пока вакуум теории суперсимметричен, его энергия равна нулю. Если же энергия основного состояния больше нуля, то суперсимметрия нарушена. Таким образом, основное состояние не является суперсимметричным тогда и только тогда, когда энергия вакуума больше нуля, т.е. $\langle V(\phi_k) \rangle > 0$. Это может произойти только в том случае, если хотя бы один из F или D -членов приобретёт неравное нулю среднее по вакууму. Действительно, поскольку потенциал взаимодействия скалярных полей (70) является положительно определенной величиной его глобальный минимум достигается при

$$\langle F_i \rangle = \langle D^a \rangle = 0. \quad (71)$$

Глобальные минимумы потенциала (70) соответствует ненарушенной суперсимметрии. В случае нарушения СУСИ, т.е. когда вблизи минимума $\langle V(\phi_k) \rangle > 0$, по крайней мере один из F или D -членов должен приобрести ненулевое вакуумное среднее.

Когда $\langle F_i \rangle \neq 0$, то говорят о механизме нарушения О’Рафферти [56]. Если же нарушение суперсимметрии происходит за счет ненулевого D -члена ($\langle D_a \rangle \neq 0$), то такая схема называется механизмом нарушения Илиопулоса–Файе [57]. Необходимо отметить, что нарушение суперсимметрии сопровождается появлением безмассового фермионного состояния, так называемого голдстино, в спектре СУСИ теории. Голдстино представляет собой линейную комбинацию калибрино и других спинорных частиц, вспомогательные компоненты суперполей которых приводят к нарушению СУСИ:

$$\psi_g = \frac{1}{\sqrt{\langle V(\phi_k) \rangle}} \left[-\langle F_i \rangle \psi_i + \frac{i}{\sqrt{2}} \langle D_a \rangle \lambda_a \right], \quad (72)$$

Здесь прослеживается некоторое сходство между нарушением глобальной симметрии в обычной теории поля и нарушением глобальной СУСИ. В первом случае в теории появляется голдстоуновский бозон, а во втором — голдстино. В то же самое время в отличие от обычной теории поля спонтанное нарушение суперсимметрии не может возникать как квантовый эффект. Напомним, что в обычных калибровочных теориях спонтанное нарушение симметрии может генерироваться при учете квантовых петлевых поправок (механизм Коулмена–

Вайнберга [58]), даже если на классическом уровне такого нарушения нет. В работе Грисару [59] было показано, что если суперсимметрия не нарушена на классическом (древесном) уровне, то она остается таковой в любом порядке теории возмущений. Более того, было доказано и обратное утверждение [60] о том, что если суперсимметрия нарушена на древесном уровне, то она не может быть восстановлена при учете радиационных поправок.

Нарушение суперсимметрии за счет F и D членов подробно рассматривалось в обзорах [32]–[33] и [36]–[37]. Оба этих механизма обладают существенными недостатками. Механизм О’Рафферти предполагает, что система уравнений (71), которая определяет суперсимметричное вакуумное состояние, не имеет решения. Однако минимум потенциала взаимодействия скалярных полей (70) существует, и в нем хотя бы один из F -членов приобретает вакуумное среднее. Несмотря на то, что этот механизм позволяет построить модели [61] с невырожденным спектром частиц, величина

$$Str M^2 = \sum_s (-1)^{2s} (2s + 1) m_s^2 = 0 \quad (73)$$

остается, так же как и в ненарушенной суперсимметрии [62], равной нулю. В выражении (73) суммирование производится по всем частицам со спином s и массой m_s^2 . Результат (73) является абсолютно неприемлемым с феноменологической точки зрения, поскольку он предполагает существование легких суперпартнеров наблюдаемых частиц.

Механизм Илиопулоса–Файе лишен последнего недостатка. В рамках этого механизма нарушение суперсимметрии генерируется за счет введения дополнительного члена в лагранжиан теории ξD , который, с одной стороны, не нарушает суперсимметрию, а с другой приводит к появлению ненулевого вакуумного среднего у D члена ($\langle D \rangle \sim -\xi$). Для его осуществления необходимо наличие локальной абелевой $U(1)_Y$ симметрии. В этом случае величина суперследа (73) модифицируется следующим образом [62]–[63]:

$$Str M^2 = \sum_s (-1)^{2s} (2s + 1) m_s^2 = - \sum_i 2g_Y Q_i^Y \langle D_Y \rangle, \quad (74)$$

где Q_i^Y — гиперзаряд $U(1)_Y$ группы, а D_Y — соответствующее $U(1)_Y$ вспомогательное поле. В простейшем СУСИ расширении СМ реализация такого механизма с необходимостью приводит к существованию скалярных частиц более легких, чем их спинорные суперпартнеры. Последнее утверждение получило в литературе наименование теоремы Файе–Димопулоса–Джорджи [64]–[65]. Для того чтобы избежать появления легких скаляров, Файе ввел дополнительную $U(1)'$ -группу [65], по которой все кварковые и лептонные суперполя имеют положительные заряды. Общая проблема моделей такого типа [66] состоит в том, что при введении дополнительного $U(1)'$ калибровочного взаимодействия появляется большое количество новых аномальных амплитуд (треугольные аномалии Адлера–Белла–Джэкива). Требование компенсации треугольных аномалий приводит к существенному увеличению числа частиц.

В настоящее время наиболее перспективным с точки зрения построения реалистических СУСИ моделей является механизм нарушения суперсимметрии за счет эффектов суперграви-

тации. В простейших реализациях этот механизм не меняет соотношений между безразмерными константами бозон–фермионного и бозон–бозонного взаимодействий в СУСИ моделях, что обеспечивает сокращение квадратичных расходимостей и, как следствие, стабилизацию шкалы, на которой происходит нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии [67]. Такое нарушение суперсимметрии называют мягким. В случае мягкого нарушения СУСИ при суммировании квадратично расходящихся диаграмм вместо шкалы обрезания Λ появляется шкала нарушения суперсимметрии M_{SUSY} , которая имеет тот же порядок величины, что и массы новых частиц. Так как явный вид членов нарушающих суперсимметрию, но не приводящих к появлению квадратичных расходимостей известен [68], то это позволяет представить лагранжиан мягко–нарушенной суперсимметрии в следующем виде:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{soft}. \quad (75)$$

где \mathcal{L}_{SUSY} — лагранжиан ненарушенной суперсимметрии, \mathcal{L}_{soft} включает в себя все члены генерирующие мягкое нарушение СУСИ

$$-\mathcal{L}_{soft} = \left(\frac{1}{2} \sum_A M_A \tilde{\lambda}_A \tilde{\lambda}_A + h.c. \right) + V_{soft}, \quad (76)$$

$$V_{soft} = \sum_{i,j} m_{ij}^2 \phi_i^\dagger \phi_j + \sum_{j,j,k} \left(\frac{1}{6} a_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \frac{1}{2} b_{ij} \phi_i \phi_j + t_i \phi_i + h.c. \right),$$

где ϕ_i — скалярные компоненты киральных суперполей Φ_i , а $\tilde{\lambda}_A$ — поля калибрино, соответствующие различным калибровочным группам. Члены в \mathcal{L}_{soft} явным образом нарушают СУСИ, поскольку они включают члены содержащие поля описывающие скалярные частицы и калибрино, в то время как члены содержащие поля соответствующие суперпартнерам этих частиц отсутствуют. Набор параметров мягкого нарушения суперсимметрии включает в себя массы калибрино M_A , массовые матрицы скалярных полей m_{ij}^2 , линейные, билинейные и трилинейные константы взаимодействия скалярных полей (t_i , b_{ij} и a_{ijk} соответственно). Значения этих параметров очень важны, поскольку в СУСИ моделях они полностью определяют спектр суперпартнеров наблюдаемых частиц. К числу главных недостатков моделей с мягко нарушенной суперсимметрией следует отнести большое число неизвестных параметров и, как следствие, низкую предсказательную силу теории.

Цели и задачи диссертационной работы. Настоящая работа посвящена построению расширений СМ, которые могут приводить к относительно лёгкому бозону Хиггса с массой 125 ГэВ, а также изучению их возможных проявлений в различных экспериментах и космологии. К числу основных целей диссертации следует отнести:

1. Изучение СУСИ теорий Великого Объединения с дополнительными пространственными измерениями и построение суперсимметричного расширения СМ с дополнительной $U(1)$ калибровочной симметрией, а также модели составного Хиггса, в которой

$SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса может появляться в качестве набора псевдоголдстоуновских состояний, отвечающих спонтанно нарушенной глобальной симметрии.

2. Рассмотрение эволюции различных констант взаимодействия в СУСИ моделях и в расширениях СМ с двумя дублетами Хиггса.
3. Исследование спектра хиггсовских состояний, процессов их рождения и различных каналов их распадов в экспериментах на БАК в рамках СУСИ расширений СМ. Анализ нестандартных каналов распада легчайшего бозона Хиггса в этих моделях.
4. Изучение ограничений на спектр частиц в СУСИ расширениях СМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X . Вычисление массы легчайшего бозона Хиггса, плотности тёмной материи и сечения рассеяния легчайшего нейтралино на нуклонах в этих моделях.
5. Рассмотрение процесса генерации барионной асимметрии Вселенной в СУСИ расширениях СМ и моделях составного Хиггса.
6. Анализ возможных проявлений СУСИ расширений СМ с дополнительной $U(1)$ калибровочной симметрией и моделей составного Хиггса в экспериментах на БАК.
7. Исследование ограничений на параметры расширений СМ с двумя дублетами Хиггса, которые обусловлены существованием вырожденных вакуумов в этой модели, имеющих примерно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. Вычисление массы легчайшего бозона Хиггса в данных расширениях СМ. Построение СУГРА моделей с вырожденными вакуумами и вычисление величины космологической постоянной в этих моделях.

Методы исследования. Результаты, представленные в диссертации, получены посредством аналитических и численных расчётов. Для описания эволюции параметров различных моделей из области сверхвысоких энергий в инфракрасную область и получения верхних ограничений на значения юкавских констант при низких энергиях использовались уравнения ренормгруппы. При выводе соответствующих уравнений, а также при изучении сечений рождения новых частиц и бозона Хиггса с массой $125 - 126$ ГэВ в экспериментах на БАК, парциальных ширин распадов этих состояний, сечения процесса аннигиляции частиц тёмной материи, сечения рассеяния частиц тёмной материи на нуклонах и CP асимметрий, которые контролируют процесс генерации барионной асимметрии, использовались результаты вычислений различных фейнмановских диаграмм. При разработке теоретических моделей требовалась их непротиворечивость и согласие со всем массивом экспериментальных данных, включая данные астрофизических и космологических наблюдений, а также, где это только представлялось возможным, выделялись физические процессы, на основе которых в будущем можно было бы осуществить наблюдательную проверку данных моделей.

Научная новизна. Предложено новое расширение МССМ (E_6 ССМ) с дополнительной $U(1)_N$ калибровочной симметрией и спектром частиц, содержащим по крайней мере три простейших представления группы E_6 , в котором операторы, приводящие к слишком быстрому распаду протона и к процессам, сопровождающимся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, подавлены посредством дискретной \tilde{Z}_2^H симметрии. В рамках E_6 ССМ изучены процесс генерации барионной асимметрии Вселенной, нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ калибровочной симметрии, спектр бозонов Хиггса и нестандартные распады легчайшего хиггсовского состояния, а также рассмотрены другие возможные проявления этой СУСИ модели в экспериментах на БАК. Впервые предложены простейшие пятимерные СУСИ ТВО и E_6 СУСИ модель в шестимерном пространстве, которые при низких энергиях приводят к спектру частиц E_6 ССМ. Выведены двухпетлевые уравнения ренормгруппы E_6 ССМ. Используя полученные уравнения, проанализированы эволюция калибровочных констант взаимодействия и сценарий инфракрасной квазификсированной точки в этой СУСИ модели, а также в рамках E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X исследованы ограничения на параметры данной модели.

Выведены двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию юкавских констант в рамках НМССМ+. Используя полученные уравнения, изучен сценарий инфракрасной квазификсированной точки, найдены теоретические ограничения на значения юкавских констант при низких энергиях и установлена часть параметрического пространства, наиболее естественным образом приводящая к хиггсовскому скаляру, который можно отождествить с состоянием, обнаруженным в экспериментах на БАК. В данной области параметрического пространства проанализированы перспективы обнаружения новых хиггсовских состояний в ближайшем будущем.

Предложена новая модель составного Хиггса с $SU(6)$ приближённой глобальной симметрией в секторе, образующем набор связанных состояний, которая может появляться в качестве низкоэнергетического предела ТВО в результате нарушения E_6 калибровочной симметрии. Рассмотрены соответствующие нарушения E_6 и $SU(6)$ симметрий, генерация масс фермионов и возможные проявления этой модели в экспериментах на БАК. В рамках данной модели составного Хиггса предложен механизм генерации барионной асимметрии.

Впервые получены соотношения между параметрами расширения СМ с двумя дублетами Хиггса, которые приводят к набору вырожденных вакуумов на шкале Λ , имеющих примерно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. В рамках этого расширения СМ с вырожденными вакуумами изучена зависимость массы легчайшего бозона Хиггса от параметров модели. Впервые получены оценки для величины космологической постоянной в рамках СУГРА моделей с вырожденными вакуумами, один из которых можно отождествить с физическим вакуумом, а в другом низкоэнергетический предел рассматриваемой теории описывается СУСИ моделью в плоском пространстве. Проанализированы предсказания данных СУГРА моделей, которые могут быть проверены в ходе экспериментов на БАК.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты анализа различных моделей, представленные в диссертации, наряду с развитыми методами и подходами их исследования легко обобщаются на другие расширения СМ. Полученные двухпетлевые уравнения ренорм-группы могут использоваться в последующих работах при дальнейшем изучении расширений СМ, предложенных в работе. Предсказания расширений СМ, которые рассмотрены в диссертации, могут быть проверены в ходе экспериментов на БАК. Таким образом полученные результаты могут помочь в интерпретации экспериментальных данных, а также могут быть использованы при планировании новых экспериментов. В целом методы и подходы, разработанные в диссертации, актуальны и востребованы в организациях, занимающихся фундаментальными исследованиями в области теоретической физики и физики высоких энергий, как в России так и за рубежом.

Положения, выносимые на защиту:

1. Предложено расширение МССМ с дополнительной $U(1)_N$ калибровочной симметрией (E_6 ССМ), спектр частиц которой включает по крайней мере три простейших представления группы E_6 . В рамках E_6 ССМ исследован процесс генерации барионной асимметрии Вселенной, обусловленный распадами легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино, которые не участвуют в калибровочных взаимодействиях. Показано, что благодаря наличию экзотических состояний можно избежать проблемы гравитино. При этом экзотические кварки и скварки в E_6 ССМ представляют собой либо лептокварковые (сценарий А) либо дикварковые (сценарий В) состояния. Рассмотрены возможные проявления экзотических состояний в экспериментах на БАК.
2. Найдены простейшие пятимерные СУСИ ТВО, которые могут приводить к сценариям А и В при энергиях существенно меньших, чем M_X . Предложена E_6 СУСИ модель в шестимерном пространстве, в рамках которой спектр частиц при низких энергиях отвечает сценарию А.
3. Проведён сравнительный анализ эволюции калибровочных констант взаимодействия в МССМ и E_6 ССМ. Показано, что в случае сценария А точного совпадения калибровочных констант СМ на шкале M_X можно добиться практически при любых феноменологически приемлемых значениях $\alpha_3(M_Z)$, тогда как в рамках сценария В учёт двухпетлевых поправок разрушает объединение калибровочных констант.
4. Исследованы нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ калибровочной симметрии и спектр бозонов Хиггса в E_6 ССМ. Показано, что даже в древесном приближении масса легчайшего бозона Хиггса в этой модели может достигать 120 — 130 ГэВ, а относительные парциальные ширины нестандартных распадов этого хиггсовского состояния могут составлять 10 — 20%. Отдельно в контексте верхнего ограничения на массу легчайшего хиггсовского скаляра изучен сценарий инфракрасной квазификсированной точки.

5. В рамках E_6 ССМ и МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X проанализированы ограничения на параметры этих моделей. Показано, что в E_6 ССМ, так же как и в МССМ, почти все скалярные частицы имеют массы большие 5 ТэВ и существенно тяжелее глюино, а также легчайших нейтралино и чарджино. Установлено, что в общем случае имеющиеся экспериментальные ограничения на сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядрах приводят к весьма жёстким нижним ограничениям на массы суперпартнёров калибровочных бозонов. Тем не менее в E_6 ССМ найдены сценарии с относительно лёгкими глюино, нейтралино и чарджино.
6. Используя двухпетлевые уравнения ренормгруппы установлены теоретические ограничения на значения юкавских констант при низких энергиях в рамках НМССМ и НМССМ+. Показано, что наиболее естественным образом хиггсовский бозон, который можно отождествить с состоянием, обнаруженным в экспериментах на БАК, можно получить в области параметрического пространства, отвечающей НМССМ (или НМССМ+) с приближённой $U(1)$ симметрией. В этом пределе исследован спектр бозонов Хиггса и вычислены сечения рождения всех хиггсовских состояний в экспериментах на БАК. Отдельно проанализирован сценарий инфракрасной квазификсированной точки.
7. Предложена шестимерная СУСИ модель, в которой нарушение E_6 калибровочной симметрии приводит к модели составного Хиггса (E_6 МСХ) с $SU(6)$ приближённой глобальной симметрией в секторе, образующем набор связанных состояний. В рамках E_6 МСХ предложен механизм генерации барионной асимметрии, а также рассмотрены генерация масс фермионов и возможные проявления этой модели в экспериментах на БАК. В частности, исследованы сечение рождения и относительные парциальные ширины распадов нейтрального псевдоголдстоуновского бозона, который образуется в результате нарушения $SU(6)$ симметрии.
8. В расширении СМ с двумя дублетами Хиггса получены соотношения между параметрами этой модели, которые приводят к набору вырожденных вакуумов на шкале Λ , имеющих примерно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. Установлено, что такие вырожденные вакуумы образуются в результате спонтанного нарушения приближённой $U(1)$ симметрии, которая при $\Lambda \lesssim M_P$ приводит к подавлению процессов сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, а также эффектов, связанных с СР нарушением в хиггсовском секторе. В рамках данного расширения СМ с вырожденными вакуумами изучен сценарий инфракрасной квазификсированной точки и исследована зависимость массы легчайшего бозона Хиггса от параметров модели.
9. Предложены СУГРА модели с вырожденными вакуумами, один из которых можно отождествить с физическим вакуумом, а в другом низкоэнергетический предел рас-

смаатриваемой теории описывается СУСИ моделью в плоском пространстве. Предполагая, что различие в плотностях энергий этих вакуумов пренебрежимо мало, получены оценки для величины космологической постоянной. Рассмотрены предсказания данных СУГРА моделей, которые могут быть проверены в ходе экспериментов на БАК.

Степень достоверности и апробация результатов. Полученные в диссертации результаты являются обоснованными. Они опубликованы в реферируемых журналах. Результаты, представленные в диссертации, обсуждались на семинарах в ведущих университетах и лабораториях мира, включая университеты городов Оксфорда, Кембриджа, Саутгемптона, Глазго, Эдинбурга, Дарема, Манчестера, Ливерпуля, Ланкастера, Аделаида, университет Миннесоты и Гавайский университет, а также Стэнфордскую национальную ускорительную лабораторию SLAC, Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова (МГУ), НИИЯФ МГУ, ИЯИ, ОИЯИ, ИТЭФ и ИФВЭ. Полученные результаты также обсуждались на крупнейших международных конференциях:

1. 37th International Conference on High Energy Physics (Валенсия, Испания, 2014).
2. 35th International Conference on High Energy Physics (Париж, Франция, 2010).
3. 34th International Conference on High Energy Physics (Филадельфия, США, 2008).
4. 33rd International Conference on High Energy Physics (Москва, Россия, 2006).
5. 2015 Europhysics Conference on High Energy Physics (Вена, Австрия, 2015).
6. 2007 Europhysics Conference on High Energy Physics (Манчестер, Великобритания, 2007).
7. 2011 Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society (Провиденс, США, 2011).
8. 11th Conference on the Intersections of Particle and Nuclear Physics (Санкт-Петербург, Флорида, США, 2012).
9. 24th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (Мельбурн, Австралия, 2016).
10. 19th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (Национальная ускорительная лаборатория им. Энрико Ферми, США, 2011).
11. 17th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (Бостон, США, 2009).
12. 15th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (Карлсруэ, Германия, 2007).

13. 13th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (Дарем, Великобритания, 2005).
14. Conference on Particles and Cosmology (Сингапур, 2018).
15. Conference on Cosmology, Gravitational Waves and Particles (Сингапур, 2017).
16. CoEPP Annual Workshop (Торку, Виктория, Австралия, 2016)
17. CoEPP Annual Workshop (Хобарт, Тасмания, Австралия, 2015).
18. CoEPP Annual Workshop (Вуллонгонг, Новый Южный Уэльс, 2014).
19. Workshop on CP Studies and Non-Standard Higgs Physics (Европейский Центр ядерных исследований, Женева, 2005).
20. International Workshop "What comes beyond the Standard model?" (Блед, Словения, 2004, 2002 и 2000).
21. 19th International Workshops on High Energy Physics and Quantum Field Theory (Голицыно, Московская область, Россия, 2010).
22. 18th International Workshops on High Energy Physics and Quantum Field Theory (Санкт-Петербург, Россия 2004).
23. 20th International Seminar on High Energy Physics "QUARKS-2018" (Валдай, Россия, 2018).
24. 19th International Seminar on High Energy Physics "QUARKS-2016" (Пушкин, Россия, 2016).
25. 17th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (Москва, Россия, 2015).
26. 13th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (Москва, Россия, 2007).
27. 12th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (Москва, Россия, 2005).
28. Научные сессии–конференции секции ядерной физики ОФН РАН (Москва, Россия, 2002 и 2000).

Результаты исследований, приведённые в диссертационной работе, получили широкую известность и активно обсуждаются в международном научном сообществе.

Публикации и личный вклад автора. Материалы диссертации опубликованы в 36 статьях в рецензируемых журналах [69]–[104] и в 31 статье в сборниках трудов конференций [105]–[135]. Вклад автора в полученные результаты является определяющим. Содержание диссертации и положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, библиографии и трёх приложений.

Первая глава посвящена изучению феноменологических аспектов суперсимметричных расширений СМ. В разделе 1.1 обсуждаются простейшее суперсимметричное обобщение СМ — минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ), простейшее расширение МССМ — неминимальная суперсимметричная стандартная модель (НМССМ) и её модификации, а также суперсимметричное расширение СМ с дополнительной $U(1)_N$ калибровочной симметрией (E_6 ССМ), которое может возникнуть в результате нарушения E_6 симметрии или её подгруппы. Исследуется эволюция калибровочных констант в рамках МССМ и E_6 ССМ. Приведены двухпетлевые уравнения ренормгруппы, которые описывают перенормировку этих констант в E_6 ССМ. Обсуждается объединение калибровочных констант в рассматриваемых моделях.

В разделе 1.2 рассматриваются $N = 1$ суперсимметричные модели Великого Объединения с одним и двумя дополнительными измерениями, которые могут приводить к E_6 ССМ в области низких энергий. Обсуждаются сокращение аномалий, распад протона и соотношения между юкавскими константами в этих моделях.

В разделе 1.3 изучаются нарушение калибровочной симметрии и спектр бозонов Хиггса в МССМ, НМССМ и E_6 ССМ. Исследуется эволюция юкавских констант и теоретические ограничения на их значения при низких энергиях в рамках НМССМ и E_6 ССМ. В частности, рассматривается процесс формирования квазификсированных точек, вблизи которых фокусируются решения уравнений ренормгруппы в области низких энергий, и анализируется верхнее ограничение на массу легчайшего хиггсовского бозона в их окрестности. В рамках НМССМ с приближённой $U(1)$ симметрией исследуются сечения рождения хиггсовских состояний и возможные каналы их распада в экспериментах на БАК. Нестандартные распады легчайшего бозона Хиггса с массой 125 ГэВ обсуждаются в рамках E_6 ССМ.

В разделе 1.4 рассматриваются другие возможные проявления СУСИ расширений СМ в различных экспериментах и космологии. В частности, в рамках E_6 ССМ исследуются теоретические ограничения на массы легчайших экзотических фермионов, распады легчайшего хиггсовского состояния на пары таких фермионов и возможные проявления экзотических частиц в экспериментах на БАК. В МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X изучается зависимость плотности тёмной материи и сечения рассеяния легчайшего нейтрино на нуклонах от параметров этих моделей, а также анализируются ограничения на спектр суперчастиц. Рассматривается механизм генерации барионной асимметрии Вселенной, обусловленный распадами легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино в МССМ и E_6 ССМ.

Вторая глава посвящена изучению модели составного Хиггса, в которой $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса вместе с $SU(3)_C$ триплетом скалярных полей и синглетным скалярным полем появляются в качестве набора псевдоголдстоуновских состояний в результате нарушения приближённой $SU(6)$ симметрии. Рассматривается E_6 СУСИ модель в шестимерном

пространстве, нарушение калибровочной симметрии в которой может приводить к данной модели составного Хиггса (E_6 МСХ) в области низких энергий. Обсуждаются нарушение симметрий и генерация масс фермионов в этой модели. Анализируются возможные проявления E_6 МСХ в экспериментах на БАК. В рамках E_6 МСХ с нарушением барионного числа и относительно лёгким $SU(3)_C$ триплетом скалярных полей исследуется механизм генерации барионной асимметрии Вселенной.

В третьей главе рассматриваются расширения СМ с вырожденными вакуумами. В рамках расширения СМ с двумя дублетами Хиггса анализируются соотношения между параметрами этой модели, которые приводят к набору вырожденных вакуумов, имеющих примерно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. Обсуждается подавление процессов, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, и эффектов CP -нарушения в хиггсовском секторе. Исследуются эволюция констант взаимодействия и процесс формирования квазификсированных точек, вблизи которых концентрируются решения уравнений ренормгруппы в области низких энергий. Анализируется зависимость массы легчайшего бозона Хиггса от параметров данной модели. Изучаются ($N=1$) СУГРА модели с двумя вырожденными вакуумам, один из которых можно отождествить с физическим вакуумом. Приводятся различные оценки величины космологической постоянной. Обсуждаются предсказания этих СУГРА моделей, которые могут быть проверены в ходе экспериментов на БАК.

В заключении сформулированы основные результаты, представленные в диссертационной работе. В Приложениях приводятся двухпетлевые уравнения ренормгруппы, которые используются при анализе НМССМ и E_6 ССМ, однопетлевые поправки к массам хиггсовских бозонов в МССМ и НМССМ, а также обсуждается спектр бозонов Хиггса и нейтралينو в E_6 ССМ.

Глава 1

Суперсимметричные расширения Стандартной Модели, теории Великого Объединения и бозоны Хиггса

1.1 Суперсимметричные расширения СМ

1.1.1 МССМ и НМССМ

$N = 1$ СУСИ алгебра предполагает, что каждый СУСИ мультиплет должен содержать равное число бозонных и фермионных степеней свободы. По этой причине простейшие суперсимметричные обобщения СМ должны включать скалярные степени свободы, которые ассоциируются с левосторонними и правосторонними фермионами СМ. Другими словами, эти модели должны содержать наряду с кварками и лептонами их скалярные суперпартнёры — левосторонние и правосторонние скварки и слептоны. СУСИ расширения СМ также должны включать фермионные партнёры калибровочных и хиггсовских бозонов, которые обычно называют калибрино и хиггсино соответственно.

Хорошо известно, что в СМ достаточно одного хиггсовского дублета, чтобы все лептоны и кварки приобрели ненулевые массы. Эти массы генерируются благодаря юкавскому взаимодействию кварков и лептонов с хиггсовским полем. Если быть более точным, то массы нижних кварков и заряженных лептонов генерируются самим хиггсовским дублетом, в то время как зарядово-сопряженное поле $i\sigma_2 H^\dagger$ генерирует массы верхних кварков. Методика построения лагранжианов СУСИ моделей, которая обсуждалась во Введении, предполагает, что юкавское взаимодействие между полем Хиггса и фермионными полями полностью обусловлено структурой суперпотенциала модели. Поскольку $W(\Phi_k)$ является аналитической функцией киральных суперполей, суперпотенциал СУСИ моделей не может содержать зарядово-сопряженное поле $i\sigma_2 H^\dagger$. Таким образом, для того чтобы в СУСИ расширениях СМ все кварки и заряженные лептоны приобрели массы необходимо ввести по крайней мере ещё один хиггсовский дублет. При этом рассматриваемый механизм генерации масс

предполагает, что хиггсовские дублеты имеют противоположные гиперзаряды, что также обеспечивает сокращение аномалий.

В конечном итоге, простейшее суперсимметричное расширение СМ — минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ) включает в себя следующий набор киральных суперполей:

$$\begin{aligned}
Q_a &= (u_a, d_a) \sim (3, 2, \frac{1}{6}) , & u_a^c &\sim (\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}) , \\
L_a &= (\nu_a, e_a) \sim (1, 2, -\frac{1}{2}) , & d_a^c &\sim (\bar{3}, 1, \frac{1}{3}) , \\
H_1 &= (H_1^0, H_{1i}^-) \sim (1, 2, -\frac{1}{2}) , & e_a^c &\sim (1, 1, 1) , \\
H_2 &= (H_2^+, H_2^0) \sim (1, 2, \frac{1}{2}) , & &
\end{aligned} \tag{1.1}$$

где первая и вторая величины в скобках отвечают $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ представлениям соответствующего супермультиплета, тогда как третья величина в скобках является его $U(1)_Y$ гиперзарядом, а индекс a пробегает значения от 1 до 3 и ассоциируется с номером поколения элементарных частиц. В выражении (1.1) Q_a и L_a отвечают дублетам левосторонних кварковых и лептонных суперполей, а e_a^c , u_a^c и d_a^c соответствуют правостороннему лептонному суперполю, а также верхним и нижним кварковым суперполям. Наконец, H_1 и H_2 отвечают двум хиггсовским дублетам, которые генерируют массы кварков и лептонов. В выражении (1.1) и далее изоспиновые и цветовые индексы, которые ассоциируются с $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ калибровочными взаимодействиями, опущены.

Наряду с хиггсовскими, кварковыми и лептонными киральными суперполями МССМ содержит векторные супермультиплеты

$$\hat{V}_1 \sim (1, 1, 0) , \quad \hat{V}_2 = V_2^a \tau^a \sim (1, 3, 0) , \quad \hat{V}_3 = V_3^a T^a \sim (8, 1, 0) , \tag{1.2}$$

которые отвечают $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ взаимодействиям соответственно. \hat{V}_1 — абелево векторное суперполе, которое содержит $U(1)_Y$ калибровочное поле. Суперпартнёр калибровочного бозона, соответствующего слабому гиперзаряду, обычно называют бино. \hat{V}_2 включает в себя триплет $SU(2)_W$ калибровочных бозонов и их суперпартнёров (вино). \hat{V}_3 содержит октет глюонов, а также октет их суперпартнёров (глюино). Смешивание бино с нейтральным вином и нейтральными хиггсино образует набор нейтральных фермионных состояний — нейтралино. В свою очередь при смешивании заряженных вино с заряженными хиггсино возникают заряженные фермионные состояния, которые обычно называют чарджино.

Для того чтобы воспроизвести юкавские взаимодействия, посредством которых генерируются массы всех кварков и заряженных лептонов в СМ необходимо включить следующие члены в суперпотенциал МССМ

$$W_{MSSM} = y_{ab}^U Q_a u_b^c H_2 + y_{ab}^D Q_a d_b^c H_1 + y_{ab}^L L_a e_b^c H_1 + \mu H_1 H_2 , \tag{1.3}$$

где, как и прежде, индексы a и b ассоциируются с номером поколения элементарных частиц. В выражении (1.3) y_{ab}^U , y_{ab}^D и y_{ab}^L — безразмерные 3×3 матрицы юкавских констант взаимодействия, которые определяют спектр масс кварков и заряженных лептонов, а также фазу

в матрице Кабиббо – Кобаяши – Маскавы (ККМ-матрица). Член в суперпотенциале (1.3) $\mu H_1 H_2 = \mu (H_1)_\alpha (H_2)_\beta \varepsilon^{\alpha\beta}$, где $\alpha, \beta = 1, 2$ – индексы, которые соответствуют $SU(2)_W$ взаимодействию, определяет массы суперпартнёров бозонов Хиггса (хиггсино). Традиционно, это слагаемое в суперпотенциале МССМ называют μ -членом

Хотя выражение (1.3) определяет суперпотенциал простейшего суперсимметричного расширения СМ, т.е. МССМ, существуют дополнительные слагаемые, которые могли бы быть добавлены к суперпотенциалу (1.3). Набор таких слагаемых может быть представлен в виде суммы:

$$W_{NR} = \lambda_{abd}^L L_a L_b e_d + \lambda_{abd}^{L'} L_a Q_b d_d + \mu'_a L_a H_2 + \lambda_{abd}^B u_a^c d_b^c d_d^c, \quad (1.4)$$

Слагаемые в выражении (1.4) не нарушают ни калибровочную инвариантность ни суперсимметрию. С другой стороны, члены в W_{NR} нарушают либо лептонное либо барионное число, что может привести к слишком быстрому распаду протона. В наиболее общем виде перенормируемый калибровочно-инвариантный суперпотенциал простейшего СУСИ расширения СМ может быть представлен в виде суммы $W = W_{MSSM} + W_{NR}$. Члены в выражении (1.4) не могут быть включены в лагранжиан СМ, так как они привели бы к нарушению Лоренц-инвариантности. Поскольку процессы с нарушением либо лептонного либо барионного числа не были наблюдаемы экспериментально, соответствующие взаимодействия должны быть сильно подавлены.

Требование инвариантности лагранжиана по отношению к преобразованиям R -чётности (P_R)

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad (1.5)$$

где s , B и L – спин, барионное и лептонное квантовые числа (барионный и лептонный заряды) полей или что, в общем-то, эквивалентно по отношению к преобразованиям другой дискретной Z_2 симметрии (P_M)

$$P_M = (-1)^{3(B-L)}, \quad (1.6)$$

позволяет подавить процессы с нарушением лептонного или барионного числа в МССМ. Нетрудно убедиться в том, что кварковым и лептонным супермультиплетам отвечает $P_M = -1$, в то время как хиггсовским и векторным суперполям – $P_M = +1$. Дискретная симметрия P_M запрещает все члены в W_{NR} . P_M коммутирует с генераторами преобразований суперсимметрии. Все компоненты суперполей имеют одну и ту же чётность P_M . Главное преимущество дискретной Z_2 симметрии P_M заключается в том, что эта симметрия может быть фундаментальной симметрией теории тогда, как симметрии $U(1)_B$ и $U(1)_L$, которые ассоциируются с барионными и лептонными зарядами, весьма вероятно не являются фундаментальными, поскольку они нарушаются непертурбативными электрослабыми эффектами. Действительно, P_M является дискретной подгруппой $U(1)_{B-L}$, которая ассоциируется с разностью барионного и лептонного зарядов. Расширение симметрии СМ до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L}$ не содержит аномалий, если спектр частиц включает правосторонние нейтрино. В отличие от $U(1)_{B-L}$ в случае расширения симметрии СМ

до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_B$ или $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_L$ сокращения аномалий не происходит, что в конечном итоге приводит к нарушению $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий. Сокращение аномалий в расширениях СМ с дополнительной $U(1)_{B-L}$ симметрией позволяет рассчитывать на то, что её дискретная подгруппа P_M остаётся ненарушенной. Хотя P_M запрещает все перенормируемые взаимодействия, которые нарушают либо $U(1)_B$ либо $U(1)_L$ в МССМ перенормируемые члены высших размерностей могут приводить к процессам с нарушением лептонного и барионного чисел. Однако такие процессы, обусловленные операторами высших размерностей, оказываются достаточно сильно подавленными.

Поскольку в теориях с сохраняющимся моментом импульса произведение факторов $(-1)^{2s}$ в каждой вершине взаимодействия всегда оказывается равным $+1$, инвариантность лагранжиана суперсимметричных моделей по отношению к преобразованиям P_M симметрии также предполагает сохранение R -чётности в этих моделях. В то же самое время необходимо отметить, что различные компоненты суперполей имеют различную R -чётность. Это однозначно указывает на то, что преобразования R -чётности не коммутируют с генераторами преобразований суперсимметрии и, следовательно, в суперсимметричных теориях сохранение соответствующего квантового числа не гарантировано. Тем не менее сохранение R -чётности, обусловленное инвариантностью лагранжиана суперсимметричных моделей по отношению к преобразованиям P_M симметрии, оказывается исключительно полезным с феноменологической точки зрения. Действительно, все частицы в СМ, включая бозоны Хиггса, имеют $P_R = +1$, в то время как все скваки, слептоны, бино, вино, глюино и хиггсино имеют $P_R = -1$. Состояния с отрицательной R -чётностью обычно называют суперсимметричными (СУСИ) частицами или суперчастицами. Поскольку в простейшем СУСИ обобщении СМ R -чётность сохраняется состояния с $P_R = +1$ и $P_R = -1$ не смешиваются. Более того каждая вершина взаимодействия всегда содержит четное число состояний с $P_R = -1$. Это приводит к трём основным феноменологическим следствиям:

- Легчайшая суперсимметричная частица (ЛСЧ) должна быть абсолютно стабильной и может выступать в роли небарионной тёмной материи. Обычно в СУСИ моделях легчайшее суперсимметричное состояние представляет собой суперпозицию хиггсино, бино и вино. Поскольку легчайшее нейтралино является нейтральной, массивной и слабо взаимодействующей частицей, существование данного состояния может объяснить происхождение крупномасштабной структуры Вселенной, а также обеспечить существенный вклад в плотность тёмной материи, если масса соответствующего состояния $m_{\chi_1^0} \lesssim \text{ТэВ}$.
- В коллайдерных экспериментах суперчастицы могут рождаться только парами.
- Каждая суперчастица распадается таким образом, что конечное состояние всегда содержит нечётное число ЛСЧ (обычно только одно). Так как ЛСЧ не может быть зарегистрировано непосредственно в коллайдерных экспериментах, существование данного

состояния приводит к несохранению энергии-импульса в этих экспериментах.

Вид суперпотенциала МССМ (1.3) можно существенно упростить, если принять во внимание, что только одна юкавская константа $y_{33}^U = h_t$, которая соответствует t -кварку, оказывается порядка 1. Все остальные юкавские константы взаимодействия значительно меньше 1 и в первом приближении ими можно пренебречь. Тогда суперпотенциал МССМ принимает вид:

$$W_{MSSM} \simeq \mu H_1 H_2 + h_t Q t^c H_2, \quad (1.7)$$

где $Q = Q_3$ и $t^c = u_3^c$. Структура лагранжиана СУСИ моделей, которая обсуждалась во Введении, предполагает, что юкавская константа h_t определяет не только взаимодействие дублета хиггсовских полей H_2 с t -кварком, но и взаимодействие суперпартнеров t -кварка с соответствующим дублетом хиггсина и полем t -кварка. Более того, суперпотенциал (1.7) приводит к нескольким членам в потенциале скалярных полей

$$V_F = \sum_i F_i^\dagger F_i = h_t^2 |H_2 Q|^2 + h_t^2 |H_2|^2 |t^c|^2 + |\mu H_1 + h_t Q t^c|^2, \quad (1.8)$$

которые отвечают взаимодействию дублетов хиггсовских полей с суперпартнерами t -кварка. Соответствующие константы взаимодействия также определяются h_t . Соотношения между упомянутыми выше безразмерными константами бозон-фермионного и бозон-бозонного взаимодействий обеспечивают сокращение квадратичных расходимостей в СУСИ моделях [67]. Другими словами, благодаря этим соотношениям вклад в квадратичные расходимости от фермионных петель полностью компенсируется вкладом от бозонных петель. Поскольку в случае мягко-нарушенной суперсимметрии соотношения между безразмерными константами бозон-фермионного и бозон-бозонного взаимодействий остаются неизменными, данное нарушение суперсимметрии не приводит к появлению квадратичных расходимостей.

Как уже отмечалось во Введении, лагранжиан мягко-нарушенной суперсимметрии можно представить в виде суммы \mathcal{L}_{SUSY} и \mathcal{L}_{soft} , где \mathcal{L}_{SUSY} представляет собой лагранжиан инвариантный по отношению к преобразованиям СУСИ, а \mathcal{L}_{soft} включает в себя набор членов, которые нарушают суперсимметрию. В случае МССМ часть лагранжиана, которая инвариантна по отношению к преобразованиям СУСИ может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY}^{MSSM} = & \sum_{A=SU(3),SU(2),U(1)} \frac{1}{32} \left(\int d^2\theta \operatorname{Tr} W_A^\alpha W_{A\alpha} + \int d^2\bar{\theta} \operatorname{Tr} W_A^{\dagger\dot{\alpha}} W_{A\dot{\alpha}}^\dagger \right) \\ & + \sum_i \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi_i^\dagger e^{2g_3 V_3 + 2g_2 V_2 + 2q_i g_1 V_1} \Phi_i + \left(\int d^2\theta W_{MSSM}(\Phi_k) + h.c. \right), \end{aligned} \quad (1.9)$$

где Φ_i — набор киральных суперполей, соответствующий МССМ. Наиболее общее выражение для \mathcal{L}_{soft} приведено во Введении (см. (76)). Данная часть лагранжиана содержит множество новых параметров, которых нет в СМ. Подсчет числа новых массовых параметров, фаз и углов смешивания в \mathcal{L}_{soft} указывает на то, что в самом общем случае

число новых параметров превышает 100. С другой стороны включение всех этих параметров может приводить к СР-нарушению, нейтральным токам с изменением аромата и другим явлениям, на которые существуют жесткие экспериментальные ограничения. Для того чтобы подавить все эти нежелательные эффекты, которые обусловлены введением параметров мягкого нарушения суперсимметрии, мы будем в дальнейшем предполагать, что все новые параметры являются реальными величинами, трилинейные константы взаимодействия скалярных полей пропорциональны соответствующим юкавским константам и $m_{ij}^2 \simeq m_i^2 \delta_{ij}$. В результате выражение для \mathcal{L}_{soft} принимает вид:

$$-\mathcal{L}_{soft}^{MSSM} = \sum_i m_i^2 |\phi_i|^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_A M_A \tilde{\lambda}_A \tilde{\lambda}_A + \sum_{a,b} [A_{ab}^U y_{ab}^U \tilde{Q}_a \tilde{u}_b^c H_2 + A_{ab}^D y_{ab}^D \tilde{Q}_a \tilde{d}_b^c H_1 + A_{ab}^L y_{ab}^L \tilde{L}_a \tilde{e}_b^c H_1] + B\mu H_1 H_2 + h.c. \right), \quad (1.10)$$

где $\tilde{\lambda}_3$, $\tilde{\lambda}_2$ и $\tilde{\lambda}_1$ соответствуют полям глюино, вино и бино, а \tilde{Q}_a , \tilde{u}_a^c , \tilde{d}_a^c , \tilde{L}_a и \tilde{e}_a^c являются скалярными компонентами соответствующих киральных суперполей.

К числу недостатков МССМ обычно относят, так называемую, проблему μ -члена. Действительно, суперпотенциал МССМ (1.3) содержит только один член билинейный по суперполям, т.е. $\mu H_1 H_2$. В самом общем случае параметр μ непосредственно никак не связан с электрослабой шкалой или шкалой нарушения СУСИ. Более того, соответствующий член естественным образом появляется в рамках теорий Великого Объединения и супергравитационных моделей. При этом массовый параметр μ ассоциируется либо со шкалой, на которой происходит нарушение калибровочной симметрии в ТВО, либо с массой Планка. Однако в случае, когда $\mu \sim M_X (\sim M_{Pl})$ дублеты хиггсовских полей H_1 и H_2 приобретают огромные массы $m_{H_1, H_2}^2 \simeq \mu^2 \simeq M_X^2 (M_{Pl}^2)$ и никакого нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии не происходит. С другой стороны, параметр μ не может быть равным нулю, т.е. отсутствовать в исходном суперпотенциале, так как в силу мультипликативного характера перенормировки он остается равным нулю на любой шкале ниже $M_X (M_{Pl})$. Отсутствие смешивания дублетов Хиггса приводит к тому, что на электрослабой шкале H_1 не приобретает среднего по вакууму, а кварки d-типа и лептоны остаются безмассовыми. Таким образом, для того чтобы все кварки и заряженные лептоны, а также векторные W^\pm и Z -бозоны приобрели в результате спонтанного нарушения электрослабой симметрии ненулевые массы, меньшие на много порядков M_{Pl} , параметр μ должен быть порядка $10^2 \div 10^3$ ГэВ.

Одно из наиболее элегантных решений проблемы μ -члена предполагает, что суперпотенциал суперсимметричного расширения СМ инвариантен по отношению к дискретным преобразованиям группы Z_3 , т.е. $\Phi_i \rightarrow e^{2i\pi/3} \Phi_i$. Член $\mu H_1 H_2$ не удовлетворяет этому требованию и поэтому должен быть исключен из рассмотрения. Вместо μ -члена в наиболее простом расширении МССМ — неминимальной суперсимметричной стандартной модели (НМССМ) вводится дополнительное синглетное по отношению к $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ калибровочным преобразованиям суперполе S [136]–[137] (см. также обзоры [138]–[140]). Суперпотенциал

HMSSM имеет вид:

$$W_{NMSSM} = \lambda S(H_1 \epsilon H_2) + \frac{\kappa}{3} S^3 + W_{MSSM}(\mu = 0). \quad (1.11)$$

В результате спонтанного нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии поле S приобретает вакуумное среднее и генерируется эффективный μ -член ($\mu = \lambda \langle S \rangle$). Вторым членом в суперпотенциале HMSSM нарушается глобальная $U(1)$ симметрия, которая отвечает симметрии Печчеи — Квинн [141]. Симметрия Печчеи — Квинн была введена в рассмотрение в 1977 году для того, чтобы решить проблему сильного CP-нарушения в квантовой хромодинамике. В рассматриваемой модели в пределе, когда $\kappa = 0$, данная $U(1)$ симметрия нарушается спонтанно из-за образования вакуумного конденсата поля S , что приводит к появлению аксиона (псевдоголдстоуновского состояния) в спектре частиц [142]. Хотя аксионы рассматриваются как одни из кандидатов, составляющих тёмную материю, обнаружить эти состояния до сих пор не удалось. Астрофизические ограничения полученные на основе наблюдений скорости потери энергии звёздами (красными гигантами, сверхновой SN1987A и т. д.), которое в том числе может быть обусловлено рождением аксионов в их недрах, предполагают, что в HMSSM с $\kappa = 0$ значение вакуумного конденсата $\langle S \rangle$ должно быть слишком велико, т.е. $\langle S \rangle \gtrsim 10^9$ ГэВ [143]. Столь несоразмерно большее по сравнению с электрослабой шкалой значение $\langle S \rangle$, по сути, приводит к проблеме иерархий. Поэтому обычно предполагается, что суперпотенциал HMSSM должен содержать члены, явно нарушающие симметрию Печчеи — Квинн.

Хотя в контексте всего вышесказанного нарушение глобальной $U(1)$ симметрии в HMSSM до дискретной Z_3 симметрии представляется весьма естественным способом избежать появления псевдоголдстоуновского состояния в спектре частиц, такой подход также не лишён недостатков. Действительно, вакуумные средние хиггсовских полей $\langle H_1 \rangle$, $\langle H_2 \rangle$ и $\langle S \rangle$ нарушают дискретную Z_3 симметрию, что приводит к формированию доменных стенок в ранней Вселенной [144], которые в свою очередь приводят к слишком высокой анизотропии космического микроволнового фонового излучения (реликтового излучения) [145]. Было также показано, что нарушение Z_3 симметрии посредством введения операторов высших размерностей, которые подавлены по $1/M_{Pl}$, приводят к квадратично расходящимся вкладом дестабилизирующим электрослабую шкалу [146]. В принципе соответствующие операторы могут быть запрещены дискретными симметриями Z_2^R или Z_5^R [147]–[148]. При этом операторы высших размерностей генерируют линейный член ξS в суперпотенциале, который не приводит к дестабилизации электрослабой шкалы, поскольку константа ξ достаточно мала. С другой стороны эта константа достаточно велика, чтобы предотвратить появление доменных стенок. Суперпотенциал соответствующей модификации HMSSM (MHSSM) может быть представлен в следующем виде [148]–[149]:

$$W_{MNSSM} = \lambda S(H_1 H_2) + \xi S + W_{MSSM}(\mu = 0). \quad (1.12)$$

Наряду с MHSSM обсуждались и другие модификации HMSSM [75], [82], [150].

1.1.2 E_6 ССМ

Другой подход к решению проблемы μ -члена возникает в рамках ТВО с E_6 калибровочной симметрией. СУСИ модели с калибровочными группами, которые являются подгруппами E_6 или E_8 естественным образом возникают из $E_8 \times E'_8$ десятимерной гетеротической теории суперструн [151]. Было показано, что предел сильного взаимодействия в этой теории описывается в области низких энергий 11-мерной супергравитацией [152]. Компактификация дополнительных измерений в данной теории приводит к нарушению E_8 до E_6 или ее подгруппы в наблюдаемом секторе [153]. Другая калибровочная симметрия E'_8 отвечает скрытому сектору, в котором происходит нарушение локальной суперсимметрии. В рассматриваемой теории поля скрытого сектора взаимодействуют с полями наблюдаемого сектора только посредством гравитационного взаимодействия. Нарушение E_6 симметрии при сверхвысоких энергиях порядка $M_X \simeq 10^{16}$ ГэВ может приводить к СУСИ моделям с дополнительной $U(1)'$ калибровочной симметрией, которая представляет собой линейную суперпозицию $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ симметрий, т.е.:

$$U(1)' = U(1)_\chi \cos \theta + U(1)_\psi \sin \theta. \quad (1.13)$$

Симметрии $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ появляются, например, в результате нарушения $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi$ и последующего нарушения $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi$ (см. обзоры [154]–[155]).

В исследуемых СУСИ моделях сокращение аномалий происходит автоматически, если спектр частиц при низких энергиях содержит только полные 27-плеты, которые образуют простейшее представление группы E_6 . Поэтому при построении самосогласованной СУСИ модели с дополнительной $U(1)'$ симметрией (1.13) представляется вполне естественным дополнить спектр частиц МССМ экзотическими состояниями таким образом, чтобы в совокупности с обычными кварковыми и лептонными суперполями спектр частиц включал три полных 27-плета, которые соответствуют трем поколениям частиц. В этой связи удобно представить простейшие представления группы E_6 , т.е. 27_i , в виде разложения по представлениям группы $SU(5)$:

$$\begin{aligned} 27_i \rightarrow & \left(10, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{1}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5^*, \frac{1}{\sqrt{24}}, \frac{3}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i \\ & + \left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(1, \frac{4}{\sqrt{24}}, 0\right)_i + \left(1, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{5}{\sqrt{40}}\right)_i, \end{aligned} \quad (1.14)$$

где величины в скобках соответствуют представлению группы $SU(5)$, а также $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ зарядам, которые рассматриваемое представление имеет. Индекс i отвечает трем разным поколениям частиц и изменяется от 1 до 3. Поколение элементарных частиц в СМ, которое включает в себя дублеты левосторонних кварков Q_i и лептонов L_i , правосторонние верхние и нижние кварки (u_i^c и d_i^c), а также правосторонние заряженные лептоны (e_i^c), ассоциируется с мультиплетом $\left(10, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{1}{\sqrt{40}}\right)_i + \left(5^*, \frac{1}{\sqrt{24}}, \frac{3}{\sqrt{40}}\right)_i$. Правостороннее

нейтрино N_i^c отвечает последнему члену в выражении (1.14), $\left(1, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{5}{\sqrt{40}}\right)_i$. Предпоследний член, $\left(1, \frac{4}{\sqrt{24}}, 0\right)_i$, представляет собой синглетное поле S_i группы $SO(10)$, с ненулевым $U(1)_\psi$ зарядом. Пара $SU(2)_W$ дублетов (H_i^d и H_i^u), которые содержатся в $SU(5)$ мультиплетах $\left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i$ и $\left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i$, имеют квантовые числа хиггсовских дублетов. Поэтому они образуют либо хиггсовские дублеты либо инертные хиггсовские $SU(2)_W$ мультиплеты¹. Другие компоненты $SU(5)$ мультиплетов $\left(5^*, -\frac{2}{\sqrt{24}}, -\frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i$ и $\left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}}\right)_i$ образуют триплеты экзотических кварковых состояний \bar{D}_i и D_i с электрическими зарядами $+1/3$ и $-1/3$ соответственно. Эти кварковые состояния имеют $U(1)_{B-L}$ заряды $\left(\pm\frac{2}{3}\right)$, что вдвое больше $U(1)_{B-L}$ зарядов, которые несут обычные кварки. По этой причине в рассматриваемых СУСИ моделях экзотические кварковые состояния могут быть либо дикварками либо лептокварками.

Присутствие в спектре частиц исследуемых моделей экзотических кварковых состояний и Z' бозона стимулировало изучение различных феноменологических аспектов этих моделей на протяжении многих лет [155]–[156]. Несколько лет назад в работе [157] изучались ограничения на массу Z' бозона, который ассоциируется с дополнительной $U(1)'$ симметрией (1.13), полученные при анализе данных ускорителя Тэватрон, расположенного в национальной ускорительной лаборатории им. Энрико Ферми (г. Батавия, штат Иллинойс, США), а также первых данных экспериментов на БАК. Различные аспекты феноменологии экзотических кварковых состояний и их суперпартнеров рассматривались в работе [158]. СУСИ модели с дополнительной $U(1)'$ симметрией (1.13) исследовались в контексте нарушения электрослабой симметрии [159]–[163]; физики нейтрино [164]–[165] и моделей, позволяющих описать иерархическую структуру спектра и смешивание фермионных состояний СМ [166]; генерации лептонной [92], [167] и барионной [168] асимметрий; мюонного аномального магнитного момента [169]; электрических дипольных моментов электрона [170] и τ -лептона [171]; процесса распада мюона [172] и CP нарушения в хиггсовском секторе [173]. Сектор нейтралитетно в рассматриваемых моделях анализировался в работах [162], [170]–[172], [174]–[178]. Хиггсовский сектор и верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в СУСИ моделях с дополнительной $U(1)'$ калибровочной симметрией (1.13) изучались в работах [69]–[70], [105]–[107], [163], [178]–[179].

В рамках широкого класса СУСИ моделей с дополнительной $U(1)'$ симметрией (1.13) существует определенная линейная комбинация $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$, которая соответствует нулевому заряду правосторонних нейтрино. Зануление $U(1)'$ заряда правосторонних нейтрино происходит при значении $\theta = \arctan \sqrt{15}$. Соответствующая данному значению θ локаль-

¹Здесь и далее мы будем называть инертными хиггсовскими полями (дублетами или мультиплетами) поля с квантовыми числами H_i^d , H_i^u и S_i , которые не приобретают вакуумного среднего.

ная симметрия $U(1)_N$ не запрещает правосторонним нейтрино иметь массу на много порядков большую чем шкала нарушения СУСИ. Поэтому только в этой, так называемой, E_6 суперсимметричной стандартной модели (E_6 ССМ) [69]–[72] правосторонние нейтрино могут быть супертяжелыми, что позволяет использовать механизм see–saw для генерации ничтожно малых масс левосторонних нейтрино. Таким образом в СУСИ моделях с дополнительной $U(1)_N$ калибровочной симметрией крайне иерархическая структура спектра лептонов возникает достаточно естественным образом. Кроме того, распады супертяжелых правосторонних нейтрино могут приводить к генерации лептонной и барионной асимметрий [92], [167]. $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ заряды различных компонент 27–плета представлены в таблице 1.1. СУСИ модели с дополнительной локальной $U(1)_N$ симметрией изучались в контексте моделей со стерильными нейтрино [165], $Z - Z'$ смешивания [174], эволюции констант взаимодействия [162], [73], [108] и нарушения электрослабой симметрии [161]–[163]. Сектор нейтралино в этих моделях исследовался в работах [162] и [174]–[175]. Возможность наблюдения в экспериментах на БАК Z' бозона и экзотических \bar{D}_i и D_i кварков, которые предсказываются данными моделями, обсуждалась в работах [69]–[70], [105]–[107], [180]. Спектр частиц в рамках E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ рассматривался в работах [86]–[89], [120].

	Q_i	u_i^c	d_i^c	L_i	e_i^c	N_i^c	S_i	H_i^u	H_i^d	D_i	\bar{D}_i
$\sqrt{\frac{5}{3}}Q_i^Y$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\sqrt{40}Q_i^N$	1	1	2	2	1	0	5	−2	−3	−2	−3

Таблица 1.1: $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ заряды различных компонент 27–плета.

Хотя присутствие в спектре частиц СУСИ моделей с дополнительной локальной $U(1)'$ симметрией (1.13) экзотических состояний и Z' бозона делает их достаточно привлекательными для изучения, появление новых частиц и взаимодействий приводит к определенным проблемам. Для того чтобы разобраться в сути возникающих проблем, полезно начать с изучения СУСИ моделей, лагранжиан которых инвариантен по отношению к преобразованиям $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрии. Если ограничиться рассмотрением класса перенормируемых теорий, то суперпотенциал этих моделей можно в наиболее общем случае представить в виде суммы следующих членов:

$$\begin{aligned}
W_{E_6} &= W_0 + W_1 + W_2, \\
W_0 &= \lambda_{ijk} S_i (H_j^d H_k^u) + \kappa_{ijk} S_i (D_j \bar{D}_k) + h_{ijk}^N N_i^c (H_j^u L_k) + \\
&\quad + h_{ijk}^U u_i^c (H_j^u Q_k) + h_{ijk}^D d_i^c (H_j^d Q_k) + h_{ijk}^E e_i^c (H_j^d L_k), \\
W_1 &= g_{ijk}^Q D_i (Q_j Q_k) + g_{ijk}^a \bar{D}_i d_j^c u_k^c, \\
W_2 &= g_{ijk}^N N_i^c D_j d_k^c + g_{ijk}^E e_i^c D_j u_k^c + g_{ijk}^D (Q_i L_j) \bar{D}_k.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

В выражении (1.15) по повторяющимся индексам i, j, k , которые соответствуют различным поколениям частиц, производится суммирование, т.е. $i, j, k = 1, 2, 3$. Несложно убедиться в

том, что суперпотенциал (1.15) инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_{B-L}$ симметрии. В данном случае это является прямым следствием принципа калибровочной инвариантности, поскольку $U(1)_{B-L}$ представляет собой линейную суперпозицию $U(1)_Y$ и $U(1)_X$. Явный вид суперпотенциала (1.15) также однозначно указывает на то, что по отдельности барионное и лептонное квантовые числа не сохраняются. Действительно, одновременное включение в суперпотенциал рассматриваемых моделей W_1 и W_2 неизбежно приводит к нарушению либо $U(1)_B$ либо $U(1)_L$. Другими словами, не представляется возможным определить барионные и лептонные квантовые числа экзотических кварков D_i и \bar{D}_i так, чтобы лагранжиан исследуемых СУСИ моделей был бы инвариантен по отношению к преобразованиям и $U(1)_B$ и $U(1)_L$ глобальных симметрий. Более того, можно показать, что нарушение этих симметрий, которое обусловлено взаимодействием экзотических кварков с обычными кварками и лептонами, неизбежно приводит к слишком быстрому распаду протона.

Другая проблема, возникающая в рассматриваемых СУСИ моделях, связана с включением в спектр частиц трех поколений H_i^u и H_i^d . Калибровочная $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_X$ симметрия не запрещает всем $SU(2)_W$ дублетам с квантовыми числами хиггсовских дублетов иметь ненулевые константы взаимодействия с обычными кварковыми и лептонными состояниями. В наиболее общем случае это приводит к процессам, сопровождающимся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. В частности, соответствующие константы взаимодействия дают вклад в амплитуду $K^0 - \bar{K}^0$ осцилляций, а также приводят к новому каналу распада мюона $\mu \rightarrow e^- e^+ e^-$. Для того чтобы подавить процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, можно использовать дискретную Z_2^H симметрию, которая предполагает, что при преобразованиях данной симметрии все киральные суперполя за исключением одной пары $SU(2)_W$ дублетов H_i^d и H_i^u (т.е., например, $H_d \equiv H_3^d$ и $H_u \equiv H_3^u$) и одного суперполя S_i (т.е. например $S \equiv S_3$) изменяют знак [69]–[70]. Эта же симметрия позволяет подавить операторы, которые приводят к наиболее существенному нарушению $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий. Так, Z_2^H симметрия запрещает все члены в W_1 и W_2 .

Однако в пределе точной Z_2^H симметрии время жизни легчайшего экзотического кварка исключительно велико. В самом деле, поскольку все члены в W_1 и W_2 запрещены, суперпотенциал (1.15) не содержит ни одного оператора, который мог бы приводить к распаду этого состояния. Кроме того, лагранжиан такой СУСИ модели инвариантен не только по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$, но также остается неизменным при преобразованиях глобальной $U(1)_D$ симметрии, которые определяются следующим образом

$$D_j \rightarrow e^{i\alpha} D_j, \quad \bar{D}_k \rightarrow e^{-i\alpha} \bar{D}_k. \quad (1.16)$$

Инвариантность лагранжиана модели по отношению к преобразованиям $U(1)_D$ симметрии обеспечивает стабильность легчайшего экзотического кварка так же как барионная $U(1)_B$

симметрия обеспечивает стабильность протона (легчайшего барионного состояния). Глобальные $U(1)_B$ и $U(1)_D$ симметрии нарушаются операторами высших размерностей, которые подавлены по $1/M_X$ или $1/M_{Pl}$. Соответствующие операторы приводят к распадам легчайших экзотических кварков, но не приводят к чрезмерно быстрому распаду протона. Так как $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ запрещают операторы размерности пять, которые могли бы приводить к нарушению $U(1)_D$ глобальной симметрии, время жизни легчайшего экзотического кварка оказывается порядка

$$\tau_D \gtrsim M_X^4 / \mu_D^5, \quad (1.17)$$

где μ_D — масса легчайшего экзотического кварка. В случае, когда $\mu_D \simeq \text{ТэВ}$ время жизни $\tau_D \gtrsim 10^{49} \text{ ГэВ}^{-1} \sim 10^{17}$ лет, что существенно больше чем возраст Вселенной.

Такие долгоживущие и относительно легкие частицы должны были бы эффективно рождаться на ранних стадиях эволюции Вселенной. При этом, поскольку предполагается, что экзотических кварки достаточно стабильны, определенное их количество должно было бы сохраниться к настоящему времени. Вследствие конфайнмента эти кваки не могут существовать в природе в качестве свободных состояний. Они должны были бы образовывать связанные состояния с обычными кварками, формируя изотопы широко распространённых элементов. Поисками соответствующих изотопов занимались на протяжении многих лет. В результате были установлены жесткие ограничения на концентрацию таких элементов при условии что экзотические состояния имеют массу, которая не превосходит 10 ТэВ . Анализ данных различных экспериментов показывает, что относительная концентрация этих долгоживущих экзотических состояний не должна превосходить 10^{-15} на нуклон [181]. С другой стороны теоретические оценки [182] показывают, что если бы такие долгоживущие экзотические кварки существовали бы, то их относительная концентрация должна была бы быть не ниже чем 10^{-10} на нуклон. Поэтому модели, которые приводят к экзотическим кварковым состояниям с временем жизни порядка или более возраста нашей Вселенной, практически исключены существующими экспериментальными данными.

В связи с вышеизложенным становится очевидным, что определённая ранее Z_2^H симметрия не может быть точной в исследуемых СУСИ моделях. В то же самое время в пределе приближённой Z_2^H симметрии, когда все юкавские константы, которые нарушают рассматриваемую симметрию, крайне малы, т.е. $\lesssim 10^{-4}$, все процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах остаются сильно подавленными, что позволяет избежать каких-либо противоречий с имеющимися экспериментальными данными. С другой стороны даже столь незначительное нарушение Z_2^H симметрии оказывается неприемлемым с точки зрения стабильности протона. По этой причине в случае приближённой Z_2^H симметрии представляется необходимым использовать дополнительные симметрии для подавления процессов связанных с нарушением $U(1)_B$ и $U(1)_L$. Операторы, которые приводят к наиболее существенному нарушению барионного и лептонного квантовых чисел, оказываются подавленными, если лагранжиан исследуемых моделей инвариантен по отношению к преобразованиям либо Z_2^L либо Z_2^B дискретных симметрий.

При преобразованиях Z_2^L симметрии только лептонные суперполя (L_i, e_i^c, N_i^c) изменяют знак. В этом случае барионное и лептонное квантовые числа сохраняются, если экзотические кварки представляют собой дикварковые состояния, т.е. их барионные числа $B_D = -2/3$ и $B_{\bar{D}} = 2/3$. Симметрия Z_2^B предполагает, что только суперполя отвечающие лептонным и экзотическим кварковым состояниям $(L_i, e_i^c, N_i^c, D_i, \bar{D}_i)$ изменяют знак при соответствующих преобразованиях. В данном случае лагранжиан исследуемых СУСИ моделей инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$, если экзотические кварковые состояния являются лептокварками, т.е $B_D = 1/3, B_{\bar{D}} = -1/3, L_D = 1$ и $L_{\bar{D}} = -1$. Трансформационные свойства различных супермультиплетов при преобразованиях Z_2^H, Z_2^L и Z_2^B симметрий приведены в таблице 1.2.

	Q_i	u_i^c	d_i^c	L_i	e_i^c	N_i^c	S_α	H_α^u	H_α^d	D_i	\bar{D}_i	H_u	H_d	S
Z_2^H	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+
Z_2^L	+	+	+	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+
Z_2^B	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	+	+	+

Таблица 1.2: Трансформационные свойства различных супермультиплетов при преобразованиях Z_2^H, Z_2^L и Z_2^B симметрий.

Следует отметить, что при преобразованиях Z_2^H, Z_2^L и Z_2^B симметрий различные компоненты 27-плетов преобразуются по-разному. Другими словами, эти дискретные симметрии не коммутируют с E_6 , нарушение которой могло бы привести к СУСИ моделям с дополнительной $U(1)_N$ симметрией. Кроме того, введение нескольких симметрий, которые не имеют ничего общего с E_6 , для подавления процессов, сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, а также нарушением барионного и лептонного квантовых чисел, также не делает рассматриваемые модели более привлекательными. В следующих разделах этой главы будет показано, каким образом ТВО могут приводить к самосогласованным СУСИ моделям с дополнительной локальной $U(1)_N$ симметрией.

1.1.3 $U(1)_N$ расширения МССМ и E_6

Для того чтобы понять каким образом нарушение E_6 симметрии или её подгруппы в суперсимметричных ТВО может приводить к СУСИ моделям с дополнительной калибровочной $U(1)_N$ симметрией, представляется обоснованным начать с изучения СУСИ моделей, лагранжиан которых инвариантен по отношению к преобразованиям $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрии. Другими словами, в этом разделе будет предполагаться, что E_6 симметрия или её подгруппа вблизи шкалы M_X нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрии. Далее будет показано, что соответствующее нарушение симметрии возникает в рамках ТВО с дополнительными пространственными измерениями. Как и в предыдущем разделе мы будем исходить из того, что спектр частиц

рассматриваемой СУСИ модели включает в себя три полных 27-плета E_6 , что гарантирует точное сокращение аномалий. Суперпотенциал рассматриваемой модели определяется выражением (1.15), которое можно также представить в виде произведения 27-плетов, т.е. $27 \times 27 \times 27$.

Наряду с полными 27-плетами спектр частиц может включать и отдельные компоненты $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ -плетов, M_l и \overline{M}_l . Поскольку соответствующие мультиплеты имеют противоположные $U(1)_Y$, $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ заряды, их вклад в аномалии сокращается. Как и в случае с простейшей $SU(5)$ моделью Великого Объединения неполные мультиплеты могут, в частности, ассоциироваться с хиггсовскими полями, которые нарушают $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрию до $U(1)_{em}$. Соответствующее нарушение оказывается возможным, если набор мультиплетов M_l включает в себя $H^u \equiv H_u$, $H^d \equiv H_d$, S и $N^c \equiv N_H^c$. Ненулевые вакуумные средние суперполей S и N^c нарушают $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ симметрии, оставляя ненарушенной $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрию. Как и в МССМ к нарушению $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии приводят ненулевые вакуумные средние нейтральных компонент хиггсовских дублетов H_u и H_d , которые также генерируют массы всех кварков, лептонов и векторных бозонов СМ.

Так же как в простейшей $SU(5)$ модели операторы, которые наиболее существенным образом нарушают барионные и лептонные квантовые числа, могут быть подавлены посредством дискретной Z_2 симметрии, которая предполагает, что только полные мультиплеты изменяют знак при соответствующих преобразованиях. В простейших ТВО данная Z_2 симметрия совпадает с P_M (1.6). В рассматриваемых СУСИ моделях эта Z_2 симметрия лишь незначительно отличается от упоминавшейся ранее Z_2^H симметрии. Поскольку при преобразованиях этой \tilde{Z}_2^H симметрии $27_i \rightarrow -27_i$ и $M_l \rightarrow M_l$, все члены в суперпотенциале, соответствующие $27_i \times 27_j \times 27_k$ запрещены. В то же самое время \tilde{Z}_2^H симметрия не запрещает взаимодействия супермультиплетов M_l с компонентами полных 27-плетов, которое может быть представлено в виде $27'_l \times 27_i \times 27_k$, а также взаимодействия $27'_l \times 27'_m \times 27'_n$. Здесь и далее мы будем предполагать, что в отличие от Z_2^H дискретная \tilde{Z}_2^H симметрия будет оставаться ненарушенной. Так как предполагается, что M_l приобретают ненулевые вакуумные средние, которые могли бы приводить к спонтанному нарушению \tilde{Z}_2^H симметрии, супермультиплеты M_l должны оставаться неизменными при преобразованиях этой симметрии. Если набор мультиплетов M_l содержит только два дублета H_u и H_d , то тогда \tilde{Z}_2^H симметрия позволяет существенным образом подавить процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, поскольку нижние кварки и заряженные лептоны взаимодействуют только с одним хиггсовским дублетом H_d , а верхние кварки — только с одним дублетом H_u .

При преобразованиях дискретной \tilde{Z}_2^H симметрии некоторые из суперполей \overline{M}_l могут также изменять знак. В наиболее общем случае суперпотенциал исследуемых моделей может

быть представлен в следующем виде:

$$W_{\text{total}} = Y'_{lmn} 27'_l 27'_m 27'_n + Y'_{lij} 27'_l 27'_i 27'_j + \tilde{Y}'_{lmn} \overline{27}'_l \overline{27}'_m \overline{27}'_n + \mu'_{il} 27'_i \overline{27}'_l + \tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l \dots, \quad (1.18)$$

где Y'_{lmn} , Y'_{lij} и \tilde{Y}'_{lmn} — юкавские константы, а μ'_{il} и $\tilde{\mu}'_{ml}$ — массовые параметры. Необходимо отметить, что в суперпотенциале (1.18) $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ представляют собой неполные 27-плеты, т.е. только M_l и \overline{M}_l компоненты этих 27-плетов следует учитывать при выводе полного суперпотенциала. Все остальные компоненты $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ имеют массы порядка M_X . Вид массовых членов в суперпотенциале (1.18) непосредственно зависит от того, как преобразуются супермультиплеты \overline{M}_l . Действительно, если \overline{M}_l изменяют знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, то тогда члены $\tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l$ и $\tilde{Y}'_{lmn} \overline{27}'_l \overline{27}'_m \overline{27}'_n$ запрещены этой симметрией, а μ'_{il} могут быть отличны от нуля. В противном случае $\mu'_{il} = 0$ тогда как $\tilde{\mu}'_{ml} 27'_m \overline{27}'_l$ и $\tilde{Y}'_{lmn} \overline{27}'_l \overline{27}'_m \overline{27}'_n$ не запрещены этой симметрией. В наиболее общем случае $\mu'_{il} \sim \tilde{\mu}'_{ml} \sim M_X$. Однако в некоторых случаях соответствующие массовые члены могут быть запрещены дополнительными глобальными симметриями в рассматриваемых СУСИ моделях. При этом сравнительно малые значения массовых параметров μ'_{il} и $\tilde{\mu}'_{ml}$ ($\mu'_{il} \sim \tilde{\mu}'_{ml} \ll M_X$) могут генерироваться при низких энергиях в результате нарушения данных симметрий.

Вакуумные средние суперполей N_H^c и \overline{N}_H^c , которые являются компонентами $27'_N$ и $\overline{27}'_N$, могут быть использованы не только для нарушения $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ калибровочных симметрий, но и для генерации майорановских масс правосторонних нейтрино N_i^c . Соответствующие массовые члены могут генерироваться в результате взаимодействия суперполей \overline{N}_H^c и N_i^c в суперпотенциале, которое может быть представлено в виде

$$\Delta W_N = \frac{\varkappa_{ij}}{M_{Pl}} (27_i \overline{27}'_N) (27_j \overline{27}'_N). \quad (1.19)$$

Операторы (1.19) приводят к массам правосторонних нейтрино, которые на много порядков меньше, чем вакуумные средние $\langle \overline{N}_H^c \rangle$ и $\langle N_H^c \rangle$. Так как механизм see-saw, который позволяет естественным образом объяснить происхождение наблюдаемой иерархии масс и смешивание состояний в лептонном секторе, предполагает, что правосторонние нейтрино должны иметь достаточно большие массы (\gg ТэВ), здесь и далее будет предполагаться, что вакуумные средние $\langle \overline{N}_H^c \rangle \sim \langle N_H^c \rangle \lesssim M_X$. В свою очередь, это означает, что $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрия вблизи шкалы M_X нарушается до $U(1)_N$ симметрии

$$U(1)_N = \frac{1}{4} U(1)_\chi + \frac{\sqrt{15}}{4} U(1)_\psi. \quad (1.20)$$

Поскольку N_H^c и \overline{N}_H^c приобретают вакуумные средние, оба суперполя должны оставаться неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, чтобы избежать спонтанного нарушения этой симметрии.

Вакуумные средние суперполей N_H^c и \bar{N}_H^c могут также нарушить $U(1)_{B-L}$ симметрию. В частности вакуумное среднее $\langle N_H^c \rangle$ может привести к появлению билинейных членов $M_{ij}^L(H_i^u L_j)$ и $M_{ij}^B(D_i d_j^c)$ в суперпотенциале. В результате такого нарушения симметрии все экзотические состояния приобретают массы порядка $\langle N_H^c \rangle$, что делает соответствующие модели крайне непривлекательными с феноменологической точки зрения. Поэтому здесь и далее будет предполагаться, что члены в суперпотенциале, описывающие взаимодействие N_H^c (или $27'_N$) с полными 27_i представлениями группы E_6 , т.е. члены вида $27'_N 27_i 27_j$, запрещены некоторой дополнительной симметрией. В качестве такой дополнительной симметрии может, например, выступать дискретная симметрия Z_n . Хотя данная симметрия может воспрепятствовать появлению членов вида $27'_N 27_i 27_j$ в суперпотенциале исследуемых моделей, она не должна запрещать взаимодействия суперполей \bar{N}_H^c с полными 27_i супермультиплетами (1.19), которые приводят к генерации масс правосторонних нейтрино N_i^c . Одним из возможных примеров такой симметрии может являться Z_2 симметрия, при преобразованиях которой только суперполя N_H^c и \bar{N}_H^c изменяют знак, т.е. $N_H^c \rightarrow -N_H^c$ и $\bar{N}_H^c \rightarrow -\bar{N}_H^c$. К тому же результату приводит Z_n симметрия (с $n > 2$), при которой преобразуется только суперполе N_H^c , что приводит к запрещению массового члена $\mu_H N_H^c \bar{N}_H^c$ в суперпотенциале. При этом данная Z_n симметрия не запрещает взаимодействия N_H^c и \bar{N}_H^c в суперпотенциале, которое имеет следующий вид:

$$\Delta W_{N_H^c} = \varkappa \frac{(N_H^c \bar{N}_H^c)^n}{M_{Pl}^{2n-3}}, \quad (1.21)$$

В рассматриваемом случае суперполя N_H^c и \bar{N}_H^c приобретают такие вакуумные средние, что D -члены в лагранжиане рассматриваемых СУСИ моделей, которые соответствуют $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ калибровочным взаимодействиям, практически зануляются, что приводит к

$$\langle N_H^c \rangle \simeq \langle \bar{N}_H^c \rangle \sim M_{Pl} \cdot \left[\frac{1}{\varkappa} \frac{M_S}{M_{Pl}} \right]^{\frac{1}{2n-2}}, \quad (1.22)$$

где M_S отвечает шкале нарушения СУСИ. Данный механизм при $M_S \sim 1$ ТэВ позволяет получить $\langle N_H^c \rangle \gtrsim 10^{14}$ ГэВ, что приводит к массам правосторонних нейтрино порядка

$$\varkappa_{ij} M_{Pl} \cdot \left[\frac{1}{\varkappa} \frac{M_S}{M_{Pl}} \right]^{\frac{1}{n-1}} \gtrsim 10^{10} \text{ ГэВ}.$$

Механизм нарушения локальной симметрии, который обсуждался выше, предполагает, что вакуумные средние суперполей N_H^c и \bar{N}_H^c нарушают $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ до $U(1)_N \times P_M$. Такое спонтанное нарушение симметрии оказывается возможным поскольку P_M является дискретной подгруппой $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ симметрий. Более того, \tilde{Z}_2^H удобно представить в виде:

$$\tilde{Z}_2^H = P_M \times Z_2^E, \quad (1.23)$$

	27_i	27_i	$27'_{H_u}$ ($27'_{H_d}$)	$27'_S$	$\overline{27}'_{H_u}$ ($\overline{27}'_{H_d}$)	$\overline{27}'_S$	$27'_N$ ($\overline{27}'_N$)	$27'_L$ ($\overline{27}'_L$)	$27'_d$ ($\overline{27}'_d$)
	Q_i, u_i^c, d_i^c L_i, e_i^c, N_i^c	\overline{D}_i, D_i H_i^d, H_i^u, S_i	H_u (H_d)	S	\overline{H}_u (\overline{H}_d)	\overline{S}	N_H^c (\overline{N}_H^c)	L_4 (\overline{L}_4)	d_4^c (\overline{d}_4^c)
\tilde{Z}_2^H	−	−	+	+	−	±	+	+	+
P_M	−	+	+	+	+	+	−	−	−
Z_2^E	+	−	+	+	−	±	−	−	−

Таблица 1.3: Трансформационные свойства различных компонент E_6 супермультиплетов при преобразованиях \tilde{Z}_2^H , P_M и Z_2^E дискретных симметрий.

где Z_2^E дискретная симметрия, которая ассоциируется с экзотическими состояниями. Трансформационные свойства различных компонент 27_i , $27'_l$ и $\overline{27}'_l$ супермультиплетов при преобразованиях \tilde{Z}_2^H , P_M и Z_2^E симметрий приведены в таблице 1.3. Как следует из таблицы 1.3 все компоненты полных 27_i представлений E_6 , включающие экзотические состояния, т.е. \overline{D}_i , D_i , H_i^d , H_i^u и S_i , изменяют знак при преобразованиях Z_2^E симметрии. Так как низкоэнергетический эффективный лагранжиан рассматриваемых СУСИ моделей инвариантен по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H и P_M симметрий, он должен быть также инвариантен по отношению к преобразованиям Z_2^E симметрии. Сохранение Z_2^E предполагает, что легчайшее экзотическое состояние является абсолютно стабильным и должно давать определённый вклад в плотность тёмной материи.

Как уже отмечалось ранее, в СУСИ моделях легчайшая суперсимметричная частица, т.е. легчайшее состояние с отрицательной R -чётностью, должна быть абсолютно стабильной. Если в исследуемых моделях легчайшая экзотическая частица соответствует состоянию с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$, то тогда сохранение Z_2^E и R -чётности запрещает этому экзотическому состоянию и легчайшему состоянию с $P_R = -1$ распадаться. Когда легчайшая экзотическая частица отвечает состоянию с $P_R = -1$, то тогда сохранение Z_2^E и R -чётности предполагает, что эта экзотическая частица, а также ещё одна частица, которая может соответствовать либо состоянию с $P_R = -1$ и $Z_2^E = +1$ или состоянию с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$ должны быть абсолютно стабильными. Таким образом, исследуемые СУСИ модели содержат по крайней мере два состояния, которые могут давать существенный вклад в плотность тёмной материи.

В принципе, к нарушению дополнительной $U(1)_N$ калибровочной симметрии могут приводить как вакуумное среднее суперполя S так и вакуумное среднее суперполя \overline{S} . При этом вакуумное среднее $\langle S \rangle$ должно быть достаточно велико (~ 10 ТэВ), поскольку оно определяет не только массу Z' бозона, но также массы экзотических кварков и инертных хиггсино. С другой стороны при слишком больших значениях $\langle S \rangle$ ($\langle S \rangle \gg 10 - 100$ ТэВ) Z' бозон и экзотические состояния становятся такими тяжёлыми, что их обнаружение в экспериментах на БАК представляется невозможным. Это делает СУСИ модели с большими значениями $\langle S \rangle$ крайне непривлекательными с феноменологической точки зрения. Если суперполе \overline{S}

приобретает вакуумное среднее, то оно должно оставаться неизменным при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии. В случае, когда $\langle \bar{S} \rangle = 0$, суперполе \bar{S} может изменять знак при соответствующих преобразованиях.

Как уже обсуждалось в предыдущем разделе этой главы, если набор супермультиплетов M_l включает в себя только поля необходимые для того, чтобы нарушить $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрию до $U(1)_{em}$, т.е. H_u, H_d, S и N_H^c , то время жизни легчайшего экзотического кварка оказывается порядка или более возраста нашей Вселенной и такие модели практически исключены существующими экспериментальными данными. В рассматриваемых моделях время жизни легчайшего экзотического кваркового состояния может быть достаточно мало, т.е. $\tau_D \lesssim 1$ сек., если в набор супермультиплетов M_l включить кварковые и лептонные суперполя. В этой связи имеет смысл рассмотреть два сценария приводящие к различным явлениям, которые могут наблюдаться в экспериментах на БАК. В простейшем случае (сценарий А) набор суперполей, которые остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, содержит дополнительные лептонные суперполя, такие как L_4, \bar{L}_4, e_4^c и \bar{e}_4^c . Предполагается, что бозонные и фермионные компоненты этих лептонных суперполей имеют массы порядка ТэВ. В этом случае \tilde{Z}_2^H симметрия не запрещает взаимодействие дополнительных лептонных суперполей с суперполями экзотических и обычных кварков. Как следствие, сохранение барионного числа предполагает, что \bar{D}_i и D_i являются лептокварковыми состояниями.

В настоящей диссертационной работе мы ограничимся изучением СУСИ моделей, в которых есть основания полагать, что при сверхвысоких энергиях происходит объединение калибровочных констант. В основе такого подхода лежит однопетлевой анализ эволюции калибровочных констант. В МССМ и НМССМ объединение калибровочных констант в однопетлевом приближении возникает естественным образом. Было показано, что в СУСИ моделях, которые наряду со спектром частиц МССМ содержат полные представления группы $SU(5)$, такое объединение также имеет место в однопетлевом приближении [183]. Таким образом, в случае СУСИ моделей с дополнительной $U(1)_N$ локальной симметрией объединение калибровочных констант может иметь место если спектр частиц наряду с тремя полными 27-плетами содержит, например, два $SU(2)_W$ дублета суперполей. В качестве двух таких дублетов в случае сценария А могут выступать лептонные суперполя L_4 и \bar{L}_4 , массы которых должны быть порядка ТэВ. При этом супермультиплеты \bar{H}_u и \bar{H}_d , которые должны изменять знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, и две линейные суперпозиции соответствующих компонент полных 27-плетов 27_i образуют состояния с массами порядка M_X . В этой связи включение суперполей e_4^c и \bar{e}_4^c с массами \sim ТэВ в рамках сценария А представляется весьма проблематичным. Член в суперпотенциале $\mu_L L_4 \bar{L}_4$, который позволяет фермионным компонентам суперполей L_4 и \bar{L}_4 приобрести массы порядка ТэВ, предполагает, что $\mu_L \sim$ ТэВ. Соответствующий член в суперпотенциале может генерироваться в рамках СУГРА моделей, если кэлеров потенциал этих моделей содержит член $(Z_L(L_4 \bar{L}_4) + h.c)$ [184].

Можно ожидать, что бозонные и фермионные компоненты суперполя \bar{S} слабо влияют на эволюцию калибровочных констант $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ взаимодействий, так как данные поля не участвуют в этих взаимодействиях. Поэтому на объединение соответствующих констант они должны оказывать влияние весьма опосредованное. Если суперполе \bar{S} изменяет знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, то компоненты этого суперполя и линейные суперпозиции соответствующих компонент полных 27-плетов 27_i образуют состояния с массами порядка M_X . В случае, когда суперполе \bar{S} остаётся неизменным при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, оно, так же как и суперполе S , может приобретать вакуумное среднее, нарушая $U(1)_N$ калибровочную симметрию. При этом бозонные и фермионные компоненты суперполя \bar{S} должны иметь массы порядка ТэВ.

Таким образом, сценарий А предполагает, что в простейшем случае при энергиях $E \ll M_X$ спектр частиц в рассматриваемых СУСИ моделях включает в себя следующие мультиплеты суперполей:

$$\begin{aligned} & [(Q_i, u_i^c, d_i^c, L_i, e_i^c, N_i^c)] + (D_i, \bar{D}_i) + S_\alpha + H_\alpha^u + H_\alpha^d \\ & + L_4 + \bar{L}_4 + N_H^c + \bar{N}_H^c + S + H_u + H_d, \end{aligned} \quad (1.24)$$

где $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$. Принимая во внимание, что компоненты суперполей N_i^c , N_H^c и \bar{N}_H^c приобретают массы, существенно большие, чем 100 ТэВ и пренебрегая неперенормируемыми операторами высших размерностей, суперпотенциал исследуемых моделей может быть представлен в следующем виде

$$\begin{aligned} W_A = & \lambda S(H_u H_d) + \lambda_{\alpha\beta} S(H_\alpha^d H_\beta^u) + \kappa_{ij} S(D_i \bar{D}_j) + \tilde{f}_{\alpha\beta} S_\alpha(H_\beta^d H_u) + f_{\alpha\beta} S_\alpha(H_d H_\beta^u) \\ & + g_{ij}^D (Q_i L_4) \bar{D}_j + h_{i\alpha}^E e_i^c (H_\alpha^d L_4) + \mu_L L_4 \bar{L}_4 + W_{MSSM}(\mu = 0). \end{aligned} \quad (1.25)$$

Другой сценарий (сценарий В) реализуется, когда набор супермультиплетов M_l наряду с H_u , H_d , S и N_H^c содержит дополнительный триплет киральных суперполей d_4^c , которому соответствует неполный 27-плет $27'_d$. Если бозонные и фермионные компоненты супермультиплетов d_4^c и \bar{d}_4^c , которые остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, имеют массы порядка ТэВ, то тогда низкоэнергетический эффективный суперпотенциал исследуемых моделей может содержать члены, описывающие взаимодействие d_4^c с обычными и экзотическими кварковыми суперполями. Данные взаимодействия позволяют легчайшему экзотическому кварковому состоянию распадаться достаточно быстро. С другой стороны \tilde{Z}_2^H симметрия не запрещает взаимодействие d_4^c с экзотическими кварковыми состояниями и правосторонними нейтрино, что неизбежно приводит к нарушению $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий. Однако в случае супертяжелых правосторонних нейтрино взаимодействия \bar{D}_i и D_i с лептонами оказываются сильно подавленными и экзотические кварки, по сути, являются дикварковыми состояниями.

Хотя в случае сценария В операторы, нарушающие барионное и лептонное квантовые числа, подавлены по $1/M_{N_i}$, где M_{N_i} – массы правосторонних нейтрино, они, тем не менее,

могут приводить к слишком быстрому распаду протона. Взаимодействие триплета суперполей d_4^c с другими супермультиплетами в суперпотенциале сводится к сумме нескольких членов

$$\Delta W_{d_4^c} = h_{ik}^D d_4^c (H_i^d Q_k) + g_{ij}^q \bar{D}_i d_4^c u_j^c + g_{ij}^N N_i^c D_j d_4^c. \quad (1.26)$$

Выражение (1.26) упрощается, если принять во внимание, что массы правосторонних нейтрино на много порядков больше ТэВ. Тогда при энергиях $E \ll M_{N_i}$, получаем

$$\Delta W_{d_4^c} \rightarrow h_{ik}^D d_4^c (H_i^d Q_k) + g_{ij}^q \bar{D}_i d_4^c u_j^c + \frac{\tilde{\varkappa}_{ij}}{M_N} (L_i H_u) (D_j d_4^c), \quad (1.27)$$

где M_N — эффективная шкала, которая определяется массами и константами взаимодействия правосторонних нейтрино, и $\tilde{\varkappa}_{ij} \sim g_{ij}^N$. В рассматриваемом случае нарушение барионного и лептонного чисел имеет место только, когда все три слагаемых в выражениях (1.26)–(1.27) присутствуют в суперпотенциале. Действительно, если $g_{ij}^N = 0$ ($\tilde{\varkappa}_{ij} = 0$) или $g_{ij}^q = 0$ инвариантность лагранжиана по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ симметрии предполагает, что экзотические кварки представляют собой либо дикварковые либо лепто-кварковые состояния соответственно. Когда $h_{ik}^D = 0$, из сохранения барионного и лептонного квантовых чисел следует, что супермультиплеты D_i , \bar{D}_i и d_4^c имеют следующие $U(1)_B$ и $U(1)_L$ заряды $B_D = -B_{\bar{D}} = -B_{d_4^c} = -1/6$ и $L_D = -L_{\bar{D}} = L_{d_4^c} = -1/2$. Предельные случаи, рассмотренные выше, указывают на то, что присутствие всех трёх членов в выражениях (1.26)–(1.27) неизбежно приводит к нарушению $U(1)_L$ и $U(1)_B$ глобальных симметрий. Это, в свою очередь, означает, что полная ширина протона должна быть пропорциональна произведению соответствующих юкавских констант, которое зануляется, если либо все $\varkappa_{ij} \rightarrow 0$ либо все $g_{ij}^q \rightarrow 0$ либо все $h_{ik}^D \rightarrow 0$. Предполагая, что все экзотические частицы имеют массы порядка шкалы нарушения СУСИ, можно показать, что вычисление ширины протона сводится к вычислению матричного элемента оператора

$$\mathcal{L}_p \simeq \left(\frac{c_{ijkl}}{M_S^2} \right) \left(\frac{\langle H_u \rangle}{M_N} \right) \left[\epsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{u}_{\alpha i}^c d_{\beta j} \bar{\nu}_k d_{\gamma l} \right], \quad (1.28)$$

где $\langle H_u \rangle = v_2/\sqrt{2}$ и $c_{ijkl} \propto \tilde{\varkappa} g^q (h^D)^2$. В выражении (1.28) греческие индексы отвечают $SU(3)_C$ цветовым степеням свободы тогда, как $SU(2)_W$ индексы опущены. При $M_N \gtrsim 10^{11}$ ГэВ время жизни протона превышает существующее экспериментальное нижнее ограничение, если $h_{ik}^D \sim g_{ij}^q \sim g_{ij}^N \lesssim 10^{-5}$.

В случае сценария В объединение калибровочных констант в однопетлевом приближении может быть получено, если спектр частиц наряду с тремя полными 27 -плетами 27_i содержит бозонные и фермионные компоненты суперполей H_u , \bar{H}_u , H_d , \bar{H}_d , d_4^c и \bar{d}_4^c с массами порядка ТэВ. При этом компоненты суперполя \bar{S} могут иметь массы либо порядка ТэВ либо порядка M_X . Как и прежде, мы будем предполагать, что \bar{H}_u и \bar{H}_d изменяют знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии. Таким образом, в простейшем случае при энергиях $E \ll M_X$ спектр частиц в рассматриваемых СУСИ моделях содержит следующие

мультиплеты суперполей:

$$\begin{aligned}
& [(Q_i, u_i^c, d_i^c, L_i, e_i^c, N_i^c)] + (D_i, \bar{D}_i) + H_i^u + H_i^d + S_\alpha \\
& + d_4^c + \bar{d}_4^c + N_H^c + \bar{N}_H^c + H_u + \bar{H}_u + H_d + \bar{H}_d + S.
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Исходя из того, что бозонные и фермионные компоненты суперполей N_i^c , N_H^c и \bar{N}_H^c имеют массы на много порядков большие 100 ТэВ, низкоэнергетический эффективный суперпотенциал исследуемых моделей может быть представлен в виде

$$\begin{aligned}
W_B = & \lambda S(H_u H_d) + \lambda_{ij} S(H_i^d H_j^u) + \kappa_{ij} S(D_i \bar{D}_j) + \tilde{f}_{\alpha i} S_\alpha(H_i^d H_u) \\
& + f_{\alpha i} S_\alpha(H_d H_i^u) + g_{ij}^q \bar{D}_i d_4^c u_j^c + h_{ij}^D d_4^c (H_i^d Q_j) + \mu_d d_4^c \bar{d}_4^c + \mu_i^u H_i^u \bar{H}_u \\
& + \mu_i^d H_i^d \bar{H}_d + W_{MSSM}(\mu = 0).
\end{aligned} \tag{1.30}$$

В случае сценария В введение хотя бы ещё одной дополнительной пары $5 + \bar{5}$ супермультиплетов $SU(5)$ приводит к появлению ниже шкалы M_X полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы для калибровочных констант. По сути, это означает, что теория возмущений оказывается неприменимой для описания эволюции этих констант и вопрос об их объединении остаётся открытым. Более того даже без включения дополнительных полных $SU(5)$ супермультиплетов калибровочные константы вблизи шкалы M_X в случаях сценариев А и В оказываются достаточно большими, что делает необходимым учёт двухпетлевых поправок при анализе их эволюции.

Следует отметить, что в СУСИ моделях с дополнительной калибровочной $U(1)_N$ симметрией, которые обсуждались выше, эта локальная симметрия запрещает билинейный член $\mu H_d H_u$ в суперпотенциале. Тем не менее в этих моделях возможно взаимодействие хиггсовских дублетов H_d и H_u с новым суперполем S , которое участвует только в $U(1)'$ взаимодействии. Данное взаимодействие описывается членом $\lambda S H_d H_u$ в суперпотенциале. В рассматриваемых моделях предполагается, что суперполе S приобретает большое вакуумное среднее, которое и приводит к генерации μ члена, т.е. $\mu_{eff} = \lambda \langle S \rangle$. При этом никаких проблем связанных с появлением аксиона в спектре частиц или доменных стенок не возникает.

Однако, как следует из приведённого выше обсуждения, необходимость введения билинейных членов, которые не запрещены калибровочной симметрией, всё-таки появляется. В частности, суперпотенциал (1.30) содержит набор массовых параметров μ_d , μ_i^u и μ_i^d . Соответствующие члены введены в суперпотенциал (1.30) для того чтобы избежать появления безмассовых фермионных состояний, которые ассоциируются с супермультиплетами d_4^c , \bar{d}_4^c , \bar{H}_u и \bar{H}_d . В принципе, как отмечалось ранее, билинейные члены в суперпотенциале могут генерироваться в процессе нарушения локальной суперсимметрии, если кэлеров потенциал СУГРА моделей содержит члены типа $(Z_d(d_4^c \bar{d}_4^c) + h.c)$ [184]. При этом массовые параметры μ_d , μ_i^u и μ_i^d оказываются порядка шкалы нарушения СУСИ. Однако в случае сценария В юкавские константы g_{ij}^q и h_{ij}^D также должны быть достаточно малы, чтобы избежать слишком

быстрого распада протона. Соответствующее подавление данных юкавских взаимодействий может быть получено, если лагранжиан исследуемых моделей инвариантен по отношению к преобразованиям дискретной Z_k симметрии, которая нарушается на некоторой промежуточной шкале. В качестве примера рассмотрим СУСИ модель с дополнительным синглетным суперполем Φ , которое не участвует в калибровочных взаимодействиях, но преобразуется при преобразованиях Z_6 симметрии, которые имеют вид

$$\Phi \rightarrow \omega \Phi, \quad d_4^c \rightarrow \omega^5 d_4^c, \quad \bar{d}_4^c \rightarrow \omega^3 \bar{d}_4^c, \quad \bar{H}_u \rightarrow \omega^2 \bar{H}_u, \quad \bar{H}_d \rightarrow \omega^2 \bar{H}_d, \quad (1.31)$$

где $\omega = e^{i\pi/3}$. При этом та часть суперпотенциала, которая зависит от $d_4^c, \bar{d}_4^c, \bar{H}_u, \bar{H}_d$ и Φ может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \Delta W_{Z_6} &= \frac{\Phi}{M_{Pl}} \left[\sigma_{ij} d_4^c (H_i^d Q_j) + \tilde{\sigma}_{ij} \bar{D}_i d_4^c u_j^c + \hat{\sigma}_{ij} N_i^c D_j d_4^c \right] \\ &+ \frac{\Phi^4}{M_{Pl}^3} \left[\eta_d d_4^c \bar{d}_4^c + \eta_i^u H_i^u \bar{H}_u + \eta_i^d H_i^d \bar{H}_d \right] + \sigma \frac{\Phi^6}{M_{Pl}^3} + \dots \end{aligned} \quad (1.32)$$

На шкале $\langle \Phi \rangle \sim \left[\frac{M_S}{M_{Pl}} \right]^{1/4} M_{Pl} \simeq 10^{14}$ ГэВ Z_6 симметрия нарушается, что приводит к генерации билинейных массовых членов $\mu_d \sim \mu_i^u \sim \mu_i^d \sim M_S$, которые оказываются порядка шкалы нарушения СУСИ. Так как вакуумное среднее суперполя Φ на много порядков меньше M_{Pl} юкавские взаимодействия, приводящие к распаду протона, оказываются также сильно подавленными.

Сценарии А и В, которые обсуждались в этой главе, обладают одним существенным недостатком. Оба сценария предполагают наличие неполных $27'$ и $\bar{27}'$ -плетов. Причём число неполных представлений группы E_6 существенно превосходит число поколений элементарных частиц в СМ. Далее будет показано, каким образом сценарии А и В могут возникать в рамках ТВО.

1.1.4 Объединение калибровочных констант

Стандартная модель, прояснив многие вопросы физики электрослабых и сильных взаимодействий, оставила нерешенными ряд проблем. В рамках этой теории величины калибровочных констант α_1, α_2 и α_3 , которые отвечают $U(1)_Y, SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ взаимодействиям, постулируются исходя из существующих экспериментальных данных. Кроме того, нет связи между теорией электрослабых взаимодействий и квантовой хромодинамикой. Ответы на эти и другие вопросы должна дать теория, в рамках которой объединяются все известные на сегодняшний день взаимодействия. Элегантная схема объединения сильных и электрослабых взаимодействий была предложена в 1974 г. [185]. В соответствии с данной схемой стандартная модель появляется в результате спонтанного нарушения на шкале M_X калибровочной симметрии, которая лежит в основе теории Великого Объединения. Выше шкалы M_X теория такого типа характеризуется только одной калибровочной константой α_{GUT} . В основе

минимальной модели Великого Объединения лежит $SU(5)$ калибровочная группа. Причем дублет левых лептонов и триплет правых d -кварков образуют фундаментальное представление $SU(5)$ — антипятиплет, а левые кварки, триплет правых u -кварков и правый лептон e_R — декуплет (антисимметричный тензор 2-го ранга). Из-за того, что кварки и лептоны входят в одни и те же мультиплеты, их гиперзаряды удовлетворяют определенным соотношениям, что в конечном итоге приводит к дробным электрическим зарядам d -кварков — $(-1/3)$ и u -кварков — $(+2/3)$.

Предложенная в работе Джорджи и Глэшоу [185] схема объединения взаимодействий предполагает, что три калибровочные константы СМ совпадают на шкале Великого Объединения M_X . Имеющиеся экспериментальные данные позволяют проверить гипотезу об объединении калибровочных констант при высоких энергиях в стандартной модели и ее расширениях. Более четверти века назад было показано, что в рамках МССМ экстраполяция констант $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ взаимодействий в область сверхвысоких энергий приводит к тому что на некоторой шкале значения этих констант оказываются практически одинаковыми [74], [186]. В то же самое время в рамках СМ такого эффекта не наблюдается. В СУСИ обобщениях СМ приблизительное равенство калибровочных констант при сверхвысоких энергиях позволяет объединить на планковской шкале гравитацию с другими калибровочными взаимодействиями в рамках СУГРА моделей, лагранжиан которых инвариантен по отношению к локальным преобразованиям суперсимметрии.

Объединение калибровочных констант взаимодействия остаётся пожалуй одним из наиболее привлекательных свойств СУСИ расширений СМ. В МССМ и НМССМ эволюция калибровочных констант взаимодействия описывается системой уравнений ренормгруппы, которая может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\beta_i \alpha_i^2}{(2\pi)}, \quad \beta_i = b_i + \frac{\tilde{b}_i}{4\pi}, \quad (1.33)$$

где b_i и \tilde{b}_i — однопетлевые и двухпетлевые вклады в β -функции [187, 188], $t = \log(q/M_Z)$ и $i = 1, 2, 3$, что соответствует $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ взаимодействиям соответственно. Интегрируя уравнения ренормгруппы (1.33), можно получить приближённое решение для калибровочных констант $\alpha_i(t)$ [189]:

$$\frac{1}{\alpha_i(t)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} - \frac{b_i}{2\pi} t - \frac{C_i}{12\pi} - \Theta_i(t) + \frac{b_i - b_i^{SM}}{2\pi} \ln \frac{T_i}{M_Z}. \quad (1.34)$$

Второе слагаемое в формуле (1.34) соответствует вкладу однопетлевой β -функции в эволюцию калибровочных констант. Перенормировка констант взаимодействия в суперсимметричных теориях осуществляется в рамках \overline{DR} схемы [190], которая не приводит к появлению наряду с логарифмическими константных членов и учет пороговых эффектов сводится к простой шаговой аппроксимации (β -функция изменяется скачком). В то же время все калибровочные константы на электрослабой шкале вычисляются в рамках \overline{MS} схемы [191]. В главном логарифмическом приближении обе схемы перенормировок приводят к одним и

тем же результатам. Вклад же константных членов, возникающих при переходе от \overline{MS} к \overline{DR} схеме, отвечает третьему слагаемому в формуле (1.34) с $C_1 = 0$, $C_2 = 2$, $C_3 = 3$ [192]. Хотя вклад соответствующих членов мал его необходимо учитывать наряду с вкладом двухпетлевых поправок

$$\Theta_i(t) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^t \tilde{b}_i d\tau. \quad (1.35)$$

Наконец, последнее слагаемое в формуле (1.34) описывает поправки, обусловленные пороговыми эффектами. К их числу относят пороговые поправки от суперпартнеров наблюдаемых частиц и t -кварка, т.е.

$$T_i = \prod_{k=1}^N \left(m_k \right) \frac{\Delta b_i^k}{b_i - b_i^{SM}}, \quad (1.36)$$

где b_i^{SM} — коэффициенты однопетлевых β -функций в СМ, а m_k и Δb_i^k — массы и вклады в однопетлевые β -функции новых частиц в рассматриваемых СУСИ моделях. Поскольку двухпетлевые поправки (1.35), как правило, существенно меньше однопетлевого вклада, в выражения (1.35) обычно подставляют решения однопетлевых уравнений ренормгруппы для калибровочных и юкавских констант. Вклад последних слагаемых в выражения (1.34) не превосходит вклада двухпетлевых поправок $\Theta_i(t)$. Поэтому при его вычислении обычно ограничиваются главным приближением.

Используя приближённые решения уравнений ренормгруппы (1.34) можно установить соотношения между значениями калибровочных констант взаимодействия на электрослабой шкале и шкале M_X в любой СУСИ модели. В настоящее время значения калибровочных констант $\alpha_1(M_Z)$ и $\alpha_2(M_Z)$ хорошо известны. Это позволяет определить, используя уравнения для эволюции $\alpha_i(t)$ (1.34), шкалу M_X , на которой происходит объединение калибровочных констант, т.е. $\alpha_1(M_X) = \alpha_2(M_X) = \alpha_0$ и значение α_0 на этой шкале. Подставляя полученные значения M_X и α_0 в приближённое решение уравнений ренормгруппы для константы сильного взаимодействия можно определить значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит объединение калибровочных констант [193]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_3(M_Z)} &= \frac{1}{b_1 - b_2} \left[\frac{b_1 - b_3}{\alpha_2(M_Z)} - \frac{b_2 - b_3}{\alpha_1(M_Z)} \right] - \frac{1}{28\pi} + \Theta_s - \Delta_s, \\ \Theta_s &= \left(\frac{b_2 - b_3}{b_1 - b_2} \Theta_1 - \frac{b_1 - b_3}{b_1 - b_2} \Theta_2 + \Theta_3 \right), \quad \Theta_i = \Theta_i(M_X). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Выражение для Δ_s , отвечающее вкладу пороговых эффектов, полностью определяется СУСИ расширением СМ, в рамках которого изучается эволюция калибровочных констант взаимодействия.

В МССМ и НМССМ коэффициенты однопетлевых β -функций b_i можно представить в

виде суммы:

$$b_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix} + N_H \begin{pmatrix} 3/10 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + 2N_G, \quad (1.38)$$

где N_H —число дублетов Хиггса ($N_H = 2$ для МССМ и НМССМ), а N_G —число поколений лептонов, кварков и их суперпартнеров. Как следует из (1.38) объединение калибровочных констант и шкала Великого Объединения M_X в однопетлевом приближении не зависят от числа поколений наблюдаемых частиц. Это объясняется тем, что наблюдаемые фермионы и их суперпартнеры образуют полные $SU(5)$ мультиплеты и поэтому не нарушают $SU(5)$ симметрию. Как следствие, каждое поколение вносит один и тот же вклад в однопетлевые β -функции и разность обратных величин калибровочных констант не зависит от числа поколений. По этой же причине введение дополнительных полных $SU(5)$ мультиплетов не может разрушить объединение калибровочных констант в суперсимметричных теориях в однопетлевом приближении. Однако с увеличением числа мультиплетов материи растет α_0 . Требование применимости теории возмущений вплоть до шкалы M_X существенным образом ограничивает возможный набор полных $SU(5)$ мультиплетов материи, компоненты которых имеют массы на много порядков меньше, чем M_X [183].

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_s
МССМ	0.556	0.953	0.473	-0.764
E ₆ ССМ I	1.558	2.322	2.618	-0.250
E ₆ ССМ II	1.604	2.385	2.638	-0.305

Таблица 1.4: Поправки к $1/\alpha_i(M_X)$ и $1/\alpha_3(M_Z)$ обусловленные двухпетлевыми вкладами в β -функции в МССМ и E₆ССМ в случае, когда $\alpha(M_Z) = 1/127.9$, $\sin^2 \theta_W = 0.231$, $\alpha_3(M_Z) = 0.118$ и $\tan \beta = 10$. В случае E₆ССМ рассмотрены два варианта сценария А: E₆ССМ I отвечает $\kappa(M'_Z) = \kappa_1(M'_Z) = \kappa_2(M'_Z) = \lambda(M_{Z'}) = \lambda_1(M_{Z'}) = \lambda_2(M_{Z'}) = g'_1(M_{Z'})$, $g_1'^2(M_{Z'}) = 0.227$, $g_{11}(M_{Z'}) = 0.0202$; в случае E₆ССМ II $\kappa_i = \lambda_i = 0$, $g_1'^2(M_{Z'}) = 0.227$, $g_{11}(M_{Z'}) = 0.0202$.

В МССМ вклад пороговых эффектов в (1.37) можно представить в виде [189],[193]-[195]:

$$\begin{aligned} \Delta_s &= -\frac{19}{28\pi} \ln \frac{\tilde{M}_S}{M_Z}, & \tilde{M}_S &= \frac{T_2^{100/19}}{T_1^{25/19} T_3^{56/19}}, \\ T_1 &= \mu^{4/25} m_A^{1/25} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{Q}_i}^{1/75} m_{\tilde{d}_i}^{2/75} m_{\tilde{u}_i}^{8/75} m_{\tilde{L}_i}^{1/25} m_{\tilde{e}_i}^{2/25} \right), \\ T_2 &= M_{\tilde{W}}^{8/25} \mu^{4/25} m_A^{1/25} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{Q}_i}^{3/25} m_{\tilde{L}_i}^{1/25} \right), \\ T_3 &= M_{\tilde{g}}^{1/2} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{Q}_i}^{1/12} m_{\tilde{u}_i}^{1/24} m_{\tilde{d}_i}^{1/24} \right), \end{aligned} \quad (1.39)$$

где m_A , $M_{\tilde{g}}$ и $M_{\tilde{W}}$ — массы хиггсовских бозонов и суперпартнёров $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ калибровочных бозонов; $m_{\tilde{u}_i}$, $m_{\tilde{d}_i}$ и $m_{\tilde{Q}_i}$ — массы правосторонних и левосторонних скварков; $m_{\tilde{L}_i}$ и $m_{\tilde{e}_i}$ — массы левосторонних и правосторонних слептонов. Предполагая, что все скварки имеют одинаковые массы $m_{\tilde{q}}$, а массы всех слептонов равны $m_{\tilde{l}}$, находим:

$$\tilde{M}_S \simeq \mu \left(\frac{m_A}{\mu} \right)^{3/19} \left(\frac{M_{\tilde{W}}}{\mu} \right)^{4/19} \left(\frac{M_{\tilde{W}}}{M_{\tilde{g}}} \right)^{28/19} \left(\frac{m_{\tilde{l}}}{m_{\tilde{q}}} \right)^{3/19}. \quad (1.40)$$

Используя соотношения (1.37) и (1.39), а также данные приведённые в таблице 1.4 можно показать, что для того чтобы получить точное объединение калибровочных констант в МССМ с $\alpha_3(M_Z) \simeq 0.118$ шкалу \tilde{M}_S следует положить равной 1 ТэВ. Поскольку с другой стороны (см.[193])

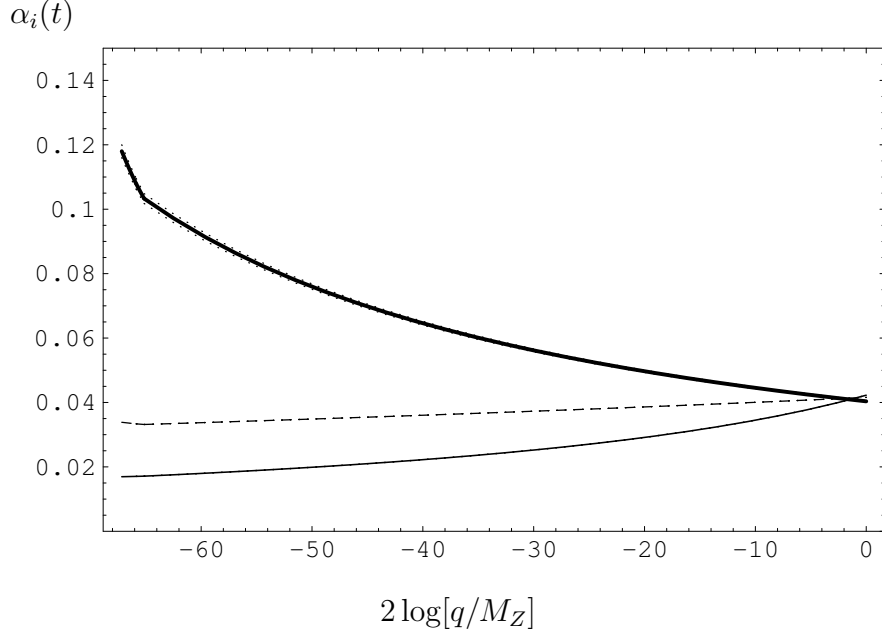
$$\tilde{M}_S \approx \mu \left(\frac{\alpha_2(M_Z)}{\alpha_3(M_Z)} \right) \approx \frac{\mu}{6}, \quad (1.41)$$

такое большое значение шкалы \tilde{M}_S реализуется только в случае, когда скварки, глюино и хиггсовские бозоны имеют массы $\gtrsim 10$ ТэВ. При значениях параметра $\mu \simeq 1 - 2$ ТэВ шкала \tilde{M}_S варьируется в пределах 200 – 300 ГэВ [189, 193, 194, 195, 196]. Было показано, что при таких относительно небольших значениях \tilde{M}_S объединение калибровочных констант СМ можно получить при $\alpha_3(M_Z) = 0.123$ [197]. При $\tilde{M}_S \simeq M_Z$ объединение калибровочных констант достигается при $\alpha_3(M_Z) \geq 0.126$ [194, 198]. Упомянутые выше значения константы сильного взаимодействия более чем на два стандартных отклонения отличаются от значения полученного в результате обработки экспериментальных данных.

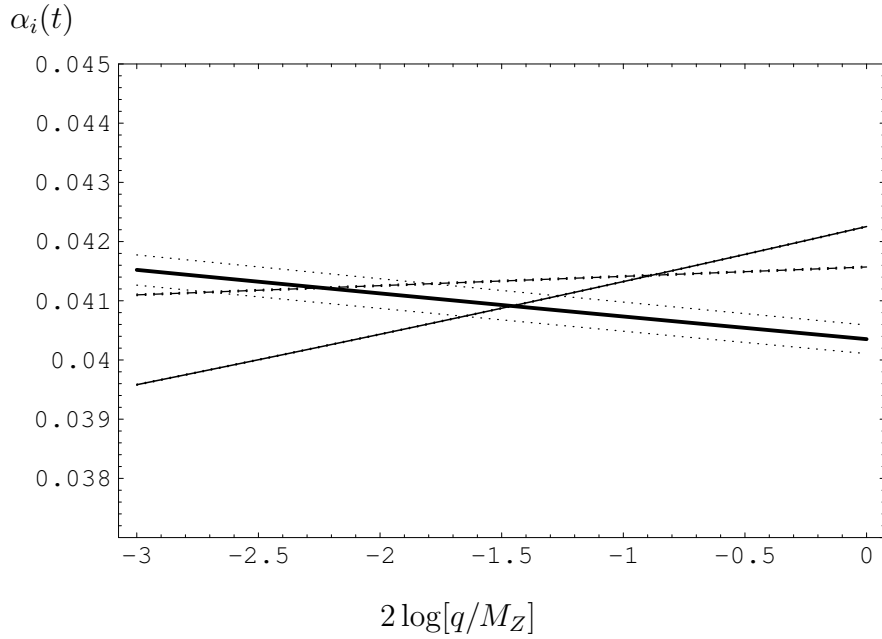
Для того чтобы упростить анализ удобно положить $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S$. На рис. 1.1 представлена эволюция калибровочных констант, вычисленная в рамках МССМ, при $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S = 250$ ГэВ в зависимости от $t = \log(q/M_Z)$, когда t изменяется от 0 до $\log(M_X/M_Z)$, где $M_X = 2 \cdot 10^{16}$ ГэВ. Пунктирными линиями на этом рисунке показаны изменения в эволюции $\alpha_i(t)$, обусловленные вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0.116 до 0.120. Приведённые результаты указывают на то что, в рамках МССМ с $\alpha_3(M_Z) = 0.116 - 0.120$ несколько проблематично добиться полного совпадения калибровочных констант СМ вблизи шкалы M_X .

Теперь перейдём к изучению эволюции калибровочных констант в рамках $U(1)_N$ расширений МССМ. Для того чтобы упростить анализ будем предполагать, что $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ калибровочные симметрии нарушаются до $U(1)_N \times Z_2^M$ вблизи шкалы M_X . Однако даже в этом случае анализ перенормировки калибровочных констант усложняется из-за смешивания между калибровочными полями, которые отвечают $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ взаимодействиям. Такое смешивание возникает практически во всех расширениях СМ с дополнительной $U(1)'$ калибровочной симметрией [199]. В базисе, в котором взаимодействие калибровочных бозонов с полями материи имеет канонический вид, т.е. ковариантная производная действующая на дублет левосторонних кварков определяется как

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - ig_Y Q_i^Y B_\mu^Y - ig_N Q_i^N B_\mu^N, \quad (1.42)$$



(a)



(б)

Рис. 1.1: Зависимость $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$ от $t = \log(q/M_Z)$ — рис.а и эволюция калибровочных констант вблизи шкалы M_X — рис.б, вычисленные в рамках МССМ в двухпетлевом приближении и отвечающие $\tan\beta = 10$, $T_1 = T_2 = T_3 = \tilde{M}_S = 250$ ГэВ, $\alpha_s(M_Z) = 0.118$, $\alpha(M_Z) = 1/127.9$ и $\sin^2\theta_W = 0.231$. Сплошная, штриховая и жирная линии соответствуют $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$. Пунктирные линии отвечают неопределённости в $\alpha_i(t)$, которая обусловлена вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0.116 до 0.120.

часть лагранжиана модели, отвечающая кинетическим членам калибровочных полей, может быть представлена в виде суммы

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^Y)^2 - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^N)^2 - \frac{\sin \chi}{2} F_{\mu\nu}^Y F_{\mu\nu}^N - \frac{1}{4} (G_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4} (W_{\mu\nu})^2. \quad (1.43)$$

В выражениях (1.42)–(1.43) A_μ^a , W_μ^b , B_μ^Y и B_μ^N отвечают калибровочным полям $SU(3)_C$, $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ взаимодействий, $G_{\mu\nu}^a$, $W_{\mu\nu}^b$, $F_{\mu\nu}^Y$ и $F_{\mu\nu}^N$ — напряжённости соответствующих полей, в то время как g_3 , g_2 , g_Y и g_N — калибровочные константы $SU(3)_C$, $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ взаимодействий.

Хотя можно ожидать, что вблизи шкалы M_X параметр $\sin \chi$ зануляется, учёт петлевых поправок приводит к ненулевому значению данного параметра в области низких энергий, так как

$$Tr(Q^Y Q^N) = \sum_{i=\text{chiral fields}} (Q_i^Y Q_i^N) \neq 0. \quad (1.44)$$

Причём, вклад полных E_6 мультиплетов в след (1.44) зануляется. Однако из-за того, что спектр частиц $U(1)_N$ расширений МССМ включает наряду с полными 27-плетами их отдельные компоненты отличное от нуля значение $\sin \chi$ генерируется, что и приводит к смешиванию калибровочных полей. Член отвечающий смешиванию калибровочных полей в лагранжиане (1.43) может быть устранён посредством неунитарного преобразования двух $U(1)$ калибровочных полей [200, 201]:

$$B_\mu^Y = B_{1\mu} - B_{2\mu} \tan \chi, \quad B_\mu^N = B_{2\mu} / \cos \chi. \quad (1.45)$$

В базисе полей $B_{1\mu}$ и $B_{2\mu}$ ковариантная производная (1.42) имеет вид [199]:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - ig_1 Q_i^Y B_{1\mu} - i(g_1' Q_i^N + g_{11} Q_i^Y) B_{2\mu}, \quad (1.46)$$

где

$$g_1 = g_Y, \quad g_1' = g_N / \cos \chi, \quad g_{11} = -g_Y \tan \chi. \quad (1.47)$$

Как следует из (1.46)–(1.47) смешивание $U(1)$ калибровочных полей теперь определяет нестандартное взаимодействие $U(1)_N$ калибровочного бозона с полями материи и сводится к введению недиагональной калибровочной константы g_{11} . Более того, ковариантная производная (1.42) может быть представлена и в несколько ином матричном виде

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 A_\mu^a T^a - ig_2 W_\mu^b \tau^b - iQ^T G B_\mu, \quad (1.48)$$

где $Q^T = (Q_i^Y, Q_i^N)$, $B_\mu^T = (B_{1\mu}, B_{2\mu})$ и G представляет собой матрицу 2×2

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & g_{11} \\ 0 & g_1' \end{pmatrix}. \quad (1.49)$$

Фактически, в рассматриваемом здесь подходе смешивание $U(1)$ калибровочных полей сводится к модификации $U(1)_N$ зарядов полей материи, т.е.

$$\tilde{Q}_i \equiv Q_i^N + Q_i^Y \delta, \quad (1.50)$$

где $\delta = g_{11}/g'_1$. Это в свою очередь означает, что эффективные $U(1)_N$ заряды (1.50) зависят от q . От этих же зарядов \tilde{Q}_i зависит и спектр частиц в рассматриваемых расширениях МССМ. В то же самое время $U(1)_Y$ заряды остаются неизменными.

При изучении эволюции калибровочных констант в $U(1)_N$ расширениях МССМ необходимо учитывать перенормировку как диагональных, т.е. $g_3(t)$, $g_2(t)$, $g_1(t)$ и $g'_1(t)$, так и недиагональной, т.е. $g_{11}(t)$, калибровочных констант взаимодействия. Используя матричную форму представления структуры $U(1)$ взаимодействий (1.48)–(1.49), уравнения ренормгруппы могут быть представлены в достаточно компактном виде [200, 201]:

$$\frac{dG}{dt} = G \times B, \quad \frac{dg_2}{dt} = \frac{\beta_2 g_2^3}{(4\pi)^2}, \quad \frac{dg_3}{dt} = \frac{\beta_3 g_3^3}{(4\pi)^2}, \quad (1.51)$$

где B , так же как и G , представляет собой матрицу 2×2

$$B = \frac{1}{(4\pi)^2} \begin{pmatrix} \beta_1 g_1^2 & 2g_1 g'_1 \beta_{11} + 2g_1 g_{11} \beta_1 \\ 0 & g_1'^2 \beta_1' + 2g_1' g_{11} \beta_{11} + g_{11}^2 \beta_1 \end{pmatrix}, \quad (1.52)$$

в то время как β_i и β_{11} — β -функции. В однопетлевом приближении β -функции, отвечающие $U(1)$ взаимодействиям, можно представить в виде суммы:

$$\beta_1 = \sum_i (Q_i^Y)^2, \quad \beta_1' = \sum_i (Q_i^N)^2, \quad \beta_{11} = \sum_i Q_i^Y Q_i^N, \quad (1.53)$$

где суммирование производится по всем киральным суперполям. В случае E_6 ССМ нетрудно убедиться, что $\beta_1 \approx \beta_1' \gg \beta_{11}$ [71],[73]. Поскольку $g_1(M_X) \simeq g_1'(M_X)$ и $g_{11}(M_X) \simeq 0$, значения $g_1(t)$ и $g_1'(t)$ практически совпадают на любой шкале $q \lesssim M_X$ тогда как параметр, характеризующий смешивание калибровочных полей, $g_{11}(t)$, весьма мал по сравнению с диагональными калибровочными константами $g_1(t)$ и $g_1'(t)$. По этой причине при анализе перенормировки $g_3(t)$, $g_2(t)$, $g_1(t)$ и $g_1'(t)$ представляется целесообразным учесть вклад двухпетлевых поправок в β -функции диагональных калибровочных констант и ограничиться однопетлевым приближением при вычислении β_{11} . В случае сценария А $\beta_{11} = -\frac{\sqrt{6}}{5}$.

При реализации сценария В $\beta_{11} = \frac{3\sqrt{6}}{10}$.

В случае сценария А двухпетлевые β -функции диагональных калибровочных констант можно представить в следующем виде [71], [73]:

$$\begin{aligned} \beta_3 &= -9 + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[g_3^2(-54 + 34N_g) + 3N_g g_2^2 + N_g g_1^2 \right. \\ &\quad \left. + N_g g_1'^2 - 4h_t^2 - 4h_b^2 - 2\Sigma_\kappa \right], \\ \beta_2 &= -5 + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[8N_g g_3^2 + (-17 + 21N_g)g_2^2 + \left(\frac{3}{5} + N_g\right) g_1^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2}{5} + N_g\right) g_1'^2 - 6h_t^2 - 6h_b^2 - 2h_\tau^2 - 2\Sigma_\lambda \right], \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{3}{5} + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[8N_g g_3^2 + \left(\frac{9}{5} + 3N_g \right) g_2^2 + \left(\frac{9}{25} + 3N_g \right) g_1^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{6}{25} + N_g \right) g_1'^2 - \frac{26}{5} h_t^2 - \frac{14}{5} h_b^2 - \frac{18}{5} h_\tau^2 - \frac{6}{5} \Sigma_\lambda - \frac{4}{5} \Sigma_\kappa \right], \\
\beta_1' &= \frac{2}{5} + 3N_g + \frac{5}{4} n + \frac{1}{16\pi^2} \left[8N_g g_3^2 + \left(\frac{6}{5} + 3N_g \right) g_2^2 + \left(\frac{6}{25} + N_g \right) g_1^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{4}{25} + 3N_g + \frac{25}{8} n \right) g_1'^2 - \frac{9}{5} h_t^2 - \frac{21}{5} h_b^2 - \frac{7}{5} h_\tau^2 - \frac{19}{5} \Sigma_\lambda - \frac{57}{10} \Sigma_\kappa \right], \\
\Sigma_\lambda &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda^2, \quad \Sigma_\kappa = \kappa_1^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2,
\end{aligned}$$

где $N_g = 3$ – число полных 27-плетов и n – число пар S и \bar{S} суперполей, компоненты которых появляются в спектре частиц при энергиях \sim ТэВ, т.е. $n = 0$ или $n = 1$. При выводе выражений (1.54) предполагалось, что в суперпотенциале (1.25) юкавские константы $\tilde{f}_{\alpha\beta}$, $f_{\alpha\beta}$, g_{ij}^D и $h_{i\alpha}^E$ малы и ими можно пренебречь, а $\lambda_{\alpha\beta} = \lambda_\alpha \delta_{\alpha\beta}$ и $\kappa_{ij} = \kappa_i \delta_{ij}$. В выражениях (1.54) h_t , h_b и h_τ отвечают юкавским константам t -кварка, b -кварка и τ -лептона соответственно.

Используя те же предположения, в случае сценария В, находим:

$$\begin{aligned}
\beta_3 &= -8 + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[g_3^2 \left(-\frac{128}{3} + 34N_g \right) + 3N_g g_2^2 + \left(N_g + \frac{4}{15} \right) g_1^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(N_g + \frac{2}{5} \right) g_1'^2 - 4h_t^2 - 4h_b^2 - 2\Sigma_\kappa \right], \\
\beta_2 &= -4 + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[8N_g g_3^2 + (-10 + 21N_g) g_2^2 + \left(\frac{6}{5} + N_g \right) g_1^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{13}{10} + N_g \right) g_1'^2 - 6h_t^2 - 6h_b^2 - 2h_\tau^2 - 2\tilde{\Sigma}_\lambda \right],
\end{aligned} \tag{1.55}$$

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{8}{5} + 3N_g + \frac{1}{16\pi^2} \left[\left(8N_g + \frac{32}{15} \right) g_3^2 + \left(\frac{18}{5} + 3N_g \right) g_2^2 + \left(\frac{62}{75} + 3N_g \right) g_1^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{47}{50} + N_g \right) g_1'^2 - \frac{26}{5} h_t^2 - \frac{14}{5} h_b^2 - \frac{18}{5} h_\tau^2 - \frac{6}{5} \tilde{\Sigma}_\lambda - \frac{4}{5} \Sigma_\kappa \right], \\
\beta_1' &= \frac{19}{10} + 3N_g + \frac{5}{4} n + \frac{1}{16\pi^2} \left[\left(8N_g + \frac{16}{5} \right) g_3^2 + \left(\frac{39}{10} + 3N_g \right) g_2^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{47}{50} + N_g \right) g_1^2 + \left(\frac{121}{100} + 3N_g + \frac{25}{8} n \right) g_1'^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{9}{5} h_t^2 - \frac{21}{5} h_b^2 - \frac{7}{5} h_\tau^2 - \frac{19}{5} \tilde{\Sigma}_\lambda - \frac{57}{10} \Sigma_\kappa \right],
\end{aligned}$$

где $\tilde{\Sigma}_\lambda = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda^2$.

Как следует из выражений (1.54) β_3 в случае сценария А зануляется при $N_g = 3$ в однопетлевом приближении, т.е. $b_3 = 0$. В случае сценария В однопетлевая β -функция отвечающая сильным взаимодействиям становится положительной, но её абсолютное значение остаётся достаточно малым, т.е. $b_3 = 1$. Поэтому изучение эволюции диагональных калибровочных констант требует учёта двухпетлевых поправок.

Как и в МССМ приближённое решение уравнений ренормгруппы (1.34) можно использовать для анализа эволюции калибровочных констант в E_6 ССМ. Для этого в формулу (1.34) необходимо подставить выражения для b_i и \tilde{b}_i вычисленные в рамках сценариев А и В, (см. (1.54) и (1.55) соответственно), а T_1, T_2, T_3 и \tilde{M}_S в выражениях (1.34), (1.37) и (1.39) следует заменить на $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \tilde{T}_3$ и \tilde{T}_S . В случае сценария А

$$\begin{aligned}\tilde{T}_S &= \frac{\tilde{T}_2^{172/19}}{\tilde{T}_1^{55/19} \tilde{T}_3^{98/19}}, \\ \tilde{T}_1 &= T_1^{5/11} \mu_L^{4/55} m_L^{2/55} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{4/165} \mu_{D_i}^{8/165} \right) \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/55} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{4/55} \right), \\ \tilde{T}_2 &= T_2^{25/43} \mu_L^{4/43} m_L^{2/43} \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/43} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{4/43} \right), \\ \tilde{T}_3 &= T_3^{4/7} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{1/21} \mu_{D_i}^{2/21} \right).\end{aligned}\tag{1.56}$$

Здесь μ_{D_i} и $m_{\tilde{D}_i}$ — массы экзотических кварков и их суперпартнёров; m_{H_α} и $\mu_{\tilde{H}_\alpha}$ — массы скалярных и фермионных компонент суперполей H_α , m_L и μ_L — массы скалярных и фермионных компонент суперполей L_4 и \bar{L}_4 , а T_1, T_2 и T_3 определяются теми же соотношениями, что и в случае МССМ (1.39).

В случае сценария В, находим

$$\begin{aligned}\tilde{T}_S &= \frac{\tilde{T}_2^{196/19}}{\tilde{T}_1^{65/19} \tilde{T}_3^{112/19}}, \\ \tilde{T}_1 &= T_1^{5/13} \mu_{d_4}^{8/195} m_{d_4}^{4/195} \mu_{H_u}^{4/65} m_{H_u}^{2/65} \mu_{H_d}^{4/65} m_{H_d}^{2/65} \times \\ &\quad \times \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{4/195} \mu_{D_i}^{8/195} \right) \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/65} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{4/65} \right), \\ \tilde{T}_2 &= T_2^{25/49} \mu_{H_u}^{4/49} m_{H_u}^{2/49} \mu_{H_d}^{4/49} m_{H_d}^{2/49} \left(\prod_{\alpha=1,2} m_{H_\alpha}^{2/49} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{4/49} \right), \\ \tilde{T}_3 &= T_3^{1/2} \mu_{d_4}^{1/12} m_{d_4}^{1/24} \left(\prod_{i=1,2,3} m_{\tilde{D}_i}^{1/24} \mu_{D_i}^{1/12} \right),\end{aligned}\tag{1.57}$$

где μ_{d_4}, μ_{H_u} и μ_{H_d} — массы фермионных компонент суперполей d_4^c и \bar{d}_4^c , H_u^u и \bar{H}_u , а так же H_i^d и \bar{H}_d , в то время как m_{d_4}, m_{H_u} и m_{H_d} — массы их суперпартнёров.

Как и в случае МССМ, для того чтобы упростить анализ эволюции диагональных калибровочных констант в рамках E_6 ССМ, целесообразно положить $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S$. Результаты численного анализа представлены на рис. 1.2 и 1.3. При вычислении перенормировки калибровочных констант на интервале $M_Z \lesssim q \lesssim T_S$ использовались двухпетлевые β -функции СМ. Для исследования эволюции $g_i(t)$ при $q \gtrsim T_S$ были использованы двухпетлевые β -функции (1.54) и (1.55). При этом для вычисления значений юкавских констант использовались однопетлевые уравнения ренормгруппы СМ и E_6 ССМ соответственно. Значения g'_1 и g_{11} при низких энергиях подбирались таким образом, чтобы все четыре диагональных калибровочных константы совпадали на шкале M_X и $g_{11}(M_X) \simeq 0$.

Результаты численных расчётов, представленные на рис. 1.2, показывают, что в случае сценария А практически точное объединение калибровочных констант может быть получено при $\alpha_3(M_Z) = 0.118$ и $\tilde{T}_S = 400$ ГэВ. С увеличением (уменьшением) \tilde{T}_S значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит точное совпадение калибровочных констант СМ на шкале $M_X \simeq 3 \cdot 10^{16}$ ГэВ, становится несколько меньше (больше). В случае сценария А шкала \tilde{T}_S , которая непосредственно связана со шкалой \tilde{M}_S в МССМ

$$\tilde{T}_S = \tilde{M}_S \cdot \left(\frac{\mu_L^{12/19} m_L^{6/19}}{\mu_{D_3}^{12/19} m_{\tilde{D}_3}^{6/19}} \right) \left(\prod_{\alpha=1,2} \frac{m_{H_\alpha}^{6/19} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{12/19}}{m_{\tilde{D}_\alpha}^{6/19} \mu_{D_\alpha}^{12/19}} \right). \quad (1.58)$$

может быть существенно больше последней. Из формулы (1.58) следует, что значение \tilde{T}_S определяется массами скалярных и фермионных компонент суперполей L_4 и \bar{L}_4 . Так как член $\mu_L L_4 \bar{L}_4$ в суперпотенциале (1.25) не запрещён E_6 симметрией и не вовлечён в процесс нарушения электрослабой симметрии, m_L и μ_L могут быть на много больше масс других экзотических частиц, что приводит к $\tilde{T}_S \gg \tilde{M}_S$. В частности, \tilde{T}_S может быть порядка ТэВ даже если $\tilde{M}_S \sim M_Z$. Это позволяет добиться точного совпадения калибровочных констант СМ на шкале M_X практически при любых значениях $\alpha_3(M_Z)$, которые согласуются с измеренным значением константы сильного взаимодействия. Причём дополнительные суперполя S и \bar{S} , компоненты которых могут появляться в спектре частиц при энергиях \sim ТэВ, не изменяют существенным образом эволюции калибровочных констант оставляя почти неизменным их совпадение при сверхвысоких энергиях.

Следует отметить, что учёт двухпетлевых поправок к β -функциям диагональных калибровочных констант мог, в принципе, сильно модифицировать эволюцию данных констант при сверхвысоких энергиях, не оставив и намёка на их объединение. Действительно, как следует из результатов приведённых в таблице 1.4 двухпетлевые поправки в случае сценария А значительно больше, чем аналогичные поправки, вычисленные в рамках МССМ. Это неудивительно, поскольку диагональные калибровочные константы в E_6 ССМ существенно больше чем в МССМ при сверхвысоких энергиях. Тем не менее из-за сильного сокращения двухпетлевых поправок в выражении (1.37) абсолютное значение Θ_s в три раза меньше в E_6 ССМ по сравнению с МССМ. Как следствие, значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором происходит точное совпадение калибровочных констант СМ на шкале M_X , заметно ниже в E_6 ССМ чем

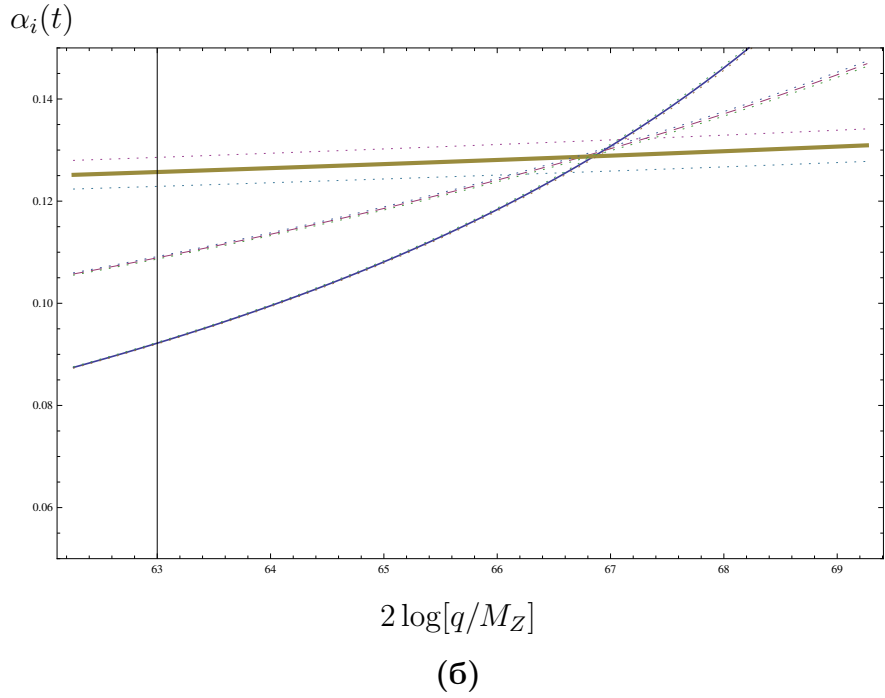
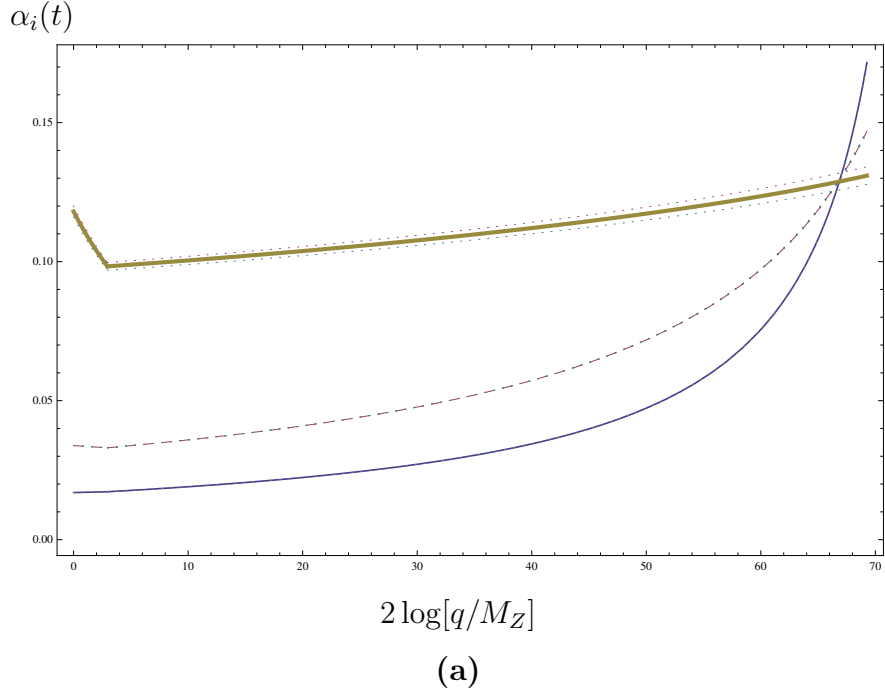


Рис. 1.2: Зависимость $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$ от $t = \log(q/M_Z)$ — рис.а и эволюция калибровочных констант вблизи шкалы M_X — рис.б, вычисленные в рамках E_6 ССМ (сценарий А) в двухпетлевом приближении и отвечающие $\tan\beta = 10$, $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S = 400$ ГэВ, $n = 1$, $\alpha_s(M_Z) = 0.118$, $\alpha(M_Z) = 1/127.9$, $\sin^2\theta_W = 0.231$ и $\kappa_1(T_S) = \kappa_2(T_S) = \kappa_3(T_S) = \lambda_1(T_S) = \lambda_2(T_S) = \lambda_3(T_S) = g'_1(T_S)$. Сплошная, штриховая и жирная линии соответствуют $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$. Пунктирные линии отвечают неопределённости в $\alpha_i(t)$, которая обусловлена вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0.116 до 0.120.

в МССМ [73], [108].

Следует также отдельно подчеркнуть, что при высоких энергиях неопределённость в $\alpha_3(t)$, обусловленная вариацией $\alpha_3(M_Z)$, существенно больше в E_6 ССМ по сравнению с МССМ. Это обусловлено тем, что в E_6 ССМ константа сильного взаимодействия слабо растёт с увеличением q , в то время как в МССМ $\alpha_3(t)$ уменьшается по мере увеличения q . По этой причине в случае сценария А неопределённость в $\alpha_3(M_X)$ примерно такая же как в $\alpha_3(M_Z)$, тогда как в МССМ интервал, в пределах которого варьируется $\alpha_3(M_X)$, заметно сужается. Большая неопределённость в $\alpha_3(t)$ при сверхвысоких энергиях позволяет добиться более точного совпадения диагональных калибровочных констант на шкале M_X .

В случае сценария В перенормировка диагональных калибровочных констант несколько меняется. В частности, численный анализ показывает, что эволюция $\alpha_i(t)$ сильно зависит от выбора шкалы $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S$. При $\tilde{T}_S \lesssim 1$ ТэВ калибровочные константы вблизи шкалы $M_X \simeq 3 \cdot 10^{16}$ ГэВ слишком велики, т.е. i.e. $\alpha_i(M_X) \sim 1$, и теория возмущений при $q \sim M_X$ становится неприменимой. Поэтому на рис. 1.3 эволюция калибровочных констант СМ представлена в случае, когда $\tilde{T}_S \simeq 3$ ТэВ. При этом значения $\alpha_i(M_X)$ варьируются около 0.2, что, в принципе, позволяет использовать теорию возмущений для вычисления перенормировки $\alpha_i(t)$ вблизи шкалы $q \sim M_X$.

Как и в случае сценария А, в рамках сценария В \tilde{T}_S также непосредственно связана со шкалой \tilde{M}_S в МССМ

$$\tilde{T}_S = \tilde{M}_S \cdot \left(\frac{\mu_{H_u}^{12/19} m_{H_u}^{6/19} \mu_{H_d}^{12/19} m_{H_d}^{6/19}}{\mu_{d_4}^{12/19} m_{d_4}^{6/19} \mu_{D_3}^{12/19} m_{D_3}^{6/19}} \right) \left(\prod_{\alpha=1,2} \frac{m_{H_\alpha}^{6/19} \mu_{\tilde{H}_\alpha}^{12/19}}{m_{D_\alpha}^{6/19} \mu_{D_\alpha}^{12/19}} \right). \quad (1.59)$$

Из выражения (1.59) следует, что шкала \tilde{T}_S может быть на несколько порядков больше \tilde{M}_S если, например, $\mu_{H_u} \simeq m_{H_u} \simeq \mu_{H_d} \simeq m_{H_d} \simeq \mu_{\tilde{H}_\alpha} \simeq m_{H_\alpha}$ существенно больше масс экзотических кварков и скварков, а также масс скалярных и фермионных компонент d_4^c и \bar{d}_4^c . В этом случае \tilde{T}_S может достигать 10 ТэВ даже когда \tilde{M}_S значительно меньше 1 ТэВ и $\mu_{H_u} \simeq m_{H_u} \simeq \mu_{H_d} \simeq m_{H_d} \simeq \mu_{\tilde{H}_\alpha} \simeq m_{H_\alpha} \lesssim 10$ ТэВ. \tilde{T}_1 , \tilde{T}_2 и \tilde{T}_3 могут быть также больше нескольких ТэВ. Например, такой сценарий реализуется, когда суперпарнёры фермионов первого и второго поколений, а также некоторые экзотические состояния имеют массы, которые превосходят 10 ТэВ. Действительно, стабилизация электрослабой шкалы не требует, чтобы данные состояния были бы достаточно лёгкими. Более того, в случае, когда суперпарнёры фермионов первого и второго поколений существенно тяжелее 10 ТэВ, процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, сильно подавлены. Как следствие реализация сценариев с $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \tilde{T}_3, \tilde{T}_S \gg 1$ ТэВ вполне возможна.

Результаты вычислений, представленные на рис. 1.3, показывают, что $\alpha_3(t)$ и неопределённость обусловленная вариацией $\alpha_3(M_Z)$ растут с увеличением q . Причём в рамках сценария В рост всех диагональных калибровочных констант заметно сильнее чем в случае сценария А. Это связано с тем, что однопетлевые β -функции в случае сценария В больше

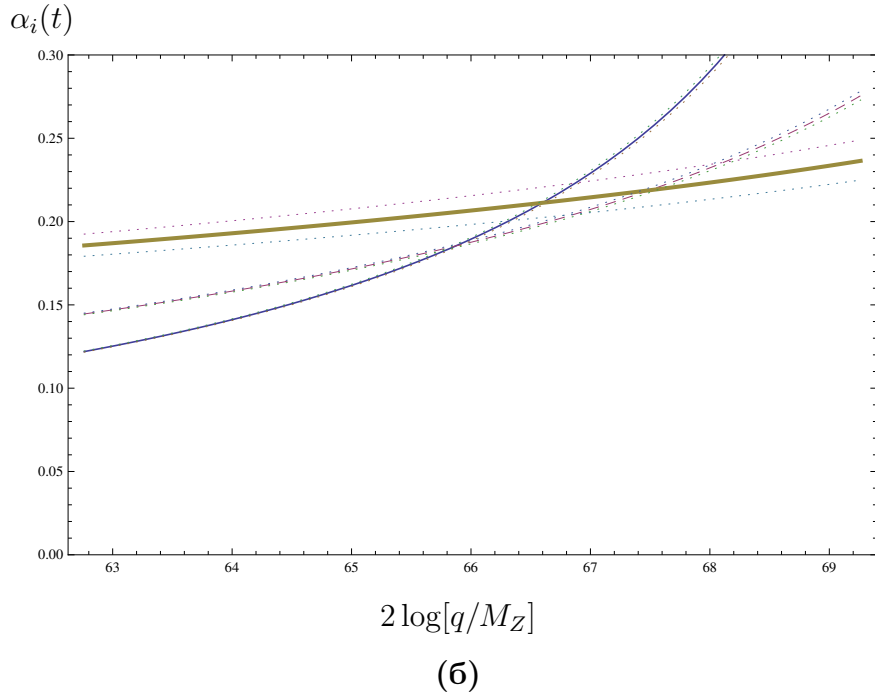
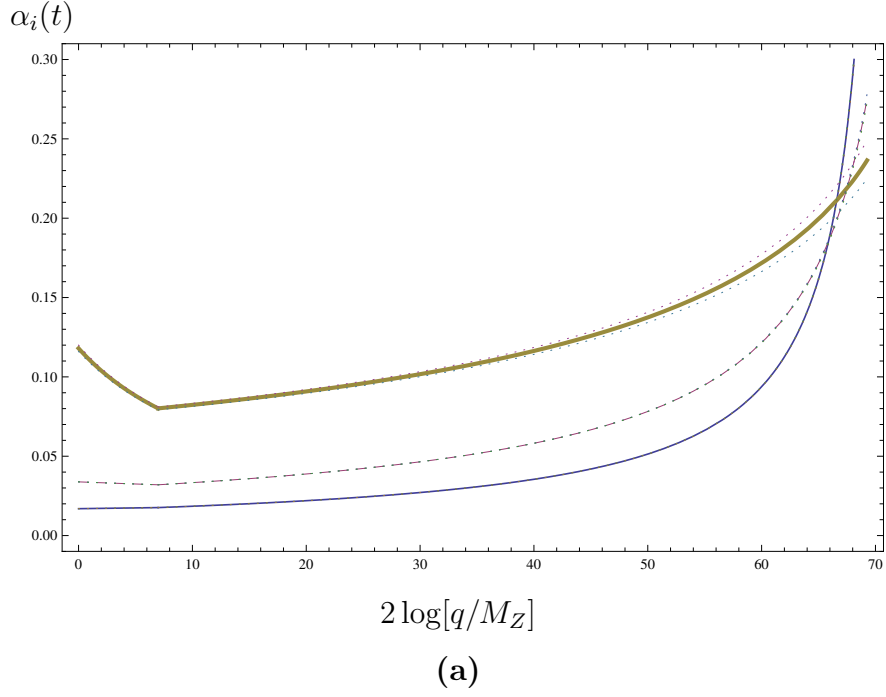


Рис. 1.3: Зависимость $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$ от $t = \log(q/M_Z)$ — рис.а и эволюция калибровочных констант вблизи шкалы M_X — рис.б, вычисленные в рамках E_6 ССМ (сценарий В) в двухпетлевом приближении и отвечающие $\tan\beta = 10$, $\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2 = \tilde{T}_3 = \tilde{T}_S = 3$ ТэВ, $n = 0$, $\alpha_s(M_Z) = 0.118$, $\alpha(M_Z) = 1/127.9$, $\sin^2\theta_W = 0.231$ и $\kappa_1(T_S) = \kappa_2(T_S) = \kappa_3(T_S) = \lambda_1(T_S) = \lambda_2(T_S) = \lambda_3(T_S) = g'_1(T_S)$. Сплошная, штриховая и жирная линии соответствуют $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и $\alpha_3(t)$. Пунктирные линии отвечают неопределённости в $\alpha_i(t)$, которая обусловлена вариацией $\alpha_3(M_Z)$ от 0.116 до 0.120.

по сравнению с сценарием А. По этой причине интервал вариации $\alpha_3(M_X)$ также больше. Однако в рамках сценария В учёт двухпетлевых поправок разрушает объединение калибровочных констант. Действительно, в однопетлевом приближении формула (1.37) приводит к одному и тому же значению $\alpha_3(M_Z)$ в случаях сценариев А и В, при котором калибровочные константы СМ совпадают на шкале M_X . Поскольку экзотические состояния образуют полные $SU(5)$ мультиплеты, они вносят один и тот же вклад во все однопетлевые β -функции диагональных калибровочных констант и значения $b_i - b_j$ остаются одними и теми же в МССМ и E_6 ССМ. В то же самое время вклады двухпетлевых поправок в $\alpha_i(M_X)$ (т.е. $\Theta_i(M_X)$) и в $\alpha_3(M_Z)$ (т.е. Θ_s) сильно отличаются в МССМ и в E_6 ССМ. В частности, в случае сценария В учёт двухпетлевых поправок приводит к тому, что при $\tilde{T}_S \simeq 3 \text{ ТэВ}$ точного совпадения диагональных калибровочных констант можно добиться только когда $\alpha_3(M_Z) \simeq 0.112$. При больших \tilde{T}_S значения $\alpha_3(M_Z)$, которые отвечают объединению $\alpha_i(t)$, становятся ещё меньше. С другой стороны снижение \tilde{T}_S приводит к большим значениям $\alpha_i(M_X)$, делая весьма проблематичным использование теории возмущений для вычисления перенормировки $\alpha_i(t)$ при сверхвысоких энергиях $\sim M_X$.

Дополнительные суперполя S и \bar{S} , компоненты которых могут появляться в спектре частиц при энергиях $\lesssim 10 \text{ ТэВ}$, не приводят к радикальным изменениям в эволюции калибровочных констант СМ. Учёт их вклада оставляет значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором $\alpha_i(M_X)$ совпадают, практически неизменным. Таким образом, в рамках сценария В достижение точного объединения калибровочных констант при $\alpha_3(M_Z) \simeq 0.118$ представляется весьма проблематичным. Однако различие $\alpha_i(M_X)$ не так уж и велико. В случае сценария В оно составляет порядка 10%. Поскольку различие между калибровочными константами СМ на шкале M_X не так уж и велико, данное обстоятельство не следует рассматривать в качестве чрезвычайно серьёзной проблемы при изучении соответствующего сценария в рамках E_6 ССМ.

1.2 Теории Великого Объединения с дополнительными пространственными измерениями

Спектр частиц, а также калибровочная группа СУСИ моделей с дополнительной $U(1)_N$ симметрией, которые обсуждались в предыдущем разделе, однозначно указывают на то, что такие модели могут появляться в результате нарушения E_6 симметрии или её подгруппы. Нарушение калибровочной симметрии в соответствующих четырёхмерных ТВО до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ обычно предполагает наличие хиггсовских мультиплетов больших размерностей, т.е. высших представлений группы E_6 или её подгруппы, которые приобретают вакуумные средние. В частности, высшие представления калибровочных групп ТВО используются, в качестве важной составляющей механизма, позволяющего добиться расщепления масс между различными компонентами полных представлений калибровочных групп ТВО без тонкой настройки параметров в этих моделях. Наиболее известным примером такого типа является расщепление масс между триплетными по цвету и дублетными по электрослабому изоспину состояниями, входящими в фундаментальное представление группы $SU(5)$, которое может быть достигнуто либо за счёт тонкой настройки параметров $SU(5)$ модели либо посредством достаточно сложного механизма, предполагающего наличие высших представлений группы $SU(5)$ [202]–[203].

Теории с дополнительными измерениями открывают новые возможности для описания нарушения калибровочной симметрии в рамках ТВО. В этой связи в литературе широко обсуждается компактификация дополнительных измерений на орбифорды в рамках СУСИ моделей Великого Объединения с пятью [204]–[213] и шестью [212]–[217] измерениями. Эти модели используют идею, которая изначально возникла в рамках струнных моделей [218]. Данная идея предполагает, что идентификация калибровочных полей по отношению к преобразованиям пространственно–временной симметрии орбифорда может быть использована в качестве механизма нарушения локальной симметрии. Оказывается, что соответствующие ТВО позволяют избежать некоторых проблем, присущих четырёхмерным моделям Великого Объединения. К числу таких проблем в первую очередь относится расщепление масс между триплетными по цвету и дублетными по электрослабому изоспину компонентами фундаментального представления группы $SU(5)$. С другой стороны, наиболее привлекательные свойства, которые обычно ассоциируются с четырёхмерными ТВО, такие как объединение калибровочных констант и естественное возникновение дробных $U(1)_Y$ зарядов, по-прежнему остаются характерными особенностями моделей Великого Объединения с дополнительными измерениями. Исследование компактификаций дополнительных измерений на орбифорды в теории гетеротических струн показало, что в струнных моделях, которые приводят к стандартной модели в четырёх измерениях, могут возникать пятимерные и шестимерные промежуточные структуры, которые весьма близки к ТВО с дополнительными измерениями [219]. Поэтому СУСИ модели Великого Объединения с пятью и шестью измерениями могут рассматриваться в качестве промежуточного звена на пути построения теории, объединяющей

известные калибровочные взаимодействия с гравитацией.

1.2.1 $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ модель в пятимерном пространстве

Лагранжиан простейшей ТВО, которая объединяет $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ взаимодействия, инвариантен по отношению к преобразованиям калибровочной группы $SU(5)$ [185]. По этой причине целесообразно начать анализ ТВО с дополнительными пространственными измерениями, которые приводят к четырёхмерным СУСИ моделям с $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрией, с пятимерных суперсимметричных моделей, лагранжиан которых инвариантен по отношению к преобразованиям локальной $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ симметрии. Здесь будет предполагаться, что дополнительное пятое измерение $y (= x_5)$ является компактным (S^1) с фиксированным радиусом, величина которого определяется шкалой M_X , т.е. $R \sim 1/M_X$. В этом случае орбифолд S^1/Z_2 получается разделением компактного пятого измерения посредством Z_2 преобразования, при котором $y \rightarrow -y$. Компоненты $SU(5)$ супермультиплетов, которые зависят от пятого дополнительного измерения, также преобразуются при преобразованиях Z_2 симметрии как $\Phi(x_\mu, -y) = P\Phi(x_\mu, y)$, где оператор P действует на каждую компоненту $SU(5)$ супермультиплета таким образом, что она либо изменяет свой знак либо остаётся неизменной, т.е. $P = (+, +, \dots, -, -, \dots)$. При этом лагранжиан рассматриваемой модели должен быть инвариантным по отношению к преобразованиям Z_2 симметрии². Z_2 преобразования могут рассматриваться в качестве некоторого соотношения эквивалентности, которое позволяет свести рассмотрение компактного дополнительного измерения с радиусом R к интервалу $y \in [0, \pi R]$.

Далее будет предполагаться, что дополнительное измерение скомпактифицировано на $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$. Орбифолд $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$ возникает при разделении S^1/Z_2 посредством ещё одного Z'_2 преобразования, при котором $y' \rightarrow -y'$, где $y' \equiv y - \pi R/2$. Симметриям Z_2 и Z'_2 , которым отвечают преобразования $y \rightarrow -y$ и $y' \rightarrow -y'$, соответствуют операторы P и P' , приводящие к следующим преобразованиям $SU(5)$ супермультиплетов

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &\rightarrow \Phi(x, -y) = P\Phi(x_\mu, y), \\ \Phi(x, y') &\rightarrow \Phi(x, -y') = P'\Phi(x_\mu, y'). \end{aligned} \tag{1.60}$$

Операторы P и P' могут быть представлены в виде матриц, собственные значения которых равны ± 1 . Лагранжиан соответствующих СУСИ моделей должен быть инвариантен по отношению к преобразованиям (1.60).

Каждое преобразование отражения приводит к появлению фиксированной точки ($y = 0$ и $y = \pi R/2 \equiv \ell$) в компактном дополнительном измерении, которая при соответствующем

²Следует отметить, что инвариантность лагранжиана по отношению к Z_2 преобразованиям не предполагает, что $P = \pm I$, где I отвечает единичной матрице. В общем случае оператор P должен удовлетворять условию $P^2 = I$.

преобразовании отражения переходит сама в себя. Инвариантность исследуемых СУСИ моделей по отношению к преобразованиям (1.60) позволяет свести рассмотрение компактного пятого измерения к интервалу $y \in [0, \ell]$ с двумя четырёхмерными стенками (бранами), расположенными в фиксированных точках $y = 0$ и $y = \ell$. В рассматриваемых моделях только две вышеупомянутые браны являются неэквивалентными. Браны, расположенные в точках $y = \pi R$ и $y = -\pi R/2$, следует идентифицировать с вышеупомянутыми бранами, которые находятся в фиксированных точках $y = 0$ и $y = \ell$ соответственно. Таким образом физическое пространство сводится к интервалу $[0, \ell]$, где $\ell = \pi R/2$.

Разлагая пятимерное поле $\phi(x, y)$ в ряд Фурье по координате y , находим [204]–[207]:

$$\phi_{++}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\delta_{n,0}}} \sqrt{\frac{4}{\pi R}} \phi_{++}^{(2n)}(x) \cos \frac{2ny}{R}, \quad (1.61)$$

$$\phi_{+-}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{4}{\pi R}} \phi_{+-}^{(2n+1)}(x) \cos \frac{(2n+1)y}{R}, \quad (1.62)$$

$$\phi_{-+}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{4}{\pi R}} \phi_{-+}^{(2n+1)}(x) \sin \frac{(2n+1)y}{R}, \quad (1.63)$$

$$\phi_{--}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{4}{\pi R}} \phi_{--}^{(2n+2)}(x) \sin \frac{(2n+2)y}{R}, \quad (1.64)$$

где n неотрицательное целое число. В Фурье-разложениях (1.61)–(1.64) поля ϕ с $(P, P') = (\pm 1, \pm 1)$ обозначаются $\phi_{\pm\pm}$. С точки зрения наблюдателя в четырёхмерном пространстве поля $\phi_{++}^{(2n)}(x)$, $\phi_{+-}^{(2n+1)}(x)$, $\phi_{-+}^{(2n+1)}(x)$ и $\phi_{--}^{(2n+2)}(x)$ приобретают массы $2n/R$, $(2n+1)/R$, $(2n+1)/R$ и $(2n+2)/R$ в результате компактификации. Следует отметить, что только поля $\phi_{++}(x, y)$ и $\phi_{+-}(x, y)$ имеют ненулевые значения на бране расположенной в фиксированной точке $y = 0$. На другой бране, находящейся вблизи $y = \pi R/2$, только поля $\phi_{++}(x, y)$ и $\phi_{-+}(x, y)$ имеют ненулевые значения. Поле $\phi_{--}(x, y)$ зануляется на обеих бранах. В то же самое время только поле $\phi_{++}(x, y)$ имеет безмассовые нулевые моды. Поскольку $SU(5)$ мультиплеты, которые зависят от координаты пятого измерения y , в общем случае могут содержать чётные и нечётные компоненты по отношению к преобразованиям отражения Z_2 и Z'_2 , безмассовый сектор теории обычно не образует полные $SU(5)$ мультиплеты. Поэтому, если не все компоненты полных $SU(5)$ супермультиплетов имеют одинаковую чётность по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий, то в результате компактификации локальная $SU(5)$ симметрия оказывается нарушенной при низких энергиях, так как компоненты $\phi_{+-}(x, y)$, $\phi_{-+}(x, y)$ и $\phi_{--}(x, y)$ не имеют безмассовых нулевых мод.

Преобразования $N = 1$ суперсимметрии в пятимерном пространстве включают восемь действительных операторов суперзаряда, что соответствует $N = 2$ суперсимметрии в четырёхмерном пространстве [204]–[207]. Далее будет предполагаться, что векторные суперполя, которые ассоциируются с $SU(5)$, $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ взаимодействиями зависят от пятой координаты y . При этом в пространстве $M^4 \times S^1 / (Z_2 \times Z'_2)$ векторные суперполя включают в себя векторные бозоны A_M ($M = 0, 1, 2, 3, 5$) и калибрино, которые образуются двумя четырёхмерными вейлевскими спинорами с противоположной $4D$ киральностью, λ и λ' . Кроме того векторные супермультиплеты должны включать действительные скалярные поля σ , которые необходимы, чтобы обеспечить равенство бозонных и фермионных степеней свободы. Таким образом пятимерные калибровочные супермультиплеты содержат обычные четырёхмерные $N = 1$ векторные суперполя V с физическими компонентами (A_μ, λ) и четырёхмерные $N = 1$ киральные суперполя Σ с компонентами $\left((\sigma + iA_5)/\sqrt{2}, \lambda' \right)$. Эти два четырёхмерных $N = 1$ суперполя образуют $N = 2$ векторное суперполе в четырёхмерном пространстве.

Наряду с пятимерными векторными суперполями другие $SU(5)$ супермультиплеты, а также киральные суперполя, которые не участвуют в $SU(5)$ взаимодействиях, но несут ненулевые $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ заряды, могут зависеть от координаты y . Соответствующие киральные суперполя содержат пятимерные фермионные компоненты. Поскольку каждое пятимерное фермионное состояние включает два четырёхмерных вейлевских фермиона, ψ и ψ^c , суперсимметрия предполагает, что каждый пятимерный киральный супермультиплет включает в себя также два комплексных скалярных поля ϕ и ϕ^c . В четырёхмерном пространстве эти фермионные (ψ и ψ^c) и бозонные (ϕ и ϕ^c) состояния являются компонентами четырёхмерного $N = 2$ гипермультиплета, который образуется двумя четырёхмерными $N = 1$ киральными суперполями $\hat{\Phi} \equiv (\phi, \psi)$ и $\hat{\Phi}^c \equiv (\phi^c, \psi^c)$. Данные суперполя преобразуются как сопряжённые представления друг друга по отношению к калибровочным преобразованиям.

Принимая во внимание, что частная производная по координате y изменяет знак при преобразованиях Z_2 симметрии, можно показать, что лагранжиан пятимерных СУСИ моделей остаётся инвариантным по отношению к следующим преобразованиям [204]:

$$\begin{aligned}
A_\mu(x, y) &\rightarrow A_\mu(x, -y) = PA_\mu(x, y)P^{-1}, \\
A_5(x, y) &\rightarrow A_5(x, -y) = -PA_5(x, y)P^{-1}, \\
\sigma(x, y) &\rightarrow \sigma(x, -y) = -P\sigma(x, y)P^{-1}, \\
\lambda(x, y) &\rightarrow \lambda(x, -y) = P\lambda(x, y)P^{-1}, \\
\lambda'(x, y) &\rightarrow \lambda'(x, -y) = -P\lambda'(x, y)P^{-1}, \\
\phi_i(x, y) &\rightarrow \phi_i(x, -y) = P\phi_i(x, y), \\
\psi_i(x, y) &\rightarrow \psi_i(x, -y) = P\psi_i(x, y),
\end{aligned} \tag{1.65}$$

$$\begin{aligned}\phi_i^c(x, y) &\rightarrow \phi_i^c(x, -y) = -P\phi_i^c(x, y), \\ \psi_i^c(x, y) &\rightarrow \psi_i^c(x, -y) = -P\psi_i^c(x, y),\end{aligned}$$

где индекс i соответствует различным $SU(5)$ супермультиплетам, которые зависят от y . В случае $SU(5)$ симметрии компоненты соответствующего $N = 2$ векторного супермультиплета в выражении (1.65) следует отождествлять с $V(x, y) = V^A(x, y)T^A$ и $\Sigma(x, y) = \Sigma^A(x, y)T^A$, где T^A представляют собой полный набор $SU(5)$ генераторов (т.е. $A = 1, 2, \dots, 24$). Используя преобразования (1.65), которые ассоциируются с Z_2 симметрией, нетрудно получить явный вид Z'_2 преобразований. Для этого необходимо заменить y и P в выражениях (1.65) на y' и P' . Следует отметить, что $N = 2$ суперсимметрия не запрещает компонентам гипермультиплета ϕ_i, ψ_i, ϕ_i^c и ψ_i^c иметь ненулевые массы. Однако соответствующие массовые члены не инвариантны относительно преобразований отражения Z_2 и Z'_2 .

В случае пятимерных $SU(5)$ СУСИ моделей матричное представление оператора P , действующего на фундаментальное представление группы $SU(5)$, удобно выбрать в виде $P = \text{diag}(+1, +1, +1, +1, +1)$. Такой выбор оператора P отвечает тому, что при преобразованиях Z_2 симметрии $V^A(x, -y)T^A = V^A(x, y)T^A$. Данное граничное условие не нарушает $SU(5)$ калибровочную симметрию на бране O , которая соответствует $y = 0$. Тем не менее четырёхмерная $N = 2$ суперсимметрия оказывается нарушенной до $N = 1$ СУСИ. Действительно, трансформационные свойства компонент суперполей (1.65) однозначно указывают на то, что только A_μ, λ, ϕ и ψ имеют безмассовые нулевые моды. Все остальные компоненты $N = 2$ векторного супермультиплета (т.е. σ и λ') и $N = 2$ гипермультиплета (т.е. ϕ_i^c и ψ_i^c), которые являются P -нечётными, не имеют безмассовых мод. В дальнейшем будет предполагаться, что три поколения 27 -плетов 27_i локализованы на бране O , где $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ локальная симметрия и $N = 1$ суперсимметрия не нарушаются. Поскольку $SU(5)$ симметрия на бране O не нарушается суперполя, локализованные на этой бране, должны образовывать полные представления группы $SU(5)$.

$SU(5)$ калибровочная симметрия может быть нарушена до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ локальной симметрии, если выбрать матричное представление оператора P' , действующего на фундаментальное представление группы $SU(5)$, в виде $P' = \text{diag}(-1, -1, -1, +1, +1)$. Нетрудно видеть, что данное граничное условие нарушает не только $SU(5)$ симметрию, но и четырёхмерную $N = 2$ суперсимметрию до $N = 1$ СУСИ на бране O' , которая располагается в окрестности $y = \ell$. Трансформационные свойства компонент суперполей (1.65), которые ассоциируются с Z'_2 симметрией, разделяют полный набор $SU(5)$ генераторов на две группы генераторов T^a и $T^{\hat{a}}$. Все генераторы, которые соответствуют $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ калибровочным преобразованиям, удовлетворяют условию:

$$P' T^a P' = T^a. \quad (1.66)$$

Благодаря условию (1.66) все калибровочные поля $A_\mu^a(x, y)$, отвечающие генераторам T^a , а также поля их суперпартнёров (калибрино) $\lambda^a(x, y)$ являются P и P' -чётными, в то вре-

мя как поля $\sigma^a(x, y)$ и $\lambda'^a(x, y)$ оказываются P и P' -нечётными. Поэтому разложение Калуды-Клейна (КК) пятимерных полей векторных бозонов $A_\mu^a(x, y)$ и калибрино $\lambda^a(x, y)$ содержит безмассовые нулевые моды $A_\mu^{a(0)}(x)$ и $\lambda^{a(0)}(x)$, которые соответствуют ненарушенной калибровочной симметрии СМ. Рассматриваемые нулевые моды образуют четырёхмерные $N = 1$ векторные супермультиплеты. При этом моды $A_5^{a(2n)}(x)$ поглощаются $A_\mu^{a(2n)}(x)$, образуя векторные поля с массами $2n/R$. В свою очередь КК моды $\lambda^{a(2n)}(x)$ и $\lambda'^{a(2n)}(x)$ образуют четырёхмерные фермионные состояния с массами $2n/R$. КК моды $\sigma^{a(2n)}(x)$ также приобретают массы $2n/R$.

Все остальные генераторы группы $SU(5)$ удовлетворяют соотношению

$$P' T^{\hat{a}} P' = -T^{\hat{a}}, \quad (1.67)$$

которое предполагает, что поля $A_\mu^{\hat{a}}(x, y)$ и $\lambda^{\hat{a}}(x, y)$ являются нечётными по отношению к преобразованиям Z'_2 симметрии. В то же самое время поля $\sigma^{\hat{a}}(x, y)$ и $\lambda'^{\hat{a}}(x, y)$ являются P' -чётными и P -нечётными. Это в свою очередь означает, что все компоненты пятимерных суперполей, которые ассоциируются с нарушенными генераторами $T^{\hat{a}}$ группы $SU(5)$ оказываются нечётными либо по отношению к преобразованиям отражения Z_2 либо Z'_2 . По этой причине КК разложение соответствующих полей не содержит безмассовых мод. В таблице 1.5 представлены трансформационные свойства всех компонент пятимерных векторных суперполей по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий. КК моды $A_\mu^{\hat{a}(2n+1)}(x)$, $A_5^{\hat{a}(2n+1)}(x)$, $\sigma^{\hat{a}(2n+1)}(x)$, $\lambda^{\hat{a}(2n+1)}(x)$ и $\lambda'^{\hat{a}(2n+1)}(x)$ образуют бозонные и фермионные состояния с массами $(2n + 1)/R$.

Поля	$SU(3)_C \times SU(2)_W$ квантовые числа	$Z_2 \times Z'_2$ чётность	Спектр масс
A_μ^a, λ^a	$(8, 1) + (1, 3) + (1, 1)$	$(+, +)$	$2n/R$
$A_\mu^{\hat{a}}, \lambda^{\hat{a}}$	$(3, 2) + (\bar{3}, 2)$	$(+, -)$	$(2n + 1)/R$
$A_5^a, \sigma^a, \lambda'^a$	$(8, 1) + (1, 3) + (1, 1)$	$(-, -)$	$(2n + 2)/R$
$A_5^{\hat{a}}, \sigma^{\hat{a}}, \lambda'^{\hat{a}}$	$(3, 2) + (\bar{3}, 2)$	$(-, +)$	$(2n + 1)/R$
A_μ^χ, λ_χ	$(1, 1)$	$(+, +)$	$2n/R$
$A_5^\chi, \sigma_\chi, \lambda'_\chi$	$(1, 1)$	$(-, -)$	$(2n + 2)/R$
A_μ^ψ, λ_ψ	$(1, 1)$	$(+, +)$	$2n/R$
$A_5^\psi, \sigma_\psi, \lambda'_\psi$	$(1, 1)$	$(-, -)$	$(2n + 2)/R$

Таблица 1.5: Трансформационные свойства компонент пятимерных векторных суперполей, соответствующих $SU(5)$, $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ калибровочным взаимодействиям, по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий, а также спектр их КК мод.

Вблизи фиксированной точки O' калибровочные преобразования, которые отвечают генераторам $SU(5)$ группы $T^{\hat{a}}$, а также соответствующие компоненты пятимерных векторных супермультиплетов зануляются. С другой стороны в любой другой точке дополнительного пятого измерения действие $SU(5)$ калибровочных преобразований осуществляется в

обычном режиме. Таким образом компактификация дополнительного пятого измерения на орбифолд $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$ приводит к явному нарушению $SU(5)$ симметрии вблизи фиксированной точки O' , которое обусловлено определенной идентификацией калибровочных полей по отношению к преобразованиям пространственно–временной симметрии орбифолда.

Трансформационные свойства компонент пятимерных векторных суперполей, которые соответствуют $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ взаимодействиям, по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий таковы, что КК разложения полей векторных бозонов $A_\mu^\chi(x, y)$ и $A_\mu^\psi(x, y)$, а также полей калибрино $\lambda_\chi(x, y)$ и $\lambda_\psi(x, y)$ содержат безмассовые нулевые моды $A_\mu^{\chi(0)}(x)$, $A_\mu^{\psi(0)}(x)$, $\lambda_\chi^{(0)}(x)$ и $\lambda_\psi^{(0)}(x)$, которые ассоциируются с калибровочными $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ симметриями (см. данные, приведённые в таблице 1.5). Другие КК моды образуют бозонные и фермионные состояния с массами $(2n + 2)/R$.

Как и в простейших ТВО с одним дополнительным измерением [204]–[206] мы будем предполагать, что все неполные $SU(5)$ супермультиплеты в четырёхмерных СУСИ моделях, которые оказываются чётными по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H симметрии, являются безмассовыми нулевыми модами соответствующих компонент пятимерных $SU(5)$ супермультиплетов. В частности, для того чтобы обеспечить наличие в спектре частиц четырёхмерных СУСИ моделей супермультиплетов с квантовыми числами H_u и \bar{H}_u а также H_d и \bar{H}_d при энергиях существенно меньших $M_X \sim 1/R$ необходимо ввести две пары пятимерных $SU(5)$ супермультиплетов $\Phi_{H_u} + \Phi_{\bar{H}_u}$ и $\Phi_{H_d} + \Phi_{\bar{H}_d}$ с квантовыми числами

$$\Phi_{H_u} = \Phi_{\bar{H}_u} = \left(5, -\frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}} \right), \quad \Phi_{H_d} = \Phi_{\bar{H}_d} = \left(5, \frac{2}{\sqrt{24}}, \frac{2}{\sqrt{40}} \right), \quad (1.68)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают $SU(5)$ представлению, а также $U(1)_\psi$ и $U(1)_\chi$ зарядам этого представления соответственно. $SU(5)$ супермультиплеты Φ_{H_u} , $\Phi_{\bar{H}_u}$, Φ_{H_d} и $\Phi_{\bar{H}_d}$ преобразуются по–разному при преобразованиях Z_2 и Z'_2 симметрий (см. данные, приведённые в таблице 1.6). Поскольку P' не коммутирует с генераторами группы $SU(5)$ каждый пятимерный $SU(5)$ мультиплет разделяется на четыре части, которые соответствуют различным $N = 1$ киральным супермультиплетам в четырёхмерном пространстве:

$$5 = (3, 1, -1/3) + (1, 2, 1/2) + (\bar{3}, 1, 1/3) + (1, 2, -1/2). \quad (1.69)$$

В выражении (1.69) величины, указанные в скобках, отвечают $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ представлениям, а также $U(1)_Y$ заряду данного супермультиплета. Как следует из таблицы 1.6 различные трансформационные свойства киральных супермультиплетов в выражении (1.69) по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий приводят к различной структуре спектра их КК мод. В результате из четырёх супермультиплетов в выражении (1.69) только один $SU(2)_W$ дублет суперполей имеет безмассовые нулевые моды. Таким образом набор пятимерных $SU(5)$ супермультиплетов Φ_{H_u} , $\Phi_{\bar{H}_u}$, Φ_{H_d} и $\Phi_{\bar{H}_d}$ приводит к появлению в области низких энергий ($E \ll 1/R$) четырёх $SU(2)_W$ дублетов суперполей H_u , \bar{H}_u , H_d и \bar{H}_d .

Суперполя N_H^c , \bar{N}_H^c , S и \bar{S} , остающиеся неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, могут также возникать в четырёхмерных СУСИ моделях в качестве безмассовых

нулевых мод соответствующих пятимерных суперполей [71]:

$$\Phi_S = \Phi_{\bar{S}} = \left(1, \frac{4}{\sqrt{24}}, 0\right), \quad \Phi_{N_H^c} = \Phi_{\bar{N}_H^c} = \left(1, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{5}{\sqrt{40}}\right). \quad (1.70)$$

Преобразования (1.65) однозначно указывают на то, что либо ϕ_i и ψ_i либо ϕ_i^c и ψ_i^c могут иметь безмассовые нулевые моды. Трансформационные свойства компонент пятимерных суперполей (1.70) по отношению к преобразованиям Z_2 и Z_2' симметрий, представленные в таблице 1.6, таковы, что при низких энергиях ($E \ll 1/R$) спектр частиц четырёхмерных СУСИ моделей может включать только четыре $N = 1$ киральных суперполя с квантовыми числами N_H^c , \bar{N}_H^c , S и \bar{S} .

Поля	$SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ квантовые числа	$Z_2 \times Z_2'$ чётность	Спектр масс
$\Phi_{H_u} + \Phi_{\bar{H}_u}$	$(3, 1, -1/3, -2, 2) + (\bar{3}, 1, 1/3, 2, -2)$	(+, -)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, 1/2, -2, 2) + (1, 2, -1/2, 2, -2)$	(+, +)	$2n/R$
	$(\bar{3}, 1, 1/3, 2, -2) + (3, 1, -1/3, -2, 2)$	(-, +)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, -1/2, 2, -2) + (1, 2, 1/2, -2, 2)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
$\Phi_{H_d} + \Phi_{\bar{H}_d}$	$(3, 1, -1/3, 2, 2) + (\bar{3}, 1, 1/3, -2, -2)$	(-, +)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, 1/2, 2, 2) + (1, 2, -1/2, -2, -2)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
	$(\bar{3}, 1, 1/3, -2, -2) + (3, 1, -1/3, 2, 2)$	(+, -)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, -1/2, -2, -2) + (1, 2, 1/2, 2, 2)$	(+, +)	$2n/R$
$\Phi_S + \Phi_{\bar{S}}$	$(1, 1, 0, 4, 0) + (1, 1, 0, -4, 0)$	(+, +)	$2n/R$
	$(1, 1, 0, -4, 0) + (1, 1, 0, 4, 0)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
$\Phi_{N_H^c} + \Phi_{\bar{N}_H^c}$	$(1, 1, 0, 1, -5) + (1, 1, 0, -1, 5)$	(+, +)	$2n/R$
	$(1, 1, 0, -1, 5) + (1, 1, 0, 1, -5)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
$\Phi_{L_4} + \Phi_{\bar{L}_4}$	$(3, 1, -1/3, -1, -3) + (\bar{3}, 1, 1/3, 1, 3)$	(-, +)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, 1/2, -1, -3) + (1, 2, -1/2, 1, 3)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
	$(\bar{3}, 1, 1/3, 1, 3) + (3, 1, -1/3, -1, -3)$	(+, -)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 2, -1/2, 1, 3) + (1, 2, 1/2, -1, -3)$	(+, +)	$2n/R$
$\Phi_{d_4^c} + \Phi_{\bar{d}_4^c}$	$(3, 1, -1/3, -1, -3) + (\bar{3}, 1, 1/3, 1, 3)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
	$(1, 2, 1/2, -1, -3) + (1, 2, -1/2, 1, 3)$	(-, +)	$(2n + 1)/R$
	$(\bar{3}, 1, 1/3, 1, 3) + (3, 1, -1/3, -1, -3)$	(+, +)	$2n/R$
	$(1, 2, -1/2, 1, 3) + (1, 2, 1/2, -1, -3)$	(+, -)	$(2n + 1)/R$

Таблица 1.6: Трансформационные свойства компонент пятимерных супермультиплетов Φ_{H_u} , $\Phi_{\bar{H}_u}$, Φ_{H_d} , $\Phi_{\bar{H}_d}$, Φ_S , $\Phi_{\bar{S}}$, $\Phi_{N_H^c}$, $\Phi_{\bar{N}_H^c}$, Φ_{L_4} , $\Phi_{\bar{L}_4}$, $\Phi_{d_4^c}$ и $\Phi_{\bar{d}_4^c}$ по отношению к преобразованиям Z_2 и Z_2' симметрий, а также спектр их КК мод.

Как отмечалось в предыдущем разделе, в области низких энергий ($E \ll 1/R$) спектр частиц рассматриваемых четырёхмерных СУСИ моделей должен быть дополнен либо L_4 и \bar{L}_4 либо d_4^c и \bar{d}_4^c , которые остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии. Это

необходимо, чтобы процесс распада легчайших экзотических кварков происходил достаточно быстро. Соответствующие $N = 1$ киральные супермультиплеты могут также являться безмассовыми нулевыми модами компонент пятимерных $SU(5)$ супермультиплетов Φ_{L_4} и $\Phi_{\bar{L}_4}$ либо $\Phi_{d_4^c}$ и $\Phi_{\bar{d}_4^c}$ с квантовыми числами [71]:

$$\Phi_{L_4} = \Phi_{\bar{L}_4} = \Phi_{d_4^c} = \Phi_{\bar{d}_4^c} = \left(5, -\frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{3}{\sqrt{40}} \right). \quad (1.71)$$

Как и в предыдущих случаях, трансформационные свойства компонент супермультиплетов Φ_{L_4} и $\Phi_{\bar{L}_4}$ по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий, указанные в таблице 1.6, приводят к тому, что спектр частиц при энергиях $E \ll 1/R$ включает безмассовые нулевые моды только дублетных по электрослабому изоспину компонент этих пятимерных супермультиплетов. Следует отметить, что преобразования Z'_2 симметрии определены неоднозначно. В частности, триплетные по цвету компоненты пятимерного супермультиплета отвечающего фундаментальному представлению группы $SU(5)$ могут быть P' -чётными, в то время как дублетные по электрослабому изоспину компоненты соответствующего супермультиплета — P' -нечётными. В этом случае только d_4^c и \bar{d}_4^c компоненты супермультиплетов $\Phi_{d_4^c}$ и $\Phi_{\bar{d}_4^c}$ могут иметь безмассовые нулевые моды (см. данные, приведённые в таблице 1.6).

Так как три поколения 27-плетов 27_i локализованы на бране O , где $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ калибровочная симметрия и $N = 1$ суперсимметрия не нарушены, $SU(5)$ симметрия предполагает, что юкавские константы, которые приводят к генерации масс нижних кварков и заряженных лептонов одного и того же поколения, на шкале M_X должны быть равны. Равенство соответствующих констант при сверхвысоких энергиях предполагает, что на электрослабой шкале массы фермионов первого и второго поколения удовлетворяют соотношению

$$m_s/m_d = m_\mu/m_e, \quad (1.72)$$

где m_s и m_d — массы s и d -кварков, а m_μ и m_e — массы мюона и электрона. Однако в реальности правая часть соотношения (1.72) отличается от левой на порядок. В четырёхмерных ТВО феноменологически приемлемое соотношение между массами нижних кварков и заряженных лептонов первого и второго поколений может быть получено посредством использования операторов высших размерностей, а также высших представлений групп $SU(5)$ или $SO(10)$. В рамках данного подхода величины соответствующих юкавских констант определяются значениями вакуумных средних высших представлений групп $SU(5)$ или $SO(10)$, которые нарушают локальную симметрию в этих теориях [203], [220].

В случае простейших пятимерных ТВО, которые обсуждаются в этом разделе, вакуумные средние представлений $SU(5)$ или $SO(10)$ групп для нарушения калибровочной симметрии обычно не используются. Тем не менее феноменологически приемлемое соотношение между массами фермионов первого и второго поколений может быть также получено, если ввести два дополнительных пятимерных супермультиплета с квантовыми числами (1.71), которые преобразуются при преобразованиях Z_2 и Z'_2 симметрий либо также как Φ_{L_4} и $\Phi_{\bar{L}_4}$ либо

также как $\Phi_{d_4^c}$ и $\Phi_{\bar{d}_4^c}$. При этом будем исходить из того, что все компоненты рассматриваемых пятимерных супермультиплетов изменяют знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии. В этом случае нулевые моды дополнительных пятимерных супермультиплетов, т.е. либо L_5 и \bar{L}_5 либо d_5^c и \bar{d}_5^c , смешиваются с соответствующими компонентами 27_i , которые локализованы на бране O . В результате такого смешивания $SU(5)$ соотношения между юкавскими константами нарушаются и массы нижних кварков и заряженных лептонов первого и второго поколений оказываются несвязанными между собой [71].

Поля	$SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ квантовые числа	$Z_2 \times Z'_2$ чётность	Спектр масс
$\Phi_{e^c} + \Phi_{\bar{e}^c}$	$(\bar{3}, 1, -2/3, 1, -1) + (3, 1, 2/3, -1, 1)$	(+, +)	$2n/R$
	$(3, 2, 1/6, 1, -1) + (\bar{3}, 2, -1/6, -1, 1)$	(+, -)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 1, 1, 1, -1) + (1, 1, -1, -1, 1)$	(+, +)	$2n/R$
	$(3, 1, 2/3, -1, 1) + (\bar{3}, 1, -2/3, 1, -1)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$
	$(\bar{3}, 2, -1/6, -1, 1) + (3, 2, 1/6, 1, -1)$	(-, +)	$(2n + 1)/R$
	$(1, 1, -1, -1, 1) + (1, 1, 1, 1, -1)$	(-, -)	$(2n + 2)/R$

Таблица 1.7: Трансформационные свойства компонент пятимерных супермультиплетов Φ_{e^c} и $\Phi_{\bar{e}^c}$ по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий, а также спектр их КК мод.

Хотя введение двух дополнительных пятимерных супермультиплетов в фундаментальном представлении группы $SU(5)$ является простейшим способом позволяющим получить феноменологически приемлемые значения масс фермионов первого и второго поколений в рамках рассматриваемых ТВО, существуют и другие механизмы, которые приводят к нарушению $SU(5)$ соотношений между юкавскими константами. В частности, вместо фундаментальных представлений группы $SU(5)$ можно использовать $SU(5)$ супермультиплеты Φ_{e^c} и $\Phi_{\bar{e}^c}$ с квантовыми числами

$$\Phi_{e^c} = \Phi_{\bar{e}^c} = \left(10, \frac{1}{\sqrt{24}}, -\frac{1}{\sqrt{40}} \right), \quad (1.73)$$

все компоненты которых изменяют знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии. Трансформационные свойства компонент пятимерных суперполей Φ_{e^c} и $\Phi_{\bar{e}^c}$ по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий, которые приведены в таблице 1.7, предполагают, что каждый пятимерный $SU(5)$ декуплет разделяется на шесть частей, которые соответствуют различным $N = 1$ супермультиплетам в четырёхмерном пространстве, т.е.

$$10 = (\bar{3}, 1, -2/3) + (3, 2, 1/6) + (1, 1, 1) + (3, 1, 2/3) + (\bar{3}, 2, -1/6) + (1, 1, -1), \quad (1.74)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ представлениям, а также $U(1)_Y$ заряду рассматриваемого супермультиплета. Как следует из таблицы 1.7 только $SU(2)_W$ синглетные компоненты пятимерных $SU(5)$ декуплетов Φ_{e^c} и $\Phi_{\bar{e}^c}$, т.е. e_5^c , \bar{e}_5^c , а также u_5^c и \bar{u}_5^c могут иметь безмассовые нулевые моды. Так как нулевые моды e_5^c и \bar{e}_5^c могут

смешиваться с соответствующими компонентами 27_i , образуя состояния с массами, несколько меньшими M_X , их присутствие в спектре частиц в общем случае приводит к нарушению $SU(5)$ соотношений между юкавскими константами. Следует отметить, что пятимерные супермультиплеты (1.68), (1.70), (1.71) и (1.73) образуют два полных представления (27-плета) группы E_6 , что безусловно придаёт дополнительную элегантность рассматриваемой ТВО [71].

Для того чтобы гарантировать внутреннюю непротиворечивость рассматриваемой модели необходимо обеспечить сокращение всех аномалий. В теориях с пятью измерениями компактификация дополнительного измерения на орбифолд $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$ может приводить к несокращению аномалий в окрестности фиксированных точек [221]–[222]. Вблизи фиксированных точек самосогласованность теории требует сокращения аномалий, которые ассоциируются с ненарушенной калибровочной симметрией. Другими словами в окрестности фиксированной точки O должно быть обеспечено сокращение аномалий соответствующих $SU(5) \times U(1)_X \times U(1)_\psi$ локальной симметрии, в то время как вблизи точки O' должны сокращаться все аномалии отвечающие ненарушенной $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_X \times U(1)_\psi$ подгруппы. Изучение моделей с одним дополнительным измерением показало, что сокращение аномалий в окрестности фиксированных точек может быть обеспечено при условии, что сумма соответствующих вкладов всех нулевых мод локализованных вблизи рассматриваемой фиксированной точки зануляется [221]–[222]. В этой связи необходимо отметить, что вклады трёх поколений 27-плетов 27_i , локализованных на бране O , в аномалии, которые ассоциируются с этой фиксированной точкой, автоматически сокращаются. Более того из данных приведенных в таблицах 1.6 и 1.7 следует, что трансформационные свойства компонент пятимерных супермультиплетов по отношению к преобразованиям Z_2 и Z'_2 симметрий таковы, что нулевые моды локализованные в окрестности фиксированных точек O и O' всегда формируют пары $N = 1$ супермультиплетов с противоположными квантовыми числами, что гарантирует полное сокращение вкладов этих нулевых мод в соответствующие аномалии [71].

Ещё одним важным аспектом ТВО является проблема распада протона. В контексте ТВО с одним дополнительным измерением стабильность протона обсуждалась в работах [205], [209]–[210]. Было показано, что в рассматриваемых ТВО операторы размерности пять, появление которых обусловлено обменом цветным триплетом хиггсина и которые по сути определяют время жизни протона, отсутствуют. Действительно, в рассматриваемом классе моделей массы триплетных по цвету компонент хиггсина генерируются оператором $\psi_i \partial_5 \psi_i^c$, который приводит к дираковскому массовому члену вида $\psi_i^{(2n+1)} \psi_i^{c(2n+1)}$. Так как поле $\psi_i^{c(2n+1)}$ не взаимодействует непосредственно с полями кварков (скварков) и слептонов (лептонов) операторы размерности пять не появляются. Отсутствие операторов, которые индуцируются за счёт обмена цветным триплетом хиггсина, связано с глобальной $U(1)_R$ симметрией, которой обладает лагранжиан ТВО с дополнительными пространственными измерениями [205]. Хотя вышеупомянутые операторы размерности пять не могут возникать в рассматриваемых

ТВО в результате обмена триплетными по цвету компонентами хиггсино взаимодействия типа $[QQQL]_F$ и $[u^c u^c d^c e^c]_F$ на бране O , которые подавлены по $1/M_{Pl}$, могли бы приводить к слишком быстрому распаду протона. Однако в рассматриваемых СУСИ моделях соответствующие операторы запрещены $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ калибровочными симметриями. В исследуемых пятимерных ТВО распад протона происходит за счёт операторов размерности шесть, которые не запрещены локальными и глобальными симметриями. К появлению таких операторов обычно приводит обмен векторными лепто кварками, которые являются составной частью $SU(5)$ супермультиплетов калибровочных полей [223].

В заключение этого раздела следует отдельно отметить, что в рассматриваемых ТВО с дополнительными пространственными измерениями калибровочные константы $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ взаимодействий могут не совпадать вблизи шкалы $M_X \sim 1/R$, где происходит нарушение локальной $SU(5)$ симметрии. В наиболее общем случае часть эффективного лагранжиана СУСИ моделей, которая содержит кинетические члены $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ калибровочных полей может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & \int d^2\theta \left(\frac{1}{g_5^2} + \frac{1}{2g_O^2} \left\{ \delta(y) + \delta(y - \pi R) \right\} \right) \text{Tr } \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha \\ & + \sum_i \int d^2\theta \frac{1}{2g_{O'i}^2} \left\{ \delta(y - \frac{\pi}{2}R) + \delta(y + \frac{\pi}{2}R) \right\} \text{Tr } \mathcal{W}_i^\alpha \mathcal{W}_\alpha^i + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (1.75)$$

где \mathcal{W}_α^i ($i = 1, 2, 3$) являются суперсимметричными обобщениями тензоров напряжённости $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ калибровочных полей на бране O' , а \mathcal{W}_α — суперсимметричное обобщение тензора напряжённости $SU(5)$ взаимодействий. Поскольку на бране O' локальная $SU(5)$ симметрия нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ коэффициенты $1/g_{O'i}^2$ при \mathcal{W}_α^i в общем случае не равны друг другу. Интегрируя по дополнительной координате, получаем явные выражения для значений калибровочных констант на шкале $M_X \sim 1/R$

$$\frac{1}{g_i^2(M_X)} = \frac{2\pi R}{g_5^2} + \frac{1}{g_O^2} + \frac{1}{g_{O'i}^2}. \quad (1.76)$$

Так как коэффициенты $1/g_{O'i}^2$ могут сильно отличаться друг от друга $SU(3)_C$, $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ значения калибровочных констант $g_i^2(M_X)$ также могут не совпадать. Тем не менее, из-за того, что волновые функции нулевых мод не зависят от координаты дополнительного измерения y , первое слагаемое в правой части выражений для $1/g_i^2(M_X)$ (1.76) обычно существенно больше двух других слагаемых при условии, что R достаточно велико. Благодаря тому, что данное слагаемое никак не связано с нарушением $SU(5)$, можно ожидать, что в рассматриваемом пределе $g_i^2(M_X)$ приблизительно равны. Объединение калибровочных констант в рамках ТВО с одним дополнительным измерением обсуждалось в работах [210]–[211].

Выражения (1.75)–(1.76) однозначно указывают на то, что различия между $g_i^2(M_X)$ полностью определяются $g_{O'i}^2$. Эти различия малы, когда значения $g_i^2(M_X)$ и $1/g_{O'i}^2$ относительно невелики, т.е., например, $g_{O'i}^2 \sim 4\pi$ и $g_i^2(M_X) \sim 1/(4\pi)$. В то же самое время

различия между калибровочными константами на шкале M_X могут стать достаточно заметными при $g_i^2(M_X) \gtrsim 1$.

1.2.2 E_6 модель в шестимерном пространстве

Детально обсудив пятимерные СУСИ модели с $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ калибровочной симметрией, перейдем к изучению E_6 СУСИ моделей в шестимерном пространстве, которые при энергиях $E \ll M_X$ могут приводить к спектру частиц характерному для моделей, обсуждавшихся ранее. Рассмотрим компактификацию двух дополнительных измерений на тор с фиксированными радиусами R_5 и R_6 . При этом оба дополнительных пространственных измерения $y(=x_5)$ и $z(=x_6)$ являются компактными, т.е. $y \in (-\pi R_5, \pi R_5]$ и $z \in (-\pi R_6, \pi R_6]$. Физическая область пространства, которая ассоциируется с компактификацией двух дополнительных измерений на орбифолд T^2/Z_2 , представляет собой прямоугольник с четырьмя фиксированными точками Z_2 преобразований ($y \rightarrow -y, z \rightarrow -z$) по углам. Компактификация на орбифолд T^2/Z_2 предполагает существование следующих фиксированных точек: $(0, 0)$, $(\pi R_5, 0)$, $(0, \pi R_6)$ и $(\pi R_5, \pi R_6)$.

В этом разделе рассматривается E_6 СУСИ модель с компактификацией двух дополнительных измерений на орбифолд $T^2/(Z_2 \times Z_2^I \times Z_2^{II})$. Дискретные симметрии Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} представляют собой зеркальные отражения. Как и раньше преобразованиям Z_2 симметрии отвечают $y \rightarrow -y, z \rightarrow -z$. При преобразованиях Z_2^I симметрии дополнительные координаты y и z преобразуются следующим образом $y' \rightarrow -y'$ и $z \rightarrow -z$, где $y' = y - \pi R_5/2$. Преобразования Z_2^{II} симметрии соответствуют $y \rightarrow -y$ и $z' \rightarrow -z'$ где $z' = z - \pi R_6/2$. Преобразования отражений, которые отвечают Z_2^I и Z_2^{II} симметриям, приводят к появлению дополнительных фиксированных точек. Как и в случае пятимерных моделей инвариантность шестимерных СУСИ моделей по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий позволяет свести рассмотрение дополнительных компактных измерений к части пространства отвечающего $y \in [0, \pi R_5/2]$ и $z \in [0, \pi R_6/2]$, которая ограничена четырьмя четырёхмерными стенками (бранами), расположенными по углам вблизи фиксированных точек с координатами $(0, 0)$, $(0, \pi R_6/2)$, $(\pi R_5/2, 0)$ и $(\pi R_5/2, \pi R_6/2)$.

Здесь будет предполагаться, что рассматриваемая СУСИ модель наряду с набором шестимерных E_6 супермультиплетов включает в себя набор $N = 1$ суперполей, которые локализованы на одной из бран. Набор шестимерных суперполей содержит векторные суперполя, которые ассоциируются с E_6 калибровочной симметрией, а также несколько 27-плетов. Как и прежде, будет предполагаться, что все супермультиплеты кварков и лептонов локализованы на одной из бран.

Шестимерные векторные суперполя, которые соответствуют E_6 калибровочной симметрии, должны включать в себя шестимерные поля векторных бозонов A_M ($M = 0, 1, 2, 3, 5, 6$) и $6D$ вейлевские спинорные поля, которые образуются двумя $4D$ двухкомпонентными вейлевскими фермионными полями λ и λ' . В четырёхмерных $N = 1$ СУСИ теориях из этих

полей могут быть образованы векторный и киральный супермультиплеты, т.е.

$$V = (A_\mu, \lambda), \quad \Sigma = \left((A_5 + iA_6)/\sqrt{2}, \lambda' \right), \quad (1.77)$$

где V , A_M , λ и λ' представляют собой матрицы в присоединенном представлении группы E_6 . В четырёхмерных теориях два $N = 1$ супермультиплета (1.77) формируют $N = 2$ векторный супермультиплет. Шестимерные $27'$ супермультиплеты наряду с $6D$ вейлевскими фермионными полями, которые могут быть образованы двумя $4D$ вейлевскими спинорными полями ψ_i и ψ_i^c , содержат два комплексных скалярных поля ϕ_i и ϕ_i^c . В четырёхмерных $N = 2$ СУСИ теориях поля ψ_i , ψ_i^c , ϕ_i и ϕ_i^c формируют гипермультиплет, который включает в себя два $N = 1$ киральных суперполя $\hat{\Phi}_i = (\phi_i, \psi_i)$ и $\hat{\Phi}_i^c = (\phi_i^c, \psi_i^c)$ с противоположными квантовыми числами. Таким образом, в некотором смысле каждый шестимерный $27'$ супермультиплет содержит два $4D$ $N = 1$ супермультиплета $27'$ и $\overline{27}'$.

Самосогласованность рассматриваемой ТВО с двумя дополнительными измерениями подразумевает, что лагранжиан данной модели инвариантен по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий. Преобразования Z_2 симметрии в шестимерном пространстве могут быть представлены в виде, аналогичном соответствующим преобразованиям (1.65), в которых следует положить $\sigma(x, y) = A_6(x, y, z)$, а y — заменить на y и z . Так же как и в случае с ТВО с одним дополнительным измерением каждой из дискретных симметрий Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} соответствует определённая чётность. Так, компоненты $\hat{\Phi}$ и $\hat{\Phi}^c$ шестимерного $27'$ супермультиплета Φ преобразуются при преобразованиях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(x, -y, -z) &= P\hat{\Phi}(x, y, z), & \hat{\Phi}^c(x, -y, -z) &= -P\hat{\Phi}^c(x, y, z), \\ \hat{\Phi}(x, -y', -z) &= P_I\hat{\Phi}(x, y', z), & \hat{\Phi}^c(x, -y', -z) &= -P_I\hat{\Phi}^c(x, y', z), \\ \hat{\Phi}(x, -y, -z') &= P_{II}\hat{\Phi}(x, y, z'), & \hat{\Phi}^c(x, -y, -z') &= -P_{II}\hat{\Phi}^c(x, y, z'), \end{aligned} \quad (1.78)$$

где P , P_I и P_{II} представляют собой диагональные матрицы с собственными значениями ± 1 . Данные операторы действуют на компоненты фундаментального представления группы E_6 .

Операторы P , P_I и P_{II} можно представить в виде [213]

$$\begin{aligned} (P)_{jj} &= \sigma \exp\{2\pi i \Delta \alpha_j\}, & (P_I)_{jj} &= \sigma_I \exp\{2\pi i \Delta_I \alpha_j\}, \\ (P_{II})_{jj} &= \sigma_{II} \exp\{2\pi i \Delta_{II} \alpha_j\}, \end{aligned} \quad (1.79)$$

где α_j — веса представления группы E_6 , а σ , σ_I и σ_{II} — чётности шестимерных $27'$ супермультиплетов, т.е. $\sigma, \sigma_I, \sigma_{II} \in \{+, -\}$. При этом удобно выбрать следующие Δ , Δ_I и Δ_{II}

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right), & \Delta_I &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right), \\ \Delta_{II} &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, \frac{1}{2}, 0 \right), \end{aligned} \quad (1.80)$$

	Q	u^c	e^c	L	d^c	N^c	S	H^u	D	H^d	\bar{D}
Z_2	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+
Z_2^I	-	+	+	-	+	+	+	-	+	-	+
Z_2^{II}	-	-	-	+	+	+	-	+	+	-	-

Таблица 1.8: Трансформационные свойства компонент шестимерного $27'$ супермультиплета с $\sigma = \sigma_I = \sigma_{II} = +1$.

что соответствует трансформационным свойствам компонент фундаментального представления группы E_6 , представленным в таблице 1.8.

Компоненты V и Σ шестимерного супермультиплета, который отвечает E_6 калибровочным взаимодействиям, преобразуются при преобразованиях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий следующим образом:

$$V(x, -y, -z) = PV(x, y, z)P^{-1}, \quad \Sigma(x, -y, -z) = -P\Sigma(x, y, z)P^{-1}, \quad (1.81)$$

$$V(x, -y', -z) = P_I V(x, y', z)P_I^{-1}, \quad \Sigma(x, -y', -z) = -P_I \Sigma(x, y', z)P_I^{-1},$$

$$V(x, -y, -z') = P_{II} V(x, y, z')P_{II}^{-1}, \quad \Sigma(x, -y, -z') = -P_{II} \Sigma(x, y, z')P_{II}^{-1},$$

где $V(x, y, z) = V^A(x, y, z)T^A$, $\Sigma(x, y, z) = \Sigma^A(x, y, z)T^A$, а T^A — полный набор генераторов группы E_6 . Граничные условия (1.79) и (1.81) явным образом нарушают $N = 2$ суперсимметрию поскольку различные компоненты одних и тех же $N = 2$ супермультиплетов преобразуются по-разному по отношению к преобразованиям отражения Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} . Более того так как P , P_I и P_{II} не являются единичными матрицами E_6 калибровочная симметрия также оказывается нарушенной.

Трансформационные свойства компонент $27'$ супермультиплета, приведённые в таблице 1.8, указывают на то, что на бране O , расположенной вблизи фиксированной точки $y = z = 0$, которая отвечает Z_2 симметрии, E_6 калибровочная симметрия нарушена до $SO(10) \times U(1)_\psi$. В самом деле, как следует из таблицы 1.8 $SO(10)$ представления, которые образуют фундаментальное представление E_6 ($27 \rightarrow 16 + 10 + 1$), преобразуются по-разному при преобразованиях Z_2 симметрии, т.е. $16 \rightarrow -16$, $10 \rightarrow 10$ и $1 \rightarrow 1$. Поскольку рассматриваемый механизм нарушения симметрии не приводит к уменьшению ранга калибровочной группы, локальная симметрия на бране O должна соответствовать максимальной подгруппе исходной группы E_6 , которая содержит $SO(10)$, т.е. $SO(10) \times U(1)_\psi$.

На бране O_I расположенной в окрестности фиксированной точки $(\pi R_5/2, 0)$, отвечающей Z_2^I симметрии, E_6 калибровочная симметрия нарушена до $SU(6) \times SU(2)_W$. Это следует опять же из трансформационных свойств компонент $27'$ супермультиплета (см. данные, приведённые в таблице 1.8). Фундаментальное представление E_6 образуют два представления $SU(6) \times SU(2)_W$ группы

$$27 \rightarrow (\bar{15}, 1) + (6, 2),$$

где величины, указанные в скобках, соответствуют $SU(6)$ и $SU(2)_W$ представлениям. Представление $(6, 2)$ включает в себя все $SU(2)_W$ дублеты, которые содержатся в 27 -плете.

Как следует из таблицы 1.8 при преобразованиях Z_2^I симметрии все $SU(2)_W$ дублетные компоненты $27'$ супермультиплета изменяют знак, в то время как остальные компоненты этого супермультиплета, которые образуют $SU(6)$ представление $(\overline{15}, 1)$, остаются неизменными. Это однозначно указывает на то, что E_6 калибровочная симметрия нарушена, тогда как $SU(6) \times SU(2)_W$ локальная симметрия на бране O_I остаётся ненарушенной.

Локальная E_6 симметрия также нарушена на бране O_{II} , которая расположена вблизи фиксированной точки $(0, \pi R_6/2)$, отвечающей преобразованиям Z_2^{II} симметрии. Трансформационные свойства компонент шестимерного $27'$ супермультиплета, представленные в таблице 1.8 таковы, что 16 компонент $27'$ -плета изменяют знак при соответствующих преобразованиях, в то время как другие 11 ($10+1$) компонент остаются неизменными. Это в свою очередь предполагает, что E_6 калибровочная симметрия нарушается до $SO(10)' \times U(1)'$. В этой связи следует отметить, что $SO(10)$ и $SO(10)'$ не являются одной и той же $SO(10)$ подгруппой группы E_6 . В частности, нетрудно видеть, что 16-плет $SO(10)$ и $SO(10)'$ образуется различными компонентами фундаментального представления группы E_6 . Поэтому $U(1)_\psi$ и $U(1)'$ симметрии также должны отличаться.

Наряду с тремя бранами, упомянутыми ранее, рассматриваемая ТВО предполагает существование ещё и четвёртой браны O_{III} , расположенной в окрестности точки с координатами $(\pi R_5/2, \pi R_6/2)$. Z_2^{III} дискретная симметрия, которая ассоциируется с этой браной образуется в результате комбинации трёх других дискретных симметрий Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} . Прямым следствием этого является то, что $P_{III} = P P_I P_{II}$. Используя трансформационные свойства компонент $27'$ по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий, можно показать, что на бране O_{III} остаётся ненарушенной $SO(10)'' \times \tilde{U}(1)$ локальная симметрия.

В конечном итоге рассматриваемый в этом разделе механизм нарушения E_6 симметрии приводит к тому, что в области низких энергий при $E \ll M_X$ локальная симметрия эффективной четырёхмерной теории сводится к $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$. Действительно, P и P_{II} одновременно коммутируют только с генераторами $SU(5) \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ подгруппы E_6 . В то же самое время трансформационные свойства компонент $27'$ супермультиплета по отношению к преобразованиям Z_2^I однозначно указывают на то, что $SU(5)$ также нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$. Таким образом при энергиях $E \ll M_X$ лагранжиан эффективной четырёхмерной суперсимметричной модели оказывается инвариантен по отношению к преобразованиям $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ калибровочной симметрии.

Разлагая шестимерные поля $\phi(x, y, z)$, которые по-разному преобразуются при отражениях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} , в ряды Фурье по координатам y и z , получаем [216]:

$$\phi_{+++}(x, y, z) = \sum_{n,m}^{\infty} \frac{1}{2^{\delta_{n,0}} \delta_{m,0} \pi \sqrt{R_5 R_6}} \phi_{+++}^{(2n,2m)}(x) \cos\left(\frac{2ny}{R_5} + \frac{2mz}{R_6}\right), \quad (1.82)$$

$$\phi_{+--}(x, y, z) = \sum_{n,m}^{\infty} \frac{1}{\pi \sqrt{R_5 R_6}} \phi_{+--}^{(2n+1,2m)}(x) \cos\left(\frac{(2n+1)y}{R_5} + \frac{2mz}{R_6}\right), \quad (1.83)$$

$$\phi_{+++}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{+++}^{(2n, 2m+1)}(x) \cos\left(\frac{2ny}{R_5} + \frac{(2m+1)z}{R_6}\right), \quad (1.84)$$

$$\phi_{+--}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{+--}^{(2n+1, 2m+1)}(x) \cos\left(\frac{(2n+1)y}{R_5} + \frac{(2m+1)z}{R_6}\right) \quad (1.85)$$

$$\phi_{-++}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{-++}^{(2n+1, 2m+1)}(x) \sin\left(\frac{(2n+1)y}{R_5} + \frac{(2m+1)z}{R_6}\right) \quad (1.86)$$

$$\phi_{---+}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{---+}^{(2n, 2m+1)}(x) \sin\left(\frac{2ny}{R_5} + \frac{(2m+1)z}{R_6}\right), \quad (1.87)$$

$$\phi_{-+-}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{-+-}^{(2n+1, 2m)}(x) \sin\left(\frac{(2n+1)y}{R_5} + \frac{2mz}{R_6}\right), \quad (1.88)$$

$$\phi_{---}(x, y, z) = \sum_{n,m} \frac{1}{\pi\sqrt{R_5 R_6}} \phi_{---}^{(2n, 2m)}(x) \sin\left(\frac{2ny}{R_5} + \frac{2mz}{R_6}\right), \quad (1.89)$$

где n и m являются неотрицательными целыми числами. Как следует из выражений (1.82)–(1.89) каждая бозонная и фермионная мода $\phi^{(k, \ell)}(x)$ характеризуется двумя целыми числами. С точки зрения наблюдателя в четырехмерном пространстве поля $\phi^{(k, \ell)}(x)$ приобретают массы $\sqrt{\left(\frac{k}{R_5}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{R_6}\right)^2}$ в результате компактификации. Как и в случае пятимерных ТВО только шестимерные поля, которые остаются неизменными при преобразованиях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} имеют нулевые моды, т.е. моды с $k = 0$ и $\ell = 0$. В частности, эти моды образуют четырёхмерные безмассовые векторные $N = 1$ супермультиплеты, соответствующие ненарушенной $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ подгруппе E_6 . Соответствующие шестимерные поля имеют отличные от нуля значения на всех бранах. Все остальные моды в разложении шестимерных калибровочных полей образуют массивные состояния. При этом одна линейная комбинация $A_5^{a(k, \ell)}(x)$ и $A_6^{a(k, \ell)}(x)$ выступает в роли голдстоуновского бозона, который поглощается $A_\mu^{a(k, \ell)}(x)$, приводя к образованию четырёхмерного векторного поля с массой $\sqrt{\left(\frac{k}{R_5}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{R_6}\right)^2}$. По сути это означает, что механизм генерации масс векторных бозонов полностью аналогичен хиггсовскому механизму. Ортогональная линейная комбинация полей $A_5^{a(k, \ell)}(x)$ и $A_6^{a(k, \ell)}(x)$ образует скалярное поле с той же массой, что и векторное поле. Моды калибрино $\lambda^{a(k, \ell)}(x)$ и $\lambda'^{a(k, \ell)}(x)$ образуют четырёхмерное фермионное состояние, масса которого в точности совпадает с массами соответствующих векторного и скалярного полей.

Здесь опять будет предполагаться, что все неполные \tilde{Z}_2^H чётные E_6 супермультиплеты, появляющиеся в спектре четырёхмерных СУСИ моделей при $E \ll M_X$, являются безмассовыми нулевыми модами соответствующих компонент шестимерных E_6 супермультиплетов. Кроме того, будет также предполагаться, что три полных 27-плетов локализованы на бране O , где E_6 калибровочная симметрия нарушается до $SO(10) \times U(1)_\psi$. Следуя упомянутым выше предположениям, можно показать, что присутствие в спектре частиц четырёхмерных СУСИ моделей супермультиплетов с квантовыми числами H_u и \bar{H}_u может быть обусловлено наличием шестимерных 27-плетов Φ'_{H_u} и $\Phi'_{\bar{H}_u}$ с квантовыми числами

$$\Phi'_{H_u} = (27, +, -, +), \quad \Phi'_{\bar{H}_u} = (27, -, +, -), \quad (1.90)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают представлению группы E_6 , а также σ , σ_I и σ_{II} , которые ассоциируются с соответствующим супермультиплетом. Трансформационные свойства супермультиплетов $\hat{\Phi}'_{H_u}$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_u}$ таковы, что компоненты H_u и \bar{H}_u этих шестимерных супермультиплетов оказываются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий (см. таблицу 1.8), т.е. КК разложение данных компонент 27'-плетов $\hat{\Phi}'_{H_u}$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_u}$ содержит безмассовые нулевые моды, которые в области низких энергий $E \ll M_X$ приводят к четырёхмерным $N = 1$ киральным суперполям с квантовыми числами H_u и \bar{H}_u .

Однако дублеты суперполей H_u и \bar{H}_u не являются единственными компонентами супермультиплетов Φ'_{H_u} и $\Phi'_{\bar{H}_u}$, КК разложение которых содержит безмассовые нулевые моды. Действительно, трансформационные свойства Φ'_{H_u} и $\Phi'_{\bar{H}_u}$ таковы, что \bar{u}^c и \bar{e}^c компоненты $\hat{\Phi}'_{H_u}$ и u^c и e^c компоненты $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_u}$ являются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий. Это в свою очередь означает, что КК разложение шестимерных супермультиплетов Φ'_{H_u} и $\Phi'_{\bar{H}_u}$ включает безмассовые нулевые моды, отвечающие $N = 1$ киральным суперполям u^c , e^c , \bar{u}^c и \bar{e}^c . Так как на бране O калибровочная группа E_6 нарушена до $SO(10) \times U(1)_\psi$ нулевые моды КК разложения одного и того же шестимерного 27'-плета, отвечающие различным представлениям $SO(10)$, могут иметь различные трансформационные свойства по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H симметрии. Используя данное обстоятельство, можно считать, что $N = 1$ супермультиплеты u^c , e^c , \bar{u}^c и \bar{e}^c являются нечётными по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H симметрии. В этом случае данные супермультиплеты могут смешиваться с соответствующими компонентами 27_i , образуя состояния с массами несколько меньшими M_X , что в общем случае приводит к нарушению $SO(10)$ соотношений между юкавскими константами.

Шестимерные 27'-плеты с квантовыми числами

$$\Phi'_{H_d} = (27, +, -, -), \quad \Phi'_{\bar{H}_d} = (27, -, +, +) \quad (1.91)$$

могут приводить к появлению в спектре частиц четырёхмерных СУСИ моделей $N = 1$ супермультиплетов H_d и \bar{H}_d . Трансформационные свойства, приведённые в таблице 1.8, однозначно указывают на то, что компоненты H_d и \bar{H}_d суперполей $\hat{\Phi}'_{H_d}$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_d}$ являются

чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий. По этой причине КК разложение шестимерных суперполей $\hat{\Phi}'_{H_d}$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_d}$ должно содержать безмассовые нулевые моды, соответствующие $N = 1$ киральным суперполям H_d и \bar{H}_d . С другой стороны \bar{d}^c и \bar{N}^c компоненты $\hat{\Phi}'_{H_d}$, а также d^c и N^c компоненты $\hat{\Phi}'_{\bar{H}_d}$ тоже являются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий, что приводит к появлению в спектре частиц четырёхмерных СУСИ моделей $N = 1$ супермультиплетов d^c , N^c , \bar{d}^c и \bar{N}^c . Ненулевые вакуумные средние скалярных компонент суперполей N^c и \bar{N}^c могут нарушать $U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ симметрию до $U(1)_N \times Z_2^M$. Поэтому представляется естественным исходить из того, что супермультиплеты d^c , N^c , \bar{d}^c и \bar{N}^c остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, что позволяет избежать нарушения данной симметрии в случае, когда N^c и \bar{N}^c приобретают ненулевые вакуумные средние. При этом сохранение \tilde{Z}_2^H симметрии не допускает смешивания супермультиплетов d^c и N^c с соответствующими компонентами 27_i , которые локализованы на бране O . Большие значения вакуумных средних N^c и \bar{N}^c ($\lesssim M_X$) могут приводить к тому, что бозонные и фермионные компоненты супермультиплетов d^c , N^c , \bar{d}^c и \bar{N}^c приобретают массы сопоставимые с M_X .

Как обсуждалось ранее, для нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ калибровочной симметрии до $U(1)_{em}$ необходимо, чтобы спектр частиц четырёхмерных СУСИ моделей включал по крайней мере одно $N = 1$ суперполе S , которое остаётся неизменным при $SU(2)_W \times U(1)_Y$ преобразованиях. Данное суперполе должно быть чётными по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H симметрии. $N = 1$ суперполя S и \bar{S} могут появляться в качестве безмассовых нулевых мод КК разложения шестимерных $27'$ -плетов с квантовыми числами

$$\Phi'_S = (27, +, +, -), \quad \Phi'_{\bar{S}} = (27, -, -, +). \quad (1.92)$$

Действительно, S и \bar{S} компоненты $\hat{\Phi}'_S$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{S}}$ являются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий. Более того \bar{D} компонента $\hat{\Phi}'_S$ и компонента $\hat{\Phi}'_{\bar{S}}$ с противоположными квантовыми числами также являются чётными. В этой связи можно полагать, что супермультиплеты этих экзотических кварковых состояний изменяют знак при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, что позволяет нулевым модам КК разложения данных компонент $\hat{\Phi}'_S$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{S}}$ смешиваться с соответствующими компонентами 27_i , которые локализованы на бране O , приводя к нарушению $SO(10)$ соотношений между юкавскими константами. Возникающие в результате такого смешивания состояния могут иметь массы несколько меньше чем M_X .

Наряду с вышеупомянутыми компонентами $\hat{\Phi}'_S$ и $\hat{\Phi}'_{\bar{S}}$ компоненты \bar{L}_4 и L_4 , входящие в состав $\hat{\Phi}'_{\bar{S}}$ и $\hat{\Phi}'_S$, также являются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий. Если нулевые моды КК разложения отвечающие компонентам \bar{L}_4 и L_4 приобретают массы порядка ТэВ и остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, то константы взаимодействия этих $N = 1$ супермультиплетов с Q_i и \bar{D}_k позволяют легчайшим экзотическим кварковым состояниям распадаться на кварки и лептоны также как в случае сценария А.

Из приведённого выше обсуждения следует, что шестимерная ТВО с E_6 калибровочной симметрией, которая может приводить при низких энергиях к сценарию А, включает в себя шесть шестимерных $27'$ -плетов. Самосогласованность данной теории предполагает сокращение всех аномалий. В шестимерных моделях встречаются два типа аномалий: четырёхмерные аномалии [224], отвечающие фиксированным точкам, и шестимерные аномалии [222], [225]–[226], которые генерируются за счёт четырёхугольных диаграмм. Для обеспечения самосогласованности теории необходимо, чтобы все аномалии соответствующие фиксированным точкам и все шестимерные аномалии сокращались. Вклады четырёхугольных диаграмм в шестимерные аномалии определяются следом четырёх генераторов калибровочной группы. В этом следе можно выделить нефакторизуемую часть и часть, которая может быть сведена к произведению следов двух генераторов. Нефакторизуемая часть отвечает так называемым неприводимым аномалиям, а факторизуемый вклад соответствует приводимым аномалиям. Приводимые аномалии всегда могут быть сокращены посредством механизма, предложенного в работе [227]. В общем случае сокращение неприводимых аномалий, которое необходимо для обеспечения самосогласованности шестимерной теории, налагает достаточно жёсткие ограничения на рассматриваемую теорию [228]. Однако в случае шестимерной ТВО с E_6 калибровочной симметрией, которая обсуждалась выше в этом разделе, неприводимые аномалии автоматически сокращаются [225]–[226]. Более того, используя результаты работы [226], можно показать, что приводимые аномалии сокращаются, если шестимерная ТВО с E_6 симметрией включает шесть шестимерных $27'$ -плетов. Четырёхмерные аномалии, отвечающие фиксированным точкам, тоже автоматически сокращаются в рамках ТВО, которая обсуждалась выше. В самом деле, вклад в аномалии 27_i -плетов, которые локализованы на бране O , зануляется. В то же самое время трансформационные свойства шестимерных $27'$ -плетов таковы, что моды КК разложения, которые локализованы на бранах вблизи фиксированных точек, всегда образуют пары $N = 1$ супермультиплетов с полностью противоположными квантовыми числами. Благодаря этой особенности построения шестимерной ТВО вклады шестимерных $27'$ -плетов в четырёхмерные аномалии, отвечающие фиксированным точкам, также автоматически сокращаются.

С феноменологической точки зрения принципиально важным является подавление процессов, обусловленных нарушением барионного и лептонного квантовых чисел, которые могут приводить к слишком быстрому распаду протона в рассматриваемых ТВО с дополнительными пространственными измерениями. Как обсуждалось ранее операторы размерности пять, которые обычно определяют стабильность протона в четырёхмерных ТВО, в исследуемых моделях отсутствуют. В то же самое время вклад операторов размерности шесть приводящих к несохранению барионного и лептонного зарядов, которые генерируются за счёт обмена векторными лептокварками, в ширину распада протона существенно усиливается благодаря наличию в спектре частиц рассматриваемых ТВО КК мод соответствующих калибровочных бозонов. В работе [217] ширина распада протона исследовалась в рамках $SO(10)$ моделей с двумя дополнительными пространственными измерениями. Было

показано, что время жизни протона превышает соответствующее экспериментальное нижнее ограничение, если шкала M_X , на которой происходит нарушение $SO(10)$ симметрии, больше чем $9 \cdot 10^{15}$ ГэВ. Данное ограничение на шкалу M_X в полной мере применимо к рассматриваемой шестимерной ТВО с E_6 калибровочной симметрией. Необходимо только принять во внимание, что в исследуемых здесь моделях значения калибровочных констант $g_i^2(M_X)$ в 3-5 раз больше чем в МССМ. Это предполагает, что нижнее ограничение на шкалу M_X в этих моделях должно быть несколько больше чем упомянутое выше. Грубые оценки показывают, что шкала M_X должна быть больше, чем $1.5 - 2 \cdot 10^{16}$ ГэВ.

Наконец следует еще раз отметить, что рассматриваемые в этой главе ТВО с дополнительными измерениями не предполагают точного совпадения калибровочных констант вблизи шкалы M_X . Это обусловлено поправками к калибровочным константам, которые отвечают вкладом кинетических членов калибровочных полей локализованных на бранах, где калибровочная симметрия нарушается. Относительный вклад данных поправок может быть достаточно велик в случае, когда $g_i^2(M_X) \gg 1$. В рамках ТВО с двумя дополнительными пространственными измерениями объединение калибровочных констант обсуждалось в работе [215].

1.3 Бозоны Хиггса в СУСИ расширениях Стандартной Модели

1.3.1 Спектр бозонов Хиггса в МССМ и НМССМ

С учётом петлевых поправок эффективных потенциал взаимодействия хиггсовских бозонов в МССМ может быть представлен в виде суммы

$$V = m_1^2 |H_1|^2 + m_2^2 |H_2|^2 - m_3^2 (H_1 \epsilon H_2 + h.c.) + \sum_{a=1}^3 \frac{g_2^2}{8} (H_1^+ \sigma_a H_1 + H_2^+ \sigma_a H_2)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_1|^2 - |H_2|^2)^2 + \Delta V, \quad (1.93)$$

где $g' = \sqrt{3/5}g_1$, g_2 и g_1 — калибровочные константы $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ взаимодействий, $m_1^2 = m_{H_1}^2 + \mu^2$, $m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$ и $m_3^2 = -B\mu$. В выражении (1.93) ΔV отвечает вкладу петлевых поправок в эффективных потенциал взаимодействия хиггсовских полей. В физическом минимуме эффективного потенциала взаимодействия (1.93) дублеты бозонов Хиггса приобретают вакуумные средние

$$\langle H_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (1.94)$$

нарушая $SU(2)_W \times U(1)_Y$ до $U(1)_{em}$ симметрии, соответствующей электромагнитному взаимодействию, и генерируя массы всех бозонов и фермионов СМ. Вместо v_1 и v_2 обычно рассматривают их отношение и сумму квадратов, т.е. $\tan \beta = v_2/v_1$ и $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ ($v \simeq 246$ ГэВ).

В древесном приближении ($\Delta V = 0$) потенциал взаимодействия хиггсовских полей описывается суммой первых пяти членов в выражении (1.93). Он содержит три независимых параметра: m_1^2, m_2^2, m_3^2 . Стабильный минимум потенциала взаимодействия (1.93) существует только если

$$m_1^2 + m_2^2 > 2|m_3|^2. \quad (1.95)$$

Когда условие (1.95) не удовлетворяется, то $|v_1| = |v_2| \rightarrow \infty$. С другой стороны дублеты бозонов Хиггса приобретают ненулевые вакуумные средние только, когда

$$m_1^2 m_2^2 < |m_3|^4. \quad (1.96)$$

В противном случае потенциал взаимодействия хиггсовских полей оказывается положительно определённым и его минимум отвечает $|v_1| = |v_2| = 0$. Используя два уравнения, определяющих минимум потенциала взаимодействия (1.93), т.е. $\frac{\partial V}{\partial v_1} = 0$ и $\frac{\partial V}{\partial v_2} = 0$, для v^2 и угла β находим:

$$\sin 2\beta = \frac{2m_3^2}{m_1^2 + m_2^2}, \quad \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 = \frac{2(m_1^2 - m_2^2 \tan^2 \beta)}{\tan^2 \beta - 1}, \quad (1.97)$$

где $\bar{g} = \sqrt{g_2^2 + g'^2}$. Условия $v^2 > 0$ и $|\sin 2\beta| < 1$ приводят к неравенствам (1.95) и (1.96). В результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии калибровочные W^\pm и Z бозоны приобретают массы

$$M_W = \frac{g_2}{2}v, \quad M_Z = \frac{\bar{g}}{2}v. \quad (1.98)$$

Достаточно простой анализ нарушения электрослабой симметрии в МССМ, представленный выше, существенно усложняется при учёте петлевых поправок, которые играют весьма важную роль в простейших суперсимметричных расширениях СМ. Главный вклад в ΔV дают петли, содержащие t кварк и его суперпартнеры. В результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии суперпартнёры левостороннего и правостороннего t кварка смешиваются образуя два мультиплет скалярных полей с массами

$$m_{\tilde{t}_{1,2}} = \frac{1}{2} \left(m_Q^2 + m_U^2 + 2m_t^2 \pm \sqrt{(m_Q^2 - m_U^2)^2 + 4m_t^2 X_t^2} \right), \quad (1.99)$$

где значение параметра $X_t = A_t - \mu/\tan\beta$ характеризует величину смешивания суперпартнеров t кварка, A_t — трилинейная константа взаимодействия скалярных полей, соответствующая юкавской константе t кварка, а $m_t(M_t)$ определяется соотношениями

$$\begin{aligned} m_t(M_t) &= \frac{h_t(M_t)}{\sqrt{2}}v \sin\beta, \\ m_t(M_t) &= M_t \left[1 - 1.333 \frac{\alpha_3(M_t)}{\pi} - 9.125 \left(\frac{\alpha_s(M_t)}{\pi} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (1.100)$$

В однопетлевом приближении вклад t кварка и его суперпартнёров в ΔV определяется массами этих состояний, т.е.

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{3}{32\pi^2} \left[m_{\tilde{t}_1}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) + m_{\tilde{t}_2}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - 2m_t^4 \left(\ln \frac{m_t^2}{q^2} - \frac{3}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.101)$$

Когда СР сохраняется, спектр хиггсовского сектора МССМ содержит два заряженных, одно СР–нечётное и два СР–чётных состояния. Определители массовых (2×2) матриц СР–нечетных и заряженных хиггсовских бозонов зануляются, что отвечает появлению двух голдстоуновских бозонов, которые поглощаются массивными векторными W^\pm и Z бозонами при спонтанном нарушении калибровочной симметрии. С учётом петлевых поправок массы СР–нечетного [229]–[234] и заряженного [232]–[235] хиггсовских состояний оказываются равными:

$$m_A^2 = m_1^2 + m_2^2 + \Delta_A, \quad M_{H^\pm}^2 = m_A^2 + M_W^2 + \Delta_\pm, \quad (1.102)$$

где Δ_\pm и Δ_A отвечают вкладу петлевых поправок.

CP–чётные состояния бозонов Хиггса смешиваются, образуя 2×2 массовую матрицу. Наиболее простой вид массовая матрица CP–чётного хиггсовского сектора МССМ имеет в базе полей:

$$\begin{aligned} \text{Re } H_1^0 &= (h \cos \beta - H \sin \beta + v_1)/\sqrt{2}, \\ \text{Re } H_2^0 &= (h \sin \beta + H \cos \beta + v_2)/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (1.103)$$

В этом базисе зависимость от m_1^2, m_2^2 и m_3^2 , величины которых определяются шкалой нарушения СУСИ и могут варьироваться в достаточно широких пределах, входит только в матричный элемент M_{22}^2 [236]:

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} \end{pmatrix}, \quad (1.104)$$

$$\begin{aligned} M_{22}^2 &= m_A^2 + M_Z^2 \sin^2 2\beta + \Delta_{22}, & M_{11}^2 &= M_Z^2 \cos^2 2\beta + \Delta_{11}, \\ M_{12}^2 &= M_{21}^2 = -\frac{1}{2} M_Z^2 \sin 4\beta + \Delta_{12}. \end{aligned} \quad (1.105)$$

Петлевые поправки Δ_{ij} к массовой матрице CP–чётного хиггсовского сектора МССМ анализировались в работах [229]–[234], [237]–[244]. В соотношениях (1.105) два уравнения, определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей, были использованы для того чтобы выразить m_1^2, m_2^2 и m_3^2 через другие параметры модели, т.е. m_A^2 и $\tan \beta$, и таким образом исключить их из рассмотрения. Выражения для $\tilde{\Delta}_A, \Delta_{\pm}$ и Δ_{ij} , вычисленные в однопетлевом приближении, приведены в Приложении А.

Как следует из выражений (1.102) и (1.105), в древесном приближении массы бозонов Хиггса в МССМ определяются только двумя параметрами m_A и $\tan \beta$. Массовая матрица CP–чётного хиггсовского сектора (1.104)–(1.105) легко диагонализуется. Ее собственные значения имеют следующий вид:

$$m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{11}^2 + M_{22}^2 \mp \sqrt{(M_{22}^2 - M_{11}^2)^2 + 4M_{12}^4} \right). \quad (1.106)$$

С увеличением m_A , т.е. шкалы нарушения суперсимметрии, массы всех бозонов Хиггса увеличиваются. При значениях $m_A^2 \gg M_Z^2$, массы заряженных, тяжёлого CP–чётного и CP–нечётного состояний почти совпадают, т.е. $M_{H^\pm} \simeq m_{h_2} \simeq m_A$, а масса легчайшего CP–чётного хиггсовского бозона приближается к своему верхнему теоретическому пределу $\sqrt{M_{11}^2}$.

В древесном приближении масса легчайшего бозона Хиггса в МССМ не превосходит $M_Z |\cos 2\beta|$. Данное верхнее ограничение было получено в работах [245]. Хотя учет вклада петлевых поправок к эффективному потенциалу взаимодействия хиггсовских полей не приводит к изменению качественной картины спектра хиггсовских бозонов, верхнее ограничение

на m_{h_1} в МССМ существенно увеличивается

$$m_{h_1} \leq \sqrt{M_Z^2 \cos^2 2\beta + \Delta_{11}}. \quad (1.107)$$

В работе [230] было получено приближенное выражение для суммы однопетлевых и двухпетлевых поправок, отвечающих Δ_{11} , в главном логарифмическом приближении (см. также обзор [74]):

$$\Delta_{11} \approx \frac{3}{2\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \left[\frac{1}{2} U_t + L + \frac{1}{16\pi^2} \left(3 \frac{m_t^2}{v^2} - 32\pi\alpha_3 \right) (U_t L + L^2) \right] - \frac{3}{4\pi^2} \frac{m_t^2}{v^2} (M_Z \cos 2\beta)^2 L, \quad (1.108)$$

где

$$L = \ln \frac{M_{SUSY}^2}{m_t^2}, \quad U_t = \frac{2X_t^2}{M_{SUSY}^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_{SUSY}^2} \right),$$

а $M_{SUSY} = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$. Однопетлевые $\Delta_{11}^{(1)}$ и двухпетлевые $\Delta_{11}^{(2)}$ поправки к массе легчайшего хиггсовского бозона в МССМ, полученные исходя из эффективного потенциала (1.93), исследовались в работах [229], [232], [237] и [241] соответственно. Посредством метода ренормгруппы в целом ряде работ была найдена сумма петлевых поправок к $m_{h_1}^2$ в главном логарифмическом [230], [233], [238]–[239] и в следующем за ним [242] приближениях. В работе [239] было показано, что суммирование поправок в главном логарифмическом приближении сводится к сдвигу шкалы, на которой вычисляется значение бегущей массы t кварка в $\Delta_{11}^{(1)}$. Диаграммная техника Фейнмана использовалась при вычислении $\Delta_{11}^{(1)}$ и $\Delta_{11}^{(2)}$ в работах [231], [234], [240] и [243] соответственно. Результаты двухпетлевых расчетов сопоставлялись в работе [244]. Полученные результаты (1.108) свидетельствуют о том, что Δ_{11} пропорциональна m_t^4 , где m_t бегущая масса t кварка, логарифмически зависит от масштаба нарушения суперсимметрии M_{SUSY} и практически не зависит от выбора $\tan \beta$.

При $m_A^2 \gg M_Z^2$ и $\tan \beta \gg 1$ наблюдаемое значение $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ можно получить только если вклад петлевых поправок $\Delta_{11} \simeq (85 \text{ ГэВ})^2$, т.е. примерно такой же как и верхнее ограничение на $m_{h_1}^2$, вычисленное в древесном приближении. Столь большой вклад петлевых поправок отвечает $M_{SUSY} \gtrsim 1$ ТэВ. Поскольку $M_{SUSY}^2 \gg m_{h_1}^2$ достаточно высокая степень тонкой настройки параметров МССМ необходима для того, чтобы получить $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ.

В МССМ большой вклад петлевых поправок в $m_{h_1}^2$ необходим так как в древесном приближении масса легчайшего хиггсовского бозона слишком мала ($\sim M_Z$). В древесном приближении заметно большее значение $m_{h_1}^2$ можно получить в рамках НМССМ, что позволяет снизить степень тонкой настройки параметров. Исходя из суперпотенциала (1.11), потенциальную энергию взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ можно представить в виде суммы:

$$V = V_F + V_D + V_{soft} + \Delta V, \quad (1.109)$$

$$V_F = \lambda^2 |S|^2 (|H_1|^2 + |H_2|^2) + \lambda^2 |(H_1 \epsilon H_2)|^2 + \lambda \kappa [S^{*2} (H_1 \epsilon H_2) + h.c.] + \kappa^2 |S|^4, \quad (1.110)$$

$$V_D = \sum_{a=1}^3 \frac{g_2^2}{8} (H_1^+ \sigma_a H_1 + H_2^+ \sigma_a H_2)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_1|^2 - |H_2|^2)^2, \quad (1.111)$$

$$V_{soft} = m_1^2 |H_1|^2 + m_2^2 |H_2|^2 + m_S^2 |S|^2 + \left[\lambda A_\lambda S (H_1 \epsilon H_2) + \frac{\kappa}{3} A_\kappa S^3 + h.c. \right]. \quad (1.112)$$

В древесном приближении потенциал взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ определяется суммой первых трёх членов в выражении (1.109). V_F и V_D отвечают вкладу F и D членов. Их структура определяется суперпотенциалом (1.11) и калибровочными взаимодействиями. Выражение (1.112) содержит сумму членов мягко нарушающих СУСИ. Набор соответствующих параметров включает m_1^2 , m_2^2 , m_S^2 , A_κ и A_λ . Последнее слагаемое в выражении (1.109) отвечает вкладу петлевых поправок. Так же как и в МССМ главный вклад в $\Delta V(H_1, H_2, S)$ дают петли, по внутренним линиям которых распространяются t кварк и его суперпартнеры. При вычислении этих поправок необходимо в выражениях для $m_{\tilde{t}_1}^2$ и $m_{\tilde{t}_2}^2$, которые были получены в МССМ, вместо параметра μ подставить λS . Далее будет предполагаться, что λ , κ и все параметры мягкого нарушения СУСИ являются действительными, т.е. CP сохраняется.

В физическом вакууме потенциала взаимодействия (1.109)–(1.112) синглетное поле S , а также дублеты H_1 и H_2 приобретают вакуумные средние

$$\langle H_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad \langle S \rangle = \frac{s}{\sqrt{2}}. \quad (1.113)$$

Соответствующий минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей определяется уравнениями:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \left(m_S^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + v_2^2) - \lambda \kappa v_1 v_2 \right) s - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v_1 v_2 + \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} s^2 + \kappa^2 s^3 + \frac{\partial \Delta V}{\partial s} = 0, \quad (1.114)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_1} = \left(m_1^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_2^2 + s^2) + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_1^2 - v_2^2) \right) v_1 - \left(\frac{\lambda \kappa}{2} s^2 + \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s \right) v_2 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_1} = 0, \quad (1.115)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_2} = \left(m_2^2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + s^2) + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_2^2 - v_1^2) \right) v_2 - \left(\frac{\lambda \kappa}{2} s^2 + \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s \right) v_1 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_2} = 0. \quad (1.116)$$

В древесном приближении β и v^2 удовлетворяют соотношениям (1.97), где следует положить $\mu = \lambda s/\sqrt{2}$, $m_3^2 = -\frac{\lambda\kappa}{2}s^2 - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}A_\lambda s$, а сумму $(m_1^2 + m_2^2)$ в знаменателе первого уравнения заменить на $\left(m_1^2 + m_2^2 + \lambda^2 s^2 + \frac{\lambda^2}{2}v^2\right)$. Система уравнений (1.114)–(1.116) определяет положение минимума потенциала взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ при условии, что вакуумные средние v_1 , v_2 и s принимают действительные значения. В случае, когда вакуумные средние являются комплексными величинами, т.е. $v_1 = |v_1|e^{i\alpha'}$, $s = |s|e^{i\gamma'}$, наряду с (1.114)–(1.116) появляются еще два уравнения $\frac{\partial V}{\partial \alpha'} = 0$ и $\frac{\partial V}{\partial \gamma'} = 0$. Причем при отличных от нуля α' и γ' может происходить спонтанное нарушение не только калибровочной симметрии, но и CP инвариантности. При этом в хиггсовском секторе смешиваются нейтральные состояния с различной CP четностью. Возможность спонтанного CP нарушения в НМССМ анализировалась в работах [246]–[247].

Если CP нарушения не происходит, хиггсовский сектор НМССМ содержит три CP-четных, два CP-нечётных и два заряженных состояния. Массовые члены, отвечающие этим состояниям, могут быть представлены в виде:

$$V_{mass} = M_{H^\pm}^2 H^+ H^- + \frac{1}{2}(P \ P_S) \tilde{M}^2 \begin{pmatrix} P \\ P_S \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(H \ h \ N) M^2 \begin{pmatrix} H \\ h \\ N \end{pmatrix}. \quad (1.117)$$

Поля H^+ , H^- , P , P_S , H , h и N связаны с компонентами H_1 , H_2 и S следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Im } H_1^0 &= (P \sin \beta + G^0 \cos \beta)/\sqrt{2}, & H_2^+ &= H^+ \cos \beta - G^+ \sin \beta, \\ \text{Im } H_2^0 &= (P \cos \beta - G^0 \sin \beta)/\sqrt{2}, & H_1^- &= G^- \cos \beta + H^- \sin \beta, \\ \text{Re } H_1^0 &= (h \cos \beta - H \sin \beta + v_1)/\sqrt{2}, & \text{Im } S &= P_S/\sqrt{2}, \\ \text{Re } H_2^0 &= (h \sin \beta + H \cos \beta + v_2)/\sqrt{2}, & \text{Re } S &= (s + N)/\sqrt{2}, \end{aligned} \quad (1.118)$$

где G^\pm и G^0 образуют три голдстоуновских состояния, которые поглощаются W^\pm и Z бозонами при нарушении $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии до $U(1)_{em}$.

Используя уравнения (1.114)–(1.116), определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей, можно выразить m_S^2 , m_1^2 и m_2^2 через другие фундаментальные параметры, $\tan \beta$ и s . Подставляя полученные соотношения в 2×2 массовую матрицу CP-нечётного хиггсовского сектора, находим:

$$\tilde{M}_{11}^2 = m_A^2 = \frac{4\mu^2}{\sin^2 2\beta} \left(x - \frac{\kappa}{2\lambda} \sin 2\beta\right) + \tilde{\Delta}_{11}, \quad (1.119)$$

$$\tilde{M}_{22}^2 = \frac{\lambda^2 v^2}{2} x + \frac{\lambda\kappa}{2} v^2 \sin 2\beta - 3\frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu + \tilde{\Delta}_{22}, \quad (1.120)$$

$$\tilde{M}_{12}^2 = \tilde{M}_{21}^2 = \sqrt{2}\lambda v \mu \left(\frac{x}{\sin 2\beta} - 2\frac{\kappa}{\lambda}\right) + \tilde{\Delta}_{12}, \quad (1.121)$$

где $x = \frac{1}{2\mu} \left(A_\lambda + 2\frac{\kappa}{\lambda}\mu \right) \sin 2\beta$, $\mu = \frac{\lambda s}{\sqrt{2}}$, а $\tilde{\Delta}_{ij}$ отвечают вкладу петлевых поправок. CP-нечётный хиггсовский сектор НМССМ с учётом петлевых поправок исследовался в работах [247]–[248]. Диагонализация массовой матрицы (1.119)–(1.121) приводит к двум собственным значениям:

$$m_{A_2, A_1}^2 = \frac{1}{2} \left(\tilde{M}_{11}^2 + \tilde{M}_{22}^2 \pm \sqrt{(\tilde{M}_{11}^2 - \tilde{M}_{22}^2)^2 + 4\tilde{M}_{12}^4} \right). \quad (1.122)$$

Заряженные компоненты хиггсовских дублетов не смешиваются с нейтральными полями, так как такое смешивание приводило бы к несохранению электрического заряда. Как и в МССМ, масса заряженных хиггсовских состояний определяется m_A^2

$$M_{H^\pm}^2 = m_A^2 - \frac{\lambda^2 v^2}{2} + M_W^2 + \Delta_\pm. \quad (1.123)$$

Выражение для вклада петлевых поправок Δ_\pm практически совпадает с соответствующим выражением в МССМ (с точностью до замены μ на $\lambda s/\sqrt{2}$).

С учётом петлевых поправок CP-чётный хиггсовский сектор НМССМ изучался в работах [247]–[249]. В базисе хиггсовских полей (H, h, N) массовая матрица CP-чётных бозонов Хиггса имеет вид [75], [236]

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 & M_{13}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 & M_{23}^2 \\ M_{31}^2 & M_{32}^2 & M_{33}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial^2 \beta} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial \beta} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial s} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial \beta} & \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial s} & \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} \end{pmatrix}, \quad (1.124)$$

$$M_{11}^2 = m_A^2 + \left(\frac{\bar{g}^2}{4} - \frac{\lambda^2}{2} \right) v^2 \sin^2 2\beta + \Delta_{11}, \quad (1.125)$$

$$M_{22}^2 = M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2 2\beta + \Delta_{22}, \quad (1.126)$$

$$M_{33}^2 = 4\frac{\kappa^2}{\lambda^2}\mu^2 + \frac{\kappa}{\lambda}A_\lambda\mu + \frac{\lambda^2 v^2}{2}x - \frac{\kappa\lambda}{2}v^2 \sin 2\beta + \Delta_{33}, \quad (1.127)$$

$$M_{12}^2 = M_{21}^2 = \left(\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\bar{g}^2}{8} \right) v^2 \sin 4\beta + \Delta_{12}, \quad (1.128)$$

$$M_{13}^2 = M_{31}^2 = -\frac{\sqrt{2}\lambda v \mu x \cos 2\beta}{\sin 2\beta} + \Delta_{13}, \quad (1.129)$$

$$M_{23}^2 = M_{32}^2 = \sqrt{2}\lambda v \mu (1 - x) + \Delta_{23}. \quad (1.130)$$

Выражения для однопетлевых поправок $\tilde{\Delta}_{ij}$, Δ_\pm и Δ_{ij} , вычисленные в главном приближении, приведены в Приложении А. Поскольку минимальное собственное значение массовой матрицы (1.124)–(1.130) не превосходит ее минимального диагонального элемента, одно из CP-чётных хиггсовских состояний остаётся лёгким даже, когда шкала нарушения СУСИ

существенно больше 1 ТэВ. Действительно, так как $M_{22}^2 \sim M_Z^2$, масса легчайшего хиггсовского скаляра m_{h_1} всегда меньше $\sqrt{M_{22}^2}$, т.е.

$$m_{h_1}^2 \lesssim M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{\lambda^2 v^2}{2} \sin^2 2\beta + \Delta_{22}. \quad (1.131)$$

В древесном приближении верхнее ограничение (1.131) на массу легчайшего бозона Хиггса в НМССМ было получено в работах [250]. Если $\lambda \gtrsim 0.6$, оно достигает максимального значения при $\tan \beta \sim 1$. Когда m_{h_1} близко к своему верхнему ограничению, а $\lambda = 0.6$ и $\tan \beta = 2$, масса легчайшего бозона Хиггса в древесном приближении достигает почти 100 ГэВ. В этом случае для того чтобы получить $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ вклад петлевых поправок должен составлять $\Delta_{22} \simeq (75 \text{ ГэВ})^2$. Как следствие, степень тонкой настройки параметров, которая необходима для получения $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ, заметно снижается по сравнению с МССМ [77]–[78].

В базисе хиггсовских полей P, P_S, H, h, N трилинейная часть лагранжиана, которая описывает взаимодействия нейтральных хиггсовских состояний с Z бозоном, упрощается

$$L_{AZH} = \frac{\bar{g}}{2} M_Z Z_\mu Z_\mu h + \frac{\bar{g}}{2} Z_\mu \left[H(\partial_\mu P) - (\partial_\mu H)P \right]. \quad (1.132)$$

В этом базисе только поле h взаимодействует с парой Z бозонов, а поле H взаимодействует с псевдоскалярным полем P и Z . Причём константа взаимодействия поля h с парой Z бозонов совпадает с соответствующей константой в СМ. Константы взаимодействия хиггсовских скаляров с парой Z бозонов g_{ZZi} , а также константы взаимодействия Z бозонов с хиггсовскими скалярами и псевдоскалярами g_{ZA_1i} и g_{ZA_2i} (где i отвечает различным СР-чётным хиггсовским бозонам) появляются в результате смешивания h, H и P с другими компонентами хиггсовского базиса. Удобно ввести относительные R -константы:

$$g_{VV_i} = R_{VV_i} \times \text{SM coupling}, \quad g_{ZA_j i} = \frac{\bar{g}}{2} R_{ZA_j i}, \quad (1.133)$$

где $V = Z, W^\pm$. Абсолютные значения $R_{VV_{h_i}}$ и $R_{ZA_{h_i}}$ варьируются от 0 до 1. В НМССМ их значения определяются следующим образом

$$R_{ZZi} = U_{hi}^+, \quad R_{ZA_1i} = -U_{Hi}^+ \sin \theta_A, \quad R_{ZA_2i} = U_{Hi}^+ \cos \theta_A, \quad (1.134)$$

где θ_A угол смешивания между P и P_S

$$\tan 2\theta_A = 2\tilde{M}_{12}^2 / (\tilde{M}_{11}^2 - \tilde{M}_{22}^2), \quad (1.135)$$

а U_{ij} — унитарная матрица, связывающая компоненты хиггсовского базиса H, h , и N с физическими СР-чётными состояниями, т.е.

$$\begin{pmatrix} H \\ h \\ N \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}. \quad (1.136)$$

Из выражений (1.119)–(1.130) следует, что в древесном приближении спектр бозонов Хиггса в НМССМ определяется шестью параметрами: $\lambda, \kappa, \mu, \tan \beta, A_\kappa$ и m_A (или x). Столь большое число независимых параметров существенно усложняет анализ хиггсовского сектора НМССМ по сравнению с минимальной СУСИ моделью. Изучение нарушения электрослабой симметрии и спектра бозонов Хиггса в рамках НМССМ целесообразно начать с случая, когда $\kappa \sim \lambda \rightarrow 0$. С уменьшением λ члены пропорциональные λv_i и κv_i в уравнениях (1.114)–(1.116) стремятся к нулю и ими можно пренебречь. С другой стороны абсолютное значение вакуумного среднего s должно увеличиваться с уменьшением λ . В противном случае $|\mu_{eff}| \rightarrow 0$, что, в частности, должно было бы привести к появлению слишком лёгких заряженных фермионов с массами много меньшими, чем 100 ГэВ. Пренебрегая в выражениях (1.115)–(1.116) слагаемыми, содержащими λv_i , и удерживая члены, пропорциональные λs и κs , приходим к двум уравнениям, определяющим положение минимума потенциала взаимодействия хиггсовских полей в МССМ, в которых μ следует отождествить с $\lambda s/\sqrt{2}$ и положить $m_3^2 = -\frac{\lambda\kappa}{2}s^2 - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}A_\lambda s$. При этом уравнение (1.114) в древесном приближении сводится к

$$s \left(m_S^2 + \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} s + \kappa^2 s^2 \right) \simeq 0. \quad (1.137)$$

Уравнение (1.137) всегда имеет по крайней мере одно решение $s_0 = 0$. Два других решения появляются, когда $A_\kappa^2 > 8m_S^2$. Эти решения можно представить в виде:

$$s_{1,2} \simeq \frac{-A_\kappa \pm \sqrt{A_\kappa^2 - 8m_S^2}}{2\sqrt{2}\kappa}. \quad (1.138)$$

Когда $m_S^2 > 0$, решение $s_0 = 0$ соответствует минимуму потенциала взаимодействия (1.109)–(1.112), в котором не удаётся получить феноменологически приемлемый спектр частиц. Второй минимум, который возникает если $A_\kappa^2 > 8m_S^2$, остаётся нестабильным при $A_\kappa^2 < 9m_S^2$. При больших значениях A_κ^2 , т.е. $A_\kappa^2 > 9m_S^2$, физический вакуум отвечает $s = s_1(s_2)$ при отрицательных (положительных) значениях параметра A_κ . Выражение (1.138) указывает на то, что увеличения абсолютного значения вакуумного среднего s в физическом вакууме можно добиться либо уменьшая $|\kappa|$ либо увеличивая m_S^2 и A_κ^2 . Поскольку нет никаких оснований полагать, что m_S^2 и A_κ^2 могут быть существенно больше других параметров мягкого нарушения СУСИ, то увеличение абсолютного значения s в физическом вакууме при $\lambda \rightarrow 0$ должно быть обусловлено уменьшением $|\kappa|$.

В пределе $\lambda \rightarrow 0$ смешивание P_S и N с компонентами хиггсовских дублетов становится малым и массовые матрицы (1.119)–(1.121) и (1.124)–(1.130) можно достаточно просто диагонализировать [75]. В данном пределе массы заряженных и одного CP–нечётного состояний определяются выражениями (1.102), а массы двух CP–чётных хиггсовских бозонов — выражениями (1.106). Массы синглетных CP–чётного (H_s) и CP–нечётного (A_s) состояний в рассматриваемом случае можно оценить следующим образом:

$$m_{A_s}^2 \simeq -3\frac{\kappa}{\lambda}A_\kappa\mu, \quad (1.139)$$

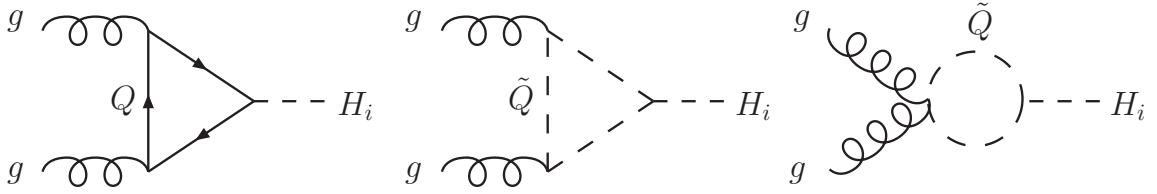


Рис. 1.4: Диаграммы дающие вклад в сечения рождения хиггсовских состояний в экспериментах на БАК в рамках СУСИ моделей.

$$m_{H_s}^2 \simeq 4 \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \mu^2 + \frac{\kappa}{\lambda} A_\kappa \mu. \quad (1.140)$$

Члены, содержащие параметр A_κ , входят в выражения для $m_{A_s}^2$ и $m_{H_s}^2$ с противоположными знаками. Стабильность физического вакуума, которая, в частности, подразумевает, что $m_{A_s}^2 > 0$ и $m_{H_s}^2 > 0$, предполагает существование верхнего и нижнего ограничений на параметр A_κ , т.е.

$$-3 \left(\frac{\kappa}{\lambda} \mu \right)^2 \lesssim A_\kappa \left(\frac{\kappa}{\lambda} \mu \right) \lesssim 0. \quad (1.141)$$

С увеличением абсолютных значений λ и κ анализ потенциала взаимодействия хиггсовских полей и спектра бозонов Хиггса существенно усложняется. Однако качественная картина спектра хиггсовских состояний остается неизменной. Параметр m_A определяет массы заряженных, одного CP–нечётного и одного CP–чётного состояний. Когда шкала нарушения СУСИ $M_S \gtrsim 1$ ТэВ, масса нейтрального скалярного хиггсовского поля, которое почти совпадает с h , не превосходит 135 ГэВ. Массы синглетных CP–чётного и CP–нечётного состояний главным образом определяются $\frac{\kappa}{\lambda} \mu$ и A_κ .

Лёгкие суперчастицы могут существенным образом модифицировать сечения рождения бозонов Хиггса и парциальные ширины их распадов. На рис. 1.4 представлены некоторые диаграммы, дающие важный вклад в сечения рождения хиггсовских состояний в экспериментах на БАК, а на рис. 1.5 показаны диаграммы, которые определяют парциальные ширины распадов этих состояний на пару фотонов. В частности, лёгкие суперчастицы и смешивание скалярных полей в хиггсовском секторе СУСИ моделей могли бы значительно изменить сечение рождения бозона Хиггса с массой 125 ГэВ и значения парциальных ширин распадов этой скалярной частицы по сравнению с соответствующими предсказаниями СМ. Более того существование легчайшего нейтралино и/или синглетных хиггсовских состояний с массами меньшими, чем 60 ГэВ, могло бы привести к нестандартным каналам распада недавно открытой скалярной частицы. В рамках НМССМ возможные модификации сечения рождения и относительные парциальные ширины распадов хиггсовской скалярной частицы с массой 125 ГэВ исследовались в работах [77]–[78]. Однако в настоящий момент измеренные значения наблюдаемых величин, которые определяются сечением рождения и парциальными ширинами распадов бозона Хиггса с массой 125 ГэВ, достаточно хорошо согласуются с предсказаниями СМ. Возможно это объясняется тем, что все суперчастицы и другие хигг-

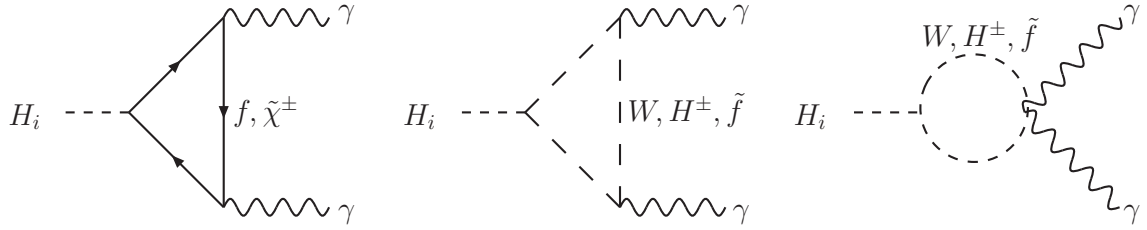


Рис. 1.5: Диаграммы определяющие парциальные ширины распадов хиггсовских состояний на пару фотонов в рамках СУСИ моделей.

совские состояния являются слишком тяжёлыми, т.е. $M_S \gtrsim 1$ ТэВ. В этом случае константы взаимодействия легчайшего хиггсовского бозона с другими частицами СМ в СУСИ моделях практически совпадают с их значениями в стандартной модели.

Когда все хиггсовские частицы в НМССМ за исключением легчайшего бозона Хиггса имеют массы много большие, чем M_Z , обнаружение синглетных хиггсовских состояний в экспериментах на БАК представляется весьма проблематичным. В общем случае константы взаимодействия таких состояний с частицами СМ крайне малы из-за слабого смешивания между компонентами хиггсовского базиса P , P_S , H , h и N . По этой причине сечения рождения синглетных хиггсовских состояний в экспериментах на БАК должны быть весьма сильно подавлены. Более того сечения рождения других тяжёлых бозонов Хиггса, массы которых определяются параметром m_A , сильно убывают с увеличением m_A и при $m_A \gg 500$ ГэВ их обнаружение в экспериментах на БАК будет сопряжено с большими сложностями. В этой связи в следующем разделе в рамках НМССМ будет изучаться сценарий, отвечающий $m_A \lesssim 500$ ГэВ, лёгким синглетным хиггсовским состояниям, т.е. $\kappa \ll \lambda$, и относительно большому смешиванию между компонентами хиггсовского базиса, т.е. $\lambda \gtrsim 0.6$.

1.3.2 Хиггсовский сектор НМССМ с приближённой $U(1)$ симметрией

Изучение сценариев, соответствующих $\kappa \ll \lambda$, целесообразно начать с предела $\lambda \ll 0.1$. В рассматриваемой части параметрического пространства НМССМ хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ и константами взаимодействия близкими к соответствующим константам бозона Хиггса в СМ можно получить при $\tan \beta \gg 1$. Как уже обсуждалось ранее, в случае, когда $\kappa \rightarrow 0$, НМССМ обладает дополнительной глобальной $U(1)$ симметрией, которая отвечает симметрии Печчеи — Квинн [141]. Спонтанное нарушение этой симметрии приводит к появлению аксиона в спектре частиц и жёсткому ограничению на $\langle S \rangle \gtrsim 10^9$ ГэВ. Чтобы избежать столь большого значения $\langle S \rangle$ и, как следствие, слишком малого значения $|\lambda| \lesssim 10^{-6}$, которое необходимо для получения $\mu \lesssim 1$ ТэВ, далее будет предполагаться, что κ имеет значение отличное от нуля. Предел $\kappa \ll \lambda$ отвечает приближённой $U(1)$ симметрии. Для того чтобы упростить анализ значения κ и λ удобно выбрать так, чтобы син-

глетные хиггсовские состояния имели бы массы много меньшие, чем другие бозоны Хиггса в НМССМ. Тогда учитывая, что $|\mu| \gtrsim 100 \text{ ГэВ}$ и $\tan \beta \gg 1$, для параметра m_A^2 в древесном приближении, находим

$$m_A^2 \simeq (\mu \tan \beta)^2 x. \quad (1.142)$$

При этом в древесном приближении масса синглетного CP–нечётного бозона Хиггса с хорошей точностью определяется выражением (1.139), а при вычислении массы синглетного CP–чётного хиггсовского состояния необходимо учесть поправки, обусловленные матричными элементами M_{13}^2 и M_{23}^2 [75], т.е.

$$m_{H_s}^2 \simeq M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} - \frac{M_{23}^4}{M_{22}^2} \simeq 4 \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \mu^2 + \frac{\kappa}{\lambda} A_{\kappa\mu} - \frac{2\lambda^2 v^2 \mu^2}{M_Z^2} (1-x)^2. \quad (1.143)$$

В выражениях (1.142)–(1.143) опущены слагаемые, подавленные отношениями $\frac{\kappa}{\lambda \tan \beta}$ и $\frac{1}{\tan^2 \beta}$ по сравнению с главными членами. Из соотношения (1.143) следует, что при $\kappa \lesssim \lambda^2$ значение $m_{H_s}^2$ может быть положительным только если

$$1 - \left| \frac{\sqrt{2}\kappa M_Z}{\lambda^2 v} \right| < x < 1 + \left| \frac{\sqrt{2}\kappa M_Z}{\lambda^2 v} \right|, \quad (1.144)$$

т.е. когда параметр x близок к единице. Неравенства (1.144) ограничивают интервал вариаций m_A снизу и сверху. Если интервал изменений параметра x достаточно узок, ограничения (1.144) приводят к иерархической структуре спектра бозонов Хиггса [76], [109]–[111]. Заряженные, тяжёлые CP–чётные и CP–нечётные хиггсовские состояния имеют массы, которые практически совпадают с $m_A \simeq \mu \tan \beta$. Все остальные бозоны Хиггса оказываются существенно легче. В частности, массы синглетных CP–чётного и CP–нечётного состояний определяются комбинацией параметров $\left(\frac{2\kappa}{\lambda}\right) \mu \ll m_A$.

Иерархическая структура спектра хиггсовских состояний, упомянутая выше, остаётся неизменной при учёте петлевых поправок и даже в случае, когда $\lambda \gtrsim 0.1$. Это позволяет диагонализировать массовую матрицу CP–чётного хиггсовского сектора (1.124)–(1.130), которую при $\kappa \ll \lambda$ можно представить в следующем виде [76], [111]:

$$M^2 = \begin{pmatrix} A & \varepsilon C^\dagger \\ \varepsilon C & \varepsilon^2 B \end{pmatrix}, \quad (1.145)$$

где $\varepsilon \ll 1$. В выражении (1.145) параметр A следует отождествить с диагональным матричным элементом M_{11}^2 массовой матрицы (1.124)–(1.130), т.е. $A = M_{11}^2 \simeq m_A^2$. В рассматриваемом случае все остальные матричные элементы существенно меньше A . В качестве малого параметра ε в матрице (1.145) может выступать отношение M_Z/m_A .

Посредством унитарного преобразования

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\Gamma^\dagger\Gamma & \varepsilon\Gamma^\dagger \\ -\varepsilon\Gamma & 1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\Gamma\Gamma^\dagger \end{pmatrix}, \quad \Gamma = CA^{-1} \quad (1.146)$$

массовую матрицу CP-чётного хиггсовского сектора можно привести к виду [76], [111]

$$VM^2V^\dagger \simeq \begin{pmatrix} M_{11}^2 + \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} & O(\varepsilon^3) & O(\varepsilon^3) \\ O(\varepsilon^3) & M_{22}^2 & M_{23}^2 - \frac{M_{13}^2 M_{12}^2}{M_{11}^2} \\ O(\varepsilon^3) & M_{23}^2 - \frac{M_{13}^2 M_{12}^2}{M_{11}^2} & M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} \end{pmatrix}. \quad (1.147)$$

При выводе выражения (1.147) было принято во внимание, что $\frac{M_{12}^4}{M_{11}^2} \sim \varepsilon^4$, т.е. соответствующим слагаемым можно пренебречь. Полученная матрица (1.147) может быть приведена к диагональной форме посредством преобразования:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \tan 2\theta = \frac{2 \left(M_{23}^2 - \frac{M_{13}^2 M_{12}^2}{M_{11}^2} \right)}{M_{22}^2 - M_{33}^2 + \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2}}. \quad (1.148)$$

Диагонализация матрицы (1.147) позволяет получить приближённые выражения для масс CP-чётных хиггсовских состояний [76], [111]

$$\begin{aligned} m_{h_3}^2 &= M_{11}^2 + \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2}, \\ m_{h_2, h_1}^2 &= \frac{1}{2} \left(M_{22}^2 + M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left(M_{22}^2 - M_{33}^2 + \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} \right)^2 + 4 \left(M_{23}^2 - \frac{M_{13}^2 M_{12}^2}{M_{11}^2} \right)^2} \right). \end{aligned} \quad (1.149)$$

Полученные выражения указывают на то, что массы легчайших хиггсовских скаляров могут варьироваться в пределах [111]:

$$\begin{aligned} 0 &\leq m_{h_1}^2 \leq \min \left\{ M_{22}^2, M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} \right\}, \\ \max \left\{ M_{22}^2, M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2} \right\} &\leq m_{h_2}^2 \leq M_{22}^2 + M_{33}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{11}^2}. \end{aligned} \quad (1.150)$$

Минимальное значение $m_{h_2}^2$ и максимальное значение $m_{h_1}^2$ отвечают $\theta \simeq 0$. Максимальное значение $m_{h_2}^2$ достигается при $m_{h_1}^2 \rightarrow 0$.

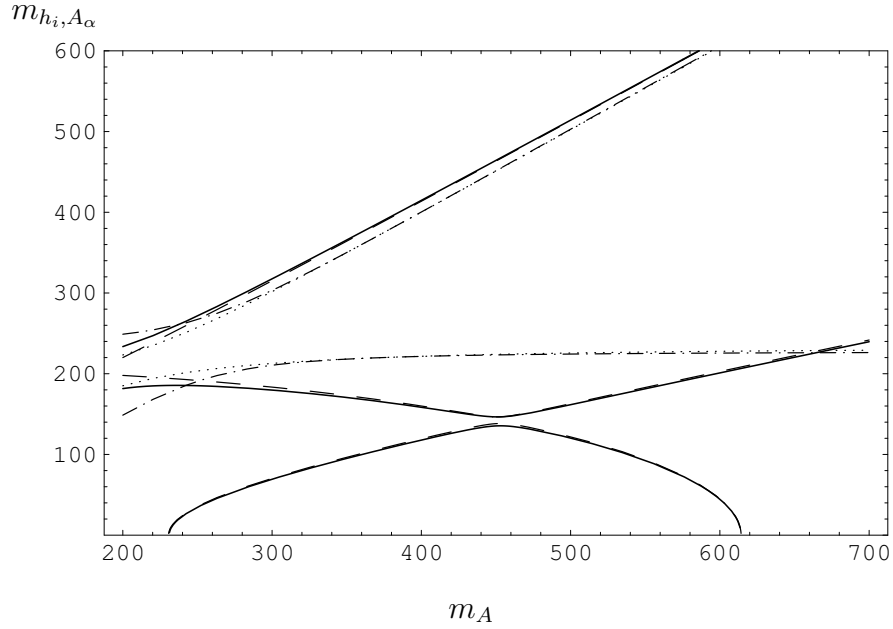


Рис. 1.6: Зависимость масс CP–чётных (сплошные линии) и CP–нечётных (штрихпунктирные линии) бозонов Хиггса от m_A (в ГэВ) при $\lambda = 0.6$, $\kappa = 0.36$, $\mu = 150$ ГэВ, $\tan \beta = 3$ и $A_\kappa = 135$ ГэВ. При вычислении матричных элементов массовых матриц хиггсовских полей учитывались однопетлевые поправки, соответствующие вкладу t кварка и его суперпартнёров ($m_Q^2 = m_U^2 = M_S^2$, $X_t = \sqrt{6}M_S$ и $M_S = 1$ ТэВ). Приближённым решениям для масс хиггсовских скаляров m_{h_i} (в ГэВ) и псевдоскаляров m_{A_α} (в ГэВ) отвечают штриховые и пунктирные линии.

Кроме того, используя соотношения (1.134) и принимая во внимание, что $U^\dagger \approx V^\dagger R^\dagger$, получаем приближённые выражения для относительных R -констант взаимодействия [111]:

$$R_{ZZ2} \simeq \cos \theta, \quad R_{ZZ1} \simeq -\sin \theta, \quad (1.151)$$

$$R_{ZA_{12}} \approx \left(\frac{M_{12}^2}{M_{11}^2} \cos \theta + \frac{M_{13}^2}{M_{11}^2} \sin \theta \right) \sin \theta_A, \quad (1.152)$$

$$R_{ZA_{11}} \approx \left(\frac{M_{13}^2}{M_{11}^2} \cos \theta - \frac{M_{12}^2}{M_{11}^2} \sin \theta \right) \sin \theta_A. \quad (1.153)$$

Иерархическая структура спектра бозонов Хиггса позволяет упростить выражения для масс CP–нечётных хиггсовских состояний. Действительно, в пределе $\kappa \ll \lambda$ матричный элемент $\tilde{M}_{22}^2 \ll m_A^2$ тогда как $\tilde{M}_{11}^2 \sim m_A^2$, а \tilde{M}_{12}^2 оказывается порядка $\lambda v \cdot m_A$, т.е. много меньше, чем m_A^2 . Разлагая выражения (1.122) по степеням $\lambda v/m_A$, находим:

$$m_{A_1}^2 \approx \tilde{M}_{22}^2 - \frac{\tilde{M}_{12}^4}{\tilde{M}_{11}^2}, \quad m_{A_2}^2 \approx \tilde{M}_{11}^2 + \frac{\tilde{M}_{12}^4}{\tilde{M}_{11}^2}. \quad (1.154)$$

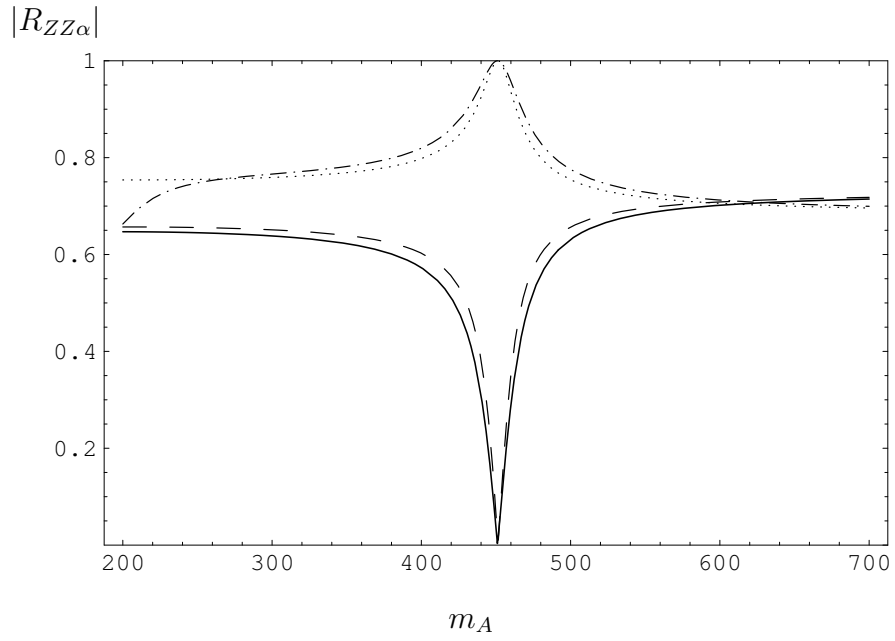
При этом смешивание в секторе CP–нечётных хиггсовских полей мало, т.е. $\theta_A \sim (\lambda v/m_A)$, а константы взаимодействия $R_{ZA_{11}}$ и $R_{ZA_{12}}$ подавлены отношением $(\lambda^2 v^2/m_A^2)$.

Результаты численного анализа спектра нейтральных бозонов Хиггса в НМССМ, а также констант взаимодействия $R_{ZZ\alpha}$ и $R_{ZA_1\alpha}$, где $\alpha = 1, 2$, показаны на рис. 1.6 и 1.7. При вычислении матричных элементов массовых матриц CP-чётных и CP-нечётных хиггсовских полей учитывались однопетлевые поправки, отвечающие вкладу t кварка и его суперпартнёров. Результаты, представленные на рис. 1.6 и 1.7, получены при $\mu = 150$ ГэВ, $A_\kappa \simeq -135$ ГэВ, а также $\tan\beta \simeq 3$, $\lambda(M_t) \simeq 0.6$ и $\kappa(M_t) \simeq 0.36$, что соответствует $\lambda(M_X) \simeq \kappa(M_X) \simeq 2h_t(M_X) \simeq 1.6$. Значение μ выбрано таким образом, чтобы $s \simeq 350$ ГэВ, что немногим больше v . Выбранное значение A_κ отвечает центральному значению интервала (1.141).

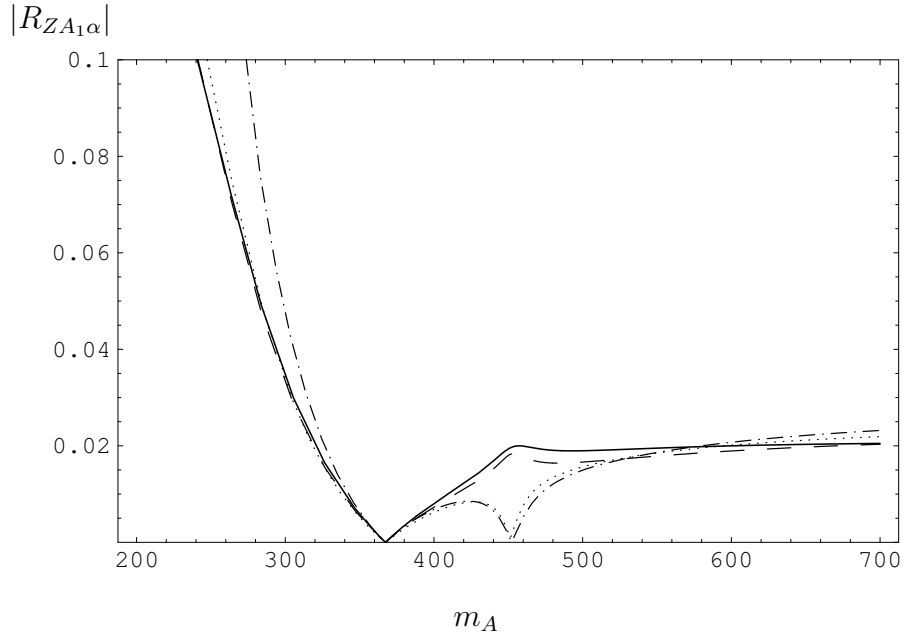
На рис. 1.6 исследуется зависимость масс нейтральных хиггсовских бозонов в НМССМ от m_A . Хотя разрешённый интервал значений m_A , где $m_{h_1}^2 > 0$ и $m_{A_1}^2 > 0$, достаточно широк, слишком большие и слишком малые значения m_A не входят в этот интервал, как и следовало ожидать. Представленные результаты однозначно указывают на то, что ограничения на m_A приводят к иерархической структуре спектра бозонов Хиггса, которая обсуждалась выше, даже при относительно больших значениях $\lambda(M_t)$ и $\kappa(M_t)$. Изучение зависимости $|R_{ZZ\alpha}|$ и $|R_{ZA_1\alpha}|$ от m_A (см. рис. 1.7) показывает, что $|R_{ZZ2}| \simeq 1$ в узком интервале значений m_A , который располагается вблизи $m_A \simeq 450$ ГэВ. Так как в рассматриваемом приближении $R_{ZZ2} \simeq R_{WW2}$, хорошее согласие между измеренными значениями наблюдаемых величин, которые пропорциональны парциальным ширинам распадов бозона Хиггса с массой 125 ГэВ, с предсказаниями СМ жёстко ограничивает разрешённый интервал значений m_A в окрестности $\mu \tan\beta$, где $\theta \ll 1$. В этой области значений m_A константа взаимодействия $|R_{ZZ1}| \ll 1$, т.е. легчайший хиггсовский скаляр отвечает синглетному CP-чётному состоянию. Поскольку константы взаимодействия $|R_{ZA_1\alpha}|$ малы, легчайший хиггсовский псевдоскаляр представляет собой синглетное CP-нечётное состояние.

Результаты численного анализа, представленные на рис. 1.6 и 1.7, показывают, что приближённые решения для масс хиггсовских бозонов, которые определяются выражениями (1.149) и (1.154), а также для констант взаимодействия $R_{ZZ\alpha}$ и $R_{ZA_1\alpha}$ (1.151)–(1.153) хорошо согласуются с точными решениями в окрестности $m_A \simeq \mu \tan\beta$. Так как при $\kappa \ll \lambda$ в области пространства параметров НМССМ, где константы взаимодействия бозона Хиггса с массой 125 ГэВ почти совпадают с соответствующими предсказаниями СМ, взаимодействия синглетных CP-чётного и CP-нечётного хиггсовских бозонов с частицами СМ сильно подавлены, эти состояния могут быть существенно легче 100 ГэВ. Это, в частности, может приводить к нестандартным распадам бозона Хиггса с массой 125 ГэВ на пары скалярных и/или псевдоскалярных состояний. Соответствующие относительные парциальные ширины распадов могут составлять 10% – 20% [78]. При $\kappa \ll \lambda$ иерархическая структура массовых матриц предполагает, что тяжёлые CP-чётное и CP-нечётное хиггсовские состояния почти совпадают с компонентами хиггсовского базиса H и P соответственно. Как следствие $|R_{ZA_23}| \simeq 1$, а $|R_{ZZ3}| \ll 1$.

Когда $\lambda(M_X) \gtrsim \kappa(M_X) \gtrsim 1$, малое отношение κ/λ при низких энергиях обуслов-



(a)



(б)

Рис. 1.7: Зависимость $|R_{ZZ\alpha}|$ от m_A (в ГэВ) — рис.а и $|R_{ZA_1\alpha}|$ от m_A (в ГэВ) — рис.б при $\lambda = 0.6$, $\kappa = 0.36$, $\mu = 150$ ГэВ, $\tan \beta = 3$ и $A_\kappa = 135$ ГэВ. При вычислении матричных элементов массовых матриц хиггсовских полей учитывались однопетлевые поправки, соответствующие вкладу t кварка и его суперпартнёров ($m_Q^2 = m_U^2 = M_S^2$, $X_t = \sqrt{6}M_S$ и $M_S = 1$ ТэВ). На рис.а сплошная и штрихпунктирная линии отвечают R_{ZZ1} и R_{ZZ2} , а штриховая и пунктирная линии соответствуют их приближённым решениям. На рис.б сплошная и штрихпунктирная линии соответствуют R_{ZA_11} и R_{ZA_12} , тогда как штриховая и пунктирная линии отвечают их приближённым решениям.

$\kappa(M_Z)$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\tan \beta = 2$	0.62	0.61	0.60	0.58	0.53	0.42
$\tan \beta = 3$	0.68	0.68	0.66	0.63	0.56	0.45

Таблица 1.9: Верхние ограничения на $\lambda(M_Z)$, отвечающие различным значениям $\kappa(M_Z)$ и $\tan \beta$. Соответствующие ограничения получены при исследовании решений двухпетлевых уравнений ренормгруппы НМССМ.

лено эволюцией юкавских констант. Рост юкавской константы $\lambda(M_t)$ при фиксированных значениях $h_t(M_t)$ и $\kappa(M_t)$ приводит к тому, что полюс Ландау в решениях уравнений ренормгруппы приближается сверху к шкале M_X . При определенном значении $\lambda(M_t) = \lambda_{max}$ теория возмущений при $q \sim M_X$ становится неприменимой. С увеличением (уменьшением) $h_t(M_t)$ и $\kappa(M_t)$ значение λ_{max} уменьшается (увеличивается). Выражения (1.100) определяют зависимость $h_t(M_t)$ от $\tan \beta$. В таблице 1.9 приведены верхние ограничения на $\lambda(M_Z)$ при фиксированных значениях $\kappa(M_Z)$ и $\tan \beta$ [77]. Для того чтобы избежать появления полюса Ландау при $q \lesssim M_X$, юкавские константы $\lambda(M_Z)$ и $\kappa(M_Z)$ должны быть достаточно малы, т.е.

$$\lambda^2(M_Z) + \kappa^2(M_Z) \lesssim 0.5. \quad (1.155)$$

В рамках НМССМ с тремя дополнительными парами $\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}}$ супермультиплетов группы $SU(5)$ (НМССМ+) верхнее ограничение на $\lambda(M_Z)$ становится несколько более слабым [77]. Это обусловлено тем, что значения калибровочных констант при $q \gg M_S$, где M_S — шкала нарушения СУСИ, существенно больше в этом СУСИ расширении СМ, чем в НМССМ. Соответствующие верхние ограничения на $\lambda(M_Z)$ при фиксированных значениях $\kappa(M_Z)$ и $\tan \beta$ приведены в таблице 1.10. При вычислении верхних ограничений на $\lambda(M_Z)$ использовались двухпетлевые уравнения ренормгруппы НМССМ и НМССМ+, которые приведены в Приложении А.

$\kappa(M_Z)$	0	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
$\tan \beta = 2$	0.71	0.7	0.68	0.66	0.64	0.56	0.45
$\tan \beta = 3$	0.74	0.74	0.72	0.69	0.67	0.59	0.46

Таблица 1.10: Верхние ограничения на $\lambda(M_Z)$, отвечающие различным значениям $\kappa(M_Z)$ и $\tan \beta$. Соответствующие ограничения получены при исследовании решений двухпетлевых уравнений ренормгруппы в рамках НМССМ с тремя дополнительными парами $\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}}$ супермультиплетов группы $SU(5)$. Предполагается, что все новые экзотические состояния имеют массы порядка 1 ТэВ.

Теперь обсудим возможные проявления в экспериментах на БАК той части параметрического пространства НМССМ с приближённой $U(1)$ симметрией, которая отвечает $m_A \lesssim 500 - 600$ ГэВ, лёгким синглетным хиггсовским состояниям и большому смешиванию между компонентами хиггсовского базиса, т.е. $\lambda \gtrsim 0.6$. Проведённый выше анализ

указывает на то, что такой части параметрического пространства соответствует [79]:

$$0.6 \leq \lambda \leq 0.7, \quad -0.3 \leq \kappa \leq 0.3, \quad 1.5 \leq \tan \beta \leq 2.5, \quad (1.156)$$

$$100 \text{ ГэВ} \leq |\mu| \leq 185 \text{ ГэВ}.$$

Теоретические ограничения, представленные в таблицах 1.9 и 1.10, предполагают, что при $\lambda \gtrsim 0.6$ и $\tan \beta \approx 2$ интервалы изменений λ и κ весьма узкие. Здесь указаны несколько расширенные интервалы вариаций λ и κ , которые отвечают НМССМ с тремя дополнительными парами $5 + \bar{5}$ супермультиплетов группы $SU(5)$. Абсолютные значения μ и $\tan \beta$ выбраны относительно небольшими для того, чтобы область допустимых значений параметров соответствовала $m_A \lesssim 500 \text{ ГэВ}$.

При численном анализе будет предполагаться, что

$$-2 \text{ ТэВ} \leq A_\lambda \leq 2 \text{ ТэВ}, \quad -2 \text{ ТэВ} \leq A_\kappa \leq 2 \text{ ТэВ}. \quad (1.157)$$

В рассматриваемой части параметрического пространства НМССМ, которая определяется соотношениями (1.156), верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в древесном приближении составляет $100 - 110 \text{ ГэВ}$. По этой причине петлевые поправки в данном случае не играют такой уж ключевой роли как в МССМ и суперпартнёры t кварка могут быть относительно лёгкими. Как следствие, могут быть установлены следующие интервалы изменений параметров, которые характеризуют сектор суперпартнёров t кварка [79]:

$$600 \text{ ГэВ} \leq m_U = m_Q \leq 3 \text{ ТэВ}, \quad -2 \text{ ТэВ} \leq A_t \leq 2 \text{ ТэВ}. \quad (1.158)$$

При анализе будет также предполагаться, что массы суперпартнёров τ лептона (m_{E_3} и m_{L_3}) и массы калибрино варьируются в пределах [79]:

$$600 \text{ ГэВ} \leq m_{E_3} = m_{L_3} \leq 3 \text{ ТэВ}, \quad 100 \text{ ГэВ} \leq M_1 \leq 1 \text{ ТэВ}, \quad (1.159)$$

$$200 \text{ ГэВ} \leq M_2 \leq 1 \text{ ТэВ}, \quad 1.3 \text{ ТэВ} \leq M_3 \leq 3 \text{ ТэВ},$$

а массы всех остальных суперчастиц положены равными 3 ТэВ .

	μ_{XX}^{exp}	$\Delta\mu_{XX}$
$pp \rightarrow VH \rightarrow Vbb$	0.97	± 1.06
$pp \rightarrow H \rightarrow \tau\tau$	1.02	± 0.7
$pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$	1.14	± 0.4
$pp \rightarrow H \rightarrow WW$	0.78	± 0.34
$pp \rightarrow H \rightarrow ZZ$	1.11	± 0.46

Таблица 1.11: Величины μ_{XX}^{exp} и $\Delta\mu_{XX}$, которые получены в результате комбинирования данных ATLAS [256] и CMS [257] при $\sqrt{s} = 7 - 8 \text{ ТэВ}$. Значение $\Delta\mu_{XX}$ следует отождествить с удвоенным стандартным отклонением от измеренной величины μ_{XX}^{exp} .

Важную роль в процессе анализа хиггсовского сектора НМССМ играют отношения [78]–[79]

$$\mu_{XX}(h_i) = \frac{\sigma_{\text{prod}}(h_i) BR(h_i \rightarrow XX)}{\sigma_{\text{prod}}(h^{\text{SM}}) BR(h^{\text{SM}} \rightarrow XX)}, \quad (1.160)$$

где $\sigma_{\text{prod}}(h_i)$ и $\sigma_{\text{prod}}(h^{\text{SM}})$ — сечения рождения в экспериментах на БАК CP-чётного хиггсовского состояния h_i в НМССМ и бозона Хиггса h^{SM} с массой 125 ГэВ в СМ, а $BR(h_i \rightarrow XX)$ и $BR(h^{\text{SM}} \rightarrow XX)$ — относительные парциальные ширины распадов $h_i \rightarrow XX$ в НМССМ и $h^{\text{SM}} \rightarrow XX$ в СМ соответственно. Для расчетов использовались пакеты программ `NMSSMTools` [251, 252] и `NMSSMCalc` [253]. Вычисление парциальных ширин распадов было проведено с использованием `NMhDECAY` [251], которая является обобщением программы `HDECAY` [254, 255]. В процессе анализа исследовались только сценарии, спектр которых включает CP-чётное хиггсовское состояние с массой от 124 ГэВ до 127 ГэВ. Данное состояние h_i должно характеризоваться значениями $\mu_{XX}(h_i)$, которые удовлетворяют условиям [78]–[79]:

$$|\mu_{XX}(h_i) - \mu_{XX}^{\text{exp}}| \leq \Delta\mu_{XX}, \quad (1.161)$$

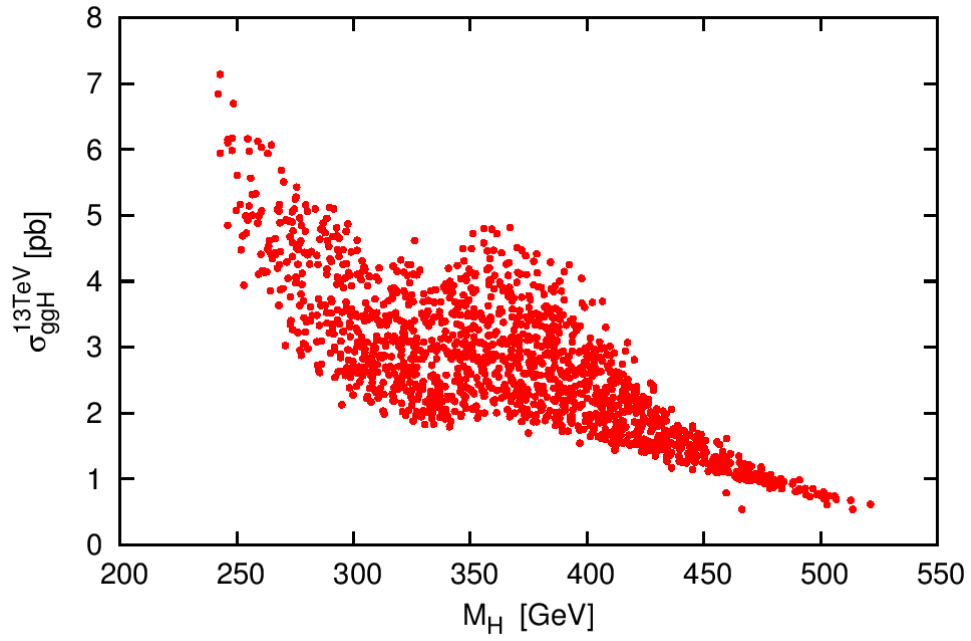
где μ_{XX}^{exp} и $\Delta\mu_{XX}$ приведены в таблице 1.11. Значения μ_{XX}^{exp} и $\Delta\mu_{XX}$ получены в результате комбинирования данных ATLAS [256] и CMS [257] посредством метода развитого в работе [258].

При анализе хиггсовского сектора НМССМ также использовалась программа `micrOMEGAS` [259], которая позволяет оценить плотность тёмной материи, отвечающей легчайшему нейтралينو. Вычисленная таким образом плотность тёмной материи сопоставлялась с данными наблюдений обсерватории "Планк" [260],

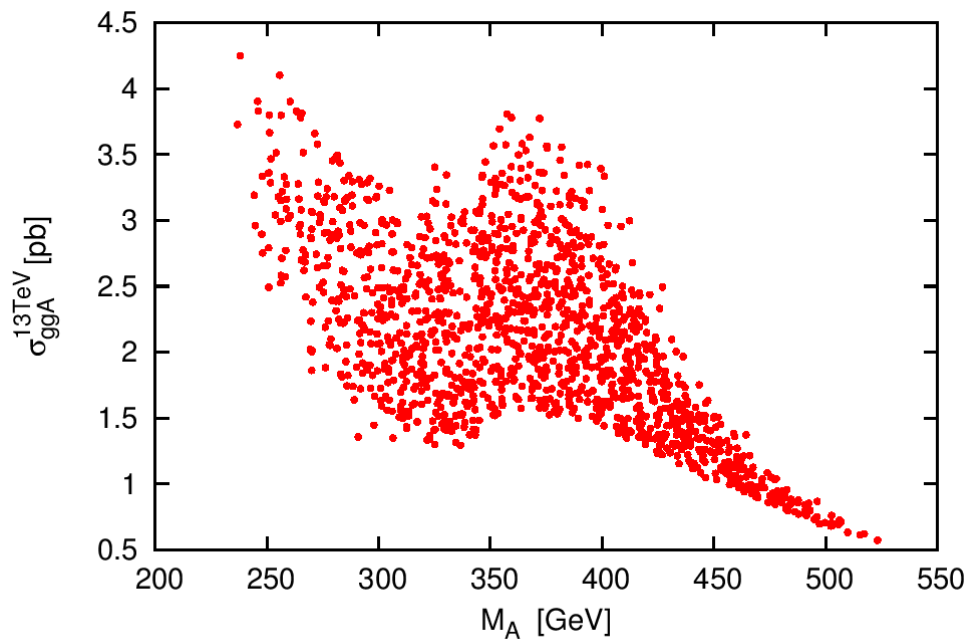
$$\Omega_{\text{CDM}} h^2 = 0.1187 \pm 0.0017. \quad (1.162)$$

В процессе анализа рассматривались только сценарии, приводящие к плотности тёмной материи, которая меньше, чем Ω_{CDM} .

В исследуемой области параметрического пространства НМССМ изучение феноменологически приемлемых сценариев показало, что легчайшие хиггсовские скаляр ($h_1 = H_s$) и псевдоскаляр ($A_1 = A_s$) являются преимущественно синглетными CP-чётным и CP-нечётным состояниями соответственно. Бозон Хиггса с массой 124 — 127 ГэВ главным образом представляет собой компоненту хиггсовского базиса h . Тяжёлые хиггсовские скаляр и псевдоскаляр образуются преимущественно компонентами хиггсовского базиса H и P , т.е. $h_3 \approx H$ и $A_2 = A \approx P$. Проведённый анализ показал, что массы заряженных, тяжёлых CP-чётного (M_H) и CP-нечётного (M_A) бозонов Хиггса практически совпадают и варьируются от 230 ГэВ до 530 ГэВ [79]. Из-за относительно больших значений λ почти все сценарии, в которых массы легчайших скаляра (M_{H_s}) и псевдоскаляра (M_{A_s}) оказываются меньше чем 62 ГэВ, исключены. Это связано с тем, что в рассматриваемых случаях бозон Хиггса с массой 124 — 127 ГэВ главным образом распадается либо на пару скалярных либо на пару псевдоскалярных частиц и, как следствие, условия (1.161) не могут быть удовлетворены. Поэтому масса легчайшего CP-чётного состояния варьируется от 62 ГэВ до 117 ГэВ, а масса легчайшего CP-нечётного хиггсовского состояния изменяется от 62 ГэВ до 300 ГэВ [79].



(a)



(б)

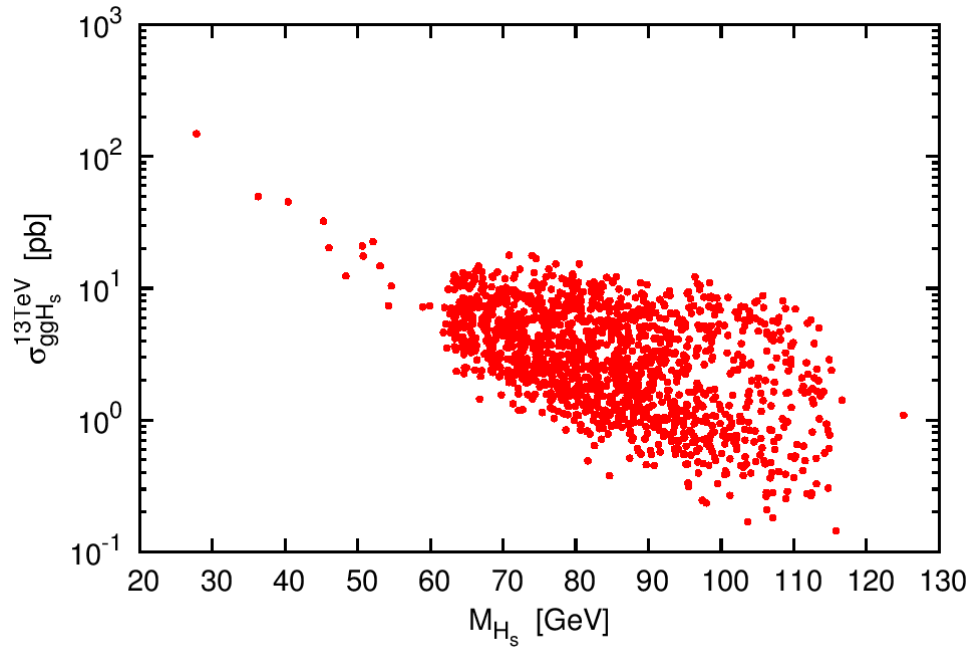
Рис. 1.8: Зависимость сечения рождения тяжелого CP-чётного бозона Хиггса от M_H (в ГэВ) — рис.а и зависимость сечения рождения тяжелого CP-нечётного хиггсовского бозона от M_A (в ГэВ) — рис.б в экспериментах на БАК при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Разные точки отвечают различным сценариям.

Сечения рождения тяжёлых CP–чётного и CP–нечётного хиггсовских состояний в экспериментах на БАК при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, отвечающие различным сценариям, показаны на рис. 1.8. Когда $M_H \simeq M_A \simeq 230$ ГэВ, соответствующие сечения могут достигать 7.5 пикобарн в случае тяжёлого CP–чётного бозона Хиггса (H) и 4.5 пикобарн в случае тяжёлого CP–нечётного хиггсовского состояния (A) [79]. С увеличением $M_H \simeq M_A$ интервалы изменений сечений сужаются и при $M_H \simeq M_A \simeq 530$ ГэВ эти сечения составляют 0.6 – 0.8 пикобарн [79]. Столь большие сечения рождения тяжёлых CP–чётного и CP–нечётного бозонов Хиггса позволяют надеяться на то, что эти состояния могут быть обнаружены, например, в процессах, которые обусловлены их распадами на частицы SM, т.е. $H \rightarrow b\bar{b}, \tau\bar{\tau}, t\bar{t}$ и $A \rightarrow b\bar{b}, \tau\bar{\tau}, t\bar{t}$, в ближайшем будущем.

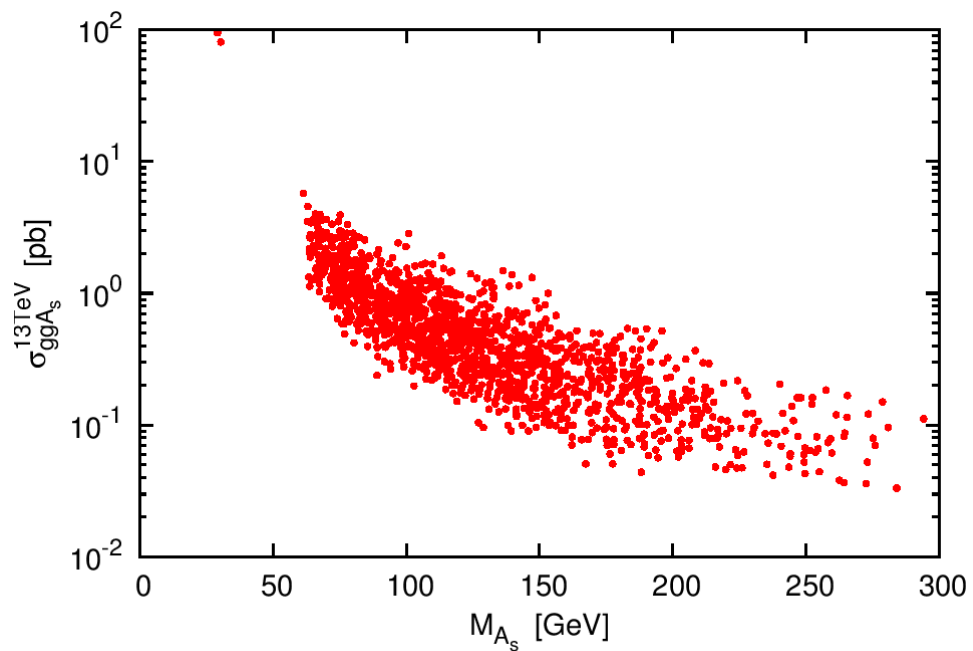
На рис. 1.9 представлены сечения рождения легчайших скалярного и псевдоскалярного хиггсовских состояний в экспериментах на БАК при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, соответствующие различным сценариям. Благодаря относительно большим значениям λ и, как следствие, значительному смешиванию в CP–чётном и CP–нечётном хиггсовских секторах, данные сечения весьма велики. При $M_{H_s} \simeq 70$ ГэВ сечение рождения легчайшего хиггсовского скаляра может достигать 10 – 20 пикобарн, а при $M_{H_s} \gtrsim 100$ ГэВ данное сечение может снижаться до 0.1 пикобарна [79]. В то же самое время наибольшее значение сечения рождения легчайшего хиггсовского псевдоскаляра при $M_{A_s} \simeq 62$ ГэВ составляет 6 пикобарн [79]. При $M_{A_s} \gtrsim 250$ ГэВ оно опускается до 0.1 – 0.2 пикобарн. В случае, когда M_{A_s} столь велика, сечение рождения легчайшего CP–нечётного бозона Хиггса может быть существенно меньше 0.1 пикобарна [79].

Если $h_1 = H_s \simeq N$ (или $A_1 = A_s \simeq P_S$), сечение рождения легчайшего хиггсовского скаляра (или псевдоскаляра) практически зануляется. Однако даже в этом случае в рассматриваемой области параметрического пространства НМССМ рождение легчайшего CP–чётного (или CP–нечётного) бозона Хиггса в экспериментах на БАК оказывается возможным. Относительно большое значение λ приводит к значительным парциальным ширинам распадов $H \rightarrow H_s H_s$, $H \rightarrow h H_s$, $A \rightarrow H_s A_s$ и $A \rightarrow h A_s$. В частности, на рис. 1.10а показано сечение $\sigma(H \rightarrow \tau\bar{\tau}b\bar{b})$ процесса $pp \rightarrow H \rightarrow h H_s \rightarrow \tau\bar{\tau}b\bar{b}$ при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, отвечающее различным сценариям. Почти во всех случаях данное сечение больше одного фемтобарна и может достигать 100 – 200 фемтобарн [79]. Сечение процесса $pp \rightarrow H \rightarrow h H_s \rightarrow 2\tau 2\bar{\tau}$ в 10 раз меньше, чем $\sigma(H \rightarrow \tau\bar{\tau}b\bar{b})$. Хотя сечение процесса $pp \rightarrow H \rightarrow h H_s \rightarrow 2\gamma b\bar{b}$ заметно меньше чем $\sigma(H \rightarrow \tau\bar{\tau}b\bar{b})$ и интервал его изменений значительно шире, в некоторых случаях данное сечение также может превышать один фемтобарн. Анализ процессов, обусловленных распадами $H \rightarrow H_s H_s$, $A \rightarrow H_s A_s$ и $A \rightarrow h A_s$, приводит к аналогичным результатам. В принципе распады $H \rightarrow A_s A_s$ также возможны. Однако численный анализ показал, что парциальная ширина соответствующего распада слишком мала.

Наконец, легчайшие CP–чётный и CP–нечётный бозоны Хиггса могут рождаться в результате распадов $H \rightarrow Z A_s$ и $A \rightarrow Z H_s$. Сечение $\sigma(A \rightarrow Z\tau\bar{\tau})$ процесса $pp \rightarrow A \rightarrow Z H_s \rightarrow Z\tau\bar{\tau}$ при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, соответствующее различным сценариям, представлено

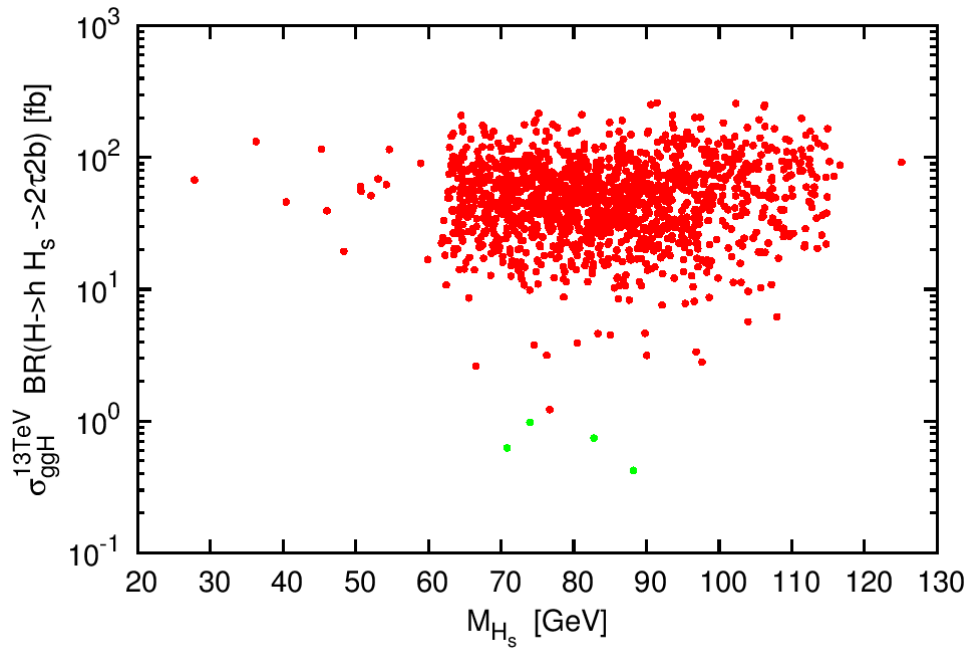


(a)

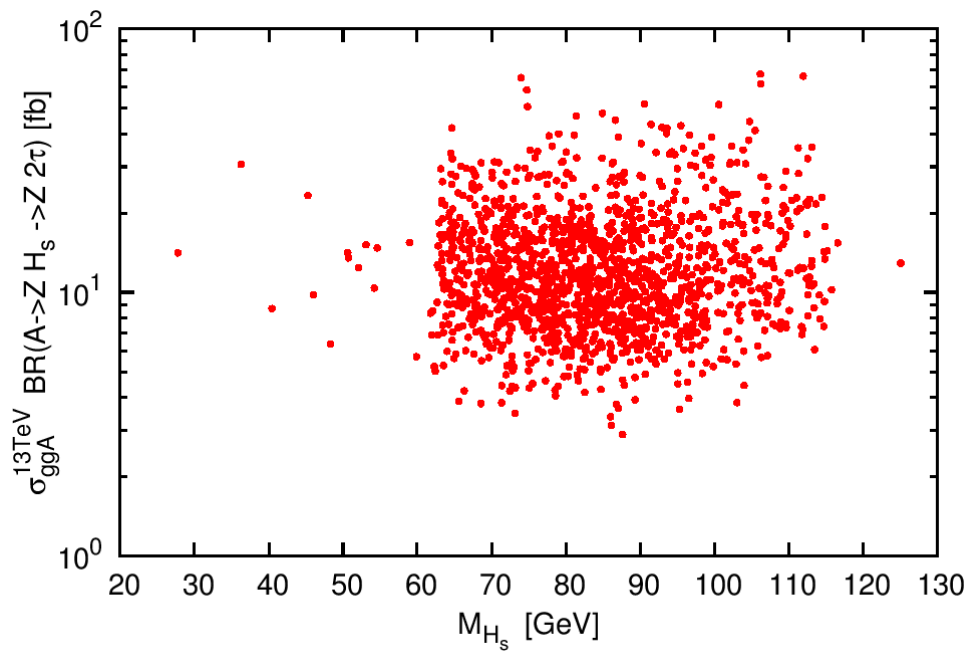


(б)

Рис. 1.9: Зависимость сечения рождения легчайшего CP-чётного бозона Хиггса от M_{H_s} (в ГэВ) — рис. *a* и зависимость сечения рождения легчайшего CP-нечётного хиггсовского бозона от M_{A_s} (в ГэВ) — рис. *б* в экспериментах на БАК при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Разные точки отвечают различным сценариям.



(a)



(б)

Рис. 1.10: Зависимость сечения процесса $pp \rightarrow H \rightarrow hH_s \rightarrow \tau\tau b\bar{b}$ от M_{H_s} (в ГэВ) — рис. *a* и зависимость сечения процесса $pp \rightarrow A \rightarrow ZH_s \rightarrow Z\tau\bar{\tau}$ от M_{H_s} (в ГэВ) — рис. *б* при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Разные точки отвечают различным сценариям.

на рис. 1.10б. Оно варьируется от нескольких фемтобарн до 100 фемтобарн [79]. Сечение процесса $pp \rightarrow A \rightarrow ZH_s \rightarrow Zb\bar{b}$ заметно больше, чем $\sigma(A \rightarrow Z\tau\bar{\tau})$. Анализ сечений процессов $pp \rightarrow H \rightarrow ZA_s \rightarrow Zb\bar{b}$ и $pp \rightarrow H \rightarrow ZA_s \rightarrow Z\tau\bar{\tau}$ при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ также показал, что в большинстве случаев соответствующие сечения много больше одного фемтобарна. Таким образом, есть основания полагать, что исследуемая область параметрического пространства НМССМ приводит к спектру хиггсовских состояний, которые должны быть обнаружены в экспериментах на БАК в ближайшем будущем.

1.3.3 Нарушение калибровочной симметрии и экзотические распады бозона Хиггса в E_6 ССМ

В простейшем случае, когда калибровочная симметрия в E_6 ССМ нарушается в результате того, что два дублета Хиггса H_u и H_d , а также синглетное поле S приобретают вакуумные средние, потенциал взаимодействия хиггсовских полей можно представить в виде суммы:

$$V = V_F + V_D + V_{soft} + \Delta V, \quad (1.163)$$

$$V_F = \lambda^2 |S|^2 (|H_d|^2 + |H_u|^2) + \lambda^2 |(H_d \epsilon H_u)|^2, \quad (1.164)$$

$$V_D = \sum_{a=1}^3 \frac{g_2^2}{8} \left(H_d^\dagger \sigma_a H_d + H_u^\dagger \sigma_a H_u \right)^2 + \frac{g'^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 + \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} |H_d|^2 + \tilde{Q}_{H_u} |H_u|^2 + \tilde{Q}_S |S|^2 \right)^2, \quad (1.165)$$

$$V_{soft} = m_S^2 |S|^2 + m_1^2 |H_d|^2 + m_2^2 |H_u|^2 + \left[\lambda A_\lambda S (H_u \epsilon H_d) + h.c. \right], \quad (1.166)$$

где g_1' является калибровочной константой $U(1)_N$ взаимодействия, а \tilde{Q}_{H_d} , \tilde{Q}_{H_u} и \tilde{Q}_S — $U(1)_N$ заряды мультиплетов скалярных полей H_d , H_u и S . Как и в случае МССМ и НМССМ, при анализе спектра хиггсовских состояний в E_6 ССМ главную роль играют петлевые поправки, отвечающие вкладу t кварка и его суперпартнеров. Вклад соответствующих однопетлевых поправок ΔV в эффективный потенциал взаимодействия (1.163) в главном приближении определяется выражением (1.101). V_F и V_{soft} совпадают с вкладом (1.110) и (1.112) в потенциал взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ с $\kappa = 0$. В то же самое время V_D содержит дополнительное слагаемое, пропорциональное $g_1'^2$ и отвечающее вкладу D члена, который соответствует $U(1)_N$ калибровочному взаимодействию.

В древесном приближении потенциал взаимодействия (1.163) содержит только один параметр A_λ , который может быть комплексным. Однако переопределение хиггсовских полей позволяет сделать данный параметр вещественным. Таким образом в хиггсовском секторе E_6 ССМ в древесном приближении CP сохраняется. При учёте петлевых поправок эффективный потенциал взаимодействия (1.163) оказывается зависящим от множества параметров мягкого нарушения СУСИ, которые могут быть комплексными, что с неизбежностью приводит к CP нарушению в наиболее общем случае. Предполагая, что CP сохраняется, в физическом вакууме H_u , H_d и S приобретают вакуумные средние (1.113), значения которых

определяются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial s} &= m_S^2 s - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v_1 v_2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + v_2^2) s \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s^2 \right) \tilde{Q}_S s + \frac{\partial \Delta V}{\partial s} = 0, \end{aligned} \quad (1.167)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial v_1} &= m_1^2 v_1 - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s v_2 + \frac{\lambda^2}{2} (v_2^2 + s^2) v_1 + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_1^2 - v_2^2) v_1 \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s^2 \right) \tilde{Q}_{H_d} v_1 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_1} = 0, \end{aligned} \quad (1.168)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial v_2} &= m_2^2 v_2 - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s v_1 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + s^2) v_2 + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_2^2 - v_1^2) v_2 \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s^2 \right) \tilde{Q}_{H_u} v_2 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_2} = 0, \end{aligned} \quad (1.169)$$

где $g_1' \simeq g_1 = \sqrt{5/3} g'$. Используя уравнения (1.167)–(1.169) можно выразить m_1^2 , m_2^2 и m_S^2 через другие параметры модели, s и $\tan \beta$. Как следствие, в древесном приближении массы хиггсовских состояний и их константы взаимодействия определяются четырьмя параметрами:

$$\lambda, \quad s, \quad \tan \beta, \quad A_\lambda. \quad (1.170)$$

Массы калибровочных бозонов генерируются в результате взаимодействия H_u , H_d и S с калибровочными полями. Масса заряженных W^\pm бозонов остаётся такой же, как в МССМ, т.е. $M_W = \frac{g_2}{2} v$. Нейтральные Z и Z' калибровочные бозоны смешиваются, образуя массовую матрицу:

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 & \Delta^2 \\ \Delta^2 & g_1'^2 v^2 \left(\tilde{Q}_{H_d}^2 \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u}^2 \sin^2 \beta \right) + g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 s^2 \end{pmatrix}, \quad (1.171)$$

где

$$\Delta^2 = \frac{\bar{g} g_1'}{2} v^2 \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta - \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right). \quad (1.172)$$

Данные полученные в экспериментах на БАК подразумевают, что в E_6 СМ Z' должен быть тяжелее 2.5 ТэВ [261]. Столь большую массу Z' бозона $M_{Z'}$ можно получить только если $s \gg 1$ ТэВ. При этом смешивание между Z и Z' бозонами пренебрежимо мало, т.е. угол смешивания $\alpha_{ZZ'} \lesssim 10^{-3} - 10^{-4}$, а $M_Z \simeq \bar{g} v / 2$ и $M_{Z'} \simeq g_1' \tilde{Q}_S s$.

В рассматриваемом простейшем случае спектр бозонов Хиггса в E_6 СМ содержит два заряженных, одно CP–нечётное и три CP–чётных состояния. Заряженные H^\pm и псевдоскалярное A состояния приобретают массы m_{H^\pm} и m_A соответственно, где

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{\sqrt{2} \lambda A_\lambda}{\sin 2\beta} s - \frac{\lambda^2}{2} v^2 + \frac{g^2}{2} v^2 + \Delta_\pm, \quad m_A^2 = \frac{\sqrt{2} \lambda A_\lambda}{\sin 2\varphi} v + \Delta_A, \quad (1.173)$$

$$\tan \varphi = \frac{v}{2s} \sin 2\beta.$$

В главном приближении вклады петлевых поправок Δ_{\pm} и Δ_A практически совпадают с соответствующими выражениями в НМССМ.

В базисе CP-чётных хиггсовских полей H , h и N , который определяется соотношениями (1.118), массовая матрица CP-чётного хиггсовского сектора может быть представлена в виде (1.124) с матричными элементами [69]:

$$M_{11}^2 = \frac{\sqrt{2}\lambda A_{\lambda}}{\sin 2\beta} s + \left(\frac{\bar{g}^2}{4} - \frac{\lambda^2}{2} \right) v^2 \sin^2 2\beta + \frac{g_1'^2}{4} (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d})^2 v^2 \sin^2 2\beta + \Delta_{11}, \quad (1.174)$$

$$M_{12}^2 = M_{21}^2 = \left(\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\bar{g}^2}{8} \right) v^2 \sin 4\beta + \frac{g_1'^2}{2} v^2 (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) \times (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta) \sin 2\beta + \Delta_{12}, \quad (1.175)$$

$$M_{22}^2 = \frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2 2\beta + \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 \cos^2 2\beta + g_1'^2 v^2 \times (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta)^2 + \Delta_{22}, \quad (1.176)$$

$$M_{13}^2 = M_{31}^2 = \frac{g_1'^2}{2} (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) \tilde{Q}_S v s \sin 2\beta - \frac{\lambda A_{\lambda}}{\sqrt{2}} v \cos 2\beta + \Delta_{13}, \quad (1.177)$$

$$M_{23}^2 = M_{32}^2 = g_1'^2 (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta) \tilde{Q}_S v s - \frac{\lambda A_{\lambda}}{\sqrt{2}} v \sin 2\beta + \lambda^2 v s + \Delta_{23}, \quad (1.178)$$

$$M_{33}^2 = \frac{\lambda A_{\lambda}}{2\sqrt{2}s} v^2 \sin 2\beta + g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 s^2 + \Delta_{33}, \quad (1.179)$$

где Δ_{ij} в главном приближении почти идентичны вкладам петлевых поправок в случае НМССМ. Когда шкала нарушения СУСИ M_S много больше v , массовая матрица (1.174)–(1.179) имеет иерархическую структуру. При этом массы тяжёлых хиггсовских скаляров с хорошей точностью описываются $\sqrt{M_{11}^2} \simeq m_A$ и $\sqrt{M_{33}^2} \simeq M_{Z'}$, которые должны быть порядка M_S . Так как минимальное собственное значение массовой матрицы (1.174)–(1.179) не превосходит её минимального диагонального элемента, масса легчайшего бозона Хиггса m_{h_1} всегда меньше $\sqrt{M_{22}^2}$.

Если $\lambda \ll g_1' \approx g_1 \approx 0.46$ масса псевдоскалярного бозона Хиггса m_A может быть как больше так и меньше чем $M_{Z'}$. При $m_A \gtrsim M_{Z'} \gtrsim 2.5$ ТэВ все тяжёлые хиггсовские

состояния имеют огромные массы и их обнаружение в экспериментах на БАК не представляется возможным. Когда $m_A \ll M_{Z'}$, посредством унитарного преобразования массовую матрицу CP-чётного хиггсовского сектора (1.174)–(1.179) можно привести к виду

$$M'^2 \simeq \begin{pmatrix} M_{11}^2 - \frac{M_{13}^4}{M_{33}^2} & M_{12}^2 - \frac{M_{13}^2 M_{32}^2}{M_{33}^2} & 0 \\ M_{21}^2 - \frac{M_{23}^2 M_{31}^2}{M_{33}^2} & M_{22}^2 - \frac{M_{23}^4}{M_{33}^2} & 0 \\ 0 & 0 & M_{33}^2 + \frac{M_{13}^4}{M_{33}^2} + \frac{M_{23}^4}{M_{33}^2} \end{pmatrix}. \quad (1.180)$$

В этом пределе массы H^\pm , A , h_1 и h_2 , а также их константы взаимодействия практически те же, что и в МССМ.

Когда $\lambda \gtrsim g'_1 \approx g_1 \approx 0.46$, качественная картина спектра хиггсовских состояний в E_6 ССМ имеет много общего со структурой спектра бозонов Хиггса в НМССМ с $\kappa \ll \lambda$. Используя приближённые выражения (1.149), для спектра хиггсовских частиц в E_6 ССМ, находим [69]

$$m_{h_3}^2 \simeq m_{H^\pm}^2 \simeq m_A^2 \simeq \frac{2\lambda^2 s^2 x}{\sin^2 2\beta}, \quad m_{h_2}^2 \simeq M_{Z'}^2 \simeq g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 s^2 + O(M_Z^2), \quad (1.181)$$

$$m_{h_1}^2 \simeq M_{22}^2 - \frac{\lambda^4 v^2}{g_1'^2 Q_S^2} \left(1 - x + \frac{g_1'^2}{\lambda^2} \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right) \tilde{Q}_S \right)^2, \quad (1.182)$$

где $x = \frac{A_\lambda}{\sqrt{2}\lambda s} \sin 2\beta$. Из соотношений (1.181)–(1.182) следует, что при $\lambda \gtrsim g'_1$ масса псевдоскалярного бозона Хиггса m_A больше $M_{Z'}$, так как параметр x не может быть много меньше единицы. В противном случае масса легчайшего бозона Хиггса оказывается либо слишком малой либо $m_{h_1}^2 < 0$. Учёт петлевых поправок не меняет качественную картину спектра бозонов Хиггса, которая предполагает, что в рассматриваемом случае ни одно из тяжёлых хиггсовских состояний не будет обнаружено в экспериментах на БАК, а константы взаимодействия легчайшего хиггсовского состояния с частицами СМ практически совпадают с соответствующими константами взаимодействия бозона Хиггса в СМ [69]–[70], [105]–[107].

При $\lambda \gtrsim g'_1$ верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ достигает своего максимального значения. Оно определяется $\tan \beta$ и максимально допустимым значением λ , которое может быть вычислено при каждом фиксированном значении $\tan \beta$. В E_6 ССМ максимально допустимые значения λ значительно больше, чем в НМССМ. Это связано с наличием в E_6 ССМ супермультиплетов экзотических частиц с массами порядка нескольких ТэВ. Как следствие, значения калибровочных констант при $q \gg M_S$ существенно больше в E_6 ССМ, чем в НМССМ. Большие значения калибровочных констант СМ наряду с калибровочной константой $U(1)_N$ взаимодействия замедляют рост юкавских констант при $q \gg M_S$, позволяя избежать появления полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы. По этой причине большие значения λ при низких энергиях оказываются допустимыми в E_6 ССМ [69].

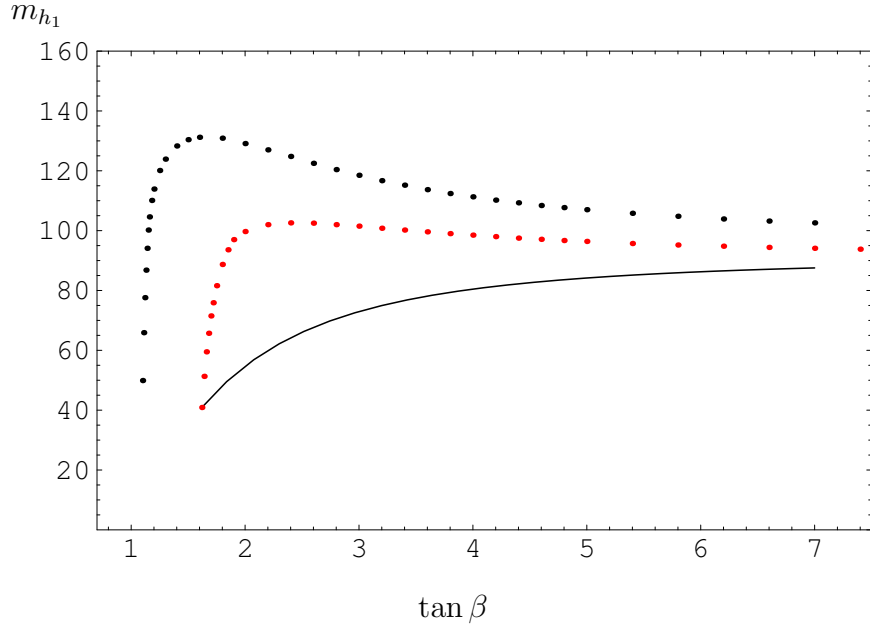


Рис. 1.11: Зависимость верхних ограничений на массу легчайшего бозона Хиггса, которые вычислены в древесном приближении в рамках МССМ (сплошная линия), НМССМ (нижняя пунктирная линия) и E_6 ССМ (верхняя пунктирная линия) от $\tan \beta$.

На рис. 1.11 сопоставляются верхние ограничения на массу легчайшего хиггсовского состояния, вычисленные в древесном приближении в рамках МССМ, НМССМ и E_6 ССМ. Как уже отмечалось, при $\tan \beta \sim 1$ верхнее ограничение на m_{h_1} в НМССМ больше чем в МССМ. Большие допустимые значения λ при низких энергиях и вклад дополнительного D члена, отвечающего $U(1)_N$ калибровочному взаимодействию, в потенциал взаимодействия хиггсовских полей (1.163)–(1.166) увеличивают верхнее ограничение на m_{h_1} в E_6 ССМ по сравнению с НМССМ. В древесном приближении при $\tan \beta = 1.2 - 3.4$ верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ оказывается больше, чем 115 ГэВ [69]. Поэтому в этой модели вклад петлевых поправок может не играть столь важной роли как в МССМ и НМССМ. При $\tan \beta \gg 3$ верхние ограничения на m_{h_1} в МССМ, НМССМ и E_6 ССМ сближаются. Однако благодаря вкладу дополнительного D члена в потенциал взаимодействия (1.163)–(1.166) даже при $\tan \beta \sim 10$ верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ, вычисленное в древесном приближении, на 6 – 7 ГэВ больше, чем в МССМ и НМССМ [69]–[70], [105]–[107].

Простейший механизм нарушения $U(1)_N$ калибровочной симметрии, обсуждавшийся выше, имеет один весьма весомый недостаток. В рамках данного сценария масса Z' бозона определяется только шкалой нарушения СУСИ M_S . Нижнее экспериментальное ограничение $M_{Z'} \gtrsim 2.5$ ТэВ предполагает, что все суперчастицы также должны иметь массы много большие 1 ТэВ. Возникающие при этом теоретические ограничения на массы суперчастиц оказываются более жёсткими, чем непосредственные ограничения, полученные в результате обработки данных экспериментов на БАК. Этого можно избежать, если в E_6 ССМ $U(1)_N$ калибровочная симметрия нарушается вакуумными средними двух синглетных полей S и

\bar{S} с противоположными квантовыми числами. Для реализации такого сценария рассматриваемое СУСИ расширение СМ должно наряду с S и \bar{S} включать синглетное суперполе ϕ , компоненты которого не участвуют в калибровочных взаимодействиях [80], [121]. В этом случае суперпотенциал модели содержит член $\sigma\phi S\bar{S}$. Когда $\sigma \rightarrow 0$, часть потенциала взаимодействия скалярных полей, которая включает только скалярные компоненты суперполей ϕ , S и \bar{S} может быть представлена в виде:

$$V_S = m_S^2 |S|^2 + m_{\bar{S}}^2 |\bar{S}|^2 + m_\phi^2 |\phi|^2 + \frac{Q_S^2 g_1'^2}{2} (|S|^2 - |\bar{S}|^2)^2, \quad (1.183)$$

где m_S^2 , $m_{\bar{S}}^2$ и m_ϕ^2 – параметры мягкого нарушения СУСИ. Если $(m_S^2 + m_{\bar{S}}^2) < 0$, то $\langle S \rangle = \langle \bar{S} \rangle \rightarrow \infty$. Ненулевое значение $|\sigma| \ll 1$ стабилизирует потенциал взаимодействия (1.183), т.е.

$$\langle \phi \rangle \sim \langle S \rangle \simeq \langle \bar{S} \rangle \sim \frac{\sqrt{|m_S^2 + m_{\bar{S}}^2|}}{\sigma}, \quad (1.184)$$

приводя к $M_{Z'} \gg M_S$. Реализация данного сценария в E_6 ССМ подразумевает, что ϕ , S и \bar{S} остаются неизменными при преобразованиях \tilde{Z}_2^H симметрии, а суперпотенциал соответствующей модификации E_6 ССМ имеет вид [80]:

$$\begin{aligned} W_A = & \lambda S(H_u H_d) - \sigma\phi S\bar{S} + \frac{\kappa}{3}\phi^3 + \frac{\mu_\phi}{2}\phi^2 + \Lambda_F \phi + \lambda_{\alpha\beta} S(H_\alpha^d H_\beta^u) \\ & + \kappa_{ij} S(D_i \bar{D}_j) + \tilde{f}_{i\alpha} S_i(H_\alpha^d H_u) + f_{i\alpha} S_i(H_d H_\alpha^u) + g_{ij}^D (Q_i L_4) \bar{D}_j \\ & + h_{i\alpha}^E e_i^c(H_\alpha^d L_4) + \mu_L L_4 \bar{L}_4 + \tilde{\sigma}\phi L_4 \bar{L}_4 + W_{\text{MSSM}}(\mu = 0), \end{aligned} \quad (1.185)$$

где $i, j = 1, 2, 3$ и $\alpha, \beta = 1, 2$. Здесь будет рассматриваться простейший случай, когда экзотические кварки являются лептокварками.

В рассматриваемом случае потенциал взаимодействия скалярных полей, вакуумные средние которых нарушают $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ калибровочную симметрию до $U(1)_{em}$, определяется выражением [80]:

$$V = V_F + V_D + V_{\text{soft}} + \Delta V, \quad (1.186)$$

$$\begin{aligned} V_F = & \lambda^2 |S|^2 (|H_d|^2 + |H_u|^2) + |\lambda(H_d \epsilon H_u) - \sigma\phi \bar{S}|^2 + \sigma^2 |\phi|^2 |S|^2 \\ & + |-\sigma(S\bar{S}) + \kappa\phi^2 + \mu_\phi\phi + \Lambda_F|^2, \end{aligned} \quad (1.187)$$

$$\begin{aligned} V_D = & \sum_{a=1}^3 \frac{g_2^2}{8} (H_d^\dagger \sigma_a H_d + H_u^\dagger \sigma_a H_u)^2 + \frac{g_1'^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 \\ & + \frac{g_1'^2}{2} (\tilde{Q}_{H_d} |H_d|^2 + \tilde{Q}_{H_u} |H_u|^2 + \tilde{Q}_S |S|^2 - \tilde{Q}_S |\bar{S}|^2)^2, \end{aligned} \quad (1.188)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{soft}} = & m_S^2 |S|^2 + m_{\bar{S}}^2 |\bar{S}|^2 + m_{H_d}^2 |H_d|^2 + m_{H_u}^2 |H_u|^2 + m_\phi^2 |\phi|^2 \\ & + \left[\lambda A_\lambda S(H_u \epsilon H_d) - \sigma A_\sigma \phi(S\bar{S}) + \frac{\kappa}{3} A_\kappa \phi^3 + B \frac{\mu_\phi}{2} \phi^2 + \xi \Lambda_F \phi + h.c. \right], \end{aligned} \quad (1.189)$$

где ΔV отвечает вкладу петлевых поправок. Как и прежде, главную роль играют однопетлевые (1.101) и двухпетлевые поправки, соответствующие вкладу t кварка и его суперпартнеров. В пределе, когда CP сохраняется, хиггсовские дублеты H_d и H_u приобретают вакуумные средние (1.94) тогда как

$$\langle S \rangle = \frac{s_1}{\sqrt{2}}, \quad \langle \bar{S} \rangle = \frac{s_2}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{\varphi}{\sqrt{2}}. \quad (1.190)$$

Как и в случае вакуумных средних хиггсовских дублетов, удобно ввести $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$ и $\tan \theta = s_2/s_1$. Массы заряженных W^\pm бозонов и массовая матрица, отвечающая $Z - Z'$ смешиванию, остаются такими же как и в случае простейшего сценария нарушения калибровочной симметрии в E_6 ССМ. При вычислении масс Z и Z' бозонов вместо s^2 в выражение для массовой матрицы (1.171) необходимо подставить $(s_1^2 + s_2^2)$.

Если CP сохраняется, спектр бозонов Хиггса в рассматриваемой модификации E_6 ССМ содержит два заряженных, три CP–нечётных и пять CP–чётных нейтральных состояний. В пределе, когда $\lambda \sim \sigma \rightarrow 0$ и шкала нарушения СУСИ $M_S \gg v$, легчайшее CP–чётное хиггсовское состояние имеет практически те же константы взаимодействия с частицами СМ, что и бозон Хиггса в СМ. Если параметры κ , μ_ϕ и Λ_F зануляются, лагранжиан данной СУСИ модели обладает дополнительной глобальной $U(1)$ симметрией. Эта симметрия спонтанно нарушается вакуумными средними (1.190). При малых значениях κ , μ_ϕ и Λ_F спонтанное нарушение приближённой глобальной $U(1)$ симметрии приводит к появлению псевдоголдстоуновского бозона A_1 с массой m_{A_1} , который может быть легчайшим состоянием в спектре хиггсовских частиц (см. Приложение В). Данное состояние может быть настолько лёгким, что легчайший хиггсовский скаляр с массой 125 ГэВ может распадаться на пару таких псевдоскалярных частиц. Часть лагранжиана E_6 ССМ, которой описывается соответствующее взаимодействие, можно свести к

$$\mathcal{L}_{h_1 A_1 A_1} = -G_{h_1 A_1 A_1} h_1 A_1 A_1. \quad (1.191)$$

Выражение для $G_{h_1 A_1 A_1}$ приведено в Приложении В. При $m_{A_1} \lesssim 60$ ГэВ взаимодействие (1.191) приводит к следующей парциальной ширине распада легчайшего хиггсовского скаляра с массой $m_{h_1} = 125$ ГэВ на пару легчайших псевдоскалярных состояний [80], [121]

$$\Gamma(h_1 \rightarrow A_1 A_1) = \frac{G_{h_1 A_1 A_1}^2}{8\pi m_{h_1}} \sqrt{1 - \frac{4m_{A_1}^2}{m_{h_1}^2}}. \quad (1.192)$$

В процессе изучения сценариев с $m_{A_1} \lesssim 60$ ГэВ для вычисления спектра масс хиггсовских бозонов использовались пакеты программ **FlexibleSUSY** [262], **SARAH** [263] и **SOFTSUSY** [264]. При исследовании констант взаимодействия и парциальных ширин распадов легчайшего хиггсовского скаляра был использован пакет программ **FlexibleSUSY**. Найденные таким образом полная ширина и относительные парциальные ширины распадов легчайшего CP–чётного бозона Хиггса сопоставлялись с соответствующими величинами, полученными в результате вычислений с использованием программы **HDECAY** [254] и её расширения

	A	B	C	D	E
λ	0.100	0.090	0.100	0.090	0.090
κ	0.03	0.001	0.03	0.0273	0.001
A_λ [ГэВ]	600	2222	800	2222	4444
A_σ [ГэВ]	1200	1200	1400	1200	2400
A_κ [ГэВ]	1013	1000	1023	1026	2200
A_t [ГэВ]	-1186	-1171	-5944	-1170	-1163
$m_{Q_3}^2$ [ГэВ] ²	$3.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^6$	$3.0 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^6$
$m_{u_3^c}^2$ [ГэВ] ²	$2.0 \cdot 10^8$	$1.0 \cdot 10^8$	$2.0 \cdot 10^8$	$8.0 \cdot 10^7$	$8.0 \cdot 10^7$
φ [ТэВ]	6	6	6	6	12
s [ТэВ]	8	8	8	8	16
$\tan \theta$	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91
$M_1 = M'_1$ [ГэВ]	600	600	600	600	1200
m_S^2 [ГэВ] ²	$-7.023 \cdot 10^5$	$-1.51 \cdot 10^6$	$-6.287 \cdot 10^5$	$-1.135 \cdot 10^6$	$-2.282 \cdot 10^6$
$m_{\bar{S}}^2$ [ГэВ] ²	$1.303 \cdot 10^6$	$1.918 \cdot 10^6$	$1.400 \cdot 10^6$	$1.669 \cdot 10^6$	$3.655 \cdot 10^6$
m_ϕ^2 [ГэВ] ²	$6.145 \cdot 10^4$	$1.292 \cdot 10^5$	$1.353 \cdot 10^5$	$7.045 \cdot 10^4$	$5.219 \cdot 10^5$
$m_{H_d}^2$ [ГэВ] ²	$8.267 \cdot 10^5$	$7.132 \cdot 10^6$	$1.306 \cdot 10^6$	$7.023 \cdot 10^6$	$2.684 \cdot 10^7$
$m_{H_u}^2$ [ГэВ] ²	$-2.419 \cdot 10^6$	$-1.063 \cdot 10^6$	$-2.977 \cdot 10^6$	$-2.448 \cdot 10^5$	$-1.597 \cdot 10^5$

Таблица 1.12: Значения параметров, отвечающие сценариям A, B, C, D и E.

енДЕСАУ [265]. Для того чтобы упростить анализ, целый ряд параметров E_6 ССМ был зафиксирован [80], т.е.

$$B = \mu_\phi = \xi = 0, \quad \Lambda_F = 0, \quad \mu_L = 10 \text{ ТэВ}, \quad \tan \beta \simeq 10, \quad (1.193)$$

$$f_{i\alpha} = \tilde{f}_{i\alpha} = g_{ij}^D = h_{i\alpha}^E = \tilde{\sigma} = 0, \quad \sigma = 0.1, \quad \kappa_{ij} = 0.5 \delta_{ij}, \quad \lambda_{\alpha\beta} = 0.5 \delta_{\alpha\beta}.$$

Относительно небольшое значение σ было выбрано для того чтобы $s_1 \sim s_2 \gg M_S \gtrsim 1$ ТэВ. Параметры A_t , $m_{Q_3}^2 = m_Q^2$ и $m_{u_3^c}^2 = m_U^2$ подбирались так, чтобы легчайший CP-чётный бозон Хиггса имел массу 125 – 126 ГэВ. При анализе исследовались только сценарии, приводящие к плотности тёмной материи, которая меньше, чем Ω_{CDM} в соотношении (1.162). В E_6 ССМ холодная тёмная материя образуется легчайшим нейтрино. Сектор нейтрино в рассматриваемой модели включает восемь состояний. Анализ спектра нейтрино (см. Приложение В) показывает, что при достаточно малых значениях λ и $M_{Z'} \gg M_S$ легчайшее нейтрино в E_6 ССМ может представлять собой главным образом хиггсино. Когда данное состояние легче чем 1 ТэВ, оно приводит к плотности холодной тёмной материи, которая меньше, чем Ω_{CDM} в выражении (1.162) [266]. По этой причине параметры λ , φ , s , θ , M_1 , M'_1 и M_2 , которые при фиксированных значениях $\tan \beta$ и σ определяют спектр и константы взаимодействия нейтрино, выбирались таким образом, чтобы легчайшее нейтрино являлось бы преимущественно хиггсино с массой меньшей, чем 1 ТэВ. В частности, массы

	A	B	C	D	E
$m_{\chi_1^0}$ [ГэВ]	420	376	419	377	761
$m_{Z'}$ [ТэВ]	2.956	2.964	2.956	2.961	5.939
m_{H^\pm} [ГэВ]	799	2550	1057	2550	5123
m_{A_1} [ГэВ]	35.37	33.01	51.53	18.97	28.41
m_{A_2} [ГэВ]	791	1206	1051	1168	2430
m_{A_3} [ГэВ]	1159	2547	1257	2548	5122
m_{h_1} [ГэВ]	126.156	125.76	125.881	125.699	126.225
m_{h_2} [ГэВ]	387	460	267	393	852
m_{h_3} [ГэВ]	791	795	1016	925	1569
m_{h_4} [ГэВ]	936	2547	1051	2548	5122
m_{h_5} [ГэВ]	3099	3093	3125	3104	6188
$R_{ZA_1h_1}$	$-1.608 \cdot 10^{-4}$	$1.626 \cdot 10^{-4}$	$6.634 \cdot 10^{-7}$	$-1.082 \cdot 10^{-4}$	$8.142 \cdot 10^{-5}$
$G_{h_1A_1A_1}$ [ГэВ]	-1.2704	-0.0270	2.5782	0.5136	-0.0149
$BR(h_1 \rightarrow A_1A_1)$	0.0818	$4.415 \cdot 10^{-5}$	0.2078	0.0172	$1.391 \cdot 10^{-5}$
$\Gamma(h_1 \rightarrow A_1A_1)$ [ГэВ]	$4.215 \cdot 10^{-4}$	$1.967 \cdot 10^{-7}$	$1.206 \cdot 10^{-3}$	$7.960 \cdot 10^{-5}$	$6.270 \cdot 10^{-8}$

Таблица 1.13: Масса легчайшего нейтралино, спектр бозонов Хиггса, масса Z' бозона, парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow A_1A_1$, а также константы взаимодействия $G_{h_1A_1A_1}$ и $R_{ZA_1h_1}$, отвечающие сценариям А, В, С, D и Е.

калибрино подбирались так, что

$$M_3 \simeq 3 \cdot M_2 \simeq 6 \cdot M_1 \simeq 6 \cdot M'_1 > 600 \text{ ГэВ}. \quad (1.194)$$

Предполагалось, что все остальные суперчастицы имеют массы около 10 ТэВ. Наконец, рассматривались только такие значения A_κ , A_λ , A_σ , φ , s и θ , при которых $m_S^2 < 0$ и $m_{H_u}^2 < 0$. Такой выбор параметров гарантирует, что в рассматриваемой области параметрического пространства S , H_u и H_d должны приобретать ненулевые вакуумные средние, т.е. $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ симметрия нарушается до $U(1)_{\text{em}}$.

Результаты численного анализа приведены в таблицах 1.12 и 1.13. В наиболее общем случае легчайшее псевдоскалярное хиггсовское состояние A_1 главным образом представляет собой линейную комбинацию мнимых частей синглетных полей S , \bar{S} и ϕ . Иерархическая структура спектра CP–нечётных состояний приводит к тому, что константы взаимодействия A_1 с частицами СМ сильно подавлены. Как следствие, например, во всех сценариях, представленных в таблице 1.13, константа взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с Z бозоном и A_1 крайне мала, т.е. $|R_{ZA_1h_1}| \lesssim 10^{-3} - 10^{-4}$. По этой причине данное псевдоскалярное состояние не могло быть обнаружено ранее. В свою очередь иерархическая структура спектра CP–чётных хиггсовских состояний предполагает, что константы взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с частицами СМ практически те же, что и соответствующие константы взаимодействия бозона Хиггса в СМ. Поэтому во всех случаях условия (1.161)

удовлетворяются.

Как следует из результатов, представленных в таблице 1.13, относительная ширина распада $h_1 \rightarrow A_1 A_1$ может варьироваться в широких пределах. Когда $\kappa \rightarrow 0$ и m_{A_1} зануляется, константу взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с парой псевдоголдстоуновских бозонов достаточно просто оценить

$$G_{h_1 A_1 A_1} \simeq \frac{m_{h_1}^2}{2M_{PQ}} \varepsilon, \quad (1.195)$$

где M_{PQ} следует отождествить со шкалой нарушения $U(1)$ глобальной симметрии, т.е. $M_{PQ} \sim s \sim \varphi$. Параметр ε в выражении (1.195) определяется смешиванием между компонентой хиггсовского базиса $h = S_5$ и CP-чётными хиггсовскими состояниями, вакуумные средние которых нарушают глобальную симметрию. Из-за иерархической структуры спектра данное смешивание крайне мало и $\varepsilon \ll 1$. Соотношение (1.195) может использоваться для оценки $G_{h_1 A_1 A_1}$ только если значение κ достаточно мало. В этом случае A_1 может естественным образом оказаться настолько лёгким, что распад $h_1 \rightarrow A_1 A_1$ возможен. Однако результаты численного анализа, приведенные в таблице 1.13, указывают на то, что уже при $\kappa \sim 0.001$ константа взаимодействия $G_{h_1 A_1 A_1}$ становится много меньше 1 ГэВ, а относительная парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow A_1 A_1$ составляет только $10^{-4} - 10^{-5}$. Сопоставляя результаты расчётов для сценариев В и Е, нетрудно убедиться в том, что данная относительная парциальная ширина и $G_{h_1 A_1 A_1}$ уменьшаются с увеличением $s \sim \varphi$ в полном соответствии с соотношением (1.195). Поэтому, хотя при $\kappa \lesssim 0.001$ легчайшее псевдоскалярное состояние с массой 40 – 60 ГэВ может быть получено почти без тонкой настройки параметров E_6 ССМ, обнаружение данной частицы в распадах легчайшего бозона Хиггса с массой 125 ГэВ в экспериментах на БАК представляется весьма проблематичным из-за того, что соответствующие распады весьма редки.

С увеличением κ относительная парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow A_1 A_1$ значительно возрастает. При $\kappa \gg 0.001$ соотношение (1.195) становится неприменимым для оценки константы взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с парой псевдоскалярных частиц. Когда значения κ достаточно велики, члены, нарушающие глобальную $U(1)$ симметрию, дают заметный вклад в $G_{h_1 A_1 A_1}$. Как следует из данных, приведённых в таблице 1.13, при $\kappa \simeq 0.03$ константа взаимодействия легчайшего CP-чётного бозона Хиггса с парой псевдоскалярных состояний оказывается порядка 1 ГэВ. В результате относительная парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow A_1 A_1$ может достигать 2 – 20% [80], [121]. Тем не менее для того чтобы получить $m_{A_1} \simeq 40 - 60$ ГэВ при $\kappa \simeq 0.03$ необходима тонкая настройка параметров модели, которая в случае сценариев А, С и D составляет по крайней мере 1% или даже больше. Степень тонкой настройки параметров E_6 ССМ, которая необходима для получения $m_{A_1} \lesssim 40 - 60$ ГэВ, возрастает с увеличением $s \sim \varphi$. Рождающиеся в распадах легчайшего CP-чётного бозона Хиггса пары псевдоскаляров главным образом распадаются на пары $b\bar{b}$ кварков и $\tau\bar{\tau}$ лептонов, что приводит к четырём фермионам третьего поколения в конечном состоянии. Если относительная парциальная ширина таких распадов составляет 1 – 10% или

больше, то с достаточно высокой вероятностью новые псевдоскалярные состояния должны быть зарегистрированы в экспериментах на БАК в ближайшем будущем.

1.3.4 Сценарий инфракрасной квазификсированной точки и масса легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ и НМССМ

Теперь исследуем эволюцию калибровочных и юкавских констант в рамках E_6 ССМ и НМССМ в контексте верхнего ограничения на массу легчайшего CP-чётного бозона Хиггса. Даже в самом простом случае суперпотенциал E_6 ССМ (1.25) содержит много новых юкавских констант. Причём такие константы как $\lambda_{\alpha\beta}$ и κ_{ij} не могут быть слишком малы, так как их значения при низких энергиях определяют массы заряженных экзотических частиц. Если же новые юкавские константы сопоставимы по величине с $g_1 \sim g'_1$ они оказывают заметное влияние на эволюцию всех остальных параметров модели, что сильно усложняет анализ. В целях упрощения анализа в этом разделе будет предполагаться, что почти все юкавские константы много меньше $g_1 \sim g'_1$ и ими в первом приближении можно пренебречь, а $U(1)_N$ симметрия главным образом нарушается вакуумным средним суперполя S , т.е. $\langle \bar{S} \rangle = 0$. Исключение составляет юкавская константа t кварка, которая должна быть порядка единицы. Теоретический анализ показал, что в МССМ при $h_t(M_X) \gtrsim 1$ решения уравнений ренормгруппы фокусируются в области низких энергий вблизи квазификсированной точки, которая отвечает $\tan \beta = 1.3 - 1.8$ [267]-[269]. Этим значениям $\tan \beta$ соответствует $m_{h_1} \lesssim 94 \pm 5$ ГэВ [267]-[268]. В рамках МССМ данный интервал значений $\tan \beta$ уже исключён. Детальные исследования, проведенные в работах [268], [270], показали, что в области больших $\tan \beta \approx 50 \div 60$ решения уравнений ренормгруппы также выходят на инфракрасную квазификсированную точку.

В E_6 ССМ и НМССМ феноменологически приемлемое решение при $\tan \beta \sim 1$ может быть получено, если $\lambda(M_X) \sim h_t(M_X)$. Когда $\lambda(M_X)$ достаточно велико, в области низких энергий m_S^2 может оказаться отрицательным, что приводит к нарушению $U(1)_N$ симметрии. Предполагая, что только h_t и λ могут принимать значения сопоставимые с значениями калибровочных констант, а все другие юкавские константы пренебрежимо малы, суперпотенциал рассматриваемых моделей можно представить в виде

$$W_{HT} \approx \lambda S(H_d H_u) + h_t(H_u Q)t^c. \quad (1.196)$$

Для того чтобы все экзотические частицы приобрели достаточно большие массы, данный сценарий в E_6 ССМ должен отвечать $s \gtrsim 10$ ТэВ.

Прежде всего дополнительно проанализируем эволюцию калибровочных констант $g_i(q)$ в E_6 ССМ. Предполагая, что $g_i(M_X) = g_0$, решение однопетлевых уравнений ренормгруппы можно представить в виде

$$\frac{1}{g_i^2(q)} = \frac{1}{g_0^2} + \frac{\beta_i}{(4\pi)^2} \ln \frac{M_X^2}{q^2}, \quad (1.197)$$

где $\beta_1 = 48/5(53/5)$, $\beta_2 = 4(5)$ и $\beta_3 = 0(1)$ в случае сценария А (сценария В). Поскольку величины калибровочных констант на электрослабой шкале достаточно хорошо известны, соотношения (1.197) позволяют оценить значение g_0

$$\frac{1}{g_0^2} \simeq \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} \left(\frac{\beta_1}{g_2^2(M_Z^2)} - \frac{\beta_2}{g_1^2(M_Z^2)} \right). \quad (1.198)$$

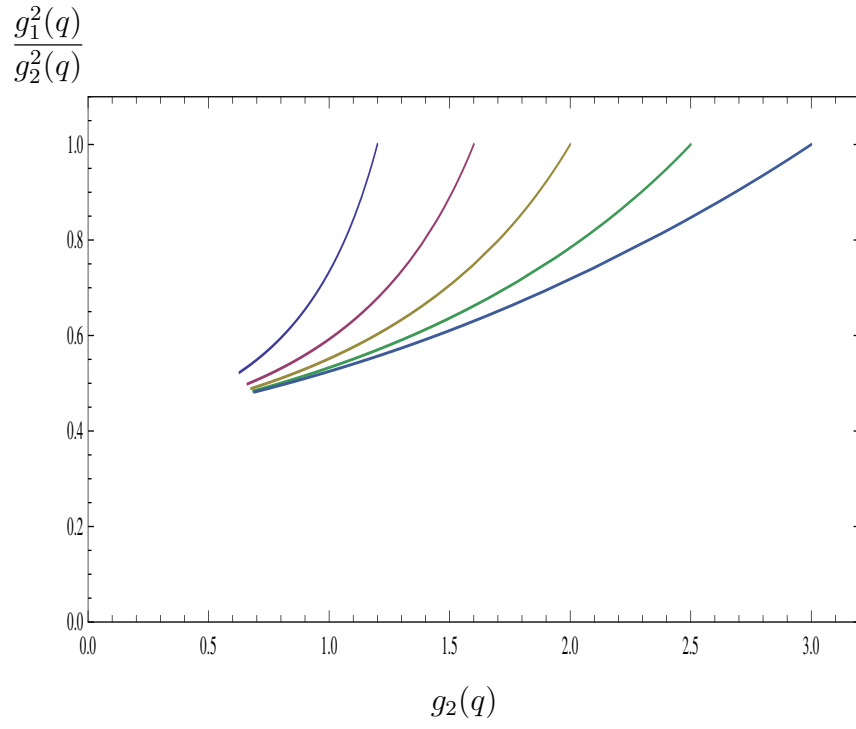
Выражение (1.198) приводит к $g_0 \simeq 1.2$ в случае сценария А и к $g_0 \simeq 2.0$ в случае сценария В. Так как β_1 и β_2 достаточно велики, при $g_0^2 \gg 1$ и достаточно больших значениях $t' = \ln(M_X/q)^2$ первым слагаемым в соответствующих выражениях (1.197) можно пренебречь и решения уравнений ренормгруппы фокусируются вблизи инфракрасной стабильной фиксированной точки

$$\frac{g_1^2}{g_2^2} \simeq \frac{\beta_2}{\beta_1}, \quad (1.199)$$

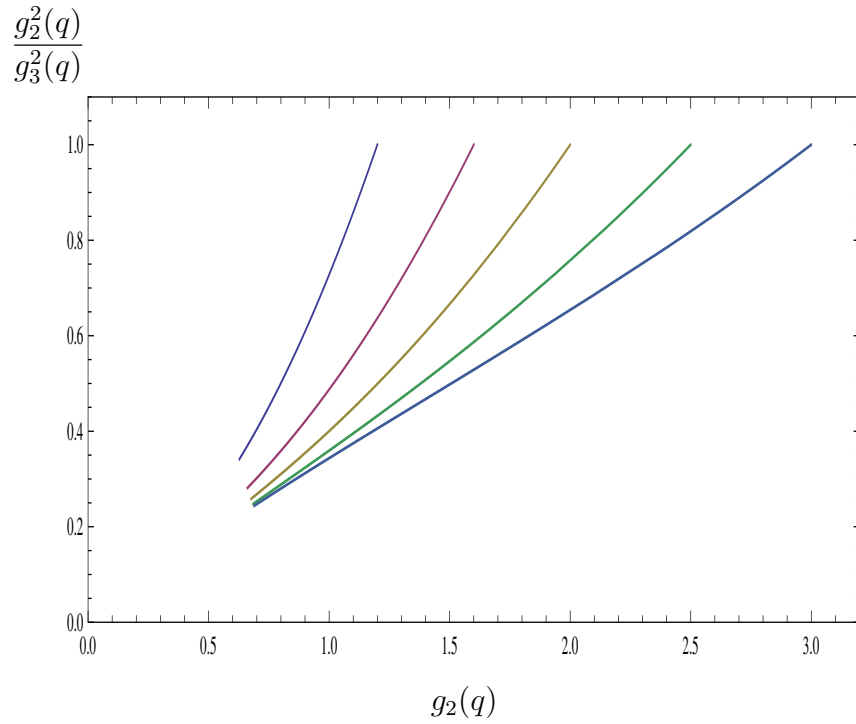
которая отвечает $\frac{dg_1/g_2}{dt'} \rightarrow 0$. В общем случае решения уравнений ренормгруппы концентрируются в окрестности инфракрасных стабильных фиксированных точек, когда $t' \rightarrow \infty$ [271]. Однако в рассматриваемом случае $t' \geq 0$ и $t' \leq \ln \frac{M_X^2}{M_Z^2}$. По этой причине решения уравнений ренормгруппы могут фокусироваться в области низких энергий вблизи квазификсированных точек [272]. В E_6 ССМ в случае калибровочных констант g_1 и g_2 эти точки отвечают верхним ограничениям на $g_1(M_Z)$ и $g_2(M_Z)$, возникающим при условии $g_0 \lesssim \sqrt{4\pi}$. Большие значения $g_1(M_Z)$ и $g_2(M_Z)$ приводят к появлению полюса Ландау при $q \lesssim M_X$.

Результаты расчётов, приведённые в таблице 1.14 (см. также [81]), показывают, что вычисленные при $g_0^2 \gg 1$ значения $g_1(M_Z)$ и $g_2(M_Z)$ достаточно близки к измеренным значениям этих констант, т.е. $g_1(M_Z) \simeq 0.46$ и $g_2(M_Z) \simeq 0.65$. В однопетлевом приближении соотношение (1.199) приводит к отношению калибровочных констант равному 0.47 в случае сценария В и 0.42 в случае сценария А, тогда как измеренное значение близко к 0.5. Учёт двухпетлевых поправок заметно сдвигает положение квазификсированных точек. В частности, отношение (g_1^2/g_2^2) становится равным 0.48 в случае сценария А и 0.52 в случае сценария В.

На рис. 1.12 представлена эволюция $(g_1^2(q)/g_2^2(q))$ и $(g_2^2(q)/g_3^2(q))$ при различных значениях g_0 в случае сценария А. При вычислении $g_i(q)$ использовались двухпетлевые β -функции (1.54) и (1.55). Из-за того что в случае сценария А однопетлевая β -функция отвечающая сильным взаимодействиям зануляется, а в случае сценария В $\beta_3 = 1$, сходимость $g_3(q)$ к соответствующим квазификсированным точкам оказывается весьма слабой. Более того в рамках сценария В $\alpha_3(M_Z)$ при всех значениях $g_0^2 \lesssim 4\pi$ существенно меньше 0.118. В то же самое время результаты, представленные на рис. 1.12, указывают на то, что решения уравнений ренормгруппы для $(g_1^2(q)/g_2^2(q))$ достаточно эффективно сходятся к квазификсированной точке [81], [119]. Данные, приведённые в таблице 1.14, показывают, что в рамках сценария А измеренные значения калибровочных констант на электрослабой шкале воспроизводятся при $g_0 \simeq 1.5$.



(a)



(б)

Рис. 1.12: Эволюция $g_i(q)$ от M_X до электрослабой шкалы на плоскости $\left(g_2(q), \frac{g_1^2(q)}{g_2^2(q)}\right)$ — рис. *a* и плоскости $\left(g_2(q), \frac{g_2^2(q)}{g_3^2(q)}\right)$ — рис. *б* при $g_1(M_X) = g_1'(M_X) = g_2(M_X) = g_3(M_X) = h_t(M_X) = \lambda(M_X) = g_0$, $g_{11}(M_X) = 0$ и различных значениях g_0 в рамках сценария А. При вычислении эволюции $g_i(q)$ использовались двухпетлевые β -функции.

	g_0	g_3	g_2	g_1	g'_1	g_{11}	$\frac{g_1^2}{g_2^2}$	$\frac{g'_1}{g_1}$
Сценарий А	1.2	1.074	0.628	0.454	0.458	0.0196	0.523	1.0090
	1.5	1.213 (1.5)	0.655 (0.684)	0.465 (0.471)	0.469 (0.476)	0.0210 (0.0219)	0.503 (0.474)	1.0090 (1.0106)
	2.0	1.330	0.676	0.473	0.477	0.0221	0.489	1.0084
	3.0	1.395 (3.0)	0.689 (0.744)	0.478 (0.489)	0.481 (0.495)	0.0228 (0.0246)	0.481 (0.432)	1.0074 (1.0116)
Сценарий В	1.2	0.881	0.582	0.436	0.431	-0.0254	0.560	0.989
	1.6	0.975 (1.108)	0.609 (0.632)	0.447 (0.453)	0.442 (0.448)	-0.0275 (-0.0286)	0.539 (0.514)	0.988 (0.989)
	2.0	1.020	0.622	0.453	0.447	-0.0285	0.530	0.987
	3.0	1.057 (1.368)	0.633 (0.670)	0.458 (0.466)	0.451 (0.461)	-0.0294 (-0.0312)	0.523 (0.484)	0.986 (0.989)

Таблица 1.14: Значения калибровочных констант на электрослабой шкале, вычисленные при $g_1(M_X) = g'_1(M_X) = g_2(M_X) = g_3(M_X) = h_t(M_X) = \lambda(M_X) = g_0$, $g_{11}(M_X) = 0$ и различных значениях g_0 в двухпетлевом приближении. Значения калибровочных констант на электрослабой шкале, вычисленные в однопетлевом приближении, приведены в скобках.

Анализ уравнений ренормгруппы (1.51)–(1.52) позволяет достаточно просто найти инфракрасные стабильные фиксированные точки для $g'_1(q)$ и $g_{11}(q)$

$$\frac{g_1^2}{g_1'^2} = \frac{\beta_1'}{\beta_1} - \left(\frac{\beta_{11}}{\beta_1} \right)^2, \quad \frac{g_{11}}{g_1'} = -\frac{\beta_{11}}{\beta_1}. \quad (1.200)$$

Так как в рамках сценариев А и В $g_{11}(M_X) \simeq 0$, а $\beta_{11} \lesssim 1$, недиагональная калибровочная константа взаимодействия $g_{11}(q)$ остаётся достаточно близкой к нулю при любых значениях $q < M_X$. Эволюция $(g_{11}(q)/g_2(q))$ при различных значениях g_0 в случае сценария А представлена на рис. 1.13. Результаты численного анализа указывают на то, что решения уравнений ренормгруппы для $g_{11}(q)$ достаточно эффективно сходятся к соответствующей квазификсированной точке при $g_0 \gtrsim 1$ [81], [119]. Поскольку в рамках сценариев А и В $g_1(M_X) = g'_1(M_X) = g_0$, а $\beta_1 \simeq \beta_1' \gg 1$, калибровочные константы $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ взаимодействий остаются практически равными в области низких энергий. В частности, данные, приведённые в таблице 1.14, показывают, что учёт двухпетлевых поправок почти не изменяет соотношения между этими калибровочными константами. В принципе в рассматриваемых случаях двухпетлевые β -функции (1.54) и (1.55) зависят от $h_t(q)$ и $\lambda(q)$. Хотя данная зависимость является весьма слабой и ей в главном приближении можно пренебречь, результаты, представленные в таблице 1.14 и на рис. 1.12–1.13, получены при $h_t(M_X) = \lambda(M_X) = g_0$.

Так как в E_6 ССМ калибровочные константы $g_2(q)$, $g_1(q)$, $g'_1(q)$ и $g_{11}(q)$ в области низких энергий имеют значения, которые достаточно близко расположены к квазификсирован-

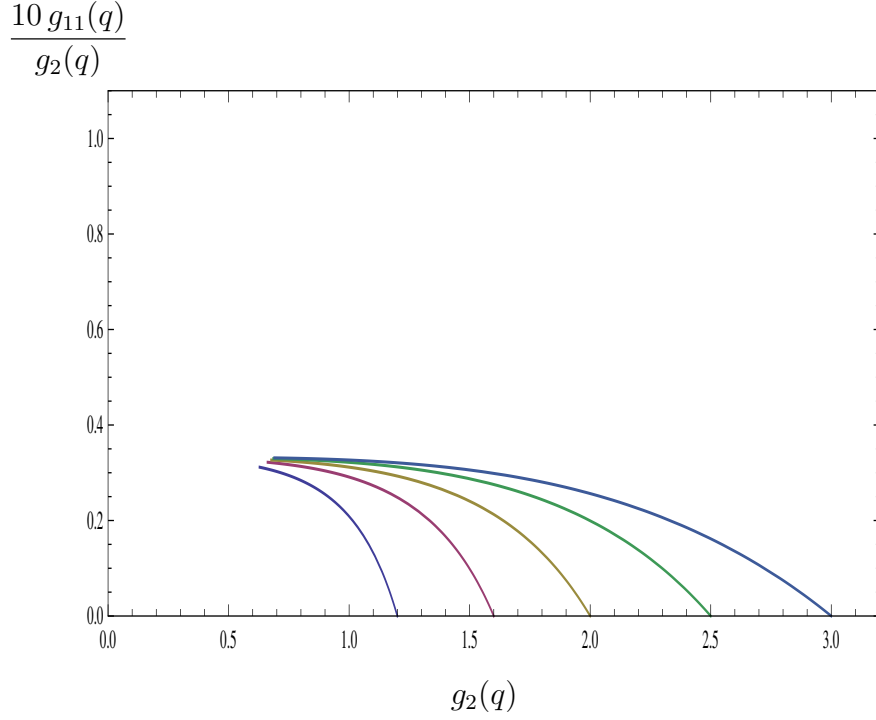


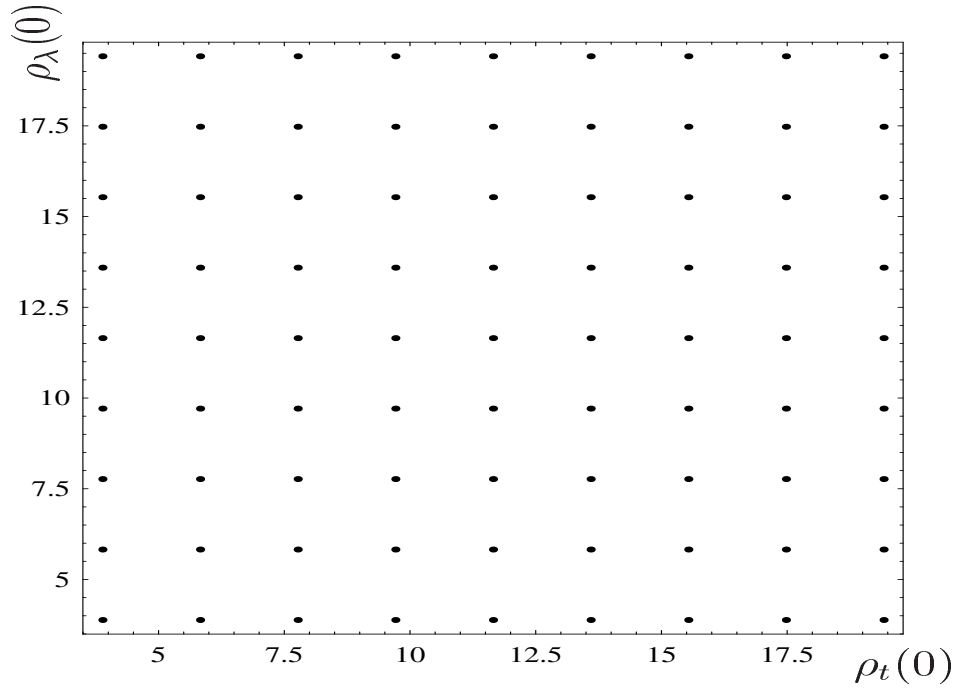
Рис. 1.13: Эволюция $g_{11}(q)$ и $g_2(q)$ от M_X до электрослабой шкалы на плоскости $\left(g_2(q), \frac{10g_{11}(q)}{g_2(q)}\right)$ при $g_1(M_X) = g'_1(M_X) = g_2(M_X) = g_3(M_X) = h_t(M_X) = \lambda(M_X) = g_0$, $g_{11}(M_X) = 0$ и различных значениях g_0 в рамках сценария А. При вычислении эволюции $g_i(q)$ использовались двухпетлевые β -функции.

ным точкам, представляется интересным исследовать в этом контексте эволюцию юкавских констант $h_t(q)$ и $\lambda(q)$. Здесь главным образом будет изучаться сценарий А. Это обусловлено тем, что феноменологически приемлемое решение в рамках сценария В может быть получено только, если большая часть экзотических частиц имеет массы много большие нескольких ТэВ, а диагональные калибровочные константы на шкале M_X не совпадают. По этой причине исследование перенормировки упомянутых выше юкавских констант заметно усложняется. Анализ эволюции $h_t(q)$ и $\lambda(q)$ в рамках сценария А имеет смысл сопоставить с соответствующими результатами в НМССМ в пределе $\kappa \ll \lambda$. Двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие перенормировку этих констант взаимодействия в рамках НМССМ и E_6 ССМ, приводятся в Приложениях А и С соответственно.

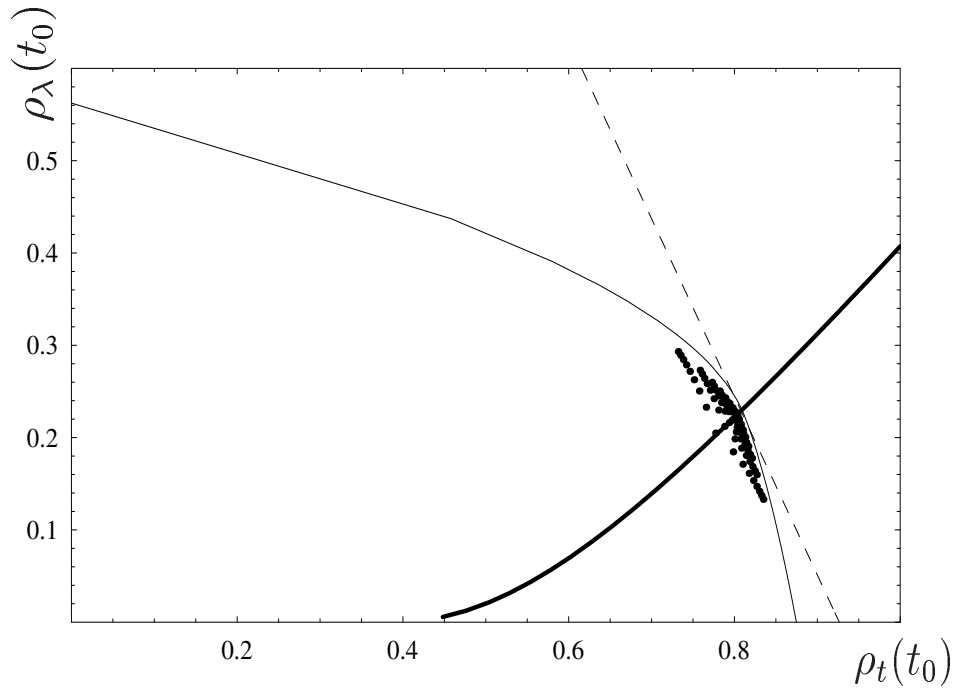
При изучении эволюции $h_t(q)$ и $\lambda(q)$ в рамках сценария А целесообразно зафиксировать $g_0 \simeq 1.5$, так как данное значение g_0 позволяет воспроизвести измеренные при низких энергиях значения калибровочных констант СМ. В рамках НМССМ соответствующим значением g_0 является $g_0 \simeq 0.725$. В процессе исследования перенормировки $h_t(q)$ и $\lambda(q)$ удобно ввести

$$\rho_t = \frac{h_t^2}{g_3^2}, \quad \rho_\lambda = \frac{\lambda^2}{g_3^2}. \quad (1.201)$$

В плоскости $(\rho_t(t_0), \rho_\lambda(t_0))$, где $\rho_t(t_0) = \rho_t(M_Z)$, $\rho_\lambda(t_0) = \rho_\lambda(M_Z)$ и $t_0 = \ln(M_X/M_Z)$, область допустимых значений этих параметров ограничена хилловской линией. Решения



(a)



(б)

Рис. 1.14: Равномерно распределенные в плоскости (ρ_t, ρ_λ) граничные условия для однопетлевых уравнений ренормгруппы НМССМ на шкале $q = M_X$ при $\kappa = 0$ и $2 \leq h_t^2(0), \lambda^2(0) \leq 10$ — рис. *a*, а также соответствующие им значения юкавских констант на электрослабой шкале — рис. *б*. Жирная и сплошная кривые на рис. *б* отвечают инвариантной и хилловской линиям.

уравнений ренормгруппы, отвечающие точкам, которые находятся за пределами области допустимых значений, приближаются к полюсу Ландау при $q_0 \lesssim M_X$. Как видно из рис. 1.14 вблизи хилловской (квазификсированной) линии группируются решения уравнений ренормгруппы НМССМ при $2 \leq h_t^2(0) = h_t^2(M_X) \leq 10$ и $2 \leq \lambda^2(0) = \lambda^2(M_X) \leq 10$. При анализе результатов численных расчетов обращает на себя внимание ярко выраженная неравномерность в распределении решений уравнений ренормгруппы вдоль инфракрасной квазификсированной линии. Главным образом эта неравномерность обусловлена тем, что при столь больших значениях юкавских констант $h_t(0)$ и $\lambda(0)$ решения притягиваются не только к хилловской, но и к инфракрасной фиксированной (или инвариантной) линии. Последняя линия соединяет две фиксированные точки. Одна из них, $(\rho_\lambda/\rho_t) = 1$, отвечает пределу $\rho_t, \rho_\lambda \gg 1$, когда калибровочными константами можно пренебречь [273]. Инвариантная линия соединяет её с инфракрасной стабильной фиксированной точкой системы уравнений ренормгруппы. В рамках сценария А инфракрасная фиксированная точка в однопетлевом приближении определяется соотношениями:

$$\rho_\lambda = 0, \quad \rho_t \simeq 8/9, \quad (1.202)$$

тогда как в НМССМ

$$\rho_\lambda = 0, \quad \rho_t \simeq 7/18. \quad (1.203)$$

Решения уравнений ренормгруппы фокусируются вблизи фиксированных точек (1.202) и (1.203) при $\ln(M_X/q) \gg 4\pi$. Инфракрасная фиксированная линия является ренорминвариантным объектом. Если начальные условия, заданные на шкале M_X , таковы, что $\rho_t(M_X)$ и $\rho_\lambda(M_X)$ принадлежат данной линии, то в дальнейшем эволюция юкавских констант происходит вдоль этой линии по направлению к инфракрасной фиксированной точке системы уравнений ренормгруппы. Все остальные решения уравнений ренормгруппы по мере увеличения $\ln(M_X/q)$ притягиваются к фиксированной линии и при $\ln(M_X/q) \gg 4\pi$ выходят на инфракрасную стабильную фиксированную точку. Инфракрасные фиксированные линии и поверхности, а также их свойства детально исследовались в работах [274].

С увеличением $\lambda(M_X)$ и $h_t(M_X)$ область, в которой группируются соответствующие решения уравнений ренормгруппы при низких энергиях, заметно сужается. Все решения концентрируются вблизи точки пересечения инвариантной и хилловской линий [82]. Следовательно данную точку можно рассматривать в качестве квазификсированной точки системы уравнений ренормгруппы. Исследование решений двухпетлевых уравнений ренормгруппы показывает, что в рамках сценария А положению этой точки отвечают [81]

$$\rho_t \simeq 1.16, \quad \rho_\lambda \simeq 0.14, \quad (1.204)$$

а в НМССМ

$$\rho_t \simeq 0.80, \quad \rho_\lambda \simeq 0.19. \quad (1.205)$$

Квазификсированным точкам (1.204) и (1.205) соответствуют $h_t(M_X) = \lambda(M_X) \simeq 3$, т.е. $\rho_\lambda(M_X) = \rho_t(M_X) \gg 1$. Положение данных точек указывает на то, что в области низких

энергий $h_t(q)$ существенно превышает $\lambda(q)$, что обусловлено большим вкладом $g_3(q)$ в перенормировку юкавской константы t кварка.

Эволюция $\rho_\lambda(q)$ и $\rho_t(q)$, вычисленная в двухпетлевом приближении в рамках сценария А (Е₆ССМ) и НМССМ, при различных значениях $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$ показана на рис. 1.15. Результаты численного анализа также приведены в таблице 1.15. Представленные на рис. 1.15 результаты анализа перенормировки юкавских констант указывают на то, что траектории, отвечающие разным $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$, сначала приближаются к инвариантной линии, которая при $\rho_\lambda(M_X) \gg 1$ и $\rho_t(q) \gg 1$ соответствует $\rho_\lambda(q) \simeq \rho_t(q)$, а затем при низких энергиях фокусируются в окрестности квазификсированных точек. Из данных, представленных в таблице 1.15, следует, что относительные отклонения $h_t(q)$ вблизи квазификсированной точки при вариациях юкавских констант в пределах $1.5 \lesssim h_t(M_X)$, $\lambda(M_X) \lesssim 3$ относительно малы, т.е. составляют порядка 1-3%. В то же самое время интервал изменений $\lambda(q)$ оказывается существенно шире. Относительные отклонения $\lambda(q)$ от положения квазификсированной точки могут достигать 20%, когда $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$ изменяются от 1.5 до 3.

Эффективная сходимоссть $h_t(q)$ к квазификсированным точкам в Е₆ССМ и НМССМ позволяет оценить значения $\tan \beta$, которые им соответствуют, используя соотношения (1.100) и предполагая, что $m_t(M_t) \simeq 163$ ГэВ. Как следует из данных, приведённых в таблице 1.15, при изменении $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$ от 1.5 до 3 в случае сценария А $\tan \beta = 1.02 - 1.05$, а в НМССМ значение $\tan \beta$ варьируется от 1.5 до 1.7. Используя полученные значения $\tan \beta$ и предполагая, что $m_Q^2 = m_U^2 = M_{SUSY}^2 \gtrsim 1$ ТэВ, можно вычислить верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса в Е₆ССМ и НМССМ. Обобщая соотношения (1.107)–(1.108), в двухпетлевом приближении в рамках Е₆ССМ находим [69]

$$m_{h_1}^2 \leq \left[\frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2 2\beta + M_Z^2 \cos^2 2\beta + g_1'^2 v^2 \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right)^2 \right] \times \quad (1.206)$$

$$\times \left(1 - \frac{3}{4\pi^2} \frac{m_t^2}{v^2} L \right) + \frac{3}{2\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \left\{ \frac{1}{2} U_t + L + \frac{1}{16\pi^2} \left(3 \frac{m_t^2}{v^2} - 32\pi\alpha_3 \right) (U_t L + L^2) \right\},$$

где U_t и L определены в выражении (1.108). В пределе $g_1' \rightarrow 0$ соотношение (1.206) отвечает верхнему ограничению на $m_{h_1}^2$ в НМССМ [275]. При $\lambda = 0$ и $g_1' = 0$ верхнее ограничение на массу легчайшего хиггсовского бозона оказывается на несколько ГэВ ниже соответствующих значений, которые получаются при использовании пакетов программ **Suspect** [276] и **FeynHiggs** [277].

При вычислении верхнего ограничения на $m_{h_1}^2$ здесь будет предполагаться, что $M_{SUSY} = 1200$ ГэВ, а $X_t = \sqrt{6} M_{SUSY}$, что соответствует максимальному значению $U_t = 6$. Результаты численного анализа, представленные в таблице 1.15, показывают, что в рамках сценария А и НМССМ можно получить $m_{h_1} \simeq 125 - 126$ ГэВ, если $\lambda(M_X) \gtrsim h_t(M_X) > g_0$. Приведённые в этой таблице результаты вычислений указывают на то, что сценарий В приводит к несколько меньшим значениям юкавских констант

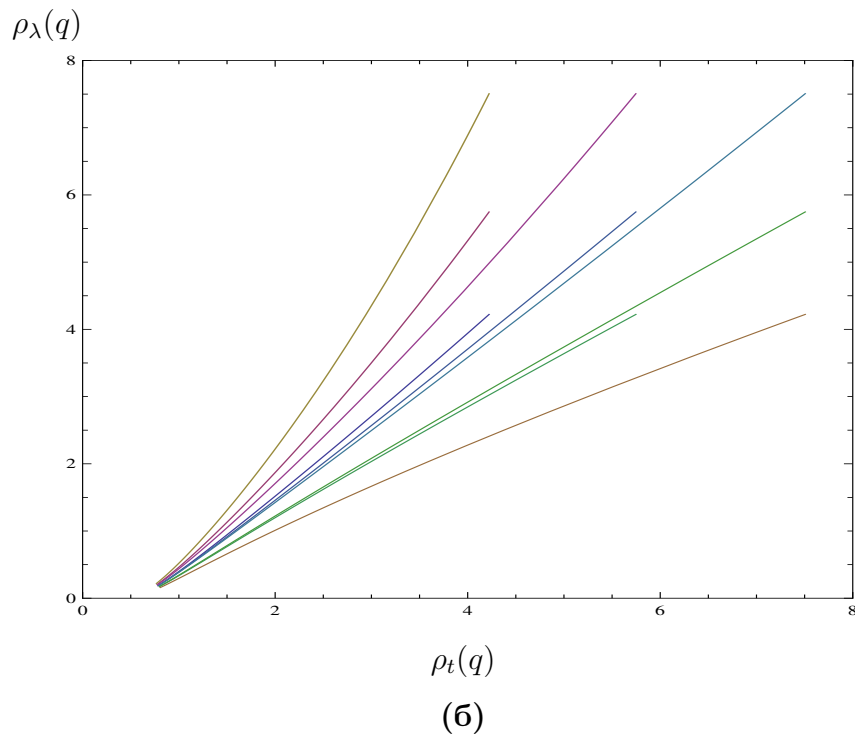
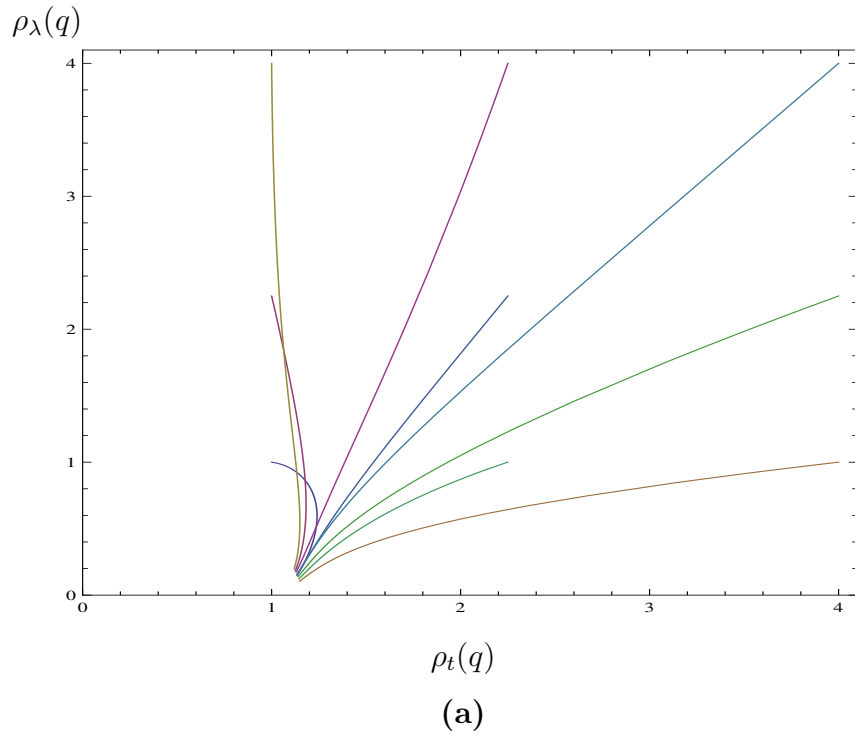


Рис. 1.15: Эволюция $\rho_\lambda(q)$ и $\rho_t(q)$ от M_X до электрослабой шкалы на плоскости $(\rho_t(q), \rho_\lambda(q))$ в случае сценария А (E_6SSM) при $g_0 = 1.5$ — рис.а и в случае НМССМ при $g_0 = 0.725$ — рис.б. Разные линии отвечают различным значениям $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$. При вычислении $\rho_\lambda(q)$ и $\rho_t(q)$ использовались двухпетлевые β -функции.

при низких энергиях и большим $\tan \beta$. Как следствие верхнее ограничение на массу легчайшего хиггсовского состояния оказывается на несколько ГэВ ниже в рамках сценария В по сравнению с сценарием А. Так как квазификсированные точки в E_6 ССМ и НМССМ отвечают $\tan \beta \sim 1$, во всех случаях сценарии с $m_{h_1} \simeq 125 - 126$ ГэВ предполагают, что при низких энергиях $\lambda \gtrsim g'_1$. Как уже отмечалось в случае E_6 ССМ это приводит к тому, что все бозоны Хиггса за исключением легчайшего хиггсовского состояния имеют массы много большие 1 ТэВ и их наблюдение в экспериментах на БАК не представляется возможным. При этом высокая степень тонкой настройки параметров E_6 ССМ ($\lesssim 10^{-3}$) необходима, чтобы получить сценарии с $m_{h_1} \simeq 125 - 126$ ГэВ.

	g_0	$h_t(M_X)$	$\lambda(M_X)$	$h_t(M_Z)$	$\lambda(M_Z)$	$\tan \beta$	$m_{h_1}^{(0)}$ (ГэВ)	$m_{h_1}^{(2)}$ (ГэВ)
Сценарий А	1.5	3.0	3.0	1.31	0.46	1.02	92.2	120.5
	1.5	1.5	3.0	1.30	0.53	1.05	102.4	126.6
	1.5	3.0	1.5	1.32	0.37	1.01	79.0	113.3
	1.5	1.5	1.5	1.31	0.46	1.03	91.7	120.3
Сценарий В	3.0	3.0	3.0	1.22	0.44	1.20	88.7	119.1
	3.0	1.5	3.0	1.21	0.49	1.22	95.7	123.2
	3.0	3.0	1.5	1.23	0.36	1.19	76.6	112.3
	3.0	1.5	1.5	1.22	0.43	1.20	86.0	117.5
НМССМ	0.725	3.0	3.0	1.10	0.54	1.60	93.4	122.5
	0.725	1.5	3.0	1.06	0.62	1.90	102.8	128.9
	0.725	3.0	1.5	1.12	0.43	1.52	77.8	113.2
	0.725	1.5	1.5	1.08	0.53	1.73	92.2	121.9
НМССМ+	1.5	3.0	3.0	1.31	0.45	1.02	78.3	113.0
	1.5	1.5	3.0	1.29	0.51	1.05	88.5	118.5
	1.5	3.0	1.5	1.32	0.35	1.01	61.3	105.0
	1.5	1.5	1.5	1.30	0.43	1.03	74.2	111.0

Таблица 1.15: Значения юкавских констант на электрослабой шкале, $\tan \beta$ и верхние ограничения на массу легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ (сценарии А и В), НМССМ и НМССМ+ при $g_1(M_X) = g_2(M_X) = g_3(M_X) = g_0$ и различных значениях g_0 , $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$. При вычислениях $h_t(M_Z)$ и $\lambda(M_Z)$ использовались двухпетлевые уравнения ренормгруппы E_6 ССМ, НМССМ и НМССМ+. Значения верхнего ограничения на массу легчайшего хиггсовского состояния, вычисленные в древесном ($m_{h_1}^{(0)}$) и двухпетлевом ($m_{h_1}^{(2)}$) приближениях, получены при $m_t(M_t) = 163$ ГэВ, $M_{SUSY} = 1200$ ГэВ и $X_t = \sqrt{6}M_{SUSY}$.

Проведённый выше анализ решений в окрестности квазификсированных точек в E_6 ССМ и НМССМ целесообразно сопоставить с соответствующими результатами, которые могут быть получены в рамках НМССМ с тремя дополнительными парами $\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}}$ супермультиплетов группы $SU(5)$ (НМССМ+). В НМССМ+ область допустимых значений юкавских

констант заметно расширяется и верхнее ограничение на массу легчайшего хиггсовского состояния, вычисленное в двухпетлевом приближении, возрастает до $150 - 155$ ГэВ [278]. Для того чтобы упростить анализ, как и в случае НМССМ, будет предполагаться, что в НМССМ+ $\lambda \gg \kappa$. Двухпетлевые уравнения ренормгруппы, которые описывают эволюцию юкавских констант от M_X до электрослабой шкалы в рамках НМССМ+, приведены в Приложении А. В данной модели, так же как и в сценарии А (E_6 ССМ), измеренные при низких энергиях значения калибровочных констант СМ воспроизводятся при $g_0 \simeq 1.5$. Траектории, описывающие эволюцию $\rho_\lambda(q)$ и $\rho_t(q)$ при различных значениях $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$, а также положения квазификсированных точек в НМССМ+ и в случае сценария А очень близки. Тем не менее результаты численного анализа, приведённые в таблице 1.15, показывают, что значения юкавских констант при низких энергиях в НМССМ+ несколько меньше, чем в случае сценария А. Соответствующая разница в значениях $h_t(q)$ и $\lambda(q)$ обусловлена дополнительным $U(1)_N$ взаимодействием. Вклад D члена, отвечающего этому калибровочному взаимодействию, в потенциал взаимодействия хиггсовских полей (1.163)–(1.166) приводит к тому, что верхнее ограничение на массу легчайшего бозона Хиггса вблизи квазификсированной точки в рамках сценария А существенно больше соответствующего ограничения в случае НМССМ+. Значения $h_t(M_Z)$ заметно больше, а $\lambda(M_Z)$ и $\tan \beta$ значительно меньше в окрестности квазификсированной точки в НМССМ+ по сравнению с НМССМ. Это связано с тем, что при одних и тех же $h_t(M_X)$ и $\lambda(M_X)$ большие значения калибровочных констант в НМССМ+ приводят к увеличению $h_t(q)$, которое влечёт за собой уменьшение $\lambda(q)$. В результате вблизи квазификсированных точек верхнее ограничение на m_{h_1} в НМССМ+ оказывается на 10 ГэВ меньше чем НМССМ. Таким образом в окрестности инфракрасной квазификсированной точки легчайшее хиггсовское состояние в НМССМ+ имеет массу существенно меньшую, чем 125 ГэВ.

1.4 Другие возможные проявления СУСИ моделей в различных экспериментах и космологии

1.4.1 Экзотические состояния и нестандартные распады бозона Хиггса в E_6 ССМ

Исследование возможных проявлений E_6 ССМ в экспериментах на БАК и космологии следует начать с изучения той части сектора экзотических частиц, которая образуется компонентами супермультиплетов $H_\alpha^u = (H_\alpha^{u+}, H_\alpha^{u0})$, $H_\alpha^d = (H_\alpha^{d0}, H_\alpha^{d-})$ и S_α , где $\alpha = 1, 2$. Для того чтобы упростить анализ здесь будет предполагаться, что фермионные компоненты данных суперполей имеют массы много меньшие, чем шкала нарушения СУСИ M_S , а $U(1)_N$ симметрия главным образом нарушается вакуумным средним суперполя S , т.е. $\langle \bar{S} \rangle = 0$. Взаимодействия в суперпотенциале E_6 ССМ, которые приводят к генерации масс соответствующих фермионных состояний, могут быть представлены в виде:

$$W_{IH} = \lambda_{\alpha\beta} S(H_\alpha^d H_\beta^u) + f_{\alpha\beta} S_\alpha(H_d H_\beta^u) + \tilde{f}_{\alpha\beta} S_\alpha(H_\beta^d H_u), \quad (1.207)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2$. В случае сценария В рассматриваемый предел отвечает $\mu_i^u \sim \mu_i^d \gtrsim M_S$. В целях упрощения анализа предположим, что

$$\lambda_{\alpha\beta} \approx \lambda_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad f_{\alpha\beta} \approx f_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad \tilde{f}_{\alpha\beta} \approx f_\alpha \delta_{\alpha\beta}. \quad (1.208)$$

При этом заряженные фермионные компоненты соответствующих суперполей, т.е. \tilde{H}_α^{u+} и \tilde{H}_α^{d-} , приобретают массы

$$\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} = \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{2}} s. \quad (1.209)$$

В базисе $(\tilde{H}_\alpha^{d0}, \tilde{H}_\alpha^{u0}, \tilde{S}_\alpha)$ массовые матрицы нейтральных фермионных компонент этих суперполей имеют вид:

$$M_{\tilde{H}_\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \lambda_\alpha s & f_\alpha v \sin \beta \\ \lambda_\alpha s & 0 & f_\alpha v \cos \beta \\ f_\alpha v \sin \beta & f_\alpha v \cos \beta & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.210)$$

Используя метод, развитый в работах [83], [112]–[114], можно показать, что в E_6 ССМ существует жёсткое верхнее ограничение на массу легчайшего экзотического фермиона [84], [115]–[117]. Действительно, рассмотрим произведение матриц:

$$M_{\tilde{H}_\alpha} M_{\tilde{H}_\alpha}^\dagger = \begin{pmatrix} |\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 \sin^2 \beta & |\nu_\alpha|^2 \sin \beta \cos \beta & \nu_\alpha^* \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \cos \beta \\ |\nu_\alpha|^2 \sin \beta \cos \beta & |\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 \cos^2 \beta & \nu_\alpha^* \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \sin \beta \\ \nu_\alpha \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^* \cos \beta & \nu_\alpha \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^* \sin \beta & |\nu_\alpha|^2 \end{pmatrix}, \quad (1.211)$$

где $\nu_\alpha = f_\alpha v / \sqrt{2}$. Собственные значения матрицы (1.211) представляют собой квадраты абсолютных значений масс нейтральных экзотических фермионов. По этой причине они

должны быть положительными. Так как минимальное собственное значение эрмитовой матрицы (1.211) не превосходит её наименьшего диагонального элемента, два легчайших нейтральных экзотических фермиона всегда легче, чем $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}| \lesssim |\nu_\alpha|$ [83]. На электрослабой шкале область допустимых значений f_α сильно ограничена. В решениях уравнений ренорм-группы отвечающим значениям f_α , находящимся вне области допустимых значений, при $q_0 \lesssim M_X$ появляется полюс Ландау. Теоретические ограничения на f_α предполагают, что $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}| \ll v$ [84].

Существенно более жёсткое верхнее ограничение на массы легчайших нейтральных экзотических фермионов можно получить посредством унитарного преобразования $M_{\tilde{\chi}^0} M_{\tilde{\chi}^0}^\dagger \rightarrow U M_{\tilde{\chi}^0} M_{\tilde{\chi}^0}^\dagger U^\dagger$, где

$$U = \begin{pmatrix} -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.212)$$

В новом базисе массовая матрица (1.211) имеет вид

$$\begin{pmatrix} |\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 \cos^2 2\beta & \frac{1}{2} |\nu_\alpha|^2 \sin 4\beta & 0 \\ \frac{1}{2} |\nu_\alpha|^2 \sin 4\beta & |\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 \sin^2 2\beta & \nu_\alpha^* \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \\ 0 & \nu_\alpha \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^* & |\nu_\alpha|^2 \end{pmatrix}. \quad (1.213)$$

Так как всегда можно выбрать базис таким образом, чтобы нижний (2×2) блок матрицы (1.213) оказался диагональным, минимальное собственное значение этого нижнего (2×2) блока также представляет собой верхнее ограничение на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$, т.е.

$$|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|^2 \lesssim \frac{1}{2} \left[|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 (1 + \sin^2 2\beta) - \sqrt{\left(|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 (1 + \sin^2 2\beta) \right)^2 - 4 |\nu_\alpha|^4 \sin^2 2\beta} \right]. \quad (1.214)$$

Верхнее ограничение (1.214) убывает с увеличением $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|$ и $\tan \beta$. При больших значениях $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|$ и $\tan \beta$, находим

$$|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|^2 \lesssim \frac{|\nu_\alpha|^4 \sin^2 2\beta}{\left(|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|^2 + |\nu_\alpha|^2 (1 + \sin^2 2\beta) \right)}. \quad (1.215)$$

Из выражений (1.214)–(1.215) следует, что верхнее ограничение на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$ значительно жёстче, чем $|\nu_\alpha|$. В частности, при $\tan \beta \gg 1$ теоретические ограничения на f_α становятся слабее и значение $|\nu_\alpha|$ может быть заметно больше, чем при $\tan \beta \sim 1$. Однако соотношения (1.214)–(1.215) указывают на то, что верхнее ограничение на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$ при этом существенно меньше

$M_Z/2$. С другой стороны при $\tan \beta \simeq 1$ область допустимых значений f_α включает только $f_\alpha \ll 1$. Максимального значения верхнее ограничение на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$ достигает при $\tan \beta \simeq 1.5$. При этом, когда f_1 и f_2 равны, их область допустимых значений на электрослабой шкале отвечает $f_1 = f_2 < 0.6$. Численный анализ показал, что массы двух легчайших нейтральных экзотических фермионов в E_6 ССМ не превосходят 60 – 65 ГэВ, если $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}| \gtrsim 100$ ГэВ [84], [115]–[117].

Полученные выражения для верхнего ограничения на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$ можно сравнить с решениями характеристического уравнения:

$$\det \left(M_{\tilde{H}_\alpha} - w I \right) = w^3 - (\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 + \nu_\alpha^2)w + \nu_\alpha^2 \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \sin 2\beta = 0, \quad (1.216)$$

которое определяет собственные значения массовой матрицы (1.210). При достаточно больших $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}|$ и $\tan \beta$, когда $\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}$ много меньше $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$, получаем

$$\mu_{\tilde{H}_\alpha^0} \approx \frac{\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \nu_\alpha^2 \sin 2\beta}{\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 + \nu_\alpha^2}. \quad (1.217)$$

Сопоставляя выражения (1.215) и (1.217), нетрудно видеть, что в рассматриваемом пределе полученное приближённое решение характеристического уравнения и верхнее ограничение на $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|$ почти совпадают.

В общем случае два легчайших нейтральных экзотических фермиона главным образом представляют собой линейные суперпозиции \tilde{S}_1 и \tilde{S}_2 , которые являются фермионными компонентами синглетных суперполей S_α . По этой причине константы взаимодействия данных фермионных состояний с Z бозоном и другими частицами СМ за исключением бозона Хиггса сильно подавлены. В случае, когда шкала нарушения СУСИ $M_S \gtrsim 1$ ТэВ, константы взаимодействия двух легчайших нейтральных экзотических фермионов \tilde{H}_α^0 с легчайшим хиггсовским состоянием полностью определяются их массами [84], [115]–[117], т.е.

$$X_{\alpha\beta}^{h_1} \approx \frac{|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}|}{v} \delta_{\alpha\beta}. \quad (1.218)$$

Данные экзотические фермионные состояния могли бы давать существенный вклад в плотность тёмной материи, если бы они имели массы близкие к $M_Z/2$ [84], [279]. Однако сценарии с $|\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}| \sim M_Z/2$ предполагают, что относительные парциальные ширины распадов легчайшего бозона Хиггса на соответствующие экзотические состояния должны были бы составлять более 95% тогда как сечение рождения данного хиггсовского скаляра должно было бы быть примерно таким же как в СМ. В настоящее время такие сценарии практически исключены.

Когда масса легчайшего нейтрального экзотического фермиона $|\mu_{\tilde{H}_1^0}| \ll M_Z$, сечение процесса аннигиляции $\tilde{H}_1^0 \tilde{H}_1^0 \rightarrow f \bar{f}$, где f отвечает фермионам СМ, крайне мало, так как константы взаимодействия \tilde{H}_1^0 с частицами СМ сильно подавлены. В результате плотность энергии тёмной материи, которая обратно пропорциональна данному сечению аннигиляции, оказывается много больше измеренного значения, которое определяется соотношением (1.162). В E_6 ССМ простейшие феноменологически приемлемые сценарии предполагают,

что масса легчайшего нейтрального экзотического фермиона много меньше 1 эВ. Столь лёгкое состояние даёт пренебрежимо малый вклад в плотность тёмной материи. В то же самое время масса \tilde{H}_2^0 может быть на много порядков больше чем $\mu_{\tilde{H}_1^0}$. При этом условия (1.161) удовлетворяются, если \tilde{H}_2^0 имеет массу меньшую, чем несколько ГэВ, поскольку в этом случае парциальная ширина распада бозона Хиггса с массой 125 ГэВ на пару нейтральных экзотических фермионов $\tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ невелика. С другой стороны заряженные экзотические фермионы, которые образуются \tilde{H}_α^{u+} и \tilde{H}_α^{d-} , должны быть по крайней мере тяжелее 100 ГэВ. В базисе полей, в котором массовая матрица этих заряженных экзотических фермионов диагональна, \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 оказываются естественным образом легче чем $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$, если $\lambda_\alpha s \gg f_{\alpha\beta} v$, $\tilde{f}_{\alpha\beta} v$. В рассматриваемом пределе нейтральные экзотические фермионы, которые главным образом образуются \tilde{H}_α^{d0} и \tilde{H}_α^{u0} , имеют массы близкие к $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$, т.е. они также тяжелее 100 ГэВ.

При $\lambda_{\alpha\beta} = \lambda_\alpha \delta_{\alpha\beta}$ в базисе полей $(\tilde{H}_1^{d0}, \tilde{H}_1^{u0}, \tilde{H}_2^{d0}, \tilde{H}_2^{u0}, \tilde{S}_1, \tilde{S}_2)$ массовая матрица нейтральных экзотических фермионов имеет вид:

$$M_{\tilde{H}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}\mu_{\tilde{H}_1^\pm} & 0 & 0 & \tilde{f}_{11}vs_\beta & \tilde{f}_{21}vs_\beta \\ \sqrt{2}\mu_{\tilde{H}_1^\pm} & 0 & 0 & 0 & f_{11}vc_\beta & f_{21}vc_\beta \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}\mu_{\tilde{H}_2^\pm} & \tilde{f}_{12}vs_\beta & \tilde{f}_{22}vs_\beta \\ 0 & 0 & \sqrt{2}\mu_{\tilde{H}_2^\pm} & 0 & f_{12}vc_\beta & f_{22}vc_\beta \\ \tilde{f}_{11}vs_\beta & f_{11}vc_\beta & \tilde{f}_{12}vs_\beta & f_{12}vc_\beta & 0 & 0 \\ \tilde{f}_{21}vs_\beta & f_{21}vc_\beta & \tilde{f}_{22}vs_\beta & f_{22}vc_\beta & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.219)$$

где $s_\beta = \sin \beta$, $c_\beta = \cos \beta$, а $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$ определяются соотношениями (1.209). Если $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$, $f_{\alpha\beta}$ и $\tilde{f}_{\alpha\beta}$ имеют действительные значения, симметричная матрица $M_{\tilde{H}}^{ab}$ может быть диагонализирована посредством преобразования

$$N_i^a M_{\tilde{H}}^{ab} N_j^b = \mu_{\tilde{H}_i^0} \delta_{ij}. \quad (1.220)$$

При этом два легчайших нейтральных экзотических фермионных состояния представляют собой линейную суперпозицию компонент базиса:

$$\tilde{H}_\alpha^0 = N_\alpha^1 \tilde{H}_1^{d0} + N_\alpha^2 \tilde{H}_1^{u0} + N_\alpha^3 \tilde{H}_2^{d0} + N_\alpha^4 \tilde{H}_2^{u0} + N_\alpha^5 \tilde{S}_1 + N_\alpha^6 \tilde{S}_2. \quad (1.221)$$

В рассматриваемой области параметрического пространства часть лагранжиана E_6 ССМ, которая описывает взаимодействие двух легчайших нейтральных экзотических фермионов с Z бозоном и легчайшим хиггсовским состоянием h_1 , может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Zh} = & \sum_{\alpha,\beta} \frac{M_Z}{2v} Z_\mu \left(\tilde{H}_\alpha^{0T} \gamma_\mu \gamma_5 \tilde{H}_\beta^0 \right) R_{Z\alpha\beta} \\ & + \sum_{\alpha,\beta} (-1)^{\theta_\alpha + \theta_\beta} X_{\alpha\beta}^{h_1} \left(\psi_\alpha^{0T} (-i\gamma_5)^{\theta_\alpha + \theta_\beta} \psi_\beta^0 \right) h_1, \end{aligned} \quad (1.222)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2$, а $X_{\alpha\beta}^{h_1}$ определяется соотношением (1.218). В выражении (1.222) $\psi_\alpha^0 = (-i\gamma_5)^{\theta_\alpha} \tilde{H}_\alpha^0$ отвечает набору собственных фермионных состояний с положительными $\mu_{\tilde{H}_\alpha^0}$ тогда как $\theta_\alpha = 0(1)$, если при вычислении собственных значений матрицы (1.219) $\mu_{\tilde{H}_\alpha^0} > 0$ ($\mu_{\tilde{H}_\alpha^0} < 0$). Относительные константы взаимодействия легчайших нейтральных экзотических фермионов с Z бозоном непосредственно связаны с матричными элементами N_i^a [84]

$$R_{Z\alpha\beta} = N_\alpha^1 N_\beta^1 - N_\alpha^2 N_\beta^2 + N_\alpha^3 N_\beta^3 - N_\alpha^4 N_\beta^4. \quad (1.223)$$

Если $\lambda_\alpha s \gg f_{\alpha\beta} v, \tilde{f}_{\alpha\beta} v$, то \tilde{H}_α^{d0} и \tilde{H}_α^{u0} могут быть отинтегрированы. В результате получаем 2×2 массовую матрицу, отвечающую двум легчайшим нейтральным экзотическим фермионам \tilde{H}_α^0 [85]

$$M_{\tilde{S}_\alpha} = -\frac{v^2 \sin 2\beta}{4\mu_{\tilde{H}_1^\pm}} \begin{pmatrix} 2\tilde{f}_{11} f_{11} & \tilde{f}_{11} f_{21} + f_{11} \tilde{f}_{21} \\ \tilde{f}_{11} f_{21} + f_{11} \tilde{f}_{21} & 2\tilde{f}_{21} f_{21} \end{pmatrix} - \frac{v^2 \sin 2\beta}{4\mu_{\tilde{H}_2^\pm}} \begin{pmatrix} 2\tilde{f}_{12} f_{12} & \tilde{f}_{12} f_{22} + f_{12} \tilde{f}_{22} \\ \tilde{f}_{12} f_{22} + f_{12} \tilde{f}_{22} & 2\tilde{f}_{22} f_{22} \end{pmatrix}. \quad (1.224)$$

В пределе, когда $\mu_{\tilde{H}_2^\pm} \gg \mu_{\tilde{H}_1^\pm}$, массы легчайших нейтральных экзотических фермионных состояний можно с хорошей точностью вычислить используя выражения

$$m_{\tilde{H}_2^0, \tilde{H}_1^0} \simeq \frac{v^2 \sin 2\beta}{4\mu_{\tilde{H}_1^\pm}} \left[\tilde{f}_{11} f_{11} + \tilde{f}_{21} f_{21} \pm \sqrt{(f_{11}^2 + f_{21}^2)(\tilde{f}_{11}^2 + \tilde{f}_{21}^2)} \right]. \quad (1.225)$$

В рассматриваемой части параметрического пространства $E_6\text{CCM}$ \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 имеют массы существенно меньшие 100 ГэВ. При этом для относительных констант взаимодействия легчайших нейтральных экзотических фермионов с Z бозоном находим [84]

$$R_{Z11} = \frac{v^2}{2\mu_{\tilde{H}_1^\pm}^2} \left[(f_{11} \cos \theta + f_{21} \sin \theta)^2 \cos^2 \beta - (\tilde{f}_{11} \cos \theta + \tilde{f}_{21} \sin \theta)^2 \sin^2 \beta \right], \quad (1.226)$$

$$R_{Z22} = \frac{v^2}{2\mu_{\tilde{H}_1^\pm}^2} \left[(f_{21} \cos \theta - f_{11} \sin \theta)^2 \cos^2 \beta - (\tilde{f}_{21} \cos \theta - \tilde{f}_{11} \sin \theta)^2 \sin^2 \beta \right], \quad (1.227)$$

$$R_{Z12} = R_{Z21} = \frac{v^2}{2\mu_{\tilde{H}_1^\pm}^2} \left[\left(\frac{1}{2}(f_{21}^2 - f_{11}^2) \sin 2\theta + f_{11} f_{21} \cos 2\theta \right) \cos^2 \beta - \left(\frac{1}{2}(\tilde{f}_{21}^2 - \tilde{f}_{11}^2) \sin 2\theta + \tilde{f}_{11} \tilde{f}_{21} \cos 2\theta \right) \sin^2 \beta \right], \quad (1.228)$$

где $\tan 2\theta = (\tilde{f}_{11} f_{21} + \tilde{f}_{21} f_{11}) / (\tilde{f}_{21} f_{21} - \tilde{f}_{11} f_{11})$. Соотношения (1.226)–(1.228) указывают на то, что R_{Z11} , R_{Z22} и R_{Z12} малы, когда $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \gg v$. Кроме того малость относительных констант взаимодействия легчайших нейтральных экзотических фермионов с Z бозоном может быть обусловлена малыми значениями юкавских констант $f_{\alpha\beta}$ и $\tilde{f}_{\alpha\beta}$, а также сокращением различных вкладов в выражениях (1.226)–(1.228).

В процессе численного анализа были зафиксированы значения $\tan \beta \simeq 1.5$ и $s \simeq 12$ ТэВ, что соответствует $M_{Z'} \simeq 4450$ ГэВ. Для того чтобы получить легчайшее хиггсовское состояние с массой 125 ГэВ параметр λ в потенциале взаимодействия хиггсовских полей (1.163)–(1.166) был положен равным $\lambda(M_t) \simeq 0.6$. Кроме того предполагалось, что $m_Q \simeq m_U \simeq M_{SUSY} \simeq 1$ ТэВ, а $X_t \simeq \sqrt{6}M_{SUSY}$. При вычислении массы легчайшего хиггсовского состояния использовалось выражение (1.206).

	A1	B1	C1	D1
λ_{22}	-0.03	-0.012	-0.06	0
λ_{21}	0	0	0	0.02
λ_{12}	0	0	0	0.02
λ_{11}	0.03	0.012	0.06	0
f_{22}	-0.1	-0.1	-0.1	0.6
f_{21}	-0.1	-0.1	-0.1	0.00245
f_{12}	0.00001	0.00001	0.00001	0.00245
f_{11}	0.1	0.1	0.1	0.00001
\tilde{f}_{22}	0.1	0.1	0.1	0.6
\tilde{f}_{21}	0.1	0.1	0.1	0.002
\tilde{f}_{12}	0.000011	0.000011	0.000011	0.002
\tilde{f}_{11}	0.1	0.1	0.1	0.00001
$ \mu_{\tilde{H}_1^0} [\text{ГэВ}]$	$2.7 \cdot 10^{-11}$	$6.5 \cdot 10^{-11}$	$1.4 \cdot 10^{-11}$	$0.31 \cdot 10^{-9}$
$ \mu_{\tilde{H}_2^0} [\text{ГэВ}]$	1.09	2.67	0.55	0.319
$ R_{Z11} $	0.0036	0.0212	0.00090	$1.5 \cdot 10^{-7}$
$ R_{Z12} $	0.0046	0.0271	0.00116	$1.7 \cdot 10^{-4}$
$ R_{Z22} $	0.0018	0.0103	0.00045	0.106
$X_{22}^{h_1}$	0.0044	0.0106	0.0022	0.00094
$\text{Br}(h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0)$	4.7%	21.9%	1.23%	0.22%
$\text{Br}(h_1 \rightarrow b\bar{b})$	56.6%	46.4%	58.7%	59.3%
$\Gamma(h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0)[\text{МэВ}]$	0.194	1.106	0.049	0.0088

Таблица 1.16: Массы легчайших нейтральных экзотических фермионов (\tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0), относительные константы взаимодействия \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 с Z бозоном, константа взаимодействия \tilde{H}_2^0 с легчайшим хиггсовским состоянием h_1 , парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ и относительная парциальная ширина распада $h_1 \rightarrow b\bar{b}$, отвечающие сценариям A1, B1, C1 и D1. Во всех случаях массы, константы взаимодействия и парциальные ширины распадов вычислены при $s \simeq 12$ ТэВ, $\lambda \simeq 0.6$, $\tan \beta \simeq 1.5$, $m_{h_2} \simeq M_{Z'} \simeq 4500$ ГэВ, $m_Q \simeq m_U \simeq M_S \simeq 1000$ ГэВ, $X_t \simeq \sqrt{6}M_S$ и $m_{h_1} \approx 125$ ГэВ.

Так как $\lambda \gtrsim g_1'$ константы взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с частицами СМ почти совпадают с соответствующими константами взаимодействия бозона Хигса

в стандартной модели, а все остальные хиггсовские состояния имеют массы много большие 1 ТэВ. По этой причине парциальные ширины распада легчайшего хиггсовского состояния в рассматриваемом случае практически идентичны соответствующим ширинам распада хиггсовского бозона в СМ. Напомним, что в рамках СМ бозон Хиггса с массой 125 ГэВ главным образом распадается на пару $b\bar{b}$ кварков. Соответствующая относительная парциальная ширина распада составляет около 60%. Относительные парциальные ширины распадов бозона Хиггса на пары $\gamma\gamma$, ZZ и WW бозонов оказываются примерно 0.2%, 2% и 20% соответственно [77]. Полная ширина бозона Хиггса с массой 125 ГэВ в рамках СМ составляет около 4 МэВ.

Однако наличие в E_6 ССМ нейтрального экзотического состояния с массой $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ много меньшей 60 ГэВ, взаимодействие которого с легчайшим хиггсовским состоянием h_1 определяется соотношениями (1.218) и (1.222), приводит к дополнительной парциальной ширине распада $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ [84], [85]

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0) = \frac{(X_{22}^h)^2 m_{h_1}}{4\pi} \left(1 - 4 \frac{|\mu_{\tilde{H}_2^0}|^2}{m_{h_1}^2}\right)^{3/2}. \quad (1.229)$$

Из выражений (1.218) и (1.229), в частности, следует, что парциальная ширина данного распада сильно зависит от $\mu_{\tilde{H}_2^0}$. При $\mu_{\tilde{H}_2^0} \gg m_b(m_{h_1})$ легчайший бозон Хиггса в E_6 ССМ преимущественно распадается на пару экзотических нейтральных состояний $\tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ тогда как относительные парциальные ширины распадов h_1 на частицы СМ сильно подавлены. Поскольку данные, полученные в экспериментах на БАК, не указывают на какое-либо возможное подавление соответствующих относительных парциальных ширин, здесь исследуются только сценарии с $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ порядка нескольких ГэВ или даже меньше.

Результаты, проведённого численного анализа, представлены в таблице 1.16. В случае каждого из сценариев, приведённых в этой таблице, были вычислены спектр нейтральных и заряженных экзотических фермионов, относительные константы взаимодействия \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 с Z бозоном, спектр бозонов Хиггса, константы взаимодействия h_1 с легчайшими нейтральными экзотическими фермионами и частицами СМ, а также парциальные ширины распадов легчайшего хиггсовского состояния. Сценарии A1, B1, C1 и D1 показывают, что параметры E_6 ССМ могут быть подобраны таким образом, чтобы состояние \tilde{H}_1^0 имело массу $\sim 0.1 - 0.01$ эВ тогда как масса \tilde{H}_2^0 оказывается порядка 1 – 0.1 ГэВ. При этом все остальные нейтральные и заряженные экзотические фермионы имеют массы большие 100 ГэВ. Во всех случаях \tilde{H}_2^0 распадается на \tilde{H}_1^0 и фермион–антифермионную пару. Так как константа взаимодействия R_{Z12} , которая приводит к такому распаду, во всех сценариях мала, \tilde{H}_2^0 является относительно долгоживущим состоянием. Если \tilde{H}_2^0 распадается либо в процессе либо даже после первичного нуклеосинтеза, такие распады вполне могут разрушить согласие между теоретически предсказанным и наблюдаемым соотношением лёгких элементов. Для того чтобы избежать этого необходимо, чтобы \tilde{H}_2^0 распадался менее чем за 1 сек.. Это накладывает определённое ограничение на абсолютное значение константы взаимодействия

R_{Z12} . В частности, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0} \simeq 1$ ГэВ абсолютное значение R_{Z12} должно быть больше, чем $1 \cdot 10^{-6}$ [280]. С другой стороны $|R_{Z12}|$ убывает с уменьшением массы легчайшего нейтрального экзотического состояния. Поэтому в общем случае достаточно высокая степень тонкой настройки параметров E_6 ССМ необходима, чтобы получить $|R_{Z12}| \gtrsim 10^{-6}$ при $\mu_{\tilde{H}_1^0} \lesssim 0.1$ эВ. Ограничение на $|R_{Z12}|$ становится ещё более жёстким, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ уменьшается. Это обусловлено тем, что время жизни состояния \tilde{H}_2^0 увеличивается с уменьшением $\mu_{\tilde{H}_2^0}$, так как $\tau_{\tilde{H}_2^0} \sim 1/(|R_{Z12}|^2 \mu_{\tilde{H}_2^0}^5)$. По этой причине весьма сложно подобрать параметры E_6 ССМ таким образом, чтобы $\tau_{\tilde{H}_2^0} \lesssim 1$ сек. при $\mu_{\tilde{H}_2^0} \lesssim 100$ МэВ [85], [118]–[119].

Сценарии A1, B1, C1 и D1, представленные в таблице 1.16, указывают на то, что относительная парциальная ширина распада легчайшего бозона Хиггса на пару $\tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ может варьироваться от 0.2% до 20%, когда $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ изменяется от 0.3 ГэВ до 2.7 ГэВ [85], [118]–[119]. При меньших (больших) $\mu_{\tilde{H}_2^0}$ относительная парциальная ширина нестандартных распадов h_1 становится меньше (больше). В то же самое время константы взаимодействия легчайших нейтральных экзотических состояний с Z бозоном и другими частицами СМ крайне малы. В частности, пренебрежимо мал вклад \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 в ширину Z бозона. Действительно, полученное при анализе экспериментальных данных эффективное число левосторонних нейтрино составляет $N_\nu^{exp} = 2.984 \pm 0.008$ тогда как в СМ $N_\nu^{eff} = 3$. Вклад \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 в N_ν^{eff} с хорошей точностью определяется выражением:

$$\Delta N_\nu^{eff} \approx |R_{Z11}|^2 + 2|R_{Z12}|^2 + |R_{Z22}|^2. \quad (1.230)$$

В случае сценариев A1, B1, C1 и D1 вклад легчайших нейтральных экзотических состояний в N_ν^{eff} составляет $5.8 \cdot 10^{-5}$, 0.002, $3.7 \cdot 10^{-6}$ и 0.011 соответственно.

Как уже отмечалось, состояния \tilde{H}_2^0 , которые рождаются в нестандартных распадах легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ, распадаются на \tilde{H}_1^0 и фермион–антифермионную пары. Однако из-за того, что константа взаимодействия R_{Z12} крайне мала, время жизни \tilde{H}_2^0 в рамках сценариев A1, C1 и D1 превышает 10^{-8} сек. Как следствие, состояние \tilde{H}_2^0 распадается вне детекторов и наблюдение продуктов данного распада в экспериментах на БАК не представляется возможным. Поэтому в этих случаях $h_1 \rightarrow \tilde{H}_2^0 \tilde{H}_2^0$ представляет собой невидимый канал распада легчайшего хиггсовского состояния в E_6 ССМ [85]. В рамках сценария B1 значение константы взаимодействия R_{Z12} достаточно велико и время жизни $\tau_{\tilde{H}_2^0} \sim 10^{-11}$ сек. В данном случае можно рассчитывать на то, что некоторые продукты распадов \tilde{H}_2^0 могут быть обнаружены в экспериментах на БАК. При этом особые надежды связаны с наблюдением $\mu^+ \mu^-$ пар, к рождению которых приводят соответствующие нестандартные распады легчайшего хиггсовского бозона [85].

Высокая степень тонкой настройки параметров E_6 ССМ, которая характеризует сценарии A1, B1, C1 и D1, делает эти сценарии малопривлекательными. В этой связи более естественными представляются сценарии с $\tilde{f}_{\alpha\beta} \sim f_{\alpha\beta} \lesssim 10^{-6}$, которые предполагают, что $\mu_{\tilde{H}_1^0} \sim \mu_{\tilde{H}_2^0} \ll 1$ эВ. Столь лёгкие нейтральные экзотические фермионы, которые представляют собой линейные суперпозиции \tilde{S}_1 и \tilde{S}_2 , образуют горячую тёмную материю.

Их вклад в полную плотность тёмной материи в нашей Вселенной пренебрежимо мал. Как и прежде константы взаимодействия данных экзотических фермионов с частицами СМ крайне малы. Как следствие, относительные парциальные ширины распадов Z бозона и легчайшего хиггсовского состояния остаются такими же как в СМ. Более того, когда масса Z' бозона достаточно велика, \tilde{H}_1^0 и \tilde{H}_2^0 практически не оказывают влияния на процесс первичного нуклеосинтеза. В рассматриваемом случае время жизни более тяжёлых заряженных и нейтральных экзотических фермионов можно оценить, используя формулу

$$\tau_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \sim \frac{8\pi^2}{f^2 \mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}}, \quad (1.231)$$

где $f_{\alpha\beta} \sim \tilde{f}_{\alpha\beta} \sim f$. При $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \sim 1$ ТэВ и $f \sim 10^{-6}$ получаем, что $\tau_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \sim 10^{-14}$ сек. .

Как уже обсуждалось, в случае, когда низкоэнергетический эффективный лагранжиан E_6 ССМ инвариантен по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H и P_M симметрий, не только легчайшие экзотические состояния могут давать вклад в плотность тёмной материи. Так как легчайшие нейтральные экзотические фермионы следует отождествить с состояниями с $Z_2^E = -1$ и $P_R = -1$, сохранение Z_2^E и R -чётности предполагает, что либо легчайшее состояние с $P_R = -1$ и $Z_2^E = +1$ или легчайшее состояние с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$ должно быть абсолютно стабильным. Если $f_{\alpha\beta}$ и $\tilde{f}_{\alpha\beta}$ пренебрежимо малы, скалярные компоненты супермультиплетов $H_\alpha^u = (H_\alpha^{u+}, H_\alpha^{u0})$ и $H_\alpha^d = (H_\alpha^{d0}, H_\alpha^{d-})$ смешиваются, образуя заряженные и нейтральные состояния с массами

$$m_{H_{\alpha,1}^0, H_{\alpha,2}^0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ m_{H_\alpha^d}^2 + m_{H_\alpha^u}^2 + 2\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 + \Delta_{H^d} + \Delta_{H^u} \mp \sqrt{\left[m_{H_\alpha^d}^2 - m_{H_\alpha^u}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta + \Delta_{H^d} - \Delta_{H^u} \right]^2 + 4\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 X_{H_\alpha}^2} \right\}, \quad (1.232)$$

$$m_{H_{\alpha,1}^\pm, H_{\alpha,2}^\pm}^2 = \frac{1}{2} \left\{ m_{H_\alpha^d}^2 + m_{H_\alpha^u}^2 + 2\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 + \Delta_{H^d} + \Delta_{H^u} \mp \sqrt{\left[m_{H_\alpha^d}^2 - m_{H_\alpha^u}^2 - M_Z^2 \cos 2\beta \cos 2\theta_W + \Delta_{H^d} - \Delta_{H^u} \right]^2 + 4\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}^2 X_{H_\alpha}^2} \right\}, \quad (1.233)$$

где $\Delta_\phi = \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H^d} v^2 \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H^u} v^2 \sin^2 \beta + \tilde{Q}_{S^2} \right) \tilde{Q}_\phi$; $X_{H_\alpha} = A_{\lambda_\alpha} - \frac{\lambda}{2\sqrt{2}s} v^2 \sin 2\beta$;

$m_{H_\alpha^d}^2$, $m_{H_\alpha^u}^2$ и A_{λ_α} — параметры мягкого нарушения СУСИ, а $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$ определяются соотношениями (1.209). Из выражений (1.232)–(1.233) следует, что при определённых значениях параметров E_6 ССМ некоторые нейтральные и заряженные экзотические скаляры могут иметь массы значительно меньшие, чем шкала нарушения СУСИ M_S . Причём одно из нейтральных экзотических состояний может быть легче заряженных. Такой нейтральный экзотический скаляр следует отождествить с состоянием с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$. Кроме того легчайшее

нейтралينو может быть существенно легче остальных суперчастиц. Данная частица отвечает состоянию с $P_R = -1$ и $Z_2^E = +1$. Легчайшее из этих двух состояний должно быть абсолютно стабильным в E_6 ССМ.

Поскольку наличие в спектре нейтрального скаляра с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$, а также массой много меньшей M_S , как правило, отвечает тонкой настройке параметров E_6 ССМ, здесь будут рассматриваться сценарии, в которых легчайшее нейтралينو образует либо значительную либо большую часть плотности тёмной материи. При этом заряженные и нейтральные экзотические скалярные состояния являются нестабильными. Среди продуктов их распада должен быть хотя бы один лёгчайший нейтральный экзотический фермион \tilde{H}_1^0 или \tilde{H}_2^0 . Сохранение Z_2^E и R -чётности также предполагает, что соответствующее конечное состояние не может не включать легчайшее нейтралينو. В экспериментах на БАК заряженные и нейтральные экзотические скаляры могут рождаться только парами. Однако в случае, когда $M_S \gtrsim 1$ ТэВ, соответствующее сечение рождения должно быть весьма небольшим.

В контексте возможного наблюдения новых состояний несколько больший интерес представляют тяжёлые нейтральные и заряженные экзотические фермионы, массы которых определяются $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm}$. Такие состояния могут быть относительно лёгкими, если $\lambda_\alpha \ll 1$. В экспериментах на БАК данные экзотические частицы также могут рождаться только парами. Каждая из таких частиц должна главным образом распадаться на легчайший экзотический фермион и либо W либо Z бозон, что приводит к дополнительным вкладам в сечения процессов $pp \rightarrow ZZ + E_T^{miss} + X$, $pp \rightarrow WZ + E_T^{miss} + X$ и $pp \rightarrow WW + E_T^{miss} + X$, где E_T^{miss} отвечает вкладу стабильных нейтральных частиц, которые не могут быть зарегистрированы в процессе эксперимента.

Даже более привлекательным в этой связи выглядит процесс рождения экзотических кварков с массами

$$\mu_{D_i} = \frac{\kappa_i}{\sqrt{2}} s. \quad (1.234)$$

Для упрощения анализа здесь будет предполагаться, что матрица юкавских констант взаимодействия κ_{ij} в выражениях (1.25) и (1.30) является диагональной, т.е. $\kappa_{ij} \approx \kappa_i \delta_{ij}$. Когда хотя бы одна из юкавских констант κ_i много меньше единицы, соответствующее состояние экзотических кварков может быть достаточно лёгким и рождение таких кварк–антикварковых пар в экспериментах на БАК может оказаться возможным. В случае сценария А распада легчайших экзотических D кварков определяются юкавскими взаимодействиями $g_{ij}^D(Q_i L_4) \bar{D}_j$ и $h_{i\alpha}^E e_i^c (H_\alpha^d L_4)$ в суперпотенциале (1.25). Данные взаимодействия приводят к распадам

$$D \rightarrow u_i(d_j) + \ell_k + E_T^{miss} + X, \quad (1.235)$$

где $i, j, k = 1, 2, 3$. Поэтому рождение экзотических кварк–антикварковых пар должно способствовать увеличению сечений процессов $pp \rightarrow jj\ell_k + E_T^{miss} + X$. В случае сценария В распада легчайших экзотических кварков обусловлены юкавскими взаимодействиями $g_{ij}^q \bar{D}_i d_4^c u_j^c$ и $h_{ij}^D d_4^c (H_i^d Q_j)$ в суперпотенциале (1.30), которые позволяют D распадаться на

$$D \rightarrow u_i^c + d_j^c + E_T^{miss} + X. \quad (1.236)$$

Таким образом рождение экзотических кварк–антикварковых пар в данном случае должно способствовать некоторому увеличению сечений процессов $pp \rightarrow jjjj + E_T^{\text{miss}} + X$.

В общем случае следует ожидать, что экзотические скалярные скварки значительно тяжелее соответствующих фермионных состояний. В результате нарушения $U(1)_N$ калибровочной симметрии скалярные компоненты супермультиплетов D_i и \bar{D}_i смешиваются, образуя два мультиплет скалярных полей с массами

$$m_{\tilde{D}_{i,1}, \tilde{D}_{i,2}}^2 = \frac{1}{2} \left\{ m_{D_i}^2 + m_{\bar{D}_i}^2 + 2\mu_{D_i}^2 + \Delta_D + \Delta_{\bar{D}} \mp \sqrt{\left[m_{D_i}^2 - m_{\bar{D}_i}^2 + \frac{2}{3}M_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_W + \Delta_D - \Delta_{\bar{D}} \right]^2 + 4\mu_{D_i}^2 X_{D_i}^2} \right\}, \quad (1.237)$$

где $X_{D_i} = A_{\kappa_i} - \frac{\lambda}{2\sqrt{2}s}v^2 \sin 2\beta$, а $m_{D_i}^2$, $m_{\bar{D}_i}^2$ и A_{κ_i} — параметры мягкого нарушения СУСИ. Когда смешивание в секторе экзотических скварков достаточно велико, легчайший триплет скалярных полей \tilde{D} может иметь массу меньшую, чем массы экзотических кварков. Тогда распады таких состояний обусловлены либо юкавскими взаимодействиями $g_{ij}^D(Q_i L_4)\bar{D}_j$ и $h_{i\alpha}^E e_i^c(H_\alpha^d L_4)$ в суперпотенциале (1.25) в случае сценария А либо взаимодействиями $g_{ij}^q \bar{D}_i d_4^c u_j^c$ и $h_{ij}^D d_4^c(H_i^d Q_j)$ в суперпотенциале (1.30) в случае сценария В. Так как взаимодействия определяющие распады \tilde{D} те же, что и в случаях, когда обсуждались распады легчайших экзотических кварков, конечные состояния, к которым приводят распады этих частиц, также весьма похожи. Другими словами, легчайший экзотический скварк распадается либо на

$$\tilde{D} \rightarrow u_i(d_j) + \ell_k + E_T^{\text{miss}} + X, \quad (1.238)$$

если данный триплет является лептокварковым состоянием, либо на

$$\tilde{D} \rightarrow u_i^c + d_j^c + E_T^{\text{miss}} + X, \quad (1.239)$$

когда \tilde{D} представляет собой дикварковое состояние. Однако есть и одно весьма существенное отличие. Легчайший экзотический кварк следует отождествить с состоянием с $P_R = -1$ и $Z_2^E = -1$. По этой причине E_T^{miss} в реакциях (1.235) и (1.236) может отвечать только одному легчайшему нейтральному экзотическому фермиону в конечном состоянии. С другой стороны суперпартнёры экзотических кварков соответствуют состояниям с $P_R = +1$ и $Z_2^E = -1$. Как следствие, сохранение Z_2^E и R -чётности предполагает, что E_T^{miss} в реакциях (1.238) и (1.239) должно быть обусловлено по крайней мере двумя частицами, т.е. легчайшим нейтральным экзотическим фермионом и легчайшим нейтралينو. Наличие в спектре частиц достаточно лёгкого скварка с массой существенно меньшей масс экзотических кварков может способствовать увеличению сечений процессов либо $pp \rightarrow jj\ell_i\ell_k + E_T^{\text{miss}} + X$ в случае сценария А либо $pp \rightarrow jjjj + E_T^{\text{miss}} + X$, если реализуется сценарий В.

Интересно отдельно рассмотреть случай, когда экзотические супермультиплеты L_4 и d_4^c главным образом взаимодействуют с кварками и лептонами третьего поколения. В этом пре-

деле легчайшие экзотические кварки или скварки преимущественно распадаются на кварки и лептоны третьего поколения в случае сценария А или только t и b кварки в случае сценария В. Это может приводить к некоторому увеличению сечений процессов либо $pp \rightarrow t\bar{t}\tau^+\tau^- + E_T^{\text{miss}} + X$ и $pp \rightarrow b\bar{b} + E_T^{\text{miss}} + X$ либо $pp \rightarrow t\bar{t}b\bar{b} + E_T^{\text{miss}} + X$.

Следует отметить, что экзотические кварки и скварки, рассматриваемые в этом разделе, сильно отличаются от тех лептокварковых и дикварковых состояний, которые детально исследовались в других работах. В частности, как правило предполагается, что дикварковые и лептокварковые состояния являются бозонами, которые непосредственно взаимодействуют либо с парой обычных кварков либо с обычными кварком и лептоном. Такие состояния могут распадаться без E_T^{miss} в конечном состоянии. Более того в экспериментах на БАК возможно единичное рождение дикварковых состояний и их последующий распад на два кварка. В рамках $E_6\text{ССМ}$ с ненарушенной \tilde{Z}_2^H симметрией перечисленные выше процессы невозможны, поскольку экзотические скварки являются состояниями с $Z_2^E = -1$. По этой причине в сильных взаимодействиях они могут рождаться только вместе со своими античастицами, а среди продуктов распада такого скварка должны быть по крайней мере одно легчайшее нейтралино и один легчайший нейтральный экзотический фермион, которым отвечает E_T^{miss} в конечном состоянии.

Скалярные состояния, которые могут непосредственно взаимодействовать либо с обычными кварком и лептоном либо с парой обычных кварков, возникают естественным образом в рамках $E_6\text{ССМ}$, когда Z_2^H симметрия нарушена таким образом, что либо Z_2^L либо Z_2^B остаётся практически точной. При этом экзотические кварки распадаются как и в случае $E_6\text{ССМ}$ с ненарушенной \tilde{Z}_2^H симметрией, если R -чётность сохраняется. Действительно, из-за того что данные кварки соответствуют состояниям с $P_R = -1$, продукты их распада должны содержать легчайшее нейтралино, отвечающее E_T^{miss} в конечном состоянии. В пределе приближённой Z_2^H симметрии экзотические частицы могут рождаться только парами в экспериментах на БАК. Это обусловлено тем, что подавление процессов, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, оказывается возможным в $E_6\text{ССМ}$ с приближённой Z_2^H симметрией, когда константы взаимодействия экзотических частиц с фермионами первого и второго поколений малы. По этой же причине экзотические кварки или скварки вероятнее всего распадаются на фермионы третьего поколения. Как следствие, в рассматриваемом случае основными каналами распада легчайшего экзотического скварка являются либо

$$\tilde{D} \rightarrow t(b) + \tau^-(\nu_\tau) + X, \quad (1.240)$$

если \tilde{D} представляет собой лептокварковое состояние, либо

$$\tilde{D} \rightarrow \bar{t} + \bar{b} + X, \quad (1.241)$$

когда \tilde{D} — дикварковое состояние. Рождение таких экзотических скварков вместе с соответствующими античастицами в экспериментах на БАК может способствовать увеличению сечений процессов либо $pp \rightarrow t\bar{t}\tau^+\tau^- + X$ и $pp \rightarrow b\bar{b} + E_T^{\text{miss}} + X$ либо $pp \rightarrow t\bar{t}b\bar{b} + X$.

1.4.2 Тёмная материя в СУСИ расширениях СМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X

Теперь перейдём к изучению круга вопросов, связанных с холодной тёмной материей в E_6 ССМ и МССМ. При этом для уменьшения числа свободных параметров будет предполагаться универсальность или равенство различных параметров мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X , где калибровочные константы СМ почти совпадают. В частности, будет подразумеваться, что массы всех скалярных частиц равны универсальному значению, т.е. $m_i^2(M_X) = m_0^2$. Массы калибрино будут также предполагаться одинаковыми на этой шкале $M_A(M_X) = M_{1/2}$. В свою очередь будут положены равными $A_i(M_X) = A_0$ и $B_i(M_X) = B_0$. В рамках E_6 ССМ будут рассматриваться сценарии, в которых $U(1)_N$ симметрия нарушается вакуумными средними суперполей $\langle S \rangle \simeq \langle \bar{S} \rangle$. Во всех этих случаях суперпотенциал и потенциал взаимодействия хиггсовских полей определяются выражениями (1.185) и (1.186)–(1.189) соответственно. Для вычисления спектра частиц в E_6 ССМ и МССМ использовались пакеты программ FlexibleSUSY [262], SARAH [263] и SOFTSUSY [264]. Вычисление массы легчайшего хиггсовского состояния было проведено с использованием SUSYHD [281]. На шкале нарушения СУСИ M_S параметры мягкого нарушения суперсимметрии $m_i^2(M_S)$ и $A_i(M_S)$ связаны с m_0^2 , A_0 и $M_{1/2}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} m_i^2(M_S) &= a_i(M_S)m_0^2 + b_i(M_S)M_{1/2}^2 + c_iM_{1/2}A_0 + d_iA_0^2, \\ A_i(M_S) &= e_i(M_S)M_{1/2} + f_i(M_S)A_0, \end{aligned} \quad (1.242)$$

где в качестве определения M_S использовалось $M_S \simeq \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$. Значения $M_A(M_S)$ главным образом зависят от $M_{1/2}$. В рамках МССМ

$$M_1(M_S) \approx 0.4M_{1/2}, \quad M_2(M_S) \approx 0.8M_{1/2}, \quad M_3(M_S) \approx 2.7M_{1/2}, \quad (1.243)$$

тогда как в E_6 ССМ

$$\begin{aligned} M_1(M_S) \approx M'_1(M_S) \approx 0.2M_{1/2}, \quad M_2(M_S) \approx 0.3M_{1/2}, \\ M_3(M_S) \approx 0.7M_{1/2}. \end{aligned} \quad (1.244)$$

Из соотношений (1.243)–(1.244) и массовой матрицы нейтралино (В.40), приведённой в приложении В, следует, что массы и константы взаимодействия всех нейтралино в МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X определяются $M_{1/2}$ и μ . Причём легчайшее нейтралино может быть преимущественно линейной комбинацией хиггсина и калибрино, отвечающего $U(1)_Y$ взаимодействию. В рассматриваемой модификации E_6 ССМ состояний нейтралино в два раза больше чем в МССМ. Однако, как показано в Приложении В, все дополнительные состояния нейтралино имеют массы либо порядка M_S либо порядка $M_{Z'}$. Так как здесь будут рассматриваться только сценарии с $M_{Z'} \gg M_S \gtrsim 1$ ТэВ, легчайшее нейтралино в E_6 ССМ может также в основном представлять собой суперпозицию хиггсина и калибрино, которое является суперпартнером $U(1)_Y$

векторного бозона. Из-за того что структура волновой функции легчайшего нейтралино в МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X в первую очередь зависит от отношения $M_{1/2}/\mu$, при анализе данных расширений СМ целесообразно зафиксировать $\mu(M_S)$. Тогда два уравнения, определяющие минимум потенциала взаимодействия хиггсовских полей в МССМ, могут быть использованы для нахождения m_0^2 и B_0 при фиксированных значениях $M_{1/2}$, A_0 и $\tan \beta$.

В случае E_6 ССМ имеется пять таких уравнений (В.1)–(В.5), которые приведены в Приложении В, и существенно большее число свободных параметров по сравнению с МССМ. Для упрощения анализа массу Z' бозона целесообразно выбрать очень большой $M_{Z'} \approx 240 \text{ ТэВ} \gg M_S$, что отвечает $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \simeq 650 \text{ ТэВ}$. Из уравнений (В.1)–(В.2) следует, что столь большие вакуумные средние суперполей S и \bar{S} могут быть получены при $\Lambda_F \gg M_S^2$. Причём в рассматриваемом пределе соотношения (В.1)–(В.2) удовлетворяются только, если $s_1 \approx s_2$, т.е. когда $\tan \theta = s_2/s_1$ близок к единице. Уравнения (В.4)–(В.5) могут быть использованы для нахождения m_0^2 и φ при $s_1 \approx s_2$ и заданных значениях λ , σ , $M_{1/2}$, A_0 и $\tan \beta$. Таким образом уравнения (В.1)–(В.2) и (В.4)–(В.5) позволяют вычислить Λ_F , ϵ , m_0^2 и φ , где $\epsilon = 1 - \tan \theta$, при $s \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и фиксированных значениях всех остальных параметров E_6 ССМ. Наконец соотношение (В.3) может быть всегда удовлетворено при определённом значении параметра ξ , который входит только в данное уравнение. В процессе анализа целый ряд параметров E_6 ССМ был зафиксирован, т.е.

$$\begin{aligned} \mu_\phi(M_X) &= 0, & \mu_L(M_X) &= 10 \text{ ТэВ}, \\ \sigma(M_X) &= 2 \times 10^{-2}, & \kappa(M_X) &= 10^{-2}. \end{aligned} \quad (1.245)$$

Кроме того предполагалось, что $\tilde{f}_{i\alpha} \sim f_{i\alpha} \lesssim 10^{-7}$, константы взаимодействия $\tilde{\sigma}$, g_{ij}^D и $h_{i\alpha}^E$ пренебрежимо малы, а $\lambda_{\alpha\beta} = \lambda_0 \delta_{\alpha\beta}$ и $\kappa_{ij} = \kappa_0 \delta_{ij}$.

При вычислении плотности тёмной материи использовалась программа `micrOMEGAS` [259]. Численный анализ показывает, что в рамках МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X значения $|\mu(M_S)| \gg 1 \text{ ТэВ}$ приводят к слишком большой плотности тёмной материи. По этой причине далее исследуются только сценарии с $|\mu(M_S)|$ и $|\mu_{\text{eff}}(M_S)| = \frac{|\lambda(M_S)|s \cos \theta}{\sqrt{2}}$ меньшими или порядка 1 ТэВ , что в случае E_6 ССМ с $s \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и $\tan \theta \simeq 1$ отвечает верхнему ограничению $|\lambda(M_X)| \lesssim 2.4 \times 10^{-3}$. Результаты численного анализа, представленные на рис. 1.16–1.17 и рис. 1.18–1.19, получены при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$, $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$ и $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$, $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \cdot 10^{-3}$ соответственно. Небольшие значения $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ приводят к относительно лёгкому спектру экзотических частиц. В рассмотрение включались только сценарии с плотностью тёмной материи, которая меньше, чем Ω_{CDM} в соотношении (1.162).

В рассматриваемой области параметрического пространства выражения для массы легчайшего хиггсовского состояния m_{h_1} в МССМ и E_6 ССМ практически совпадают. Поэтому

для получения легчайшего бозона Хиггса с массой 125 ГэВ необходимо ограничиться рассмотрением $\tan \beta \gg 1$. Здесь изучаются сценарии с $\tan \beta \simeq 10$. При этом предполагается, что $M_{1/2}$ изменяется от 0 до 20 ТэВ, а параметр A_0 варьируется от -20 ТэВ до 20 ТэВ. Хотя для каждого набора параметров МССМ и E_6 ССМ масса легчайшего хиггсовского бозона вычисляется в главном двухпетлевом приближении теоретическая неопределённость в m_{h_1} остаётся заметной. По разным оценкам она составляет по крайней мере ± 3 ГэВ. Поэтому в рассмотрение включались все сценарии с m_{h_1} от 122 ГэВ до 128 ГэВ.

Описанная выше процедура подбора параметров m_0^2 и B_0 в МССМ, а также Λ_F , $\tan \theta$, m_0^2 , φ и ξ в E_6 ССМ гарантирует, что соотношения, определяющие положения физических минимумов потенциалов взаимодействия хиггсовских полей в МССМ и E_6 ССМ, удовлетворяются. Наряду с перечисленными выше ограничениями в процессе анализа рассматривались только сценарии с $m_i^2(M_S) > 0$. Отрицательные значения данных параметров допускались только в случае хиггсовских полей.

При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$ область параметров в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$, которая удовлетворяет всем перечисленным выше ограничениям, представлена на рис. 1.16–1.17. Из выражений (1.107)–(1.108) и (1.206) следует, что при $M_{SUSY} \sim 1$ ТэВ в МССМ и в рассматриваемой части параметрического пространства E_6 ССМ легчайшее хиггсовское состояние с массой близкой к 125 ГэВ может быть получено, когда $X_t \approx \sqrt{6}M_{SUSY}$. Однако процедура подбора параметра m_0^2 приводит к значениям $m_0 > |A_0|, M_{1/2}$, что соответствует $X_t \lesssim M_{SUSY}$. В этом случае легчайший бозон Хиггса с массой близкой к 125 ГэВ может быть получен только за счёт большого значения $\ln \frac{M_{SUSY}^2}{m_t^2}$. При $m_0^2 \gg M_{1/2}^2$ это отвечает нижнему ограничению $m_0 \gtrsim 5 - 6$ ТэВ.

Ещё одно нижнее ограничение на m_0 появляется при достаточно больших $M_{1/2}$. Уравнение, определяющее значение m_0^2 при фиксированном $\mu(M_S)$ или $\mu_{\text{eff}}(M_S)$, можно привести к виду:

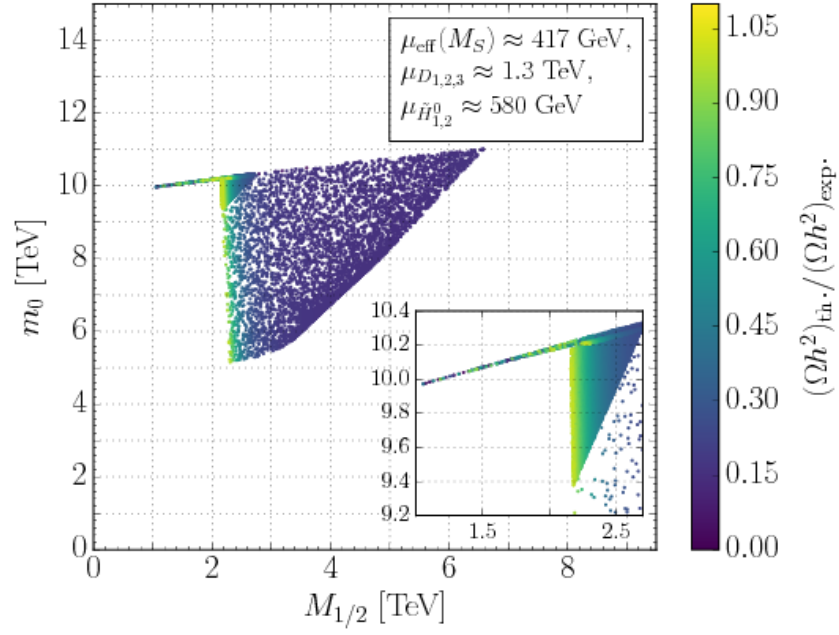
$$m_0^2 = \xi_1 M_{1/2}^2 + \xi_2 M_{1/2} A_0 + \xi_3 A_0^2 + \xi_0, \quad (1.246)$$

где при фиксированных значениях всех параметров за исключением A_0 и $M_{1/2}$ коэффициенты ξ_0, ξ_1, ξ_2 и ξ_3 представляют собой некоторые числа. Причём при $\tan \beta = 10$ коэффициенты $\xi_1, \xi_3 > 0$. Своего наименьшего значения правая часть уравнения (1.246) достигает при $A_0 = -\frac{\xi_2}{2\xi_3} M_{1/2}$. При этом

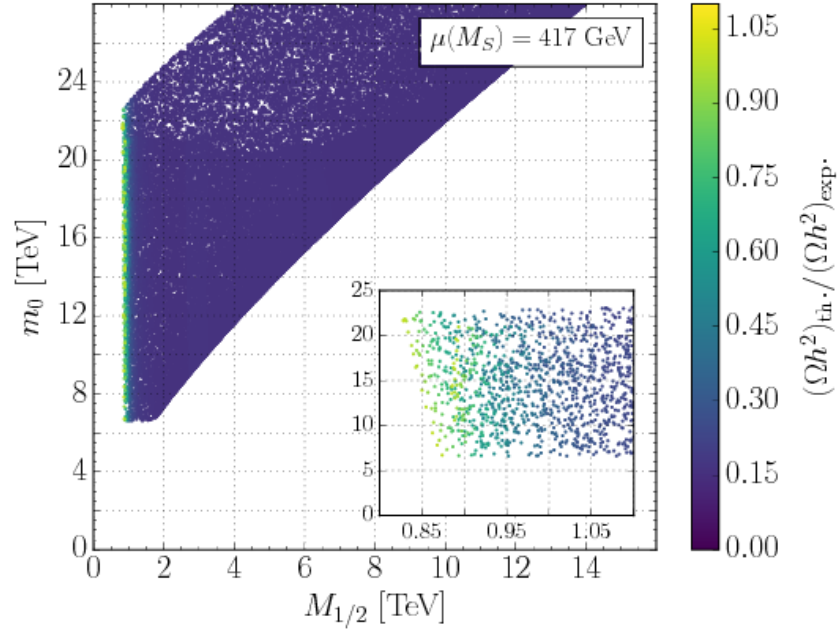
$$m_0^2 \geq \xi_4 M_{1/2}^2 + \xi_0, \quad \xi_4 = \xi_1 - \frac{\xi_2^2}{4\xi_3}, \quad (1.247)$$

где $\xi_4 > 0$. Когда $M_{1/2} \gg \mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S)$, значение m_0 должно быть больше, чем $\sqrt{\xi_4} M_{1/2}$. Оба нижних ограничения проявляют себя на рис. 1.16–1.17.

Как следует из результатов численного анализа, приведённых на рис. 1.16–1.17, в рамках E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X наряду с нижним ограничением на m_0 возникает и соответствующее верхнее ограничение. При фикс-



(a)



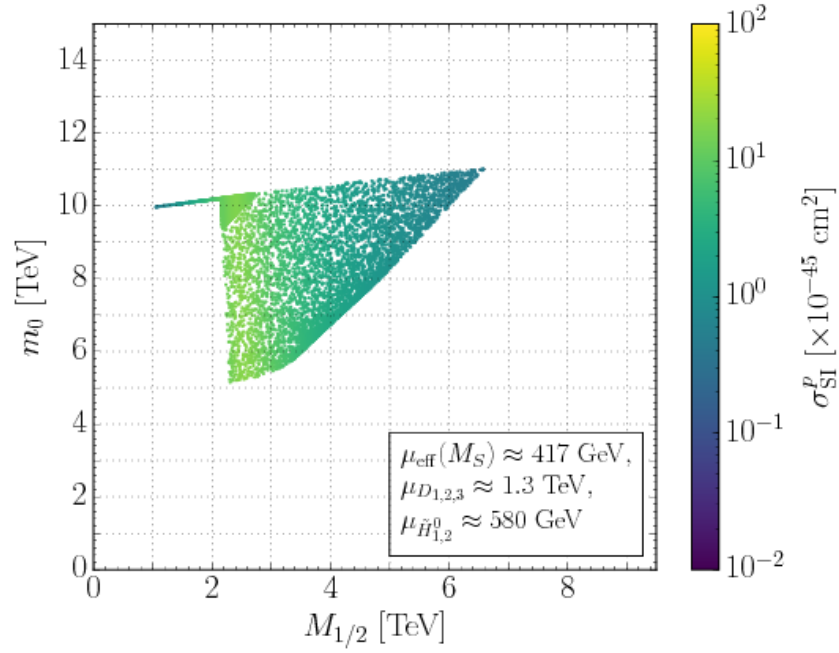
(б)

Рис. 1.16: Зависимость плотности тёмной материи в $E_6\text{SSM}$ — рис.а и в MSSM — рис.б, представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$, $\tan\beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20 \text{ ТэВ}$. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 ГэВ до 128 ГэВ . В случае $E_6\text{SSM}$ $M_{Z'} \approx 240 \text{ ТэВ}$, $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$. При больших значениях $M_{1/2}$, когда легчайшее нейтрино является главным образом хиггсино, плотность тёмной материи составляет около 15% от её наблюдаемой величины.

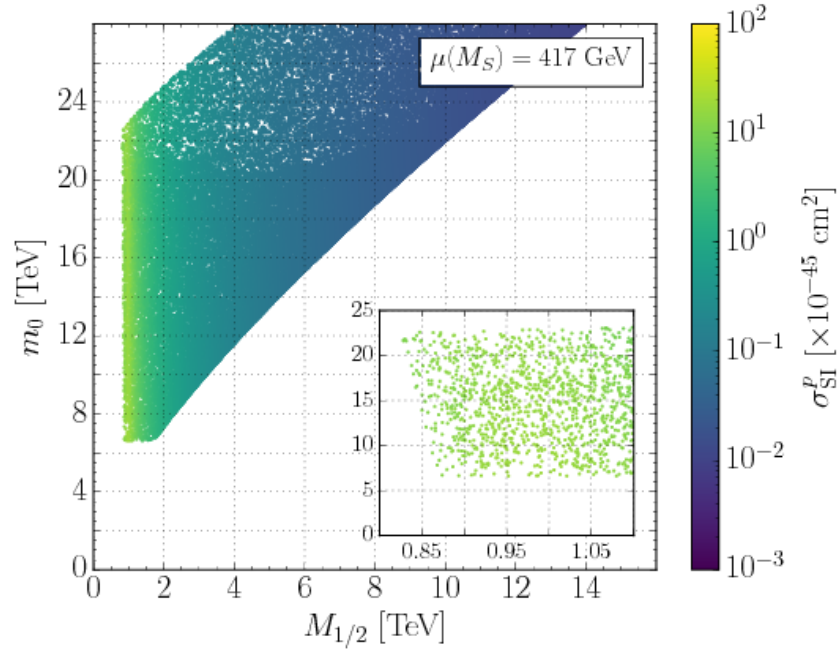
сированном $M_{1/2}$ значения m_0 сильно превосходящие нижнее ограничение можно получить только, когда $|A_0|$ достаточно велико. Однако при таких $|A_0|$ сильно возрастает смешивание в секторе CP-чётных и CP-нечётных хиггсовских полей. В результате при определённом значении $|A_0|$ либо $m_{A_1}^2$ либо $m_{h_1}^2$ становится отрицательным. По этой причине феноменологически приемлемый спектр частиц в E_6 ССМ при относительно больших значениях $|A_0|$ и m_0 получить не удаётся.

Результаты, представленные на рис. 1.16–1.17, указывают на то, что при фиксированном $\mu(M_S)$ в МССМ (или $\mu_{\text{eff}}(M_S)$ в E_6 ССМ) с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X существует нижнее ограничение на $M_{1/2}$. Оно отвечает $M_1(M_S) \simeq \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \simeq \mu_{\text{eff}}(M_S)$). Действительно, в области параметрического пространства соответствующей $M_1(M_S) \lesssim \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \lesssim \mu_{\text{eff}}(M_S)$) легчайшее нейтралино приводит к слишком большой плотности тёмной материи. При $M_1(M_S) \gtrsim \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \gtrsim \mu_{\text{eff}}(M_S)$) легчайшее нейтралино χ_1^0 представляет собой главным образом хиггсино. В результате сечение процесса аннигиляции $\chi_1^0 \chi_1^0$ резко возрастает, что позволяет получить феноменологически приемлемую плотность тёмной материи, если $\mu(M_S)$ (или $\mu_{\text{eff}}(M_S)$) меньше или порядка 1 ТэВ. Причём, как следует из результатов вычислений, приведённых на рис. 1.16, когда $\mu(M_S), \mu_{\text{eff}}(M_S) \ll 1$ ТэВ, плотность тёмной материи, которая приводит к $\Omega_{\text{CDM}} h^2 \approx 0.118$, может быть получена только в узкой области параметрического пространства вблизи $M_1(M_S) \simeq \mu(M_S)$ (или $M_1(M_S) \simeq \mu_{\text{eff}}(M_S)$). В рамках МССМ при $\mu(M_S) = 417$ ГэВ обсуждавшееся выше нижнее ограничение отвечает $M_{1/2} \gtrsim 0.85$ ТэВ, тогда как в E_6 ССМ при том же значении $\mu_{\text{eff}}(M_S)$ параметр $M_{1/2}$ должен быть больше 2.1 – 2.2 ТэВ. Хотя нижние ограничения на $M_{1/2}$ в МССМ и E_6 ССМ заметно отличаются, в этих моделях они соответствуют примерно одному и тому же нижнему ограничению на массу глюино, которое составляет 2.1 – 2.2 ТэВ. С увеличением $M_{1/2}$ (или $M_1(M_S)$) плотность тёмной материи резко снижается. При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ и $M_1(M_S) \gg 417$ ГэВ плотность тёмной материи составляет всего около 15% от её наблюдаемой величины.

В действительности упомянутое выше нижнее ограничение на $M_{1/2}$ оказывается значительно более жёстким. Целый ряд экспериментов установил жёсткие ограничения на сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядрах. В этой связи сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклонах можно разделить на две составляющих. Первая из них σ_{SI} при суммировании взаимодействий легчайшего нейтралино по всем нуклонам ядра даёт вклад в полное сечение пропорциональный A^2 , где A – число нуклонов в ядре. Вторая составляющая σ_{SD} при таком суммировании не приводит к сопоставимому усилению соответствующего вклада в полное сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядре. Далее главным образом будет обсуждаться σ_{SI} . В рамках МССМ и E_6 ССМ первая составляющая сечения в главном приближении описывается фейнмановской диаграммой с обменом виртуальным легчайшим



(a)



(б)

Рис. 1.17: Зависимость σ_{SI} в $E_6\text{SSM}$ — рис. *а* и в MSSM — рис. *б*, представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417 \text{ ГэВ}$, $\tan \beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20 \text{ ТэВ}$. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 ГэВ до 128 ГэВ . В случае $E_6\text{SSM}$ $M_{Z'} \approx 240 \text{ ТэВ}$, $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$. При больших значениях $M_{1/2}$, когда легчайшее нейтралино является главным образом хиггсино, плотность тёмной материи составляет около 15% от её наблюдаемой величины.

бозоном Хиггса. Соответствующее выражение имеет вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{SI} &\simeq \frac{4m_r^2 m_N^2}{\pi v^2 m_{h_1}^4} |g_{h_1 \chi_1 \chi_1} F^N|^2, \\ m_r &= \frac{m_{\chi_1^0} m_N}{m_{\chi_1^0} + m_N}, \quad F^N = \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^N + \frac{2}{27} \sum_{Q=c,b,t} f_{TQ}^N,\end{aligned}\tag{1.248}$$

где m_N и $m_{\chi_1^0}$ — массы нуклона и легчайшего нейтралينو,

$$m_N f_{Tq}^N = \langle N | m_q \bar{q} q | N \rangle, \quad f_{TQ}^N = 1 - \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^N,\tag{1.249}$$

а $f_{Tu}^N \simeq 0.0153$, $f_{Td}^N \simeq 0.0191$ и $f_{Ts}^N \simeq 0.0447$ [282]. В рассматриваемых СУСИ моделях $m_{\chi_1^0} \gg m_N$, т.е. $m_r \approx m_N$. Сечение рассеяния (1.248) определяется константой взаимодействия легчайшего нейтралينو с легчайшим хиггсовским состоянием $g_{h_1 \chi_1 \chi_1}$. В пределе, когда шкала нарушения СУСИ $M_S \gg M_Z$ и все хиггсовские бозоны за исключением легчайшего хиггсовского состояния имеют массы порядка M_S , выражение для константы взаимодействия $g_{h_1 \chi_1 \chi_1}$ можно представить в виде:

$$g_{h_1 \chi_1 \chi_1} = \frac{1}{2} \left(g' R_{14} - g_2 R_{13} \right) \left[R_{11}(V)_{11} - R_{12}(V)_{12} \right],\tag{1.250}$$

где матрицы V и R определяются следующим образом

$$\chi_i^0 = R_{ij} \tilde{\psi}_j, \quad h_i = V_{ij} S'_j.\tag{1.251}$$

В выражении (1.251) χ_i^0 представляет собой набор состояний нейтралино с определёнными массами, h_i — набор хиггсовских состояний с определёнными массами, $\tilde{\psi}_j$ и S'_j — компоненты базиса состояний нейтралино и компоненты базиса хиггсовских состояний соответственно. В случае МССМ $\tilde{\psi}_j = (\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{W}_3, \tilde{B})$ и $S'_j = (\sqrt{2} \text{Re } H_d^0, \sqrt{2} \text{Re } H_u^0)$, а в E_6 ССМ

$$\tilde{\psi}_j^0 = (\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{W}_3, \tilde{B}, \tilde{B}', \tilde{S} \cos \theta - \tilde{\bar{S}} \sin \theta, \tilde{S} \sin \theta + \tilde{\bar{S}} \cos \theta, \tilde{\phi}),$$

$$S'_j = (\sqrt{2} \text{Re } H_d^0, \sqrt{2} \text{Re } H_u^0, \sqrt{2} \text{Re } S, \sqrt{2} \text{Re } \bar{S}, \sqrt{2} \text{Re } \phi).$$

В исследуемой области параметрического пространства E_6 ССМ R_{15} , R_{16} , R_{17} и R_{18} пренебрежимо малы.

В суперсимметричных расширениях СМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X сечение рассеяния (1.248) достигает своего максимального значения $\sim 10^{-45} - 10^{-44} \text{ см}^2$ при $|M_1(M_S)| \simeq |\mu(M_S)|$ (или $|M_1(M_S)| \simeq |\mu_{\text{eff}}(M_S)|$), когда $|R_{11} R_{14}| \sim |R_{12} R_{14}| \sim 1$. Это, в частности, следует из данных, приведённых в таблицах 1.17-1.19. Ограничения, полученные в экспериментах LUX [283], PandaX-II [284] и XENON1T [285] исключают столь большие сечения рассеяния легчайшего нейтралино на нуклоне. При $\Omega h^2 \approx 0.118 - 0.119$ и значениях $m_{\chi_1^0}$ больших 100 ГэВ и меньших 1000 ГэВ

	A2	B2	C2	D2
$\lambda(M_X)$	0.00092	0.0023	0.00047	0.0005
$\lambda_0(M_X)$	0.001	0.003	0.0016	0.0012
$\kappa_0(M_X)$	0.001	0.00135	0.0016	0.0012
$M_{1/2}$ [ГэВ]	2228	5801	1900	2018
m_0 [ГэВ]	9586	10840	7397	7410
A_0 [ГэВ]	-7282	2130	-4600	-4442
$1 - \tan \theta$	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$9.4 \cdot 10^{-7}$	$5.3 \cdot 10^{-6}$	$2.7 \cdot 10^{-6}$
φ [ГэВ]	-1633	-708	-1713	-1621
$\Lambda_F^{1/2}$ [ГэВ]	127	108	139	133
$(\xi \Lambda_F)^{1/3}$ [ГэВ]	98	61	101	96
$M_{\tilde{g}}$ [ГэВ]	2099	5230	1716	1839
$m_{\tilde{q}} \approx m_{\tilde{l}}$ [ГэВ]	9400	12000	7300	7350
$m_{\tilde{b}_1}$ [ГэВ]	7577	10801	5927	5992
$m_{\tilde{t}_1}$ [ГэВ]	5476	8582	4326	4396
$m_{\tilde{t}_2}$ [ГэВ]	7580	10803	5931	5995
$m_{H^\pm} \approx m_{A_2} \approx m_{h_3}$ [ГэВ]	9381	11056	7245	7266
m_{A_1} [ГэВ]	5193	9978	931	3650
m_{A_3} [ГэВ]	42896	25797	43985	41946
m_{h_1} [ГэВ]	125.2	125.0	124.0	124.1
m_{h_2} [ГэВ]	8208	8048	7072	7195
m_{h_4} [ГэВ]	38770	24529	39664	37913
$m_{Z'} \approx m_{h_5}$ [ГэВ]	240	240	240	240

Таблица 1.17: Параметры и часть спектра E_6 ССМ, отвечающие сценариям A2, B2, C2 и D2.

экспериментальные ограничения на σ_{SI} оказываются порядка $10^{-46} - 10^{-45} \text{ см}^2$. С увеличением $M_1(M_S)$ и $M_{1/2}$ сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклоне убывает, что обусловлено уменьшением $|R_{14}|$ (см. рис. 1.17). Кроме того увеличение $M_1(M_S)$ и $M_{1/2}$ сопровождается уменьшением плотности тёмной материи и её концентрации, что также должно приводить к ослаблению ограничений на σ_{SI} , т.е.

$$\sigma_{SI} < \frac{0.119}{(\Omega h^2)_{\text{th.}}} \sigma_{SI}^{\text{EXP}}(m_{\tilde{\chi}_1^0}), \quad (1.252)$$

где σ_{SI} и $(\Omega h^2)_{\text{th.}}$ — вычисленные значения соответствующих величин для каждого набора параметров, а $\sigma_{SI}^{\text{EXP}}(m_{\tilde{\chi}_1^0})$ — экспериментальное ограничение на сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклоне при заданной массе $m_{\tilde{\chi}_1^0}$. Здесь при вычислении σ_{SI} и $(\Omega h^2)_{\text{th.}}$ использовалась программа `micrOMEGAS` [259]. Исключённым можно считать любой набор параметров МССМ или E_6 ССМ, который не удовлетворяет условию (1.252). Так сценарий A2 уже исключён, а сценарии B2, C2 и D2 находятся на грани исключения (см. таблицы 1.18 и 1.19) [90]. Грубые оценки показывают, что вычисленное таким образом нижнее ограниче-

ние на $M_{1/2}$ увеличивается с 0.85 ТэВ до 1.25 ТэВ в МССМ и с 2.1 ТэВ до почти 3 ТэВ в E_6 ССМ. В МССМ и E_6 ССМ это отвечает нижнему ограничению на массу глюино, которое составляет около 3 ТэВ [91].

	A2	B2	C2	D2
$m_{\tilde{D}_{i,1}}$ [ГэВ]	8523	12308	4520	5562
$m_{\tilde{D}_{i,2}}$ [ГэВ]	10376	12662	9698	9062
μ_{D_i} [ГэВ]	1273	1540	1943	1489
$m_{H_{\alpha,1}^{\pm}}$ [ГэВ]	8938	10433	5799	6309
$m_{H_{\alpha,2}^{\pm}}$ [ГэВ]	10056	11986	8696	8328
$\mu_{\tilde{H}_{\alpha}^{\pm}}$ [ГэВ]	580	1663	929	699
$m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}$ [ГэВ]	422	1034	216	231
$m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}} \approx m_{\tilde{\chi}_4^0}$ [ГэВ]	780	2129	645	682
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$ [ГэВ]	375	1024	204	219
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$ [ГэВ]	433	1038	226	241
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$ [ГэВ]	445	1159	336	358
$m_{\tilde{\chi}_5^0}$ [ГэВ]	25394	14546	26437	25249
$m_{\tilde{\chi}_6^0}$ [ГэВ]	29853	16364	31173	29737
$m_{\tilde{\chi}_7^0}$ [ГэВ]	231028	238639	230406	231254
$m_{\tilde{\chi}_8^0}$ [ГэВ]	258656	249541	259532	258784

Таблица 1.18: Массы экзотических состояний, чарджино и нейтралино, отвечающие сценариям A2, B2, C2 и D2.

Результаты вычислений, представленные на рис. 1.16а и 1.17а, указывают на то, что в случае E_6 ССМ существует незначительная часть параметрического пространства, в которой можно получить феноменологически приемлемую плотность тёмной материи даже если $M_1(M_S) \ll \mu_{\text{eff}}(M_S)$ [91]. В этой области параметрического пространства масса легчайшего CP–нечётного бозона Хиггса $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$, что резко увеличивает сечение процесса аннигиляции $\chi_1^0\chi_1^0$, снижая $\Omega_{\text{CDM}}h^2$ до 0.118 или даже ещё сильнее. При этом сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклоне оказывается относительно небольшим и условие (1.252) удовлетворяется. Легчайшее CP–нечётное хиггсовское состояние с массой $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$ можно получить только при определённых значениях A_0 . Хотя такие сценарии весьма привлекательны, поскольку они отвечают относительно лёгким нейтралино, чарджино и глюино, которые могут быть обнаружены в экспериментах на БАК, все они характеризуются высокой степенью тонкой настройки параметров E_6 ССМ. Соответствующие сценарии в рамках МССМ при $\tan \beta \gtrsim 50$ исследовались в работе [286].

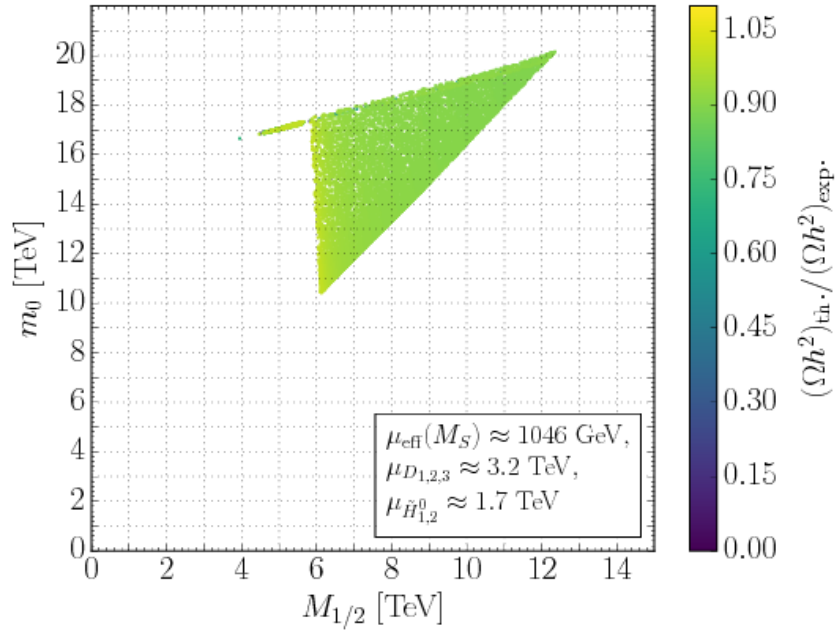
Из результатов, представленных на рис. 1.16 и 1.17, следует, что МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X приводят только к сценариям, которые характеризуются значениями $m_0 \gtrsim 5 - 6$ ТэВ. Так как массы всех скалярных частиц за исключением легчайшего бозона Хиггса в этих моделях определяются

	A2	B2	C2	D2
Ωh^2	0.1188	0.1184	0.0106	0.0096
$\sigma_{\text{SI}}^{\text{p}} [\times 10^{-45} \text{ cm}^2]$	5.9	2.35	4.67	4.32
$\sigma_{\text{SD}}^{\text{p}} [\times 10^{-41} \text{ cm}^2]$	6.4	0.353	15.8	12.8
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow t\bar{t}$ (%)	44.9	0.6	0.5	3.3
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow W^+ W^-$ (%)	20.6	5.0	27.9	22.0
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow ZZ$ (%)	13.2	3.9	18.4	14.1
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow Zh_1$ (%)	2.9	0.7	0.0	1.7
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow h_1 h_1$ (%)	0.5	0.02	0.1	0.1
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow W^- Z$ (%)	0.8	1.4	0.2	1.4
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow W^- h_1$ (%)	1.3	1.5	2.7	2.6
$\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^- \rightarrow W^+ W^-$ (%)	0.1	1.9	0.5	0.7
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow \gamma W^-$ (%)	0.6	1.4	1.5	1.5
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow d_i \bar{u}_i$ (%)	8.8	25.7	29.4	30.0
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow l_i^- \bar{\nu}_i$ (%)	2.7	8.8	10.7	10.8
$\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow d_i \bar{u}_i$ (%)	0.2	12.0	0.7	1.2
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0 \rightarrow d_i \bar{d}_i$ (%)	0.9	6.4	1.5	2.0
$\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0 \rightarrow u_i \bar{u}_i$ (%)	0.8	4.7	0.9	1.3
$\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^- \rightarrow d_i \bar{d}_i$ (%)	0.1	3.0	0.9	1.2
$\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^- \rightarrow u_i \bar{u}_i$ (%)	0.2	4.9	1.1	1.6
$\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^- \rightarrow l_i^- \bar{\nu}_i$ (%)	0.1	4.1	0.2	0.4

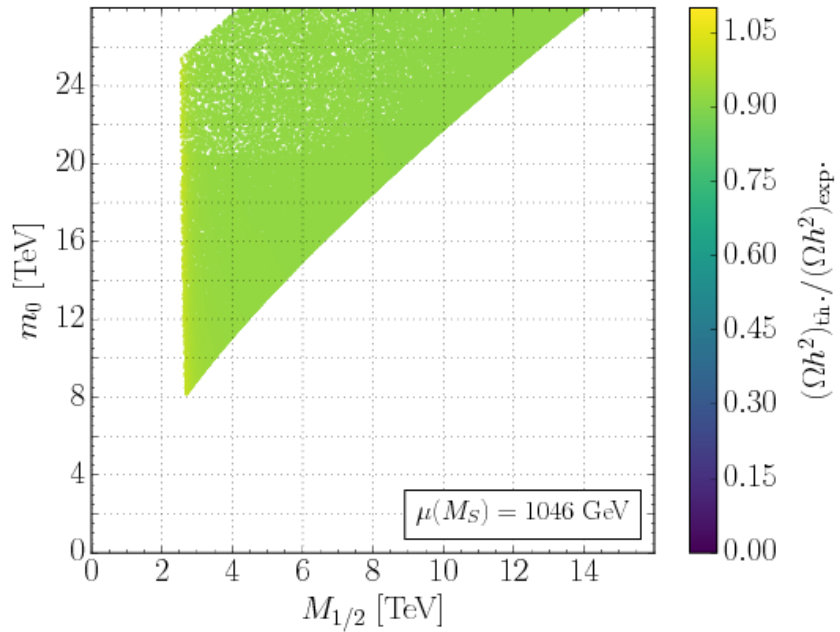
Таблица 1.19: Массы чарджино и нейтралино, Ωh^2 , $\sigma_{\text{SI}}^{\text{p}}$, $\sigma_{\text{SD}}^{\text{p}}$, а также вклады различных процессов в $(\Omega h^2)^{-1}$, отвечающие сценариям A2, B2, C2 и D2.

параметром m_0 обнаружение столь тяжёлых состояний в экспериментах на БАК в ближайшем будущем не представляется возможным. Тем не менее в рамках $E_6\text{SSM}$ существуют сценарии с $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$ и массами глюино $M_{\tilde{g}} = 1.5 - 2$ ТэВ. Во всех таких случаях легчайшие нейтралино χ_i^0 и чарджино χ_i^\pm имеют массы существенно меньшие 1 ТэВ [86]–[89], [120]. По этой причине рождение пар $\chi_i^0 \chi_j^0$, $\chi_i^0 \chi_j^\pm$ и $\chi_i^\pm \chi_i^\mp$ в экспериментах на БАК может оказаться возможным. Это, в частности, может привести к некоторому увеличению сечения процесса $pp \rightarrow l\bar{l}l + E_T^{\text{miss}} + X$, где l отвечает лептону в конечном состоянии. Кроме того рождение пар глюино может также оказаться возможным, что должно способствовать некоторому увеличению сечения процесса $pp \rightarrow q\bar{q}q\bar{q} + E_T^{\text{miss}} + X$ [86]–[89], [120]. Сценарии C2 и D2, приведённые в таблицах 1.17 и 1.19, указывают на то, что глюино с массой меньшей чем 2 ТэВ можно получить в случаях, когда легчайшее нейтралино имеет массу около 200 ГэВ или меньше. При этом плотность тёмной материи составляет менее 10% от её наблюдаемой величины и условие (1.252) удовлетворяется [90].

Все сценарии, отвечающие области параметрического пространства $E_6\text{SSM}$, которая показана на рис. 1.16а и 1.17а, приводят к спектру частиц, содержащему лёгкие экзотиче-



(a)



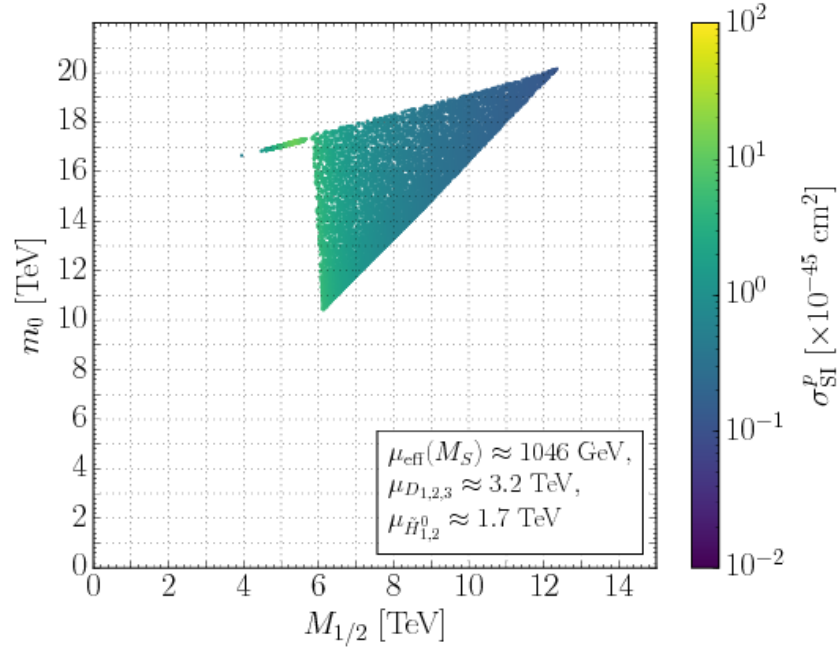
(б)

Рис. 1.18: Зависимость плотности тёмной материи в $E_6\text{SSM}$ — рис.а и в MSSM — рис.б, представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$, $\tan\beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20 \text{ ТэВ}$. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 ГэВ до 128 ГэВ . В случае $E_6\text{SSM}$ $M_{Z'} \approx 240 \text{ ТэВ}$, $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \cdot 10^{-3}$.

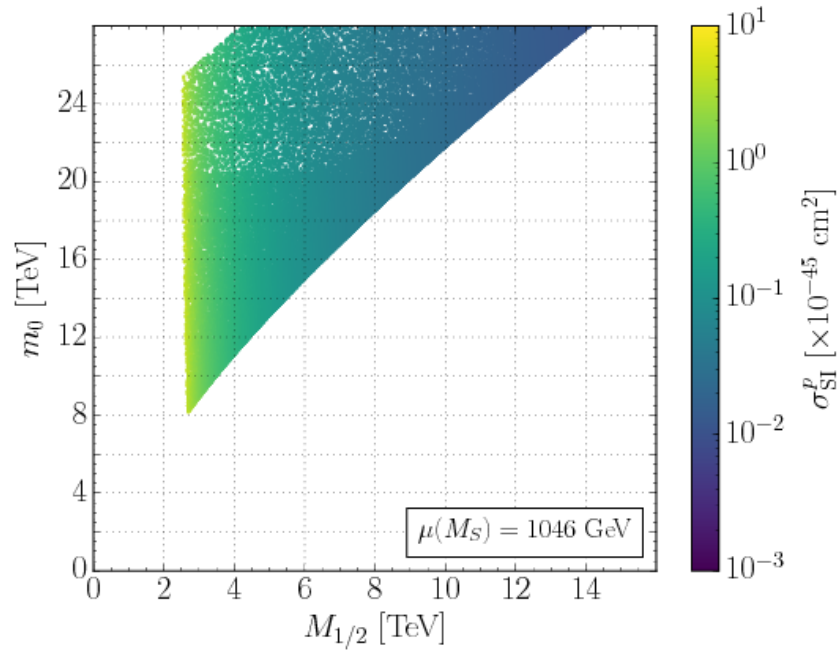
ские фермионы. Относительно небольшие массы данных фермионных состояний обусловлены малыми значениями $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$, т.е. $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 10^{-3}$. На шкале нарушения СУСИ столь малые $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ соответствуют $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \approx 580$ ГэВ и $\mu_{D_i} \approx 1300$ ГэВ. Поскольку в рассматриваемой модификации E_6 ССМ экзотические кварки являются лептокварками рождение таких кварк–антикварковых пар в экспериментах на БАК должно способствовать увеличению сечений процессов $pp \rightarrow t\bar{t}\tau^+\tau^- + E_T^{miss} + X$ и $pp \rightarrow b\bar{b} + E_T^{miss} + X$ [86]–[89], [120]. В свою очередь при рождении экзотических фермион–антифермионных пар, которые являются компонентами $SU(2)_W$ дублетов, и их последующем распаде на легчайшие нейтральные экзотические фермионы и либо W либо Z бозоны, должны возрасти сечения процессов $pp \rightarrow ZZ + E_T^{miss} + X$, $pp \rightarrow WZ + E_T^{miss} + X$ и $pp \rightarrow WW + E_T^{miss} + X$ [90]. В несколько раз большие значения $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ приводят к существенно более тяжёлым экзотическим фермионным состояниям. При этом область допустимых значений параметров практически не изменяется.

Области допустимых значений параметров в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ в рамках МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X и $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ГэВ приведены на рис. 1.18–1.19. В рассматриваемом случае нижние ограничения на $M_{1/2}$, отвечающие $M_1(M_S) \gtrsim \mu(M_S)$, которые исключают сценарии с слишком большой плотностью тёмной материи, в несколько раз больше соответствующих ограничений, полученных при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ. Причём, все сценарии из областей допустимых значений параметров приводят к плотности тёмной материи, которая составляет около 90% и более от её наблюдаемой величины (см. рис. 1.18). Если $\mu(M_S)$ и $\mu_{\text{eff}}(M_S)$ существенно больше 1 ТэВ, то сечение аннигиляции $\chi_1^0\chi_1^0$ становится слишком малым, а плотность тёмной материи слишком большой. Во всех сценариях легчайшее нейтралино является преимущественно хиггсино. Абсолютные значения матричных элементов R_{14} и R_{13} достаточно малы, что приводит к несколько меньшему σ_{SI} по сравнению с сценариями при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ. Результаты численного анализа, представленные на рис. 1.19, указывают на то, что как и прежде, сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклонах уменьшается с ростом $M_{1/2}$. С увеличением массы легчайшего нейтралино $m_{\chi_1^0}$ верхнее ограничение на σ_{SI} ослабевает. В результате учёт экспериментального ограничения на сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклонах не сильно сдвигает нижнее ограничение на $M_{1/2}$. В частности, в E_6 ССМ нижнее ограничение на $M_{1/2}$ увеличивается с 6 ТэВ до 6.5 ТэВ [91]. С учётом экспериментального ограничения на σ_{SI} нижние ограничения на $M_{1/2}$ в МССМ и E_6 ССМ предполагают, что $M_{\tilde{g}} \gtrsim 6$ ТэВ [91].

Области допустимых значений параметров при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ГэВ отвечают значительно более тяжёлому спектру суперчастиц и несколько большей массе легчайшего бозона Хиггса чем сценарии с $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ГэВ. По этой причине в рассматриваемом случае нижние ограничения на m_0 главным образом обусловлены соотношениями (1.246)–(1.247). Как и раньше верхние ограничения на m_0 связаны с тем, что при соответ-



(a)



(б)

Рис. 1.19: Зависимость σ_{SI} в $E_6\text{SSM}$ — рис.а и в MSSM — рис.б, представленная в плоскости $(M_{1/2}, m_0)$ при $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046 \text{ ГэВ}$, $\tan \beta \simeq 10$ и $|A_0| \leq 20 \text{ ТэВ}$. Масса легчайшего хиггсовского состояния варьируется от 122 ГэВ до 128 ГэВ . В случае $E_6\text{SSM}$ $M_{Z'} \approx 240 \text{ ТэВ}$, $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \simeq 650 \text{ ТэВ}$ и $\lambda_0(M_X) = \kappa_0(M_X) = 3 \cdot 10^{-3}$.

ствующих значениях A_0 либо $m_{A_1}^2$ либо $m_{\tilde{h}_1}^2$ становится отрицательным. В случае E_6 ССМ всё так же существуют сценарии с $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$, которые приводят к феноменологически приемлемой плотности тёмной материи и относительно небольшому сечению рассеяния легчайшего нейтралино на нуклоне даже, когда $M_1(M_S) \lesssim \mu_{\text{eff}}(M_S)$. Однако во всех случаях значения m_0 и $M_{1/2}$ таковы, что наблюдение суперчастиц в экспериментах на БАК не представляется возможным. Спектр экзотических частиц в E_6 ССМ также оказывается слишком тяжёлым из-за того, что $\kappa_0(M_X) = \lambda_0(M_X) = 3 \cdot 10^{-3}$. На шкале нарушения СУСИ такой выбор $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ соответствует $\mu_{D_i} \approx 3.2$ ТэВ и $\mu_{\tilde{H}_\alpha^\pm} \approx 1.7$ ТэВ, что делает их обнаружение в экспериментах на БАК маловероятным. Меньшие значения $\lambda_0(M_X)$ и $\kappa_0(M_X)$ отвечают более лёгким экзотическим фермионам, оставляя область допустимых значений параметров E_6 ССМ практически неизменной.

Предполагается, что в ближайшем будущем несколько экспериментов установят ещё более жёсткие ограничения на сечение рассеяния частиц тёмной материи на нуклонах. Соответствующие оценки в случае экспериментов XENON1T и LUX-ZEPLIN (LZ) приведены в работах [287] и [288]. При $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 417$ ТэВ эксперимент XENON1T исключит в рамках МССМ и E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X сценарии с $M_{\tilde{g}} \lesssim 4 - 5$ ТэВ [91]. Это отвечает нижнему ограничению $M_{1/2} \gtrsim 1.6 - 2$ ТэВ в МССМ и $M_{1/2} \gtrsim 4 - 5$ ТэВ в E_6 ССМ [91]. Если $\mu(M_S) = \mu_{\text{eff}}(M_S) = 1046$ ТэВ соответствующее нижнее ограничение на массу глюино составит $8 - 9$ ТэВ [91]. Таким образом данные эксперименты должны установить весьма жёсткие ограничения на спектр частиц в суперсимметричных расширениях СМ с универсальными параметрами мягкого нарушения СУСИ на шкале M_X . В случае E_6 ССМ исключением являются сценарии с $m_{A_1} \approx 2m_{\chi_1^0}$, в которых либо сечение рассеяния легчайшего нейтралино на нуклонах сильно подавлено либо плотность тёмной материи чрезвычайно мала. Когда $\mu_{\text{eff}}(M_S)$ существенно меньше 1 ТэВ, такие сценарии приводят к достаточно лёгким глюино, которые могут быть обнаружены в экспериментах на БАК.

1.4.3 Генерация барионной асимметрии Вселенной в СУСИ расширениях СМ

Одним из главных факторов стимулирующих изучение различных расширений СМ является генерация барионной асимметрии Вселенной $\eta_B = (n_B - n_{\bar{B}})/n_\gamma = (6.21 \pm 0.16) \times 10^{-10}$ [289]. В литературе широко обсуждаются механизмы генерации барионной асимметрии в рамках ТВО [290], в результате электрослабого фазового перехода [291], в следствии генерации лептонной асимметрии (лептогенезис) [292]–[293], механизм Аффлекса-Дайна [294] и т.д. . В настоящее время лептогенезис является, пожалуй, наиболее привлекательным механизмом генерации барионной асимметрии. Этот механизм естественным образом возникает в моделях генерации масс нейтрино, которые предполагают существование тяжелых правосторонних нейтрино [295]. В этом случае все необходимые условия, сформулированные

А. Д. Сахаровым удовлетворяются [296]. В частности, соответствующие модели предполагают, что лептонное число нарушается, а комплексные юкавские константы взаимодействия бозона Хиггса с лептонами обеспечивают необходимое CP нарушение. В рамках простейшей реализации лептонная асимметрия генерируется в результате распадов тяжелых правосторонних нейтрино. Эта асимметрия частично конвертируется в барионную асимметрию благодаря сфалеронным процессам [297].

В рассматриваемых моделях генерация лептонной асимметрии происходит в результате распадов легчайшего правостороннего нейтрино N_1 . В простейших расширениях СМ данный процесс контролируется тремя CP асимметриями, которые соответствуют трём поколениям лептонов e , μ и τ

$$\varepsilon_{1,\ell_k} = \frac{\Gamma_{N_1\ell_k} - \Gamma_{N_1\bar{\ell}_k}}{\sum_m (\Gamma_{N_1\ell_m} + \Gamma_{N_1\bar{\ell}_m})}, \quad (1.253)$$

где $\Gamma_{N_1\ell_k}$ и $\Gamma_{N_1\bar{\ell}_k}$ — парциальные ширины распадов $N_1 \rightarrow L_k + H_u$ и $N_1 \rightarrow \bar{L}_k + H_u^*$ и $k, m = 1, 2, 3$. CP асимметрии (1.253) входят в правую часть уравнений Больцмана. В древесном приближении ε_{1,ℓ_k} зануляются, так как $\Gamma_{N_1\ell_k} = \Gamma_{N_1\bar{\ell}_k}$. Однако CP нарушение в лептонном секторе приводит к ненулевому вкладу в ε_{1,ℓ_k} , который возникает в результате интерференции между древесными амплитудами распада легчайшего правостороннего нейтрино N_1 и однопетлевыми поправками к ним. Изначально CP асимметрии (1.253) были вычислены в рамках СМ [298] и МССМ [299] исходя из простейшего механизма генерации масс левосторонних нейтрино. При этом первоначально роли ароматов не предавалось большого значения (см., например, [300]). На важность эффектов связанных с ароматами лептонов было указано в работах [301, 302]. Лептогенезис в моделях генерации масс левосторонних нейтрино с $SU(2)_W$ триплетными скалярными и фермионными полями рассматривался в работах [303, 304]. В случае дираковских нейтрино процесс генерации лептонной асимметрии изучался в работах [305].

В СУСИ расширениях СМ возникают новые каналы распадов легчайшего правостороннего нейтрино N_1 на слептоны \tilde{L}_k и хиггсина \tilde{H}_u , которые также дают существенный вклад в процесс генерации лептонной асимметрии. Соответствующие CP асимметрии определяются следующим образом

$$\varepsilon_{1,\tilde{\ell}_k} = \frac{\Gamma_{N_1\tilde{\ell}_k} - \Gamma_{N_1\tilde{\ell}_k^*}}{\sum_m (\Gamma_{N_1\tilde{\ell}_m} + \Gamma_{N_1\tilde{\ell}_m^*})}, \quad (1.254)$$

где $\Gamma_{N_1\tilde{\ell}_k}$ и $\Gamma_{N_1\tilde{\ell}_k^*}$ — парциальные ширины распадов $N_1 \rightarrow \tilde{L}_k + \tilde{H}_u$ и $N_1 \rightarrow \tilde{L}_k^* + \tilde{H}_u$ и $k, m = 1, 2, 3$. Кроме того, суперсимметрия предсказывает существование скалярного суперпартнёра N_1 — правостороннего sneйтрино \tilde{N}_1 . Распады \tilde{N}_1 на лептон и хиггсина, а также на слептон и Хиггс представляют собой ещё одну составляющую лептогенезиса, CP асимметрии которой

$$\varepsilon_{\tilde{1},\ell_k} = \frac{\Gamma_{\tilde{N}_1^*\ell_k} - \Gamma_{\tilde{N}_1\bar{\ell}_k}}{\sum_m (\Gamma_{\tilde{N}_1^*\ell_m} + \Gamma_{\tilde{N}_1\bar{\ell}_m})}, \quad \varepsilon_{\tilde{1},\tilde{\ell}_k} = \frac{\Gamma_{\tilde{N}_1\tilde{\ell}_k} - \Gamma_{\tilde{N}_1^*\tilde{\ell}_k^*}}{\sum_m (\Gamma_{\tilde{N}_1\tilde{\ell}_m} + \Gamma_{\tilde{N}_1^*\tilde{\ell}_m^*})}, \quad (1.255)$$

где $\Gamma_{\tilde{N}_1^* \ell_k}$, $\Gamma_{\tilde{N}_1 \bar{\ell}_k}$, $\Gamma_{\tilde{N}_1 \tilde{\ell}_k}$ и $\Gamma_{\tilde{N}_1^* \tilde{\ell}_k^*}$ — парциальные ширины распадов $\tilde{N}_1^* \rightarrow L_k + \tilde{H}_u$, $\tilde{N}_1 \rightarrow \bar{L}_k + \tilde{H}_u$, $\tilde{N}_1 \rightarrow \tilde{L}_k + H_u$ и $\tilde{N}_1^* \rightarrow \tilde{L}_k^* + H_u^*$ соответственно. Когда шкала нарушения СУСИ на много порядков меньше масс легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино M_{N_1}

$$\varepsilon_{1, \ell_k} = \varepsilon_{1, \tilde{\ell}_k} = \varepsilon_{\tilde{1}, \ell_k} = \varepsilon_{\tilde{1}, \tilde{\ell}_k}. \quad (1.256)$$

Одним из главных недостатков лептогенезиса в СУСИ расширениях СМ является нижнее ограничение на массу правосторонних нейтрино и снейтрино M_{N_1} . Было показано, что наблюдаемая барионная асимметрия Вселенной может генерироваться в рамках СМ и МССМ только если $M_{N_1} \gtrsim 10^9$ ГэВ [306]. С другой стороны, данное ограничение приводит к так называемой проблеме гравитино в рамках СУГРА моделей [307]. После инфляции Вселенная термализуется при температуре T_R . Когда $T_R > M_{N_1}$, легчайшие правосторонние нейтрино и снейтрино свободно рождаются, т.е. лептогенезис протекает достаточно эффективно при $T_R \gtrsim 10^9$ ГэВ. Однако при таких высоких температурах интенсивно рождаются и гравитино. Так как гравитино являются долгоживущими частицами, они могут распадаться либо в процессе либо даже после первичного нуклеосинтеза разрушая согласие между теоретически предсказанным и наблюдаемым соотношением лёгких элементов. Такое согласие может быть сохранено только когда плотность гравитино достаточно мала, что предполагает $T_R \lesssim 10^{6-7}$ ГэВ [308]. При столь невысоких температурах и относительно малых массах легчайших правосторонних нейтрино/снейтрино лептогенезис в СУСИ расширениях СМ может протекать достаточно эффективно, если при мягком нарушении СУСИ образуются члены нарушающие CP и лептонное число (мягкий лептогенезис) [309], [304]. Более того процесс генерации лептонной асимметрии возможен даже при $M_{N_1} \sim$ ТэВ, если правосторонние нейтрино имеют почти вырожденные массы [310] или спектр состояний рассматриваемых моделей включает дополнительные частицы [311]. При $T_R \lesssim 10^{6-7}$ ГэВ лептогенезис может также проходить достаточно эффективно, если существуют альтернативные механизмы рождения легчайших правосторонних нейтрино [312], [313]. Проблема гравитино не возникает в случаях, когда гравитино является ЛСЧ [314] или когда оно имеет настолько большую массу, что распадается до первичного нуклеосинтеза [315].

Поскольку E_6 СМ предсказывает существование новых частиц с массами много меньшими M_{N_1} , которые могут взаимодействовать с правосторонними нейтрино, можно рассчитывать на то, что в рамках этой СУСИ модели процесс генерации лептонной асимметрии может быть достаточно эффективен даже когда $M_{N_1} \lesssim 10^{6-7}$ ГэВ. Если Z_2^H симметрия нарушена таким образом, что Z_2^B остаётся практически точной, суперпотенциал взаимодействия правосторонних нейтрино с другими состояниями можно представить в следующем виде:

$$W_N = h_{kxj}^N (H_k^u L_x) N_j^c + g_{kij}^N D_k d_i^c N_j^c, \quad (1.257)$$

где $k, i, j = 1, 2, 3$ и $x = 1, 2, 3, 4$. В выражении (1.257) H_3^u отвечает хиггсовскому $SU(2)_W$ дублету H_u , тогда как H_α^u ($\alpha = 1, 2$) — два инертных хиггсовских $SU(2)_W$

дублета, L_4 — дополнительный дублет лептонов, который появляется в сценарии А, а D_k — $SU(3)_C$ триплеты экзотических кварков. В случае, когда Z_2^H симметрия нарушена так, что Z_2^L остаётся практически точной, $g_{kij}^N = 0$.

Прежде всего рассмотрим случай, когда $g_{kij}^N = 0$. В E_6 ССМ соотношение (1.256) между различными СР асимметриями остаётся неизменным. Тем не менее, поскольку компоненты супермультиплетов H_α^u и L_4 существенно легче N_1 , юкавские взаимодействия (1.257) приводят к новым каналам распадов легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино. В рассматриваемом случае полный набор возможных каналов распада N_1 и \tilde{N}_1 включает в себя

$$N_1 \rightarrow L_x + H_k^u, \quad N_1 \rightarrow \tilde{L}_x + \tilde{H}_k^u, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \bar{L}_x + \overline{\tilde{H}}_k^u, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \tilde{L}_x + H_k^u. \quad (1.258)$$

В древесном приближении соответствующие парциальные ширины распадов N_1 и \tilde{N}_1 определяются юкавскими константами h_{kx1}^N

$$\begin{aligned} \Gamma_{N_1 \ell_x}^k + \Gamma_{N_1 \bar{\ell}_x}^k &= \Gamma_{N_1 \tilde{\ell}_x}^k + \Gamma_{N_1 \tilde{\ell}_x^*}^k = \Gamma_{\tilde{N}_1^* \ell_x}^k = \\ &= \Gamma_{\tilde{N}_1^* \bar{\ell}_x}^k = \Gamma_{\tilde{N}_1 \tilde{\ell}_x}^k = \Gamma_{\tilde{N}_1^* \tilde{\ell}_x^*}^k = \frac{|h_{kx1}^N|^2}{8\pi} M_{N_1}, \end{aligned} \quad (1.259)$$

где индекс k отвечает либо состояниям Хиггса (хиггсино), если $k = 3$, либо инертным бозонам Хиггса (инертным хиггсино), если $k = 1, 2$, в конечном состоянии. Здесь и далее будет предполагаться, что изучение всех процессов проходит в базисе, в котором юкавские матрицы заряженных лептонов и массовые матрицы правосторонних нейтрино диагональны. Будет также предполагаться, что шкала нарушения СУСИ пренебрежимо мала по сравнению с M_{N_1} . По этой причине при вычислении СР асимметрий и парциальных ширин распадов N_1 и \tilde{N}_1 (1.258)–(1.259) всеми параметрами мягкого нарушения СУСИ можно пренебречь.

Каждому каналу распада N_1 и \tilde{N}_1 (1.258) соответствует СР асимметрия, которая даёт вклад в генерацию полной лептонной асимметрии. В рассматриваемом случае определение СР асимметрий (1.253) может быть обобщено следующим образом

$$\varepsilon_{1,f}^k = \frac{\Gamma_{N_1 f}^k - \Gamma_{N_1 \bar{f}}^k}{\sum_{m,f'} \left(\Gamma_{N_1 f'}^m + \Gamma_{N_1 \bar{f}'}^m \right)}, \quad (1.260)$$

где f и f' следует отождествлять либо с ℓ_x либо с $\tilde{\ell}_x$ тогда как \bar{f} и \bar{f}' соответствуют либо $\bar{\ell}_x$ либо $\tilde{\ell}_x^*$. В выражении (1.260) ε_{1,ℓ_n}^3 и $\varepsilon_{1,\tilde{\ell}_n}^3$ ($n=1,2,3$) отвечают СР асимметриям, которые генерируются распадами легчайшего правостороннего нейтрино на лептоны (слептоны) и хиггсовский дублет H_u (дублет хиггсино \tilde{H}_u), а ε_{1,ℓ_4}^3 , $\varepsilon_{1,\tilde{\ell}_4}^3$, $\varepsilon_{1,f}^1$ и $\varepsilon_{1,\bar{f}}^2$ — дополнительные СР асимметрии, соответствующие новым каналам распадов N_1 . Знаменатель выражения (1.260) содержит сумму парциальных ширин распадов N_1 . В случае ε_{1,ℓ_x}^k данная сумма включает все возможные парциальные ширины распадов N_1 , конечное состояние которых содержит лептоны или фермионные компоненты супермультиплета L_4 . Выражение для $\varepsilon_{1,\tilde{\ell}_x}^k$ содержит в знаменателе сумму парциальных ширин распадов N_1 , включающую все возможные

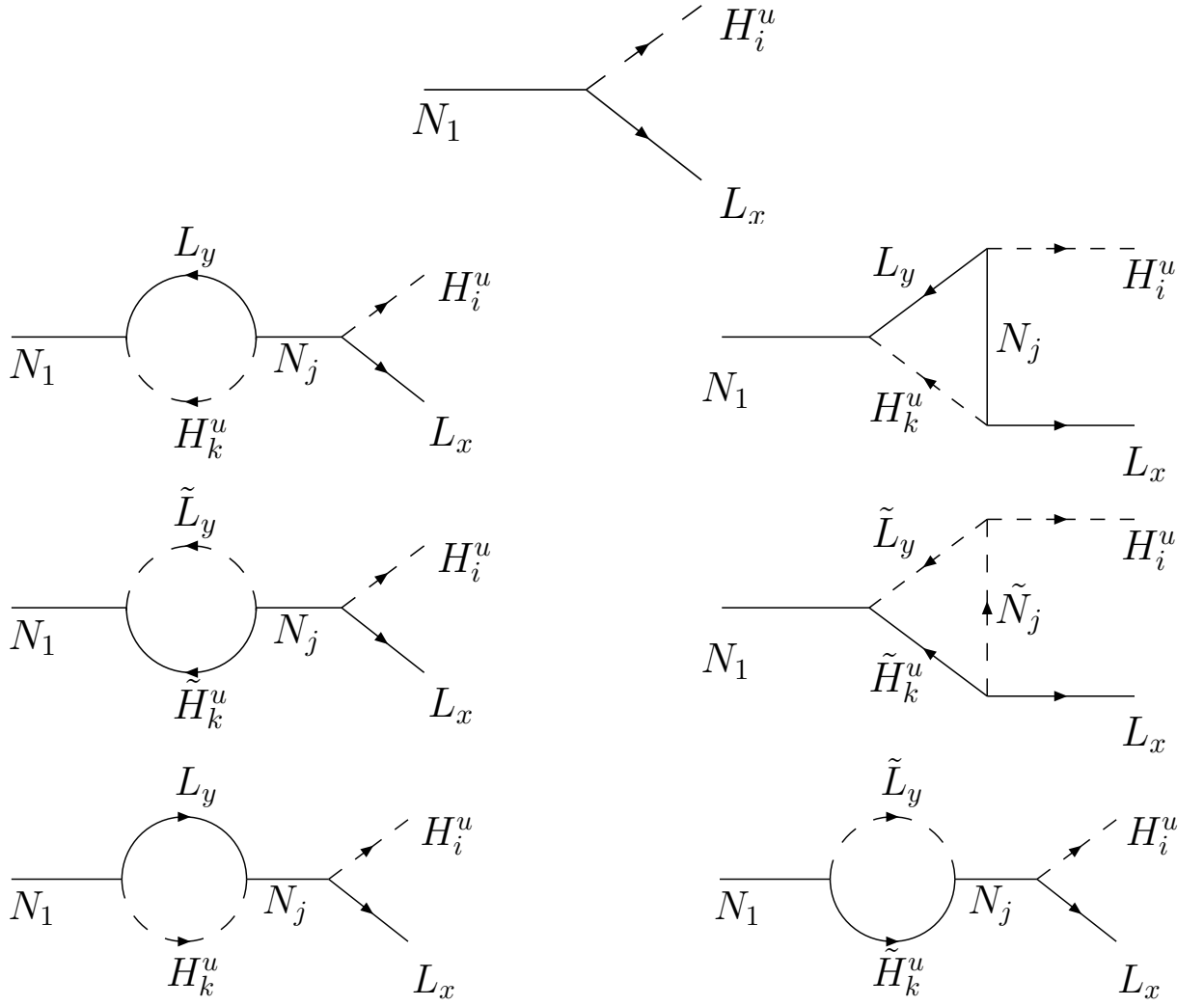


Рис. 1.20: Диаграммы, дающие вклад в CP асимметрии в E_6SSM в случае, когда $g_{kij}^N = 0$.

каналы распадов, конечные состояния которых включают либо слептоны либо скалярные компоненты супермультиплетта L_4 . CP асимметрии, обусловленные распадами легчайшего правостороннего нейтрино, $\varepsilon_{1,f}^k$ могут быть определены аналогичным образом. В этом случае правостороннее нейтрино в выражении (1.260) следует заменить на либо \tilde{N}_1 либо \tilde{N}_1^* (см. также (1.255)).

Как и в MSSM ненулевой вклад в CP асимметрии в рамках E_6SSM появляется в результате интерференции между древесными амплитудами распада легчайшего правостороннего нейтрино N_1 и однопетлевыми поправками к ним. Соответствующие диаграммы представлены на рис. 1.20. После вычисления однопетлевых диаграмм находим (см. [92], [122])

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1,\ell_x}^k &= \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_x}^k = \varepsilon_{1,\ell_x}^{\tilde{k}} = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_x}^{\tilde{k}} = \frac{1}{4\pi A_1} \sum_{j=2,3} \text{Im} \left\{ A_j h_{kx1}^{N*} h_{kxj}^N f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{m,y} h_{my1}^{N*} h_{mxj}^N h_{kyj}^N h_{kx1}^{N*} f^V \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \quad (1.261)
\end{aligned}$$

где

$$A_j = \sum_{m,y} \left(h_{my1}^{N^*} h_{myj}^N + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} h_{my1}^N h_{myj}^{N^*} \right),$$

$$f^S(z) = \frac{2\sqrt{z}}{1-z}, \quad f^V(z) = -\sqrt{z} \ln \left(\frac{1+z}{z} \right),$$

$k, m = 1, 2, 3$ и $x, y = 1, 2, 3, 4$. Члены в правых частях выражений (1.261), которые пропорциональны A_j , отвечают вкладу диаграмм, содержащих собственно-энергетические части, тогда как все остальные члены возникают при учёте петлевых поправок к вершинам взаимодействия. Следует отметить, что в выражениях (1.261) коэффициенты при $f^S(x)$ и $f^V(x)$ не совпадают в отличие от МССМ. Это означает, что в общем случае вклады от поправок к вершинам взаимодействия и от однопетлевых поправок, включающих собственно-энергетические части не связаны друг с другом непосредственно. Такое обычно происходит в моделях, в которых легчайшее правостороннее нейтрино N_1 взаимодействует с несколькими $SU(2)_W$ дублетами лептонов и с несколькими $SU(2)_W$ дублетами, которые имеют те же квантовые числа, что и хиггсовские поля.

Поскольку инертные бозоны Хиггса и инертные хиггсино не несут какого-либо лептонного числа удобно ввести в рассмотрение полные CP асимметрии, которые ассоциируются с каждым из лептонных ароматов, т.е.

$$\varepsilon_{1,f}^{tot} = \sum_k \varepsilon_{1,f}^k, \quad \tilde{\varepsilon}_{1,f}^{tot} = \sum_k \tilde{\varepsilon}_{1,f}^k. \quad (1.262)$$

CP асимметрии (1.262) должны появляться в правых частях уравнений Больцмана, которые описывают эволюцию плотностей лептонных зарядов. Выражения для данных CP асимметрий могут быть представлены в следующем компактном виде

$$\varepsilon_{1,f}^{tot} = \tilde{\varepsilon}_{1,f}^{tot} = \frac{1}{8\pi(\text{Tr}\Pi^1)} \sum_{j=2,3} \text{Im} \left\{ A_j \Pi_{ff}^j f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) + (\Pi^j)_{ff}^2 f^V \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \quad (1.263)$$

где

$$\Pi_{\ell_y \ell_x}^j = \Pi_{\tilde{\ell}_y \tilde{\ell}_x}^j = \sum_m h_{my1}^{N^*} h_{mxj}^N \quad (1.264)$$

представляют собой три матрицы 4×4 и $A_j = \text{Tr}\Pi^j + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} \text{Tr}\Pi^{j*}$. Выражения (1.263) и (1.264) указывают на то, что несмотря на большое число новых констант, которые возникают из-за нарушения Z_2^H и \tilde{Z}_2^H симметрий, только некоторые комбинации этих констант дают вклад в генерацию лептонных асимметрий. Параметризация CP асимметрий, представленная выше, может быть использована в любой модели, в которой легчайшее правостороннее нейтрино N_1 может распадаться на несколько $SU(2)_W$ дублетов лептонов и на несколько $SU(2)_W$ дублетов, которые имеют те же квантовые числа, что и хиггсовские поля.

В пределе, когда Z_2^H симметрия остаётся ненарушенной, аналитические выражения для CP асимметрий (1.261) и (1.263) существенно упрощаются. В частности, CP асимметрии $\varepsilon_{1,f}^1$

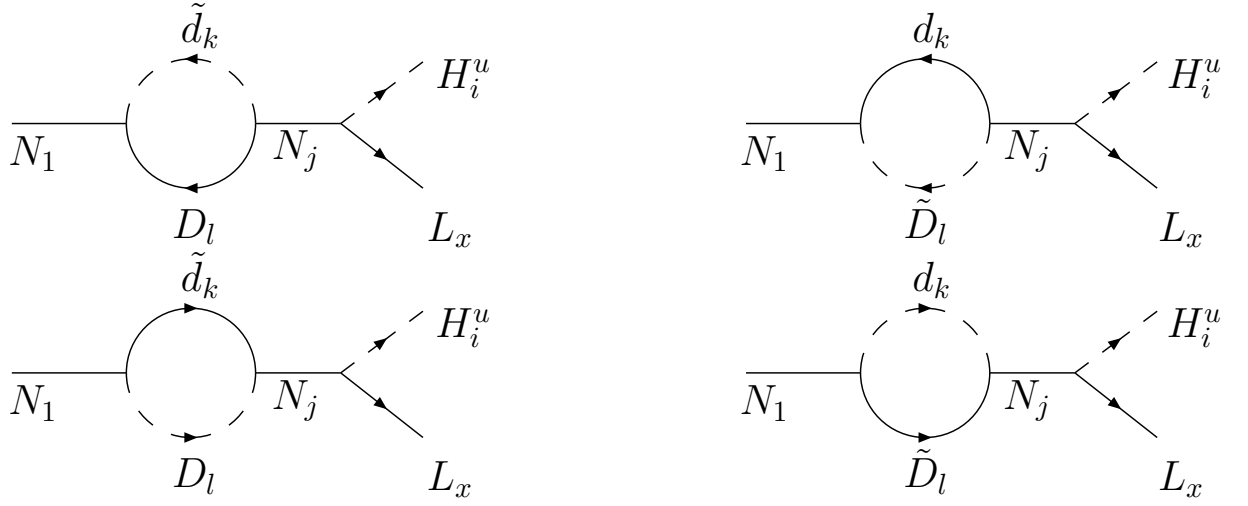


Рис. 1.21: Дополнительные диаграммы, дающие вклад в CP асимметрии отвечающие распадам $N_1 \rightarrow L_x + H_k^u$ в E_6 ССМ в случае, когда g_{kij}^N имеют ненулевые значения.

и $\varepsilon_{1,f}^2$, которые отвечают распадам N_1 на либо скалярные либо фермионные компоненты инертных хиггсовских супермультиплетов H_α^u , зануляются, когда юкавские константы, нарушающие Z_2^H симметрию, стремятся к нулю. Аналитические выражения для остальных CP асимметрии сводятся к

$$\varepsilon_{1,\ell_x}^3 = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_x}^3 = \varepsilon_{1,\ell_x}^3 = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_x}^3 = \frac{1}{8\pi} \frac{\sum_{j=2,3} \text{Im} \left[h_{3x1}^{N*} B_{1j} h_{3xj}^N \right]}{\sum_y |h_{3y1}^N|^2},$$

$$B_{1j} = \sum_y \left\{ h_{3y1}^{N*} h_{3yj}^N g \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} h_{3y1}^N h_{3yj}^{N*} f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \quad (1.265)$$

$$g(z) = f^V(z) + f^S(z) = \sqrt{z} \left[\frac{2}{1-z} - \ln \left(\frac{1+z}{z} \right) \right],$$

где $x, y = 1, 2, 3, 4$. Если N_2 и N_3 значительно тяжелее легчайшего правостороннего нейтрино N_1 ($M_{N_2}, M_{N_3} \gg M_{N_1}$), формулы (1.265) для CP асимметрий упрощаются ещё сильнее, т.е.

$$\varepsilon_{1,\ell_x}^3 \simeq -\frac{3}{8\pi} \sum_{j=2,3} \frac{\text{Im} \left[(h^{N\dagger} h^N)_{1j} h_{3x1}^{N*} h_{3xj}^N \right]}{(h^{N\dagger} h^N)_{11}} \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}}, \quad (1.266)$$

где $(h^{N\dagger} h^N)_{1j} = \sum_y h_{3y1}^{N*} h_{3yj}^N$. Из выражений (1.265) следует, что в рассматриваемом случае вклад диаграмм, содержащих собственно-энергетические части, в два раза больше вклада диаграмм, отвечающих петлевым поправкам к вершинам взаимодействия.

Приведённые выше аналитические выражения для CP асимметрий (1.265)–(1.266) по форме напоминают аналогичные выражения в МССМ. Более того, когда $h_{34j}^N \rightarrow 0$, дополнительные CP асимметрии, соответствующие распадам

$$N_1 \rightarrow L_4 + H_u, \quad N_1 \rightarrow \tilde{L}_4 + \tilde{H}_u, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \bar{L}_4 + \bar{\tilde{H}}_u, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \tilde{L}_4 + H_u, \quad (1.267)$$

зануляются и результаты, полученные в рамках МССМ для CP асимметрий, полностью воспроизводятся. Однако, когда h_{34j}^N имеют ненулевые значения, процессы генерации лептонной асимметрии в МССМ и E₆ССМ с ненарушенной Z_2^H симметрией могут достаточно сильно различаться из-за присутствия скалярных и фермионных компонент супермультиплета L_4 в спектре частиц. Действительно, так как h_{34j}^N могут быть значительно больше юкавских констант, отвечающих взаимодействию обычных лептонных супермультиплетов с N_j и H_u , CP асимметрии, соответствующие распадам (1.267), могут существенно превосходить все остальные CP асимметрии. При этом скалярные и фермионные компоненты супермультиплета L_4 , которые рождаются в распадах легчайшего правостороннего нейтрино и sneйтрино, затем распадаются на лептоны или слептоны, заметно изменяя эволюцию плотностей лептонных зарядов.

В случае, когда юкавские константы g_{kij}^N имеют ненулевые значения, экзотические кварки и их суперпартнёры дают дополнительный вклад в CP асимметрии, отвечающие различным лептонным ароматам. Данные вклады определяются однопетлевыми диаграммами, которые содержат собственно-энергетические части, включающие кварки и скварки. Соответствующие диаграммы представлены на рис. 1.21. Так как юкавские константы g_{kij}^N не приводят к петлевым поправкам к вершинам взаимодействия в амплитудах распадов легчайшего правостороннего нейтрино/sнейтрино на лептоны/слептоны, для вычисления CP асимметрий, отвечающих процессам (1.258), можно использовать выражения (1.261), в которых A_2 и A_3 следует заменить на \tilde{A}_2 и \tilde{A}_3 , где

$$\tilde{A}_j = A_j + \frac{3}{2} \sum_{m,n} \left(g_{mn1}^{N*} g_{mnj}^N + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} g_{mn1}^N g_{mnj}^{N*} \right), \quad j = 2, 3. \quad (1.268)$$

Взаимодействие суперполя N_1 с супермультиплетами D_k и d_i^c также приводит к новым каналам распадов легчайшего правостороннего нейтрино и sneйтрино

$$N_1 \rightarrow D_k + \tilde{d}_i^c, \quad N_1 \rightarrow \tilde{D}_k + d_i^c, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \bar{D}_k + d_i, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \tilde{D}_k + \tilde{d}_i^c, \quad (1.269)$$

где D_k и \tilde{D}_k — фермионные и скалярные компоненты супермультиплетов экзотических кварков D_k , а d_i^c и \tilde{d}_i^c — правосторонние нижние кварки и их суперпартнёры. Если шкала нарушения СУСИ на несколько порядков ниже массы легчайшего правостороннего нейтрино и sneйтрино M_{N_1} , соответствующие парциальные ширины распадов определяются юкавскими константами g_{ki1}^N , которые нарушают Z_2^H симметрию, т.е.

$$\begin{aligned} \Gamma_{N_1 D_k}^i + \Gamma_{N_1 \bar{D}_k}^i &= \Gamma_{N_1 \tilde{D}_k}^i + \Gamma_{N_1 \tilde{D}_k^*}^i = \Gamma_{\tilde{N}_1^* D_k}^i = \\ &= \Gamma_{\tilde{N}_1 \bar{D}_k}^i = \Gamma_{\tilde{N}_1 \tilde{D}_k}^i = \Gamma_{\tilde{N}_1^* \tilde{D}_k^*}^i = \frac{3|g_{ki1}^N|^2}{16\pi} M_{N_1}. \end{aligned} \quad (1.270)$$

Новые каналы распадов легчайшего правостороннего нейтрино и sneйтрино (1.269) дают вклад в генерацию лептонной асимметрии благодаря распадам экзотических кварков и их суперпартнёров при низких энергиях. Сохранение лептонного числа в данном случае предполагает, что распады D_k и \tilde{D}_k должны приводить к лептону в конечном состоянии, тогда

как конечные состояния распадов их античастиц должны содержать антилептон. Поэтому можно определить лептонные CP асимметрии, отвечающие каждому новому каналу распада легчайшего правостороннего нейтрино и снейтрино (1.269). Для CP асимметрий, обусловленных распадами N_1 на экзотические кварки (скварки), получаем

$$\varepsilon_{1, q_k}^i = \frac{\Gamma_{N_1 q_k}^i - \Gamma_{N_1 \bar{q}_k}^i}{\sum_{j, m} \left(\Gamma_{N_1 q_m}^j + \Gamma_{N_1 \bar{q}_m}^j \right)}. \quad (1.271)$$

В выражении (1.271) q_k соответствует либо экзотическому кварку D_k либо его скалярному суперпартнёру \tilde{D}_k , а \bar{q}_k отвечает зарядово-сопряженным состояниям \bar{D}_k или \tilde{D}_k^* . Верхние индексы i и j следует отождествлять с ароматом нижнего кварка или его суперпартнёра в конечном состоянии. Знаменатель выражения (1.271) содержит сумму парциальных ширин распадов N_1 на экзотические кварки и суперпартнёры правосторонних нижних скварков, если $\varepsilon_{1, q_k}^i = \varepsilon_{1, D_k}^i$, или на экзотические скварки и правосторонние нижние кварки, если $\varepsilon_{1, q_k}^i = \varepsilon_{1, \tilde{D}_k}^i$. CP асимметрии ε_{1, q_k}^i , обусловленные распадами легчайшего правостороннего снейтрино на экзотические кварки (скварки), могут быть определены аналогичным образом. При этом N_1 в выражении (1.271) следует заменить либо на \tilde{N}_1 либо на \tilde{N}_1^* .

Как и прежде, в древесном приближении CP асимметрии, отвечающие новым каналам распадов N_1 и \tilde{N}_1 (1.269), зануляются. Отличные от нуля значения ε_{1, q_k}^i возникают при учёте диаграмм, содержащих собственно-энергетические части и петлевые поправки к вершинам взаимодействия. Соответствующие однопетлевые диаграммы представлены на рис. 1.22. Интерференция таких диаграмм и диаграмм, описывающих амплитуды распадов N_1 и \tilde{N}_1 в древесном приближении, может приводить к ненулевым значениям ε_{1, q_k}^i , если некоторые из юкавских констант g_{kij}^N являются комплексными величинами. Непосредственные вычисления приводят к (см. [92], [122])

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1, D_k}^i = \varepsilon_{1, \tilde{D}_k}^i = \varepsilon_{1, D_k}^i = \varepsilon_{1, \tilde{D}_k}^i = \frac{1}{8\pi A_0} \sum_{j=2,3} \text{Im} \left\{ \tilde{A}_j g_{kij}^N g_{ki1}^{N*} f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right. \\ \left. + \sum_{m, n} g_{mn1}^{N*} g_{mij}^N g_{knj}^N g_{ki1}^{N*} f^V \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (1.272)$$

где $A_0 = \sum_{k, i} g_{ki1}^N g_{ki1}^{N*}$. Как и в обсуждавшихся ранее сценариях суперсимметрия предполагает наличие определённых соотношений (1.272) между CP асимметриями, обусловленными распадами N_1 и \tilde{N}_1 . Так же как и в случае лептонных асимметрий (1.261) члены в правых частях выражений (1.272) пропорциональные \tilde{A}_j соответствуют вкладу диаграмм, включающих собственно-энергетические части, а все остальные члены отвечают петлевым поправкам к вершинам взаимодействия. Причём в общем случае коэффициенты при $f^S(x)$ и $f^V(x)$ не совпадают. Из выражений (1.272) следует, что CP асимметрии, обусловленные дополнительными каналами распадов N_1 и \tilde{N}_1 (1.269), зависят не только от g_{kij}^N , но и от юкавских констант взаимодействия суперполей N_j^c с супермультиплетами H_k^u и L_x . Новые

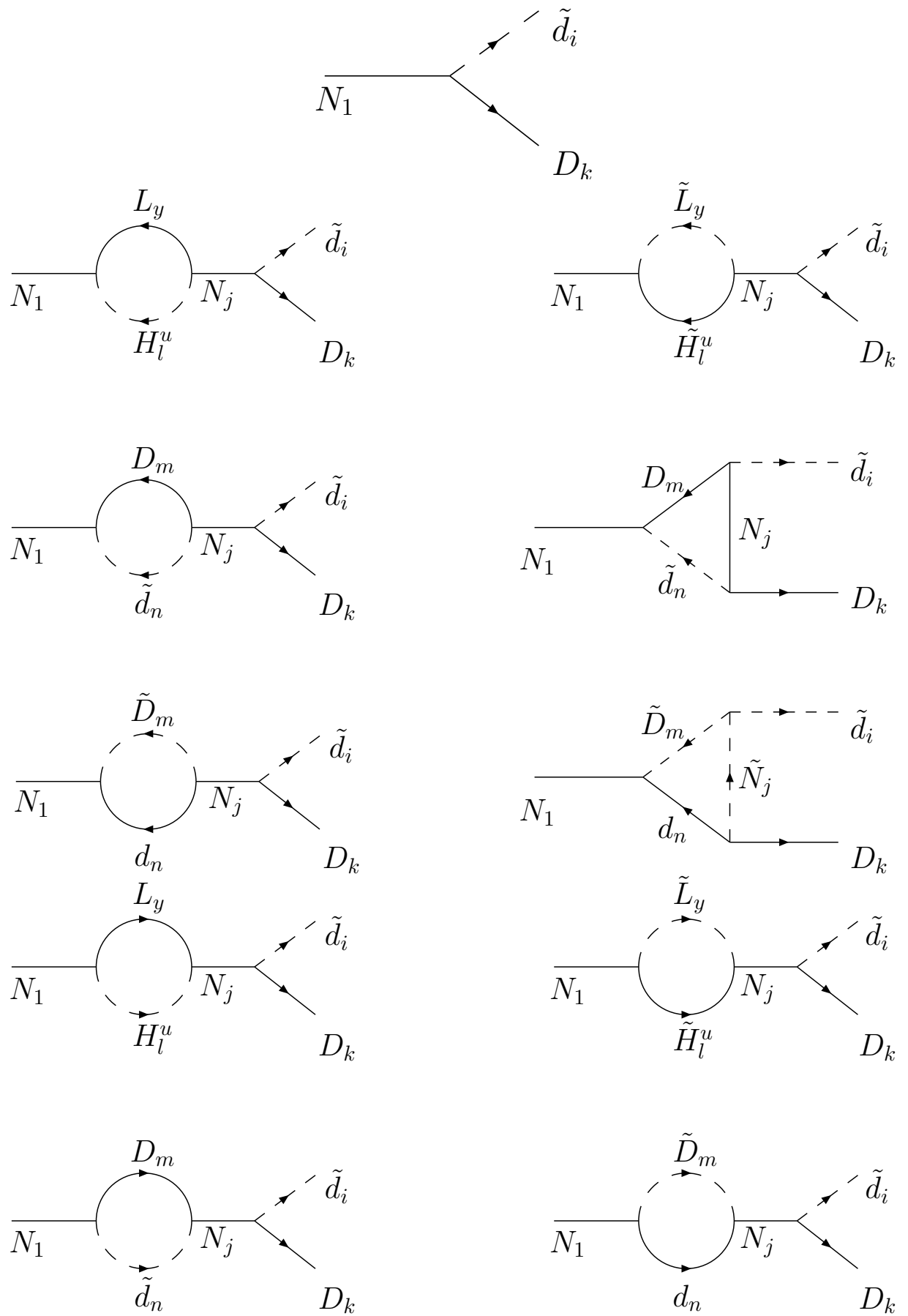


Рис. 1.22: Диаграммы, которые дают вклад в CP асимметрии, отвечающие распадам $N_1 \rightarrow D_k + \tilde{d}_i$ в E_6CCM .

CP асимметрии (1.272) зануляются в случае, когда все юкавские константы, нарушающие Z_2^H симметрию, стремятся к нулю.

Как и в случае лептонных асимметрий (1.261) целесообразно определить полные CP асимметрии, отвечающие каждому из ароматов экзотических кварков, т.е.

$$\varepsilon_{1,q_k}^{tot} = \sum_i \varepsilon_{1,q_k}^i, \quad \tilde{\varepsilon}_{1,q_k}^{tot} = \sum_i \tilde{\varepsilon}_{1,q_k}^i. \quad (1.273)$$

В общем случае полные CP асимметрии, соответствующие каждому из ароматов лептонов и экзотических кварков, могут быть представлены в следующем виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,f}^{tot} &= \frac{1}{8\pi(\text{Tr}\Pi^1)} \sum_{j=2,3} \text{Im} \left\{ \tilde{A}_j \Pi_{ff}^j f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) + (\Pi^j)_{ff}^2 f^V \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \\ \varepsilon_{1,k}^{tot} &= \frac{1}{8\pi(\text{Tr}\Omega^1)} \sum_{j=2,3} \text{Im} \left\{ \tilde{A}_j \Omega_{kk}^j f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) + (\Omega^j)_{kk}^2 f^V \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\}, \\ \tilde{A}_j &= \text{Tr}\Pi^j + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} \text{Tr}\Pi^{j*} + \frac{3}{2} \left(\text{Tr}\Omega^j + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} \text{Tr}\Omega^{j*} \right), \end{aligned} \quad (1.274)$$

где $\varepsilon_{1,D_k}^{tot} = \varepsilon_{1,\tilde{D}_k}^{tot} = \varepsilon_{1,D_k}^{tot} = \varepsilon_{1,\tilde{D}_k}^{tot} = \varepsilon_{1,k}^{tot}$, $\Omega_{ki}^j = \sum_m g_{km1}^{N*} g_{imj}^N$, а Π_{mn}^j определяются выражениями (1.264). Компактная параметризация полных CP асимметрий (1.274) позволяет сузить пространство параметров, от которых данные асимметрии зависят.

В пределе, когда $M_{N_2}, M_{N_3} \gg M_{N_1}$, а M_{N_1} много больше шкалы нарушения СУСИ, приближённые выражения для CP асимметрий, которые определяются соотношениями (1.261) и (1.272), можно получить используя методы эффективной теории поля. В этом случае при энергиях порядка M_{N_1} суперпотенциал (1.257) сводится к (см. [92])

$$\begin{aligned} W_{\text{eff}} &\simeq h_{kx1}^N (H_k^u L_x) N_1^c + g_{ki1}^N (D_k d_i^c) N_1^c + \frac{1}{2} \Xi_{kxiy}^{LL} (H_k^u L_x) (H_i^u L_y) \\ &+ \Xi_{kxmp}^{LD} (H_k^u L_x) (D_m d_p^c) + \frac{1}{2} \Xi_{kimp}^{DD} (D_k d_i^c) (D_m d_p^c) + \dots, \end{aligned} \quad (1.275)$$

где $i, k, m, p = 1, 2, 3$, а $x, y = 1, 2, 3, 4$ и

$$\begin{aligned} \Xi_{kxiy}^{LL} = \Xi_{iykx}^{LL} &= - \sum_{j=2,3} \frac{h_{kxj}^N h_{iyj}^N}{M_{N_j}}, & \Xi_{kxmp}^{LD} &= - \sum_{j=2,3} \frac{h_{kxj}^N g_{mpj}^N}{M_{N_j}}, \\ \Xi_{kimp}^{DD} = \Xi_{mpki}^{DD} &= - \sum_{j=2,3} \frac{g_{kij}^N g_{mpj}^N}{M_{N_j}}. \end{aligned} \quad (1.276)$$

Три последних члена в эффективном суперпотенциале (1.275) возникают при учёте в главном приближении взаимодействия тяжёлых правосторонних нейтрино и sneйтрино, т.е. N_2, N_3, \tilde{N}_2 и \tilde{N}_3 , с компонентами супермультиплетов H_k^u, L_x, D_k и d_i^c . В рамках эффективной теории поля данные операторы приводят к ненулевым значениям CP асимметрий, которые опять появляются в результате интерференции древесных амплитуд, описывающих распады легчайших правосторонних нейтрино/sнейтрино, и однопетлевых поправок к ним. Соответствующие однопетлевые диаграммы включают в себя две вершины, одна из которых отвечает

неперенормируемым взаимодействиям, приводящим к процессам с несохранением лептонного числа. Такие взаимодействия описываются тремя последними членами в эффективном суперпотенциале (1.275). Вычисляя соответствующие однопетлевые диаграммы, находим

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1, \ell_x}^k &\simeq \frac{M_{N_1}}{8\pi A_1} \text{Im} \left[2 \sum_{i, y} h_{kx1}^{N*} \Xi_{kxiy}^{LL} h_{iy1}^{N*} + \sum_{m, p} h_{kx1}^{N*} \Xi_{ixky}^{LL} h_{iy1}^{N*} \right. \\
&\quad \left. + 3 \sum_{m, p} h_{kx1}^{N*} \Xi_{kxmp}^{LD} g_{mp1}^{N*} \right], \\
\varepsilon_{1, D_k}^i &\simeq \frac{M_{N_1}}{8\pi A_0} \text{Im} \left[3 \sum_{m, p} g_{ki1}^{N*} \Xi_{kimp}^{DD} g_{mp1}^{N*} + \sum_{m, p} g_{ki1}^{N*} \Xi_{mikp}^{DD} g_{mp1}^{N*} \right. \\
&\quad \left. + 2 \sum_{m, p} g_{ki1}^{N*} \Xi_{myki}^{LD} h_{my1}^{N*} \right].
\end{aligned} \tag{1.277}$$

Выражения для CP асимметрий (1.277) можно получить непосредственно из соотношений (1.261) и (1.272), разлагая их по малым параметрам $(M_{N_1}/M_{N_j}) \ll 1$ и удерживая только лидирующие члены данного разложения. Нетрудно убедиться, что в выражениях (1.277) Ξ_{kimp}^{DD} , Ξ_{kxim}^{LD} и ε_{1, D_k}^i зануляются в пределе $g_{mpj}^N \rightarrow 0$. Соотношения (1.277) также сильно упрощаются в пределе точной Z_2^H симметрии, когда $h_{1xj}^N = h_{2xj}^N \rightarrow 0$ и $g_{mpj}^N \rightarrow 0$. Причём несложно проверить, что приближённые выражения для CP асимметрий (1.266) полностью воспроизводятся в рассматриваемом пределе.

Для того чтобы убедиться в том, что новые состояния, которые естественным образом появляются в рамках E_6 ССМ, могут позволить избежать так называемой проблемы гравитино, рассмотрим более подробно процесс генерации барионной асимметрии в случае сценария А. При этом положим $M_{N_1} \simeq 10^6$ ГэВ и будем предполагать, что шкала нарушения СУСИ пренебрежимо мала по сравнению с M_{N_1} . Так как в случае сценария А лагранжиан инвариантен по отношению к преобразованиям \tilde{Z}_2^H , P_M и Z_2^E симметрий, почти все юкавские константы h_{kxj}^N и g_{kij}^N зануляются. Отличные от нуля значения могут иметь только параметры h_{3ij}^N и $h_{\alpha 4j}^N$, где $i, j = 1, 2, 3$ и $\alpha = 1, 2$.

Поскольку в простейшей реализации сценария А предполагается, что юкавские константы $\tilde{f}_{\alpha\beta} \sim f_{\alpha\beta} \lesssim 10^{-6}$, членами $\tilde{f}_{\alpha\beta} S_\alpha (H_\beta^d H_u)$ и $f_{\alpha\beta} S_\alpha (H_d H_\beta^u)$ в суперпотенциале можно также пренебречь. Тогда при энергиях $E \lesssim M_{N_1}$ лагранжиан модели инвариантен по отношению к преобразованиям глобальной $U(1)_E$ симметрии. Ненулевые $U(1)_E$ заряды имеют лишь супермультиплеты H_α^u , H_α^d , D_i , \bar{D}_i , L_4 и \bar{L}_4 , компоненты которых образуют набор экзотических состояний. $U(1)_E$ заряды различных супермультиплетов представлены в таблице 1.20. Отличные от нуля значения $h_{\alpha 4j}^N$ приводят к нарушению не только $U(1)_{B-L}$, но и $U(1)_E$ симметрии. Таким образом распады легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино

$$N_1 \rightarrow L_4 + H_\alpha^u, \quad N_1 \rightarrow \tilde{L}_4 + \tilde{H}_\alpha^u, \quad \tilde{N}_1^* \rightarrow L_4 + \tilde{H}_\alpha^u, \quad \tilde{N}_1 \rightarrow \tilde{L}_4 + H_\alpha^u, \tag{1.278}$$

генерируют $U(1)_{B-L}$ и $U(1)_E$ асимметрии одновременно. Причём образующаяся $U(1)_E$ асимметрия не исчезает, если юкавские константы нарушающие соответствующую глобальную симметрию достаточно малы, т.е. $\tilde{f}_{\alpha\beta} \sim f_{\alpha\beta} \lesssim 10^{-7}$ [316].

	H_α^u	H_α^d	D_i	\bar{D}_i	L_4	\bar{L}_4
Q_i^E	+1	-1	+1	-1	+1	-1

Таблица 1.20: $U(1)_E$ заряды различных супермультиплетов в случае сценария А.

Тем не менее ненулевые значения $\tilde{f}_{\alpha\beta}$ и $f_{\alpha\beta}$ нарушают $U(1)_E$ симметрию до Z_2^E и легчайшая экзотическая частица, несущая $U(1)_E$ заряд, становится нестабильной. Конечное состояние, отвечающее распаду данных экзотических частиц, должно содержать легчайший экзотический фермион, который представляет собой линейную суперпозицию фермионных компонент S_j . Масса таких фермионов существенно меньше чем 1 эВ и они образуют горячую тёмную материю в нашей Вселенной. В результате даже очень маленькие значения $\tilde{f}_{\alpha\beta}$ и $f_{\alpha\beta}$ приводят к тому, что образующаяся $U(1)_E$ асимметрия переходит в горячую тёмную материю. Поскольку масса легчайших экзотических фермионов крайне мала, вклад этой материи в наблюдаемую плотность энергии пренебрежимо мал.

Если M_{N_1} , M_{N_2} и M_{N_3} имеют значения сопоставимые по порядку величины и $M_{N_1} \simeq 10^6$ ГэВ, юкавские константы h_{3ij}^N должны быть достаточно малы, чтобы адекватно воспроизвести шкалу масс левосторонних нейтрино $m_\nu \lesssim 0.1$ эВ, т.е. $|h_{3ij}^N|^2 \ll 10^{-8}$. Столь малые значения $|h_{3ij}^N|$ приводят к пренебрежимо малым CP асимметриям ε_{1,ℓ_i}^3 . По этой причине юкавскими константами h_{3ij}^N в первом приближении можно пренебречь. В то же самое время новые каналы распадов легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино (1.278) могут приводить к достаточно большим CP асимметриям $\varepsilon_{1,\ell_4}^\alpha$, которые в свою очередь могут дать заметный вклад в генерацию барионной асимметрии Вселенной. В этом случае один и тот же набор CP асимметрий, т.е. (см. [93])

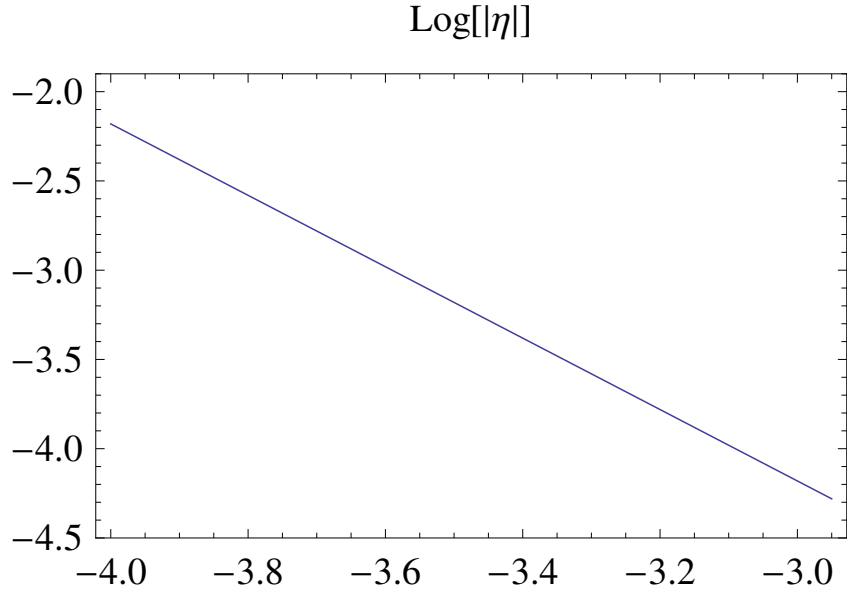
$$\varepsilon_{1,\ell_4}^\alpha = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_4}^\alpha = \varepsilon_{1,\ell_4}^\alpha = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_4}^\alpha = \frac{1}{8\pi} \frac{\sum_{j=2,3} \text{Im} \left[h_{\alpha 41}^{N*} C_j h_{\alpha 4j}^N \right]}{\sum_\beta |h_{\beta 41}^N|^2}, \quad (1.279)$$

$$C_j = \sum_\beta \left\{ h_{\beta 41}^{N*} h_{\beta 4j}^N g \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) + \frac{M_{N_1}}{M_{N_j}} h_{\beta 41}^N h_{\beta 4j}^{N*} f^S \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \right\},$$

определяет образующиеся $U(1)_{B-L}$ и $U(1)_E$ асимметрии.

Супермультиплеты H_α^u всегда можно переопределить таким образом, чтобы только один супермультиплет H_1^u взаимодействовал с L_4 и N_1^c . Таким образом юкавскую константу h_{241}^N можно всегда положить равной нулю. В пределе $h_{241}^N \rightarrow 0$ формулы (1.279) существенно упрощаются. В частности, CP асимметрии отвечающие $\alpha = 2$ зануляются. В случае, когда все массы правосторонних нейтрино являются действительными величинами и $h_{14j}^N = |h_{14j}^N| e^{i\varphi_j}$, выражения для CP асимметрий, которые определяют образующиеся $U(1)_{B-L}$ и $U(1)_E$ асимметрии, сводятся к (см. [93])

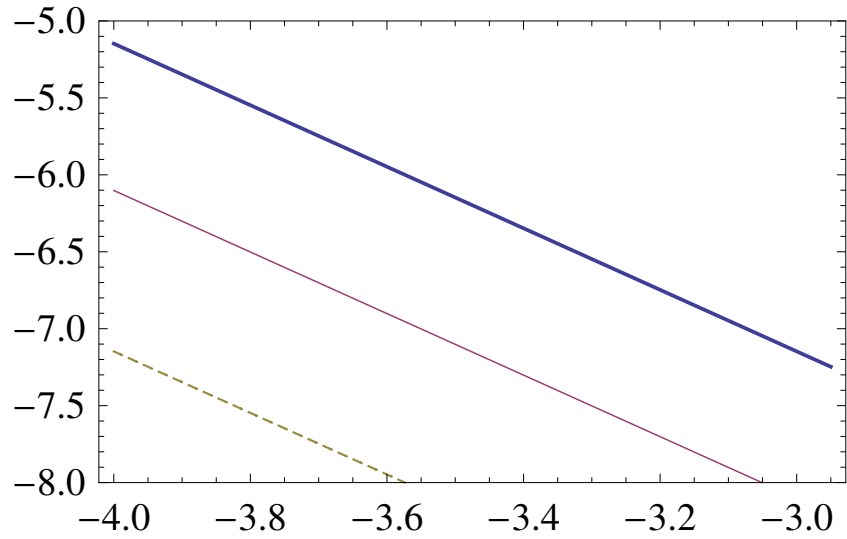
$$\varepsilon_{1,\ell_4}^1 = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_4}^1 = \varepsilon_{1,\ell_4}^1 = \varepsilon_{1,\tilde{\ell}_4}^1 = \frac{1}{8\pi} \left[\sum_{j=2,3} |h_{14j}^N|^2 g \left(\frac{M_{N_j}^2}{M_{N_1}^2} \right) \sin 2\Delta\varphi_{j1} \right], \quad (1.280)$$



Log[|h₁₁|]

(a)

Log[|ω|]



Log[|h₁₁|]

(б)

Рис. 1.23: Зависимость логарифма (по основанию 10) η от логарифма $|h_{141}^N| = |h_{11}|$ — рис.а и зависимость логарифма (по основанию 10) абсолютной величины $\omega = \varepsilon_{1, \ell_4}^1 \eta$ от логарифма $|h_{141}^N| = |h_{11}|$ — рис.б в случае, когда $h_{241}^N = h_{143}^N = 0$, $\Delta\varphi_{21} = \pi/4$ и $M_{N_2} = 10 \cdot M_{N_1}$. На рис.б жирная, сплошная и штриховая линии соответствуют $|h_{142}^N| = 0.3$, $|h_{142}^N| = 0.1$ и $|h_{142}^N| = 0.03$.

где $\Delta\varphi_{j1} = \varphi_j - \varphi_1$.

Эволюция $U(1)_{B-L}$ и $U(1)_E$ асимметрий описывается решениями уравнений Больцмана. В рассматриваемом сценарии образующаяся барионная асимметрия может быть оценена следующим образом (см. [293]):

$$Y_{\Delta B} \sim 10^{-3} \varepsilon_{1,\ell_4}^1 \eta, \quad (1.281)$$

где $Y_{\Delta B} = \left. \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \right|_0 = (8.75 \pm 0.23) \times 10^{-11}$ и s — плотность энтропии. Параметр η варьируется от 0 до 1 и при достаточно больших значениях $|h_{141}^N|$ его значение можно оценить используя соотношение

$$\eta \simeq H(T = M_{N_1})/\Gamma_1, \quad (1.282)$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{N_1\ell_4}^1 + \Gamma_{N_1\bar{\ell}_4}^1 = \frac{|h_{141}^N|^2}{8\pi} M_{N_1}, \quad H = 1.66g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}},$$

где H — параметр Хаббла, определяющий темп расширения Вселенной, $g_* = n_b + \frac{7}{8}n_f$ — число релятивистских степеней свободы. В СМ $g_* = 106.75$, а в E_6 ССМ $g_* \simeq 360$.

Из соотношений (1.280) следует, что значение ε_{1,ℓ_4}^1 определяется комбинациями фаз $\Delta\varphi_{j1}$ и абсолютными значениями юкавских констант $|h_{142}^N|$ и $|h_{143}^N|$, но не зависят от $|h_{141}^N|$. Для того чтобы максимально упростить анализ удобно зафиксировать отношение масс легчайших правосторонних нейтрино $(M_{N_2}/M_{N_1}) = 10$ и предположить, что $|h_{143}^N|$ настолько мала, что ей можно пренебречь, т.е. $|h_{143}^N| \ll |h_{142}^N|$. В свою очередь параметр η , определяющий эффективность генерации лептонной и барионной асимметрий, зависит от массы легчайшего правостороннего нейтрино M_{N_1} и $|h_{141}^N|$. Предполагая, что $\Delta\varphi_{21} = \pi/4$ и значения $|h_{141}^N|$ много больше $|h_{3ij}^N|$, т.е. $|h_{141}^N|^2 \gtrsim 10^{-8}$, находим

$$\log |\eta| \simeq -2 \log |h_{141}^N| - 10.2, \quad \log |\omega| \simeq -2 \log |h_{141}^N| + 2 \log |h_{142}^N| - 12.1,$$

где $\omega = \varepsilon_{1,\ell_4}^1 \eta$. Результаты численного анализа также представлены на рис. 1.23. Полученные результаты указывают на то, что η уменьшается с 10^{-2} до 10^{-4} по мере того как $|h_{141}^N|$ увеличивается от 10^{-4} до 10^{-3} . При $\Delta\varphi_{21} = \pi/4$ и $|h_{142}^N| \sim 0.1$ феноменологически приемлемая барионная асимметрия отвечающая $|\omega| \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ может быть получена, если $|h_{141}^N|$ варьируется между 10^{-4} и 10^{-3} . Причём, когда $\tilde{f}_{\alpha\beta}$ и $f_{\alpha\beta}$ существенно меньше 10^{-7} , образующаяся концентрация частиц горячей тёмной материи должна быть сопоставима по порядку величины с концентрациями барионов и лептонов.

Глава 2

Модели составного Хиггса и теории Великого Объединения

2.1 E_6 Теория Великого Объединения и E_6 МСХ

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные не позволяют однозначно судить о том является ли открытый в 2012 году бозон Хиггса элементарной или же составной частицей. В основу современных моделей составного Хиггса легли идеи, которые были предложены в 70-х [317] и 80-х годах [318] прошлого века. В этих моделях нарушение электрослабой симметрии происходит динамически в отдельном секторе, который специально для этих целей вводится в рассмотрение. Динамический характер нарушения электрослабой симметрии предполагает, что по аналогии с квантовой хромодинамикой (КХД) на определённой шкале энергий взаимодействия в данном секторе становятся достаточно сильными, что приводит к образованию связанных состояний формирующих, в частности, $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса. В общем случае теории такого типа должны приводить к достаточно большим значениям константы λ в потенциале взаимодействия хиггсовских полей (1), что в свою очередь отвечает достаточно тяжёлому бозону Хиггса с массой $M_H \gtrsim v \simeq 246$ ГэВ. С другой стороны данные измерений соответствуют $M_H \simeq 125 - 126$ ГэВ и $\lambda \simeq 0.13$. Относительно небольшие значения параметра λ указывают на то, что в моделях составного Хиггса (МСХ) $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса может появляться в качестве набора псевдоголдстоуновских состояний, который отвечает спонтанно нарушенной глобальной симметрии. Такой приближённой глобальной симметрией может обладать сектор, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии. Возможность появления $SU(2)_W$ дублета бозонов Хиггса в качестве набора псевдоголдстоуновских состояний обсуждалась в рамках различных моделей [319]–[321].

В качестве псевдоголдстоуновского состояния бозон Хиггса может появляться в моделях с дополнительными измерениями [320]–[321]. Используя соответствие, устанавливающее связь между теориями в пространстве анти-деСиттера (AdS) и конформно-инвариантными теориями поля (CFT), так называемое AdS/CFT-соответствие, была установлена дуальность

между упомянутыми выше моделями с дополнительными измерениями и четырёхмерными МСХ, при которой первые (ненулевые) моды в разложении Калуцы–Клейна ассоциируются с связанными состояниями, которые образуются на шкале f [320]–[323]. Другими словами, эти два очень разных класса моделей описывают одну и ту же реальность. Четырёхмерные МСХ, возникающие при таком рассмотрении, включают в себя сектор слабовзаимодействующих частиц, к числу которых относят фермионы и векторные бозоны СМ, а также сектор полей, который приводит к образованию связанных состояний, к которым, в частности, относится бозон Хиггса. Поля из первого сектора взаимодействуют с операторами, включающими поля второго. В результате при низких энергиях фермионы (бозоны) СМ представляют собой суперпозицию элементарных фермионных (бозонных) состояний первого сектора и связанных фермионных (бозонных) состояний, которые образуются благодаря сильным взаимодействиям во втором секторе [323, 324]. В рамках данных МСХ константы взаимодействия фермионов (бозонов) СМ с бозоном Хиггса определяются примесью составных фермионов (бозонов) в рассматриваемых состояниях СМ. Например, для юкавских констант верхних и нижних кварков СМ (y_{ij}^u и y_{ij}^d), находим

$$y_{ij}^u = s_q^i Y_{ij}^u s_u^j, \quad y_{ij}^d = s_q^i Y_{ij}^d s_d^j, \quad (2.1)$$

где индексы $i, j = 1, 2, 3$ отвечают разным поколениям кварков, Y_{ij}^u и Y_{ij}^d — эффективные юкавские константы взаимодействия хиггсовского поля с связанными состояниями, которые имеют те же квантовые числа, что и верхние и нижние кварки СМ (т.е. составные партнёры верхних и нижних кварков). В выражениях (2.1) s_u^j и s_d^j отвечают примесям составных партнёров правосторонних верхних и нижних кварков в соответствующих состояниях СМ, тогда как s_q^i соответствуют примесям составных партнёров в состояниях левосторонних кварков. Взаимодействие между полями из двух разных секторов явным образом нарушает глобальную симметрию, в результате спонтанного нарушения которой, как ожидается, появляются псевдоголдстоуновские хиггсовские состояния. По этой причине учёт петлевых поправок должен с неизбежностью приводить к генерации эффективного потенциала взаимодействия хиггсовских полей. Так как вклад петлевых поправок, как правило, подавлен фактором $1/(4\pi)^2$, можно ожидать, что в эффективном хиггсовском потенциале $\lambda \ll 1$.

Наблюдаемая иерархия масс в кварковом и лептонном секторах СМ может быть воспроизведена в рамках МСХ, если примеси составных партнёров в состояниях СМ, отвечающих первому и второму поколениям фермионов, достаточно малы. Малое смешивание между полями двух разных секторов позволяет также подавить нейтральные токи с изменением аромата и модификации констант взаимодействия W и Z с лёгкими фермионами СМ [323, 325]. Таким образом, схему, описанную выше, можно рассматривать в качестве обобщения ГИМ механизма в СМ, который был предложен в 1970 г. в работе Глэшоу, Илиопулоса и Майяни [326]. В то же самое время, так как t кварк является достаточно тяжёлой частицей, то и правосторонний t кварк и левосторонний t кварк (t^c и t) должны иметь достаточно заметную примесь составных партнёров данных состояний. Поскольку данные измерений, такие

как $Z \rightarrow b\bar{b}$, указывают на то, что левосторонний b кварк и, как следствие, левосторонний t кварк могут иметь лишь весьма ограниченную примесь их составных партнёров, можно ожидать, что правосторонний t кварк (t^c) должен быть практически полностью составным состоянием.

Если t^c является составным состоянием, то такие МСХ могут приводить к приближённо-му объединению калибровочных констант СМ при сверхвысоких энергиях [327]. Например, такое происходит, когда все составные состояния образуют полные представления группы $SU(5)$, а сектор слабо взаимодействующих элементарных частиц включает в себя следующий набор состояний [94]

$$(q_i, d_i^c, \ell_i, e_i^c) + u_\alpha^c + \bar{q} + \bar{d}^c + \bar{\ell} + \bar{e}^c + \eta, \quad (2.2)$$

где $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$. В выражении (2.2) q_i и ℓ_i отвечают дублетам левосторонних кварков и лептонов; u_α^c, d_i^c и e_i^c соответствуют правосторонним верхним и нижним кваркам, а также правосторонним заряженным лептонам. Состояния $\bar{q}, \bar{d}^c, \bar{\ell}$ и \bar{e}^c в формуле (2.2) имеют $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ квантовые числа противоположные тем, которые имеют в СМ дублеты левосторонних кварков, правосторонние нижние кварки, дублеты левосторонних лептонов и правосторонние заряженные лептоны соответственно. Дополнительное фермионное состояние η , непринимаящее участия в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях, включено в рассмотрение для того, чтобы гарантировать получение приемлемого с феноменологической точки зрения спектра частиц в рассматриваемых МСХ. Данные модели также предполагают, что в секторе, в котором происходит динамическое нарушение электро-слабой симметрии, формируются составные фермионные состояния образующие $\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}} + \mathbf{1}$ мультиплеты $SU(5)$. Ожидается, что взаимодействие этих фермионов с $\bar{q}, \bar{d}^c, \bar{\ell}, \bar{e}^c$ и η приводит к образованию массивных фермионных состояний. Единственным исключением являются компоненты $\mathbf{10}$ -плета, отвечающие составному t^c , которые становятся массивными только после нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии.

Используя однопетлевые уравнения ренормгруппы, нетрудно определить значение $\alpha_3(M_Z)$, при котором можно добиться точного совпадения калибровочных констант СМ при сверхвысоких энергиях в рассматриваемых МСХ

$$\frac{1}{\alpha_3(M_Z)} = \frac{1}{b_1 - b_2} \left[\frac{b_1 - b_3}{\alpha_2(M_Z)} - \frac{b_2 - b_3}{\alpha_1(M_Z)} \right], \quad (2.3)$$

где b_i — однопетлевые β -функции, а значения $i = 1, 2, 3$ соответствуют $U(1)_Y, SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ взаимодействиям. Так как все составные состояния образуют полные $SU(5)$ мультиплеты, они дают одинаковый вклад в однопетлевые β -функции, оставляя неизменным $(b_i - b_j)$ в однопетлевом приближении. В случае, когда сектор слабо взаимодействующих элементарных частиц включает в себя состояния (2.2), и при значениях $\alpha(M_Z) = 1/127.9$ и $\sin^2 \theta_W = 0.231$ точного совпадения калибровочных констант СМ при сверхвысоких энергиях можно добиться при $\alpha_3(M_Z) \simeq 0.109$ [94]. Хотя данное значение $\alpha_3(M_Z)$ значительно ниже измеренного значения соответствующей константы взаимодействия, полу-

ченный результат указывает на то, что МСХ с составным t^c могут приводить к приближённому объединению калибровочных констант СМ. Более того было показано, что учёт поправок более высокого порядка может существенно сблизить значения $\alpha_i(t)$ на шкале $M_X \sim 10^{15} - 10^{16}$ ГэВ в этих моделях [327]–[329].

В этой связи интересно исследовать, каким образом нарушение калибровочной симметрии в ТВО может приводить к МСХ с составным t^c . Здесь мы ограничимся рассмотрением простейших МСХ, которые могут появляться в качестве низкоэнергетического предела E_6 теорий Великого Объединения (E_6 МСХ). В этих ТВО слабо взаимодействующие элементарные фермионы являются компонентами фундаментальных представлений группы E_6 , т.е. 27-плетов 27_i . Для того чтобы подавить процессы с нарушением либо лептонного либо барионного числа мы будем предполагать, что эффективный низко-энергетический лагранжиан E_6 МСХ с достаточно хорошей точностью инвариантен по отношению к глобальным преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий, отвечающих сохранению барионного и лептонного чисел соответственно. Это позволяет, в частности, избежать слишком быстрого распада протона, а также генерации слишком больших майорановских масс левосторонних нейтрино. Инвариантность по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий в случае E_6 МСХ предполагает, что слабо взаимодействующие кварковые и лептонные поля с различными барионными и лептонными числами принадлежат различным 27-плетам. Причём все остальные компоненты этих 27-плетов должны приобретать массы порядка шкалы M_X , где E_6 нарушается до калибровочной группы СМ. Соответствующее расщепление масс между компонентами одного и того же 27-плета можно получить в рамках ТВО с дополнительными пространственными измерениями [94].

Рассмотрим $N = 1$ СУСИ ТВО в шестимерном пространстве. Будем предполагать, что E_6 МСХ возникает в качестве низкоэнергетического предела ТВО с $E_6 \times G_0$ калибровочной симметрией. Вблизи шкалы M_X калибровочные группы E_6 и G_0 нарушаются до их подгрупп $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ и G соответственно. Слабо взаимодействующие элементарные частицы участвуют только в E_6 взаимодействиях, тогда как поля из сектора, который приводит к динамическому нарушению электрослабой симметрии, могут принимать участие во взаимодействиях отвечающих как E_6 так и G_0 калибровочным группам. Для того чтобы получить необходимое расщепление масс между компонентами соответствующих 27-плетов будем предполагать, что все кварковые и лептонные поля являются компонентами шестимерных 27 супермультиплетов группы E_6 . Рассмотрим компактификацию двух дополнительных измерений на тор с радиусами R_5 и R_6 , которые определяются шкалой M_X . При этом оба дополнительных измерения $y (= x_5)$ и $z (= x_6)$ являются компактными, т.е. $y \in (-\pi R_5, \pi R_5]$ и $z \in (-\pi R_6, \pi R_6]$.

В этом разделе будет рассматриваться СУСИ ТВО с компактификацией двух дополнительных измерений на орбифолд $T^2/(Z_2 \times Z_2^I \times Z_2^{II})$. Симметрии Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} представляют собой зеркальные отражения. Преобразованиям Z_2 симметрии соответствуют $y \rightarrow -y$ и $z \rightarrow -z$. Преобразованиям Z_2^I симметрии отвечают $y' \rightarrow -y'$ и $z \rightarrow -z$,

где $y' = y - \pi R_5/2$. При преобразованиях Z_2^{II} симметрии дополнительные координаты y и z преобразуются следующим образом $y \rightarrow -y$ и $z' \rightarrow -z'$, где $z' = z - \pi R_6/2$. Компактификация на орбифолд $T^2/(Z_2 \times Z_2^I \times Z_2^{II})$ предполагает существование следующих фиксированных точек: $(0, 0)$, $(\pi R_5/2, 0)$, $(0, \pi R_6/2)$ и $(\pi R_5/2, \pi R_6/2)$. Инвариантность шестимерных ТВО по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий позволяет свести рассмотрение дополнительных компактных измерений к части пространства соответствующей прямоугольнику, $y \in [0, \pi R_5/2]$ и $z \in [0, \pi R_6/2]$, с четырьмя четырёхмерными стенками (бранами), расположенными вблизи фиксированных точек.

Каждой из дискретных симметрий Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} отвечает определённая чётность P , P^I и P^{II} . Компоненты шестимерного 27 супермультиплета $\widehat{\Phi}$, который содержит два $4D$ $N = 1$ супермультиплета Φ и $\bar{\Phi}$ с противоположными квантовыми числами, преобразуются при преобразованиях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi_i(x, -y, -z) &= P_{ii} \Phi_i(x, y, z), & \bar{\Phi}_i(x, -y, -z) &= -P_{ii} \bar{\Phi}_i(x, y, z), \\ \Phi_i(x, -y', -z) &= P_{ii}^I \Phi_i(x, y', z), & \bar{\Phi}_i(x, -y', -z) &= -P_{ii}^I \bar{\Phi}_i(x, y', z), \\ \Phi_i(x, -y, -z') &= P_{ii}^{II} \Phi_i(x, y, z'), & \bar{\Phi}_i(x, -y, -z') &= -P_{ii}^{II} \bar{\Phi}_i(x, y, z'), \end{aligned} \quad (2.4)$$

где P , P^I и P^{II} представляют собой диагональные матрицы с собственными значениями ± 1 , которые действуют на компоненты фундаментального представления группы E_6 . Операторы P , P^I и P^{II} можно представить в виде (1.79). При этом удобно выбрать

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, 0, 0\right), & \Delta^I &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right), \\ \Delta^{II} &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

что соответствует трансформационным свойствам компонент фундаментального представления группы E_6 , представленным в таблице 2.1. Самосогласованность рассматриваемой ТВО предполагает, что лагранжиан модели инвариантен по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий.

	Q	d^c	u^c	L	e^c	N^c	H^u	H^d	D	\bar{D}	S
Z_2	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-
Z_2^I	-	+	+	-	+	+	-	-	+	+	+
Z_2^{II}	-	-	+	+	+	-	-	+	+	-	-
Z_2^{III}	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Таблица 2.1: Трансформационные свойства компонент фундаментального представления группы E_6 с $\sigma = \sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III} = +1$.

Компоненты шестимерных векторных суперполей, отвечающих E_6 калибровочным взаимодействиям, которые включают в себя $4D$ $N = 1$ векторный супермультиплет и $4D$ $N = 1$ киральный супермультиплет, преобразуются при преобразованиях Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II}

симметрий следующим образом:

$$\begin{aligned} V(x, -y, -z) &= PV(x, y, z)P^{-1}, & \Sigma(x, -y, -z) &= -P\Sigma(x, y, z)P^{-1}, & (2.6) \\ V(x, -y', -z) &= P^I V(x, y', z)(P^I)^{-1}, & \Sigma(x, -y', -z) &= -P^I \Sigma(x, y', z)(P^I)^{-1}, \\ V(x, -y, -z') &= P^{II} V(x, y, z')(P^{II})^{-1}, & \Sigma(x, -y, -z') &= -P^{II} \Sigma(x, y, z')(P^{II})^{-1}. \end{aligned}$$

В выражениях (2.6) $V(x, y, z) = V^A(x, y, z)T^A$, $\Sigma(x, y, z) = \Sigma^A(x, y, z)T^A$, а T^A — полный набор генераторов группы E_6 . Так как различные компоненты шестимерных супермультиплетов преобразуются по-разному по отношению к преобразованиям отражения Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} , калибровочная E_6 симметрия оказывается нарушенной.

На бране O , расположенной вблизи фиксированной точки $y = z = 0$, отвечающей Z_2 симметрии, E_6 калибровочная симметрия нарушена до $SU(6) \times SU(2)_N$. Это следует из трансформационных свойств компонент шестимерного 27 супермультиплета (см. данные, приведённые в таблице 2.1). Фундаментальное представление E_6 образует два представления $SU(6) \times SU(2)_N$ группы

$$27 \rightarrow (15, 1) + (\bar{6}, 2), \quad (2.7)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают $SU(6)$ и $SU(2)_N$ представлениям. Представление $(\bar{6}, 2)$ включает в себя два $SU(3)_C$ триплета d^c и \bar{D} , два $SU(2)_W$ дублета L и H^d , а также суперполя N^c и S , которые не участвуют в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях. В рассматриваемом случае калибровочная группа CM является подгруппой $SU(6)$, а все $SU(2)_N$ калибровочные бозоны образуют нейтральные состояния. Как следует из таблицы 2.1 при преобразованиях Z_2 симметрии все состояния образующие $(\bar{6}, 2)$ представление изменяют знак, в то время как остальные компоненты фундаментального представления E_6 , которые образуют $SU(6)$ представление $(15, 1)$, остаются неизменными. Это указывает на то, что E_6 калибровочная симметрия нарушена до $SU(6) \times SU(2)_N$. Далее будет предполагаться, что сектор, в котором происходит динамическое нарушение электрослабой симметрии, локализован на бране O .

Трансформационные свойства компонент шестимерного 27 супермультиплета, соответствующие Z_2^I симметрии, указывают на то, что на бране O_I , расположенной в окрестности фиксированной точки $(\pi R_5/2, 0)$ калибровочная E_6 симметрия нарушена до $SU(6)' \times SU(2)_W$. В самом деле, как следует из таблицы 2.1 все $SU(2)_W$ дублетные компоненты фундаментального представления E_6 , отвечающие $(6, 2)$ представлению $SU(6)' \times SU(2)_W$ группы, изменяют знак, тогда как все остальные компоненты 27-плета, образующие антисимметричный тензор 2-го ранга $(\bar{15}, 1)$ группы $SU(6)'$, остаются неизменными. В этом случае $SU(3)_C$ калибровочная группа является подгруппой $SU(6)'$. Для того чтобы в рамках рассматриваемой ТВО произошло нарушение E_6 до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ мы будем предполагать, что две пары супермультиплетов $(15, 1)$ и $(\bar{15}, 1)$ группы $SU(6)'$ локализованы на бране O_I .

E_6 симметрия также нарушена на бране O_{II} , которая располагается вблизи фиксированной точки $(0, \pi R_6/2)$, соответствующей преобразованиям Z_2^{II} симметрии. Трансфор-

мационные свойства компонент шестимерного 27 супермультиплета, представленные в таблице 2.1, таковы, что 16 компонент 27-плета, т.е. Q , d^c , N^c , H^u , \bar{D} и S , изменяют знак при соответствующих преобразованиях, в то время как другие 11 ($10 + 1$) компонент остаются неизменными. Так как рассматриваемый механизм нарушения симметрии не приводит к уменьшению ранга калибровочной группы, локальная E_6 симметрия на бране O_{II} должна быть нарушена до $SO(10)' \times U(1)'$. Действительно, упомянутые выше 16 компонент шестимерного 27 супермультиплета образуют спинорное представление группы $SO(10)'$. Другие 10 компонент u^c , L , H^d и D образуют векторное представление группы $SO(10)'$, а e^c является синглетным (тривиальным) представлением $SO(10)'$. $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ калибровочные группы являются подгруппами $SO(10)'$. Стоит отметить, что обычная $SO(10)$ и $SO(10)'$ являются различными подгруппами E_6 . В частности, спинорные представления $SO(10)$ и $SO(10)'$ образуются различными компонентами фундаментального представления E_6 . В дальнейшем будет предполагаться, что на бране O_{II} локализованы $N = 1$ киральный супермультиплет, отвечающий присоединенному представлению группы $SO(10)'$, а также три пары суперполей с квантовыми числами e_i^c и \bar{e}_i^c .

	Q	d^c	u^c	L	e^c	N^c	H^u	H^d	D	\bar{D}	S
$\sqrt{24}Q'_i$	1	1	-2	-2	4	1	1	-2	-2	1	1
$\sqrt{24}\tilde{Q}_i$	1	-1	2	0	0	3	-3	0	-2	-1	3

Таблица 2.2: $U(1)'$ и $\tilde{U}(1)$ заряды (Q'_i и \tilde{Q}_i) различных компонент 27-плета.

Наряду с тремя бранами, упомянутыми выше, рассматриваемая ТВО предполагает наличие четвёртой браны O_{III} , которая располагается в окрестности точки с координатами $(\pi R_5/2, \pi R_6/2)$. Z_2^{III} симметрия, которая ассоциируется с этой браной, образуется в результате комбинации трёх других дискретных симметрий Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} . По этой причине $P^{III} = P P^I P^{II}$. Используя трансформационные свойства компонент шестимерного 27 супермультиплета по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий, можно показать, что P^{III} является единичной матрицей. Другими словами на бране O_{III} калибровочная E_6 симметрия остаётся ненарушенной. Далее мы будем предполагать, что на бране O_{III} локализованы два $N = 1$ киральных супермультиплета, отвечающих фундаментальному представлению группы E_6 .

В конечном итоге рассматриваемый выше механизм нарушения E_6 симметрии приводит к тому, что E_6 нарушается до $SU(4)' \times SU(2)_W \times SU(2)_N \times U(1)'$, где $SU(4)'$ является подгруппой $SO(10)'$, $SU(6)'$ и $SU(6)$ групп. Действительно, P , P^I и P^{II} одновременно коммутируют только с генераторами $SU(4)' \times SU(2)_W \times SU(2)_N \times U(1)'$ подгруппы E_6 . При этом $SU(3)_C$ калибровочная группа является подгруппой $SU(4)'$.

Как следует из данных, приведённых в таблице 2.1, шестимерные 27 супермультиплеты содержат как чётные так и нечётные компоненты по отношению к преобразованиям отражения Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} . В то же самое время только компоненты, которые являются чётными по отношению ко всем преобразованиям отражения имеют безмассовые нулевые моды, ко-

торые могут появляться в эффективной четырёхмерной теории при энергиях $E \ll M_X$. Все остальные компоненты шестимерных 27 супермультиплетов приобретают массы порядка M_X . В секторе слабо взаимодействующих элементарных частиц состояния u_α^c , e_i^c и \bar{e}^c могут возникать в четырёхмерных моделях в качестве безмассовых нулевых мод шестимерных суперполей с квантовыми числами

$$\begin{aligned}\widehat{\Phi}_i^u &= (27, +, +, +, +), & \widehat{\Phi}_i^{\bar{u}} &= (27, -, -, -, -), \\ \widehat{\Phi}_i^e &= (27, +, +, +, +), & \widehat{\Phi}_i^{\bar{e}} &= (27, -, -, -, -),\end{aligned}\quad (2.8)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают представлению группы E_6 , а также чётностям шестимерных 27 супермультиплетов σ , σ_I , σ_{II} и σ_{III} (см. выражения (1.79)). В формулах (2.8) $i = 1, 2, 3$. Чётности шестимерных супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^u$ выбраны таким образом, чтобы компоненты u_i^c , e_i^c и D_i киральных супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^u$ были бы чётными по отношению ко всем преобразованиям отражения. Только эти компоненты имеют безмассовые нулевые моды в разложении Калуцы-Клейна. Поскольку чётности киральных супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^u$ и $\overline{\widehat{\Phi}}_i^u$ противоположны, нулевые моды в разложении $\overline{\widehat{\Phi}}_i^u$ не возникают. С другой стороны в случае $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$ только компоненты, которые имеют квантовые числа противоположные u_i^c , e_i^c и D_i , приводят к безмассовым нулевым модам в разложении Калуцы-Клейна. Точно такие же нулевые моды возникают при разложении $\widehat{\Phi}_i^e$ и $\widehat{\Phi}_i^{\bar{e}}$.

Далее будет предполагаться, что одна из компонент присоединенного представления φ группы $SO(10)'$, локализованного на бране O_{II} , которая отвечает генератору $\widetilde{U}(1)$ подгруппы $SO(10)'$ (см. таблицу 2.2), приобретает вакуумное среднее, $\varphi_0 \lesssim M_X$, нарушая $SU(4)' \times SU(2)_W \times SU(2)_N \times U(1)'$ калибровочную симметрию до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times SU(2)_N \times \widetilde{U}(1) \times U(1)'$. При взаимодействии данной компоненты с супермультиплетами $\widehat{\Phi}_i^e$ и $\widehat{\Phi}_i^{\bar{e}}$ нулевые моды u_i^c , D_i и соответствующие им состояния с противоположными квантовыми числами приобретают большие массы ($\sim \varphi_0$), а суперполя e_i^c и \bar{e}_i^c остаются безмассовыми. Супермультиплет φ может взаимодействовать только с компонентами $\widehat{\Phi}_i^e$ и $\widehat{\Phi}_i^{\bar{e}}$, если, например, существует дискретная Z_2^u симметрия, запрещающая соответствующее взаимодействие φ с другими шестимерными 27 супермультиплетами. Так как супермультиплет φ локализован на бране O_{II} , он практически не взаимодействует с суперполями на бране O . По этой причине глобальная $SU(6) \times SU(2)_N$ симметрия в секторе, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, может остаться ненарушенной.

Взаимодействие $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$ с тремя суперполями e_i^c , локализованными на бране O_{II} , в общем случае приводит к тому, что e_i^c и соответствующие нулевые моды в разложении $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$ приобретают массы порядка M_X . Причём суперполя e_i^c могут взаимодействовать только с $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$ из-за того, что некоторая дискретная симметрия Z_2^e запрещает соответствующие взаимодействия e_i^c со всеми остальными шестимерными 27 супермультиплетами. Аналогично, взаимодействие трёх суперполей \bar{e}_i^c с $\widehat{\Phi}_i^u$ приводит к генерации масс \bar{e}_i^c и соответствующих нулевых мод в разложении $\widehat{\Phi}_i^u$. В результате в разложении шестимерных супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$ и $\widehat{\Phi}_i^u$ безмассовыми остаются нулевые моды u_i^c , D_i , а также состояния, имеющие квантовые числа противоположные u_i^c и D_i .

Состояния q_i , d_i^c , \bar{q} и \bar{d}^c в секторе слабозаимодействующих элементарных частиц (2.2) могут появиться в четырёхмерных моделях в качестве безмассовых нулевых мод шестимерных 27 супермультиплетов с квантовыми числами

$$\begin{aligned}\widehat{\Phi}_i^q &= (27, +, -, -, +), & \widehat{\Phi}_i^{\bar{q}} &= (27, -, +, +, -), \\ \widehat{\Phi}_i^d &= (27, -, +, -, +), & \widehat{\Phi}_i^{\bar{d}} &= (27, +, -, +, -).\end{aligned}\quad (2.9)$$

Нетрудно убедиться, что компоненты Q_i и H_i^u супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^q$, компоненты \bar{Q}_i и \bar{H}_i^u супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^{\bar{q}}$, а также компоненты d_i^c , N_i^c , \bar{D}_i и S_i супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^d$ и компоненты с противоположными квантовыми числами супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^{\bar{d}}$ являются чётными по отношению ко всем преобразованиям отражения и имеют безмассовые нулевые моды. Наконец, состояния ℓ_i и $\bar{\ell}$ могут возникнуть в секторе слабозаимодействующих полей (2.2) в качестве нулевых мод следующих шестимерных 27 супермультиплетов:

$$\widehat{\Phi}_i^\ell = (27, -, -, +, +), \quad \widehat{\Phi}_i^{\bar{\ell}} = (27, +, +, -, -). \quad (2.10)$$

Действительно, компоненты L_i и H_i^d супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^\ell$, а также компоненты \bar{L}_i и \bar{H}_i^d супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^{\bar{\ell}}$ являются чётными по отношению к преобразованиям Z_2 , Z_2^I и Z_2^{II} симметрий и по этой причине имеют безмассовые нулевые моды.

Таким образом, при энергиях $E \lesssim \varphi_0$ шестимерные супермультиплеты $\widehat{\Phi}_i^u$, $\widehat{\Phi}_i^e$, $\widehat{\Phi}_i^q$, $\widehat{\Phi}_i^d$, $\widehat{\Phi}_i^\ell$, $\widehat{\Phi}_i^{\bar{u}}$, $\widehat{\Phi}_i^{\bar{e}}$, $\widehat{\Phi}_i^{\bar{q}}$, $\widehat{\Phi}_i^{\bar{d}}$ и $\widehat{\Phi}_i^{\bar{\ell}}$ приводят к набору безмассовых нулевых мод, которые образуют три пары $N = 1$ киральных 27 и $\bar{27}$ супермультиплетов. Для того чтобы полностью воспроизвести набор состояний в секторе слабозаимодействующих полей (2.2) будем предполагать, что в результате взаимодействия двух $\bar{27}$ с двумя 27 -плетами, которые локализованы на бране O_{III} , соответствующие состояния приобретают массы порядка $M_0 \lesssim \varphi_0$. Также предположим, что компоненты N^c и \bar{N}^c пары супермультиплетов $\bar{15}$ и 15 , а также компоненты S и \bar{S} другой пары супермультиплетов $\bar{15}$ и 15 , которые локализованы на бране O_I , приобретают вакуумные средние, которые несколько меньше M_0 и φ_0 . Вакуумные средние N^c и \bar{N}^c нарушают $SU(3)_C \times SU(2)_W \times SU(2)_N \times \widetilde{U}(1) \times U(1)'$ калибровочную симметрию до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$. В свою очередь вакуумные средние S и \bar{S} нарушают $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ до калибровочной группы СМ. Вакуумные средние N^c и S генерируют массовые члены для нулевых мод, отвечающих компонентам 27 -плета H_i^u и H_i^d , D_i и \bar{D}_i , а также S_i и N_i^c . В то же самое время вакуумные средние \bar{N}^c и \bar{S} позволяют приобрести массы нулевым модам с противоположными квантовыми числами, которые соответствуют компонентам $\bar{27}$ супермультиплета. Ожидается, что компоненты двух пар супермультиплетов $\bar{15}$ и 15 группы $SU(6)'$, локализованные на бране O_I , имеют массы существенно меньшие, чем M_0 и φ_0 . Поскольку компоненты этих супермультиплетов не взаимодействуют непосредственно с полями, которые локализованы на бране O , глобальная $SU(6) \times SU(2)_N$ симметрия в секторе, в котором происходит нарушение электрослабой симметрии, может остаться ненарушенной.

В принципе $SU(2)_N$ симметрия может быть спонтанно нарушена на бране O . В этом случае вакуумные средние N^c , S , \bar{N}^c и \bar{S} нарушают оставшуюся калибровочную симмет-

рию до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ и генерируют упомянутые выше массовые члены в лагранжиане рассматриваемой модели.

Наконец, на шкале M_S , которая может быть на один или два порядка ниже M_X , $N = 1$ СУСИ может быть полностью нарушена. Как следствие, скалярные компоненты всех $N = 1$ киральных супермультиплетов и фермионные компоненты $N = 1$ векторных супермультиплетов приобретают массы порядка M_S . Далее мы будем предполагать, что вблизи шкалы M_S все фермионные компоненты нулевых мод, отвечающих шестимерным супермультиплетам $\widehat{\Phi}_3^u$ и $\widehat{\Phi}_3^{\bar{u}}$, также становятся массивными. Состояние η , которое включено в сектор слабо взаимодействующих элементарных частиц для того, чтобы гарантировать получение приемлемого с феноменологической точки зрения спектра частиц в E_6 МСХ, может возникнуть, например, в качестве нулевой моды шестимерного супермультиплета, непринимаящего участия в E_6 калибровочных взаимодействиях, т.е.

$$\widehat{\Phi}_i^\eta = (1, +, +, +, +). \quad (2.11)$$

В результате полностью воспроизводится набор состояний в секторе слабо взаимодействующих полей (2.2).

Самосогласованность рассматриваемой шестимерной ТВО предполагает сокращение всех аномалий. Шестимерные аномалии [222], [225]–[226], которые генерируются за счёт четырёхугольных диаграмм, определяются следом четырёх генераторов калибровочной группы. Как уже отмечалось в разделе 1.2 в этом следе можно выделить нефакторизуемую часть, соответствующую неприводимым аномалиям, и часть, которая может быть сведена к произведению следов двух генераторов, т.е. факторизуемый вклад, отвечающий приводимым аномалиям. В случае шестимерной ТВО с E_6 калибровочной симметрией неприводимые аномалии автоматически сокращаются [225]–[226]. Приводимые аномалии могут быть сокращены посредством механизма, предложенного в работе [227]. Для обеспечения самосогласованности теории необходимо, чтобы все четырёхмерные аномалии [224], отвечающие фиксированным точкам, также сокращались. Данные аномалии ассоциируются с ненарушенной калибровочной симметрией в окрестности этих точек. Было показано, что сокращение аномалий вблизи фиксированных точек происходит, когда сумма соответствующих вкладов всех нулевых мод, локализованных в окрестности рассматриваемой фиксированной точки, зануляется [221]–[222]. В рассматриваемой ТВО трансформационные свойства шестимерных 27 супермультиплетов таковы, что моды КК разложения, локализованные на бранах вблизи фиксированных точек, всегда образуют пары $N = 1$ супермультиплетов с противоположными квантовыми числами, а вклад в аномалии двух 27-плетов, которые локализованы на бране O_{III} , зануляется. Благодаря этому аномалии, отвечающие фиксированным точкам, также сокращаются.

В рассматриваемой ТВО с дополнительными пространственными измерениями калибровочные константы СМ могут не совпадать вблизи шкалы M_X . Как обсуждалось в разделе 1.2, это может быть обусловлено поправками к калибровочным константам, которые соответствуют вкладам кинетических членов калибровочных полей, локализованных на бранах,

где E_6 симметрия нарушается. Хотя, как ожидается, вклад этих поправок не является доминирующим, различия между $\alpha_i(M_X)$ могут быть достаточно заметными. Так как рассматриваемая ТВО не предполагает точного равенства калибровочных констант СМ на шкале M_X , значение этой шкалы может быть существенно больше 10^{16} ГэВ.

2.2 Симметрии и генерация масс фермионов в E_6 МСХ

Анализ, проведённый в предыдущем разделе, указывает на то, что в E_6 МСХ при сверхвысоких энергиях сектор, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, может обладать $SU(6) \times SU(2)_N$ глобальной симметрией, тогда как E_6 калибровочная симметрия нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$. Это обусловлено тем, что поля данного сектора локализованы на бране O , где $E_6 \rightarrow SU(6) \times SU(2)_N$, и крайне слабо взаимодействуют с полями, которые локализованы на других бранах. $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействия нарушают $SU(6)$ глобальную симметрию. Тем не менее, если калибровочные константы, характеризующие взаимодействия полей в секторе, локализованном на бране O , существенно больше калибровочных констант СМ, то $SU(6)$ может оставаться приближённой симметрией этого сектора даже при $E \sim 10$ ТэВ. Для того чтобы упростить анализ E_6 МСХ, далее будет предполагаться, что при низких энергиях глобальная $SU(2)_N$ симметрия полностью нарушена и лагранжиан сектора, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, инвариантен только по отношению к преобразованиям группы $SU(6)$.

В этой связи следует отметить, что в рамках минимальной модели составного Хиггса (ММСХ) предполагается, что сектор, приводящий к нарушению $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии, обладает $SO(5)$ глобальной симметрией, которая нарушается до $SO(4)$ на шкале f [321] (см. также обзор [330]). $SU(2)_{cust}$ симметрия, которая является подгруппой $SO(4)$, т.е. $SU(2)_{cust} \subset SO(4) \cong SU(2)_W \times SU(2)_R$ [331], позволяет подавить вклад поправок к параметру \hat{T} [332]. Имеющиеся экспериментальные данные накладывают весьма жёсткие ограничения на значения этого параметра [333]. В рамках МСХ вклад новых состояний в электрослабые наблюдаемые (т.е. параметры \hat{S} , \hat{T} и т.д.) и константу взаимодействия Z бозона с левосторонними b -кварками был проанализирован в работах [328], [334]–[341]. В частности, экспериментальные ограничения на значение параметра $|\hat{S}| \lesssim 0.002$ приводят к нижнему ограничению на $m_\rho = g_\rho f \gtrsim 2.5$ ТэВ, где m_ρ отвечает шкале масс резонансов с единичным спином (составных партнёров калибровочных бозонов СМ и т.д.), а g_ρ — константа, характеризующая взаимодействия этих резонансов [321].

Ещё более жёсткие ограничения на f следуют из наблюдаемого подавления нейтральных токов с изменением аромата в случае произвольных матриц Y_{ij}^u и Y_{ij}^d . Ограничения на параметры МСХ, которые являются следствием ненаблюдения процессов, сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, исследовались в работах [339]–[344] и [344]–[347] соответственно. Анализ ограничений, обусловленных эффектами СР-нарушения в системе каонов [339]–[340], [342]–[343], а также

следующих из измерений электрического дипольного момента электрона и вероятности перехода $\mu \rightarrow e\gamma$ [346], показал, что в наиболее общем случае $f \gtrsim 10$ ТэВ. Большие значения f указывают на высокую степень тонкой настройки параметров МСХ, необходимую для получения бозона Хиггса с массой 125 ГэВ. В первом приближении степень тонкой настройки в МСХ определяется отношением $\xi = v^2/f^2$. В МСХ с дополнительными глобальными симметриями нижнее ограничение на f может быть существенно меньше [338]–[339], [342], [344]–[345], [348]. Например, в МСХ с симметрией аромата $U(2)^3 = U(2)_q \times U(2)_u \times U(2)_d$, при которой первое и второе поколения кварков преобразуются как $U(2)_i$ дублеты, а третье поколение кварков — как $U(2)_i$ синглеты, процессы в системах нейтральных каонов и В-мезонов, обусловленные новой физикой, могут быть достаточно сильно подавлены даже при $m_\rho \sim 3$ ТэВ, что отвечает значениям $f \ll 10$ ТэВ [344]–[345]. В последние годы МСХ изучались в контексте физики Хиггса [336]–[337], [349]–[352], объединения калибровочных констант [353], тёмной материи [328]–[329], [350], [354] и коллайдерной феноменологии [335]–[336], [338], [342], [345], [352], [355]. Неминимальные модели составного Хиггса исследовались в работах [328]–[329], [349]–[350], [354], [356].

Сектор, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии в E_6 МСХ, не обладает $SU(2)_{cust}$ симметрией. По этой причине абсолютное значение параметра T должно быть порядка [328]

$$|\hat{T}| \sim \xi = \frac{v^2}{f^2}. \quad (2.12)$$

Так как результаты измерений электрослабых наблюдаемых предполагают, что $|\hat{T}| \lesssim 0.002$, выражение (2.12) приводит к жёсткому нижнему ограничению на шкалу $f \gtrsim 5 - 6$ ТэВ¹, где происходит нарушение $SU(6)$ симметрии. Хотя для адекватного подавления процессов, сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата, необходимы существенно большие значения f , т.е. $f \gtrsim 10$ ТэВ, подавление нейтральных токов с изменением аромата может быть также получено в результате введения $U(2)^3$ симметрии аромата, т.е. точно так же как и в других МСХ. Здесь и далее будет предполагаться, что $f \gtrsim 5 - 10$ ТэВ. Это означает, что высокая степень тонкой настройки параметров E_6 МСХ ($\sim 0.1 - 0.01\%$) необходима, чтобы получить измеренное значение массы бозона Хиггса. Соответствующая тонкая настройка реализуется при сокращении двух вкладов, которые входят в выражение для массы Хиггса с противоположными знаками [329]. Один из этих вкладов отвечает экзотическим фермионам, а другой — составным партнёрам калибровочных бозонов СМ.

В самом общем случае новые взаимодействия в секторе, в котором генерируется нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии, могут приводить к процессам с нарушением барионного и лептонного квантовых чисел. Например, благодаря непертурбативных эффектам в этом секторе и смешиванию между слабовзаимодействующими элементарными состояниями и их составными партнёрами могут появляться четырехфермионные операторы, приводящие к распаду протона. Подавление процессов, связанных с наличием таких операторов, может

¹Несколько более слабое ограничение на f было получено в работе [357].

быть обусловлено большими значениями шкалы f и малыми углами смешивания фермионов первого и второго поколений с их составными партнёрами. При $f \sim 5 - 10$ ТэВ соответствующего подавления недостаточно для того, чтобы избежать слишком быстрого распада протона. Аналогично, наличие операторов размерности пять $\ell_i \ell_j H H / f$, где $H - SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса, генерирует майорановские массы левосторонних нейтрино, которые много больше 0.1 эВ.

В рамках МСХ появления упомянутых выше операторов можно избежать, если лагранжиан сектора, приводящего к нарушению $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии, инвариантен по отношению к преобразованиям $U(1)_B$ и $U(1)_L$ глобальных симметрий, отвечающих сохранению барионного и лептонного зарядов. Барионное и лептонное квантовые числа должны сохраняться с высокой точностью и в секторе слабо взаимодействующих элементарных частиц. В частности, смешивание между слабо взаимодействующими элементарными состояниями и их составными партнёрами, которое в E_6 МСХ нарушает $SU(6)$ глобальную симметрию, не должно нарушать $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$, а также глобальные $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрии. Другими словами, в области низких энергий сектор, генерирующий нарушение электрослабой симметрии в E_6 МСХ, должен обладать глобальной $U(1)_B \times U(1)_L$ симметрией, а полный лагранжиан E_6 МСХ должен быть с достаточно высокой точностью инвариантен по отношению к преобразованиям $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_B \times U(1)_L$ симметрии. В рамках ТВО с $E_6 \times G_0$ калибровочной симметрией $U(1)_B$ и $U(1)_L$ могут быть подгруппами G_0 группы. На бране O , где локализованы поля сектора, приводящего к нарушению электрослабой симметрии, G_0 может нарушаться таким образом, что $U(1)_B$ и $U(1)_L$ остаются ненарушенными. Как следствие, лагранжиан данного сектора оказывается инвариантным по отношению к преобразованиям $SU(6) \times U(1)_B \times U(1)_L$ симметрии.

Тем не менее, следует ожидать, что $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрии нарушаются на бране O_I . Действительно, сохранение $U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядов при низких энергиях предполагает, что фермионы СМ с различными барионными и лептонными квантовыми числами принадлежат разным шестимерным 27 супермультиплетам. Причём барионные и лептонные числа этих шестимерных 27 супермультиплетов определяются $U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядами (B и L) их фермионных компонент, которые образуют сектор слабо взаимодействующих элементарных частиц. Таким образом $\widehat{\Phi}_i^u$ и $\widehat{\Phi}_i^d$ имеют $B = -\frac{1}{3}$ и $L = 0$, $\widehat{\Phi}_i^q - B = \frac{1}{3}$ и $L = 0$, $\widehat{\Phi}_i^\ell - B = 0$ и $L = 1$, а $\widehat{\Phi}_i^e - B = 0$ и $L = -1$. Поскольку все компоненты шестимерных 27 супермультиплетов несут одни и те же $U(1)_B$ и $U(1)_L$ заряды, нарушение E_6 калибровочной симметрии не приводит к нарушению $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий. Нарушение $U(1)_B$ симметрии происходит при генерации массовых членов компонент D_i и \bar{D}_i нулевых мод супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^u$ и $\widehat{\Phi}_i^d$. Соответствующие массовые члены в лагранжиане запрещены $U(1)_B$ симметрией. Майорановские массовые члены компонент N_i^c и S_i нулевых мод супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^d$ также нарушают эту глобальную симметрию. Наконец, массовые члены компонент H_i^u и H_i^d нулевых мод супермультиплетов $\widehat{\Phi}_i^q$ и $\widehat{\Phi}_i^\ell$ нарушают обе $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрии. Все эти массовые члены генерируются вакуумными средними скалярных компо-

нент супермультиплетов, которые локализованы на бране O_I . Поэтому нарушение $U(1)_B$ и $U(1)_L$ симметрий также имеет место на этой бране. Для того чтобы обеспечить адекватное подавление операторов, нарушающих $U(1)_B$ и $U(1)_L$, нарушение барионного и лептонного квантовых чисел должно происходить при энергиях достаточно близких к 10^{16} ГэВ.

Вблизи шкалы f ($f \gtrsim 5 - 10$ ТэВ) глобальная $SU(6)$ симметрия в E_6 МСХ нарушается до $SU(5)$ подгруппы, которая содержит $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$. Полный набор $SU(6)$ генераторов T^A можно разделить на две группы T^a и $T^{\hat{a}}$, где T^a отвечают генераторам $SU(5)$ подгруппы $SU(6)$, а $T^{\hat{a}}$ — все остальные генераторы группы $SU(6)$. Генераторы группы $SU(6)$ нормированы так, что $\text{Tr} T^A T^B = \frac{1}{2} \delta_{AB}$. Нарушение приближённой $SU(6)$ симметрии до $SU(5)$ приводит к одиннадцати псевдоголдстоуновским состояниям, которые удобно представить в виде:

$$\Sigma = e^{i\Pi/f}, \quad \Pi = \Pi^{\hat{a}} T^{\hat{a}}, \quad (2.13)$$

где

$$\Pi = \begin{pmatrix} -\frac{\phi_0}{\sqrt{60}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\frac{\phi_0}{\sqrt{60}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\phi_2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{\phi_0}{\sqrt{60}} & 0 & 0 & \frac{\phi_3}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\phi_0}{\sqrt{60}} & 0 & \frac{\phi_4}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\phi_0}{\sqrt{60}} & \frac{\phi_5}{\sqrt{2}} \\ \frac{\phi_1^\dagger}{\sqrt{2}} & \frac{\phi_2^\dagger}{\sqrt{2}} & \frac{\phi_3^\dagger}{\sqrt{2}} & \frac{\phi_4^\dagger}{\sqrt{2}} & \frac{\phi_5^\dagger}{\sqrt{2}} & \frac{5\phi_0}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

При рассмотрении нелинейной реализации хиггсовского механизма в E_6 МСХ удобно также использовать вектор Ω_0

$$\Omega_0^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1), \quad (2.15)$$

параметризующий нарушение $SU(6)$ симметрии до $SU(5)$. В главном приближении лагранжиан, описывающий взаимодействия псевдоголдстоуновских состояний, может быть представлен в виде

$$\mathcal{L}_{pNGB} = \frac{f^2}{2} \left| \mathcal{D}_\mu \Omega \right|^2, \quad (2.16)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega &= \Sigma \Omega_0, \\ \Omega^T &= e^{i\frac{\phi_0}{\sqrt{15}f}} \left(C\phi_1 \ C\phi_2 \ C\phi_3 \ C\phi_4 \ C\phi_5 \ \cos \frac{\tilde{\phi}}{\sqrt{2}f} + \sqrt{\frac{3}{10}} C\phi_0 \right), \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$C = \frac{i}{\tilde{\phi}} \sin \frac{\tilde{\phi}}{\sqrt{2}f}, \quad \tilde{\phi} = \sqrt{\frac{3}{10}\phi_0^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 + \phi_5^2}.$$

При преобразованиях $SU(5)$ группы $\tilde{\phi}$ и ϕ_0 остаются инвариантными, а Ω преобразуется как $\mathbf{5} + \mathbf{1}$. В этой связи удобно ввести вектор $\tilde{H} \sim (\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \phi_5)$. Первые две компоненты этого вектора преобразуются как $SU(2)_W$ дублет, $H \sim (\phi_1 \phi_2)$, и ассоциируются с дублетом бозонов Хиггса. Три другие компоненты, $T \sim (\phi_3 \phi_4 \phi_5)$, соответствуют $SU(3)_C$ триплету. Так как дублет Хиггса в СМ имеет $B = L = 0$, все компоненты вектора Ω несут нулевые $U(1)_B$ и $U(1)_L$ заряды.

Отинтегрировав тяжёлые составные состояния можно получить эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействия псевдоголдстоуновских состояний и экзотических фермионов с частицами СМ. При этом эффективный потенциал взаимодействия $V_{eff}(H, T, \phi_0)$ псевдоголдстоуновских состояний должен зануляться в пределе точной $SU(6)$ симметрии. Только взаимодействия нарушающие $SU(6)$ симметрию дают вклад в $V_{eff}(H, T, \phi_0)$. По этой причине доминирующий вклад в $V_{eff}(H, T, \phi_0)$ дают взаимодействия элементарных состояний с их составными партнёрами. Анализ структуры взаимодействий в $V_{eff}(H, T, \phi_0)$, включающий вывод массовых членов $m_H^2|H|^2$ и $m_T^2|T|^2$, показал, что в значительной части параметрического пространства $m_H^2 < 0$, а $m_T^2 > 0$ [328]–[329]. Это происходит, когда отрицательный вклад в m_H^2 , который дают t -кварк, экзотические фермионы и их составные партнёры, перекрывает положительный вклад от калибровочных бозонов СМ и их составных партнёров. В этом случае m_T^2 может оставаться положительным благодаря вкладу в $V_{eff}(H, T, \phi_0)$, который вносят глюоны и их составные партнёры. Далее будет просто предполагаться, что компоненты вектора Ω приобретают такие вакуумные средние, что $SU(2)_W \times U(1)_Y$ калибровочная симметрия нарушается до $U(1)_{em}$, отвечающей электромагнитному взаимодействию, тогда как $SU(3)_C$ симметрия остаётся ненарушенной.

Как обсуждалось ранее, все кварки и лептоны СМ приобретают массы в результате смешивания с их составными партнёрами. В этой связи крайне важно чтобы такое смешивание было бы возможным в рамках E_6 МСХ. В рассматриваемой модели различные мультиплеты элементарных состояний кварков и лептонов СМ являются компонентами различных представлений $SU(6)$ подгруппы E_6 , тогда как все остальные компоненты этих представлений приобретают массы сопоставимые с M_X . Таким образом, при низких энергиях кварки и лептоны СМ появляются в качестве неполных мультиплетов $SU(6)$ с квантовыми числами

$$\begin{aligned} u_\alpha^c \in \mathbf{15}_\alpha^u &= \left(\mathbf{15}, -\frac{1}{3}, 0 \right)_\alpha & q_i \in \mathbf{15}_i^q &= \left(\mathbf{15}, \frac{1}{3}, 0 \right)_i & d_i^c \in \bar{\mathbf{6}}_i^d &= \left(\bar{\mathbf{6}}, -\frac{1}{3}, 0 \right)_i \\ e_i^c \in \mathbf{15}_i^e &= \left(\mathbf{15}, 0, -1 \right)_i & \ell_i \in \bar{\mathbf{6}}_i^\ell &= \left(\bar{\mathbf{6}}, 0, 1 \right)_i, \end{aligned} \quad (2.18)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают $SU(6)$ представлению, а также $U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядам соответственно. В выражении (2.18) $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$. При этом составные партнёры элементарных фермионных состояний должны являться компонентами таких

$SU(6)$ представлений, которые позволяли бы воспроизвести юкавские взаимодействия, генерирующие массы лептонов и кварков в рамках СМ. Ниже шкалы f , где $SU(6)$ глобальная симметрия нарушается до $SU(5)$ подгруппы, кварки и лептоны СМ являются компонентами неполных $SU(5)$ мультиплетов

$$\begin{aligned} u_\alpha^c \in \mathbf{10}_\alpha^u &= \left(\mathbf{10}, -\frac{1}{3}, 0 \right)_\alpha & q_i \in \mathbf{10}_i^q &= \left(\mathbf{10}, \frac{1}{3}, 0 \right)_i & d_i^c \in \bar{\mathbf{5}}_i^d &= \left(\bar{\mathbf{5}}, -\frac{1}{3}, 0 \right)_i \\ e_i^c \in \mathbf{10}_i^e &= \left(\mathbf{10}, 0, -1 \right)_i & \ell_i \in \bar{\mathbf{5}}_i^\ell &= \left(\bar{\mathbf{5}}, 0, 1 \right)_i, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где, как и прежде, величины в скобках соответствуют $SU(5)$ представлению, а также $U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядам данного $SU(5)$ представления. Если спектр частиц $SU(5)$ модели включает элементарный хиггсовский бозон, то простейший сценарий предполагает, что дублет бозонов Хиггса является компонентами фундаментального представления группы $SU(5)$, т.е. $h \in \mathbf{5}^h = (\mathbf{5}, 0, 0)$. В этом случае юкавское взаимодействие, генерирующее массы верхних кварков в СМ, можно представить в виде

$$\mathcal{L}_{SU(5)}^u \simeq h_{\alpha i}^u \mathbf{10}_\alpha^u \mathbf{10}_i^q \mathbf{5}^h. \quad (2.20)$$

Для того чтобы в рамках E_6 МСХ получить юкавское взаимодействие, которое генерирует массы верхних кварков в СМ, необходимо в секторе, приводящем к нарушению электрослабой симметрии, воспроизвести взаимодействия (2.20). В E_6 МСХ $SU(5)$ хиггсовский мультиплет $\mathbf{5}^h$ следует заменить на вектор Ω . Вместо двух других $SU(5)$ мультиплетов $\mathbf{10}_\alpha^u$ и $\mathbf{10}_i^q$ в выражении (2.20) необходимо включить два представления группы $SU(6)$, которые содержат $SU(5)$ декуплет. Простейшими $SU(6)$ представлениями такого типа являются антисимметричный тензор второго ранга $\mathbf{15}$ и антисимметричный тензор третьего ранга $\mathbf{20}$. Данные $SU(6)$ мультиплеты можно представить в виде разложения по представлениям группы $SU(5)$, т.е. $\mathbf{15} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{5}$ и $\mathbf{20} = \mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$. Наличие в спектре частиц E_6 МСХ $SU(6)$ мультиплетов $\mathbf{15}$ и $\mathbf{20}$ позволяет обобщить юкавское взаимодействие (2.20) на случай $SU(6)$ симметрии [94]

$$\mathcal{L}_{SU(6)}^u \sim \mathbf{20} \times \mathbf{15} \times \mathbf{6}, \quad (2.21)$$

где $\mathbf{6}$ отвечает вектору Ω .

Эффективное взаимодействие (2.21) приводит к двум различным сценариям. В случае сценария А составные партнёры u_α^c и q_i (т.е. U_α и Q_i) являются компонентами $\mathbf{15}(U_\alpha)$ и $\mathbf{20}(Q_i)$ группы $SU(6)$, тогда как в случае сценария В составные партнёры u_α^c и q_i представляют собой компоненты $\mathbf{20}(U_\alpha)$ и $\mathbf{15}(Q_i)$ соответственно. В принципе $SU(6)$ симметрия запрещает смешивание между компонентами $\mathbf{20}$ -плетов, которые содержат составные партнёры кварков, и $\mathbf{15}$ -плетами, компонентами которых являются элементарные состояния кварков. Тем не менее такое смешивание может возникнуть при энергиях $E \lesssim f$, где

$SU(6)$ симметрия нарушается до $SU(5)$. Предполагая, что сектор, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, включает в себя не только $\mathbf{20}(Q_i)$, но и $\mathbf{15}(Q'_i)$ и $\overline{\mathbf{15}}(\overline{Q}'_i)$, часть лагранжиана, описывающая смешивание между элементарными кварковыми состояниями q_i и их составными партнёрами Q_i в случае сценария А, может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mix}^q = & \sigma_Q f \mathbf{20}(Q_i) \mathbf{15}(Q'_i) \Omega + m_Q \mathbf{20}(Q_i) \mathbf{20}(Q_i) \\ & + m_Q \mathbf{15}(Q'_i) \overline{\mathbf{15}}(\overline{Q}'_i) + \mu_q \overline{\mathbf{15}}(\overline{Q}'_i) \mathbf{15}_i^q. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Когда $\sigma_Q f \gg m_Q \sim m_{Q'} \gg \mu_q$, $\overline{\mathbf{10}}$ из $\mathbf{20}(Q_i)$ и $\mathbf{10}$ из $\mathbf{15}(Q'_i)$ образуют состояния с массами $\sim \sigma_Q f$. Оставшийся $SU(5)$ декуплет из $\mathbf{20}(Q_i)$ и компоненты $\mathbf{10}_i^q$ смешиваются. Если $\frac{m_Q m_{Q'}}{\sigma_Q f} \gg \mu_q$, то одна линейная суперпозиция данных декуплетов, которая в рассматриваемом пределе практически точно совпадает с $\mathbf{10}$ из $\mathbf{20}(Q_i)$, и $\overline{\mathbf{10}}$ из $\overline{\mathbf{15}}(\overline{Q}'_i)$ образуют состояния с массами порядка $\frac{m_Q m_{Q'}}{\sigma_Q f}$. Другая ортогональная комбинация компонент $\mathbf{10}$ из $\mathbf{20}(Q_i)$ и $\mathbf{10}_i^q$, которая является суперпозицией элементарных кварковых состояний q_i и их составных партнёров, приобретает массу в результате нарушения электрослабой симметрии. Аналогичным образом может возникнуть смешивание между компонентами из неполных $\mathbf{15}_\alpha^u$ и их составными партнёрами из $\mathbf{20}(U_\alpha)$ в случае сценария В.

В $SU(5)$ моделях массы нижних кварков генерируются посредством юкавского взаимодействия

$$\mathcal{L}_{SU(5)}^d \simeq h_{ij}^d \mathbf{10}_i^q \overline{\mathbf{5}}_j^d \overline{\mathbf{5}}^h. \quad (2.23)$$

Простейшим $SU(6)$ обобщением юкавского взаимодействия (2.23) является:

$$\mathcal{L}_{SU(6)}^d \sim \mathbf{15} \times \overline{\mathbf{6}} \times \overline{\mathbf{6}}'. \quad (2.24)$$

В случае сценария В юкавское взаимодействие (2.24) генерирует массы нижних кварков в результате нарушения электрослабой симметрии. При этом $\overline{\mathbf{6}}'$ в выражении (2.24) отвечает Ω^\dagger , а $\mathbf{15}$ и $\overline{\mathbf{6}}$ соответствуют $\mathbf{15}(Q_i)$ и $\overline{\mathbf{6}}(D_i)$, компоненты которых являются составными партнёрами элементарных кварковых состояний q_i и d_i^c . В данном случае $SU(6)$ симметрия не запрещает смешивания между $\mathbf{15}_i^q$ и $\mathbf{15}(Q_i)$ или между $\overline{\mathbf{6}}_i^d$ и $\overline{\mathbf{6}}(D_i)$.

В случае сценария А простейшим $SU(6)$ обобщением юкавского взаимодействия (2.23), которое приводит к ненулевым массам нижних кварков в СМ, является:

$$\mathcal{L}_{SU(6)}^d \sim \mathbf{20} \times \overline{\mathbf{15}} \times \overline{\mathbf{6}}', \quad (2.25)$$

где, как и прежде, $\overline{\mathbf{6}}' \equiv \Omega^\dagger$, тогда как $\mathbf{20}$ -плеты отвечают $SU(6)$ представлениям, которые содержат составные партнёры q_i , т.е. $\mathbf{20}(Q_i)$, а $\overline{\mathbf{15}}$ -плеты должны включать составные партнёры d_i^c , т.е. $\overline{\mathbf{15}} \equiv \overline{\mathbf{15}}(D_i)$. Как уже отмечалось ранее, смешивание между компонентами неполных $\mathbf{15}_i^q$ мультиплетов и составных партнёров q_i из $\mathbf{20}(Q_i)$ может возникнуть при энергиях $E \lesssim f$. Нарушение $SU(6)$ может также приводить к смешиванию между соответствующими компонентами неполных $\overline{\mathbf{6}}_i^d$ мультиплетов и $\overline{\mathbf{15}}(D_i)$. Например, это происходит,

когда сектор, в котором генерируется нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии, включает в себя не только $\overline{\mathbf{15}}(D_i)$ и $\mathbf{15}(\overline{D}_i)$, но и $\overline{\mathbf{6}}(D'_i)$ и $\mathbf{6}(\overline{D}'_i)$. Часть лагранжиана, описывающая смешивание между элементарными кварковыми состояниями d_i^c и их составными партнёрами D_i , может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mix}^d = m_D \overline{\mathbf{15}}(D_i) \mathbf{15}(\overline{D}_i) + \sigma_{df} \mathbf{15}(\overline{D}_i) \overline{\mathbf{6}}(D'_i) \Omega^\dagger \\ + m_{D'} \overline{\mathbf{6}}(D'_i) \mathbf{6}(\overline{D}'_i) + \mu_d \mathbf{6}(\overline{D}'_i) \overline{\mathbf{6}}_i^d. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Если $m_{D'} \gg m_D$, σ_{df} и μ_d , составные состояния $\overline{\mathbf{6}}(D'_i)$ и $\mathbf{6}(\overline{D}'_i)$ могут быть интегрированы. Тогда второе слагаемое в лагранжиане (2.26) приводит к смешиванию компонент неполных $\overline{\mathbf{6}}_i^d$ мультиплетов и их составных партнёров из $\overline{\mathbf{15}}(D_i)$.

Так как юкавские взаимодействия заряженных лептонов, генерирующие их массы, имеют такую же $SU(5)$ структуру в простейшей $SU(5)$ ТВО, что и юкавские взаимодействия, посредством которых нижние кварки приобретают ненулевые массы в результате нарушения электрослабой симметрии, $SU(6)$ обобщение данных взаимодействий (2.24) может быть использовано для генерации масс заряженных лептонов в рамках E_6 МСХ. Как и прежде в выражении (2.24) $\overline{\mathbf{6}}' \equiv \Omega^\dagger$. В то же самое время составными партнёрами e_i^c и ℓ_i должны являться компоненты $\mathbf{15}(E_i)$ и $\overline{\mathbf{6}}(L_i)$ соответственно. Смешивание между компонентами неполных $\mathbf{15}_i^e$ и их составными партнёрами из $\mathbf{15}(E_i)$, а также смешивание между соответствующими компонентами $\overline{\mathbf{6}}_i^\ell$ и $\overline{\mathbf{6}}(L_i)$ не запрещено $SU(6)$ симметрией. Поэтому юкавские взаимодействия (2.24) должны приводить к генерации масс заряженных лептонов в результате нарушения электрослабой симметрии.

Массы элементарных левосторонних нейтрино в $SU(5)$ ТВО генерируются посредством юкавского взаимодействия

$$\mathcal{L}_{SU(5)}^\nu \simeq h_{ij}^\nu \overline{\mathbf{5}}_i^\ell \mathbf{5}^h \mathbf{1}_j, \quad (2.27)$$

где $\mathbf{1}_i$ отвечают майорановским правосторонним нейтрино, которые не принимают участия в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях. Простейшим $SU(6)$ обобщением юкавского взаимодействия (2.27) является

$$\mathcal{L}_{SU(6)}^\nu \sim \overline{\mathbf{6}} \times \mathbf{6}' \times \mathbf{1}. \quad (2.28)$$

В выражении (2.28) $\overline{\mathbf{6}}' \equiv \Omega$, а $\overline{\mathbf{6}}$ соответствует $\overline{\mathbf{6}}(L_i)$. Юкавские взаимодействия (2.28) предполагают, что динамика взаимодействий в секторе, в котором генерируется нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии, такова, что приводит к образованию набора $SU(6)$ синглетных связанных состояний N_i и \overline{N}_i с спином $1/2$. Так как в данном секторе $U(1)_L$ сохраняется, связанные фермионные состояния N_i и \overline{N}_i должны иметь ненулевые $U(1)_L$ заряды, т.е. $N_i = \begin{pmatrix} \mathbf{1}, 0, -1 \end{pmatrix}$ и $\overline{N}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{1}, 0, 1 \end{pmatrix}$. Малость масс элементарных левосторонних нейтрино может быть обусловлена наличием в секторе слабозаимодействующих элементарных частиц тяжёлых майорановских состояний S_i , которые смешиваются с N_i

и \bar{N}_i . Такие фермионные состояния могут, например, являться компонентами шестимерных супермультиплетов, непринимаящих участия в E_6 калибровочных взаимодействиях, но имеющих ненулевые $U(1)_L$ заряды. Поля S_i могут приобретать майорановские массы в результате нарушения $U(1)_L$ симметрии на бране O_I . Соответствующие массовые параметры могут быть значительно меньше M_X .

В случае одного лептонного аромата простейший эффективный лагранжиан такого типа может быть представлен в следующем виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^{ev} = & \mu_e(\bar{E}e^c) + \mu_\ell(\bar{L}\ell) + M_E(\bar{E}E) + M_L(\bar{L}L) + h_E(LH^\dagger)E + h_N(LH)N \\ & + M_N(N\bar{N}) + \mu_N(\bar{N}S) + M_S(SS) + h.c., \end{aligned} \quad (2.29)$$

где $E, \bar{E}, L, \bar{L}, N$ и \bar{N} являются составными фермионными состояниями, а H — составной хиггсовский дублет. В пределе, когда лептонное число сохраняется, т.е. $\mu_N \rightarrow 0$, лагранжиан (2.29) приводит к безмассовому фермионному состоянию, которое отвечает левостороннему нейтрину. Предполагая, что $\mu_e, \mu_\ell, \mu_N \ll M_E, M_L, M_N$, можно получить приближённые аналитические выражения для масс элементарного заряженного лептонного состояния и левостороннего нейтринно (m_e и m_ν)

$$|m_e| \simeq h_E \left(\frac{\mu_e}{M_E} \right) \left(\frac{\mu_\ell}{M_L} \right) \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad |m_\nu| \simeq h_N^2 \left(\frac{\mu_\ell}{M_L} \right)^2 \left(\frac{\mu_N}{M_N} \right)^2 \frac{v^2}{2M_S}. \quad (2.30)$$

Из выражений (2.30) следует, что $|m_\nu| \ll |m_e|$, если $M_S \gg v$ и смешивание между элементарными состояниями и их составными партнёрами мало.

Самосогласованность E_6 МСХ подразумевает, что ниже шкалы f динамика взаимодействий в секторе, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, приводит к набору связанных фермионных состояний, которые образуют полные $SU(5)$ мультиплеты с квантовыми числами

$$\begin{aligned} \mathbf{10} \rightarrow \tilde{Q} = (\tilde{U}, \tilde{D}) &= \left(3, 2, \frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, 0 \right), \\ t^c &= \left(3^*, 1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0 \right), \\ \tilde{E}^c &= \left(1, 1, 1, -\frac{1}{3}, 0 \right); \\ \bar{\mathbf{5}} \rightarrow \tilde{D}^c &= \left(\bar{3}, 1, \frac{1}{3}, \pm\frac{1}{3}, 0 \right), \\ \tilde{L} = (\tilde{N}, \tilde{E}) &= \left(1, 2, -\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, 0 \right); \\ \mathbf{1} \rightarrow \bar{\eta} &= \left(1, 1, 0, \mp\frac{1}{3}, 0 \right), \end{aligned} \quad (2.31)$$

где величины, указанные в скобках, отвечают $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ представлениям, а также $U(1)_Y, U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядам соответственно. Сохранение $U(1)_B$ и $U(1)_L$ зарядов

предполагает, что все компоненты декуплета имеют такие же барионное и лептонное числа, что и t^c . В то же самое время мультиплеты $\bar{\mathbf{5}}$ и $\mathbf{1}$ могут иметь барионные заряды как $-1/3$ так и $+1/3$.

В случае сценария А правосторонние t кварки являются компонентами $\mathbf{15}$ -плета, которые имеют то же барионное число, что и t^c , т.е. $B_{15} = -1/3$. Нарушение $SU(6)$ симметрии может приводить в этом случае к набору связанных фермионных состояний (2.31), если наряду с $\mathbf{15}$ -плетом спектр частиц включает два составных $\bar{\mathbf{6}}$ -плета ($\bar{\mathbf{6}}_1$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$) с спином $1/2$ и противоположными барионными зарядами. Взаимодействие $\mathbf{15} \times \bar{\mathbf{6}}_1 \times \Omega^\dagger$ приводит к тому, что $\mathbf{5}$ -плет из $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}_1$ образуют массивные фермионные состояния с массами порядка f . Такое взаимодействие не нарушает $U(1)_B$ если $B_{\bar{\mathbf{6}}_1} = -B_{15} = 1/3$. $SU(5)$ синглетные компоненты $\bar{\mathbf{6}}_1$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$ могут также приобрести массы посредством взаимодействия $(\bar{\mathbf{6}}_1 \Omega)(\Omega \bar{\mathbf{6}}_2)$, если $B_{\bar{\mathbf{6}}_2} = -1/3$. Как следствие, только декуплет из $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}_2$ не приобретают массы в этом случае. При этом все связанные фермионные состояния (2.31) имеют одно и то же барионное число $-1/3$.

В случае сценария В правосторонние t кварки являются компонентами $\mathbf{20}$ -плета $SU(6)$ с барионным числом $B_{20} = -1/3$. Для того чтобы получить набор связанных фермионных состояний (2.31) следует предположить, что наряду с $\mathbf{20}$ -плетом спектр частиц содержит $\mathbf{15}$ -плет ($\mathbf{15}'$) и два $\bar{\mathbf{6}}$ -плета ($\bar{\mathbf{6}}'_1$ и $\bar{\mathbf{6}}'_2$) с спином $1/2$. Взаимодействие $\mathbf{20} \times \mathbf{15}' \times \Omega$ приводит к тому, что $\bar{\mathbf{10}}$ -плет из $\mathbf{20}$ и $SU(5)$ декуплет из $\mathbf{15}'$ образуют массивные фермионные состояния с массами порядка f . С другой стороны взаимодействие $\mathbf{15}' \times \bar{\mathbf{6}}'_1 \times \Omega^\dagger$ генерирует массы $\mathbf{5}$ -плета из $\mathbf{15}'$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плета из $\bar{\mathbf{6}}'_1$. Как и в сценарии А массы $SU(5)$ синглетных компонент $\bar{\mathbf{6}}'_1$ и $\bar{\mathbf{6}}'_2$ могут генерироваться посредством взаимодействия $(\bar{\mathbf{6}}'_1 \Omega)(\Omega \bar{\mathbf{6}}'_2)$. Упомянутые выше взаимодействия не запрещены $U(1)_B$ симметрией в случае, когда $B_{20} = -B_{15'} = B_{\bar{\mathbf{6}}'_1} = -B_{\bar{\mathbf{6}}'_2} = -1/3$. Декуплет из $\mathbf{20}$ -плета и один $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}'_2$ не приобретают массы в рассматриваемом случае. В отличие от сценария А, $\mathbf{10}$ -плет из $\mathbf{20}$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}'_2$ имеют противоположные барионные заряды, т.е. $-1/3$ и $+1/3$ соответственно.

В результате взаимодействия $SU(5)$ мультиплетов (2.31) и элементарных экзотических состояний $\bar{q}, \bar{e}^c, \bar{d}^c, \bar{\ell}$ и η упомянутые фермионные состояния приобретают массы. Исключением являются только компоненты декуплета отвечающие t^c , поскольку t -кварк приобретает массу в результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии. Как отмечалось в предыдущем разделе, в E_6 МСХ экзотические состояния $\bar{q}, \bar{e}^c, \bar{d}^c, \bar{\ell}$ и η являются компонентами неполных $SU(6)$ мультиплетов

$$\bar{q} \in \bar{\mathbf{15}}^q, \quad \bar{e}^c \in \bar{\mathbf{15}}^e, \quad \bar{d}^c \in \mathbf{6}^d, \quad \bar{\ell} \in \mathbf{6}^\ell, \quad \eta \in \mathbf{1}^\eta. \quad (2.32)$$

Хотя вплоть до настоящего момента предполагалось, что $\bar{\mathbf{5}}$ -плет в наборе связанных фермионных состояний (2.31) является компонентами фундаментального представления $SU(6)$, т.е. $\bar{\mathbf{6}}'$, в неминимальных сценариях данное представление группы $SU(5)$ может также возникать в качестве компонент антисимметричного тензора 2-го ранга $\bar{\mathbf{15}}'$. Более того в общем случае \tilde{D}^c и \tilde{L} могут представлять собой суперпозицию компонент $\bar{\mathbf{6}}'$ и $\bar{\mathbf{15}}'$. Точно также

связанное $SU(5)$ синглетное состояние в наборе связанных состояний (2.31) может являться суперпозицией $SU(5)$ синглетной компоненты фундаментального представления $SU(6)$ и $SU(6)$ синглета. Предполагая, что декуплет в наборе составных фермионных состояний (2.31) представляет собой суперпозицию соответствующих компонент $\mathbf{15}$ -плета ($\mathbf{15}^t$) и $\mathbf{20}$ -плета ($\mathbf{20}^t$), часть лагранжиана взаимодействия, которая описывает генерацию масс экзотических фермионов, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{exotic} = & \tilde{\mu}_Q \bar{\mathbf{15}}^q \mathbf{15}^t + \tilde{\sigma}_Q f \bar{\mathbf{15}}^q \Omega^\dagger \mathbf{20}^t + \tilde{\mu}_E \bar{\mathbf{15}}^e \mathbf{15}^t + \tilde{\sigma}_E f \bar{\mathbf{15}}^e \Omega^\dagger \mathbf{20}^t + \tilde{\mu}_D \bar{\mathbf{6}}' \mathbf{6}^d \\ & + \tilde{\sigma}_D f \bar{\mathbf{15}}' \Omega \mathbf{6}^d + \tilde{\mu}_L \bar{\mathbf{6}}' \mathbf{6}^\ell + \tilde{\sigma}_L f \bar{\mathbf{15}}' \Omega \mathbf{6}^\ell + \tilde{\mu}_\eta \mathbf{11}^\eta + \tilde{\sigma}_\eta f \bar{\mathbf{6}} \Omega \mathbf{1}^\eta + h.c. . \end{aligned} \quad (2.33)$$

Взаимодействия (2.33) приводят к массовым членам для полей экзотических фермионов в лагранжиане $E_6\text{MCX}$ [94]–[95]

$$\mathcal{L}_{mass} = \mu_D \bar{d}^c D^c + \mu_Q \bar{q} Q + \mu_L \bar{\ell} L + \mu_E \bar{e}^c E^c + \mu_\eta \bar{\eta} \eta + h.c. . \quad (2.34)$$

Массовые параметры μ_i в выражении (2.34) представляют собой комбинацию двух вкладов. Один из вкладов определяется $\tilde{\mu}_i$, тогда как второй генерируется в результате нарушения $SU(6)$ глобальной симметрии до $SU(5)$ подгруппы и пропорционален $\tilde{\sigma}_i f$. Следует отметить, что возникновение параметров $\tilde{\mu}_i$ обусловлено непертурбативными эффектами, которые в то же самое время приводят к нарушению $SU(6)$ симметрии. Поэтому в простейших MCX $\tilde{\mu}_i \sim f$. Для получения приближённого объединения калибровочных констант СМ при сверхвысоких энергиях необходимо, чтобы экзотические фермионы были существенно легче 10 ТэВ. Такие относительно небольшие значения параметров μ_i могут быть получены при частичном сокращении двух вкладов в соответствующие массовые параметры, которые обсуждались выше.

Таким образом при энергиях $E \lesssim f \lesssim 10$ ТэВ спектр частиц в $E_6\text{MCX}$ включает: $SU(3)_C$ триплет $t'(\bar{t}')$ с электрическим зарядом $+2/3(-2/3)$; два $SU(3)_C$ триплета экзотических кварков b'_1 и b'_2 (\bar{b}'_1 и \bar{b}'_2) с разными массами, но с одним и тем же электрическим зарядом $-1/3(+1/3)$; фермионы e'_1 и e'_2 (\bar{e}'_1 и \bar{e}'_2) с разными массами, но с одним и тем же электрическим зарядом $-1(+1)$; а также нейтральное фермионное состояние ν' ($\bar{\nu}'$), которое образуется соответствующими компонентами $SU(2)_W$ дублетов. В простейших реализациях сценариев А и В сохранение барионного числа предполагает, что все эти фермионные состояния имеют ненулевые $U(1)_B$ заряды. В обоих случаях t' , b'_1 и \bar{e}'_1 имеют барионное число $-1/3$. В случае сценария А e'_2 , ν' и \bar{b}'_2 имеют барионное число $-1/3$, тогда как в случае сценария В данные состояния имеют противоположный барионный заряд, т.е. $+1/3$. Набор легчайших экзотических состояний должен также включать $SU(3)_C$ триплет скалярных частиц T (T^\dagger) с электрическим зарядом $-1/3$ ($+1/3$) и $B = 0$, являющийся компонентами $\mathbf{5}$ -плета \tilde{H} , который также содержит хиггсовский дублет H .

Одно из легчайших экзотических состояний в $E_6\text{MCX}$ должно быть стабильным. Поскольку барионное число сохраняется, лагранжиан $E_6\text{MCX}$ должен быть инвариантен по

отношению к преобразованиям дискретной Z_3 симметрии [328], [358]

$$\Psi \longrightarrow e^{2\pi i B_3/3} \Psi, \quad B_3 = (3B - n_C)_{\text{mod } 3}, \quad (2.35)$$

где B — барионное число мультиплетта Ψ , а n_C — число $SU(3)_C$ индексов ($n_C = 1$ для $SU(3)_C$ триплетта и $n_C = -1$ для $\bar{\mathbf{3}}$). Всем бозонам и фермионам СМ отвечает $B_3 = 0$. В сценариях А и В $B_3(T) = 2$, $B_3(t') = B_3(b'_1) = B_3(e'_1) = 1$. С другой стороны в случае сценария А $B_3(b'_2) = 0$ и $B_3(e'_2) = B_3(\nu') = 2$, а в случае сценария В $B_3(b'_2) = B_3(e'_2) = B_3(\nu') = 1$. Благодаря инвариантности эффективного лагранжиана $E_6\text{MCX}$ по отношению к преобразованиям Z_3 симметрии (2.35) легчайшее экзотическое состояние с ненулевым значением B_3 не может распадаться на частицы СМ и поэтому должно быть стабильным. Такие экзотического состояния могут распадаться благодаря операторам, нарушающим $U(1)_B$ симметрию, которые сильно подавлены в рассматриваемом случае.

Если бы легчайшим экзотическим состоянием с ненулевым значением B_3 был бы $SU(3)_C$ триплет или заряженный экзотический фермион, то такие состояния должны были бы эффективно рождаться на ранних стадиях эволюции Вселенной. Причём поскольку данные состояния достаточно стабильны, определенное их количество должно было бы сохраниться к настоящему моменту времени. В этом случае эти частицы должны были бы образовывать связанные состояния с обычными кварками, формируя изотопы широко распространённых элементов. В результате поисков соответствующих изотопов были установлены жесткие ограничения на концентрацию таких элементов при условии, что экзотические состояния имеют массу, которая не превосходит 10 ТэВ. Их относительная концентрация не должна превосходить 10^{-15} на нуклон [181]. С другой стороны согласно теоретическим оценкам [182] относительная концентрация таких элементов должна была бы быть не ниже чем 10^{-10} на нуклон. Поэтому $E_6\text{MCX}$ с стабильным $SU(3)_C$ триплетом или заряженным экзотическим фермионом практически исключена.

В принципе набор экзотических состояний в $E_6\text{MCX}$ также включает нейтральный фермион ν' ($\bar{\nu}'$) с ненулевым значением $B_3(\nu')$. Однако если такие состояния являются стабильными и достаточно лёгкими, т.е. имеют массу порядка нескольких ТэВ, то их константы взаимодействия с Z бозоном приводят к слишком большому сечению рассеяния данных состояний на ядрах, которое на несколько порядков больше экспериментального верхнего ограничения (см. например [359]).

Приемлемый с феноменологической точки зрения сценарий предполагает, что легчайшее экзотическое состояние с ненулевым значением B_3 образуется элементарным состоянием η и составным состоянием $\bar{\eta}$, которое в свою очередь может являться суперпозицией $SU(5)$ синглетной компоненты фундаментального представления $SU(6)$ и $SU(6)$ синглета. В $E_6\text{MCX}$ состояние $\bar{\eta}$ может иметь барионные заряды как $-1/3$ так и $+1/3$. В процессе нарушения электрослабой симметрии возникает смешивание между $\bar{\eta}$ и $\bar{\nu}'$, а также η и ν' , которое приводит к образованию двух массивных дираковских состояний ζ_1 и ζ_2 . Когда данное смешивание достаточно мало, легчайшее из этих двух состояний ζ_1 является преимущественно

$SU(2)_W$ синглетом и константа взаимодействия этого состояния с Z бозоном может быть очень сильно подавлена. Как следствие, ζ_1 может давать существенный вклад в плотность тёмной материи.

Когда ζ_1 является стабильным состоянием, определённая часть барионной асимметрии накапливается в секторе тёмной материи, так как ζ_1 имеет ненулевой барионный заряд. Действительно, если процесс аннигиляции $\zeta_1\bar{\zeta}_1$ достаточно эффективен, то плотность тёмной материи в рассматриваемой модели может определяться тем же механизмом, который генерирует барионную асимметрию в нашей Вселенной. При этом можно оценить отношение барионных зарядов B_n и B_{ζ_1} , которые отвечают полным зарядам нуклонов и ζ_1 состояний, т.е.

$$\theta = \frac{B_{\zeta_1}}{B_n} \simeq \frac{1}{3} \left(\frac{\rho_{\zeta_1}}{\rho_n} \right) \left(\frac{m_n}{m_{\zeta_1}} \right), \quad (2.36)$$

где ρ_n и ρ_{ζ_1} являются вкладами нуклонов и ζ_1 состояний в полную плотность энергии в нашей Вселенной, а m_n и m_{ζ_1} соответствуют массам нуклонов и ζ_1 состояний. Принимая во внимание, что ρ_{ζ_1} не может быть больше полной плотности тёмной материи, т.е. $\rho_{\zeta_1} \lesssim 5\rho_n$, значение θ может быть больше чем 0.1% только когда $m_{\zeta_1} \lesssim 2$ ТэВ.

Если в E_6 МСХ экзотические частицы имеют массы порядка нескольких ТэВ, то они могут рождаться в экспериментах на БАК. Предполагая, что t' , b'_1 и e'_1 , которые входят в тот же $SU(6)$ мультиплет, что и правосторонний t кварк, взаимодействуют наиболее сильным образом с фермионами третьего поколения, состояния b'_1 и e'_1 преимущественно распадаются на

$$b'_1 \rightarrow \bar{t} + \bar{b} + \zeta_1 + X, \quad e'_1 \rightarrow \bar{t} + b + \zeta_1 + X. \quad (2.37)$$

Требование сохранения электрического и барионного зарядов практически полностью определяет основные каналы распадов b'_1 и e'_1 (2.37). В выражениях (2.37) предполагается, что ζ_1 имеет барионный заряд $+1/3$. Когда ζ_1 несёт барионный заряд $-1/3$, в выражениях (2.37) следует заменить ζ_1 на $\bar{\zeta}_1$. Так как распад t' может быть обусловлен взаимодействием этой частицы с W -бозоном и b'_1 , т.е. $t' \rightarrow W^* + b'_1^*$, можно ожидать, что при распадах t' и b'_1 возникают одни и те же частицы в конечном состоянии. Экзотический кварк b'_2 может иметь барионный заряд $+1/3$ и $-1/3$. В случае, когда b'_2 имеет барионный заряд $+1/3$, это состояние может распадаться на

$$b'_2 \rightarrow Z + b, \quad (2.38)$$

где Z и b отвечают Z -бозону и b -кварку. Если b'_2 несёт барионный заряд $-1/3$, то данное состояние может распадаться точно так же как и b'_1 . Когда экзотические состояния e'_2 и ζ_1 имеют одинаковые барионные заряды, e'_2 распадается на $e'_2 \rightarrow W^- + \zeta_1$. В противном случае основным каналом распада e'_2 является $e'_2 \rightarrow W^- + \bar{\zeta}_1$.

В экспериментах на БАК может наблюдаться парное рождение экзотических кварков b'_1 и t' . Распады этих состояний на пары кварков третьего поколения и ζ_1 должны приводить

к некоторому увеличению сечений [94]

$$pp \rightarrow t\bar{t}b\bar{b} + \cancel{E}_T + X \quad pp \rightarrow b\bar{b}b\bar{b} + \cancel{E}_T + X. \quad (2.39)$$

Конечные состояния в реакциях (2.39) очень похожи на те, которые возникают при парном рождении и последующих распадах глюино в случае, когда скварки третьего поколения существенно легче других суперчастиц. В этом пределе глюино преимущественно распадается на пары кварков третьего поколения и легчайшее нейтралино (см. например [360]). Процессы рождения экзотических состояний e'_1 , e'_2 , ν' и ζ_1 в экспериментах на БАК сильно подавлены в сравнении с процессами рождения экзотических кварков. Тем не менее следует отметить, что рождение пар $e'_1\bar{e}'_1$ может также приводить к некоторому увеличению сечений процессов (2.39), если состояние e'_1 является достаточно лёгким.

Наконец, рассмотрим возможные проявления скалярного $SU(3)_C$ триплета T , который входит в состав того же $SU(5)$ мультиплета \tilde{H} , что и составной дублет Хиггса, в экспериментах на БАК. В случае сценария А данное экзотическое состояние главным образом взаимодействует с b'_2 и ζ_1 . По этой причине, когда T тяжелее чем b'_2 , скалярный $SU(3)_C$ триплет распадается на

$$T \rightarrow b'_2 + \bar{\zeta}_1. \quad (2.40)$$

В противном случае это состояние распадается на

$$T \rightarrow b + \bar{\zeta}_1 + X. \quad (2.41)$$

В случае сценария В скалярный $SU(3)_C$ триплет взаимодействует не только с b'_2 и ζ_1 , но и с t , t' , b'_1 и e'_2 . Поэтому данное экзотическое состояние может распадаться на

$$\begin{aligned} T &\rightarrow b'_2(b'_1) + \zeta_1 \rightarrow \bar{t} + \bar{b} + \zeta_1 + \zeta_1 + X, \\ T &\rightarrow t' + e'_2 \rightarrow \bar{t} + \bar{b} + \zeta_1 + \zeta_1 + X, \\ T &\rightarrow \bar{t} + \bar{b}'_2 \rightarrow \bar{t} + t + b + \bar{\zeta}_1 + X. \end{aligned} \quad (2.42)$$

В экспериментах на БАК скалярные $SU(3)_C$ триплеты могут рождаться парами, если данные экзотические состояния являются достаточно лёгкими. При этом распады пар $T\bar{T}$ могут приводить к некоторому увеличению сечений реакций (2.39) с четырьмя кварками третьего поколения в конечном состоянии. Кроме того, как следует из перечня каналов распада T (2.42), в некоторых случаях рождение пар $T\bar{T}$ может привести к росту сечений соответствующих процессам с шестью кварками третьего поколения в конечном состоянии [94], т.е.

$$pp \rightarrow T\bar{T} \rightarrow t\bar{t}t\bar{t}b\bar{b} + \cancel{E}_T + X, \quad pp \rightarrow T\bar{T} \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}b\bar{b} + \cancel{E}_T + X. \quad (2.43)$$

Завершая обсуждение экзотических состояний в E_6 МСХ, хотелось бы отметить, что введения дополнительного фермионного состояния η в секторе слабо взаимодействующих элементарных частиц (2.2) можно в принципе избежать. В самом деле, как уже отмечалось в этом разделе, самосогласованность E_6 МСХ подразумевает, что ниже шкалы f динамика взаимодействий в секторе, генерирующем нарушение электрослабой симметрии, должна

приводить к набору связанных фермионных состояний, которые образуют полные $\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}}$ мультиплеты $SU(5)$. В случаях сценариев А и В нарушение $SU(6)$ симметрии может приводить к такому набору связанных состояний только если спектр частиц включает два составных $\bar{\mathbf{6}}$ -плета ($\bar{\mathbf{6}}_1$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$) с спином $1/2$ и противоположными барионными зарядами. Как следствие, спектр частиц должен содержать два $SU(5)$ синглетных связанных состояния с противоположными барионными зарядами, которые не принимают участия в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях. Данные состояния могут образовывать легчайшее экзотическое состояние с ненулевым значением B_3 , которое должно быть стабильным.

2.3 Рождение и возможные проявления нейтрального псевдоголдстоуновского бозона в E_6 МСХ

Используя выражения (2.17) и (2.33), можно получить лагранжиан, описывающий взаимодействие экзотических фермионных состояний с нейтральным псевдоголдстоуновским бозоном $\phi_0 = A$. В этом разделе будет предполагаться, что в секторе, в котором генерируется нарушение электрослабой симметрии, СР сохраняется с достаточно высокой точностью. При этом нетрудно убедиться в том, что псевдоголдстоуновский бозон A проявляет себя в юкавских взаимодействиях с фермионами в качестве псевдоскалярного поля. По этой причине сохранение СР приводит к сильному подавлению смешивания между бозоном Хиггса и псевдоголдстоуновским состоянием A .

В главном приближении лагранжиан, описывающий взаимодействие нейтрального псевдоголдстоуновского бозона A с другими состояниями, может быть представлен в следующем виде [95, 135]:

$$\mathcal{L}_A = \frac{y_t}{\Lambda_t} A (i\bar{t}_L H t_R + h.c.) + A \left(i\kappa_D \bar{d}^c D^c + i\kappa_Q \bar{q} Q + i\lambda_L \bar{\ell} L + i\lambda_E \bar{e}^c E^c + i\lambda_\eta \bar{\eta} \eta + h.c. \right) + \frac{\alpha_Y}{16\pi\Lambda_1} A B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} + \frac{\alpha_2}{16\pi\Lambda_2} A W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} + \frac{\alpha_3}{16\pi\Lambda_3} A G_{\mu\nu}^\sigma \tilde{G}^{\sigma\mu\nu}, \quad (2.44)$$

где $B_{\mu\nu}$, $W_{\mu\nu}^a$, $G_{\mu\nu}^\sigma$ отвечают тензорам напряженности $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ калибровочных полей, а $\tilde{G}^{\sigma\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} G_{\lambda\rho}^\sigma$, $\tilde{W}^{a\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} W_{\lambda\rho}^a$ и $\tilde{B}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} B_{\lambda\rho}$. Здесь $\alpha_Y = 3\alpha_1/5$, тогда как α_1 , α_2 и α_3 являются калибровочными константами $U(1)_Y$, $SU(2)_W$ и $SU(3)_C$ взаимодействий. В выражении (2.44) всеми взаимодействиями псевдоскалярного поля A с фермионами СМ за исключением взаимодействия этого поля с t -кварком пренебрегается. Это представляет собой вполне допустимое приближение, так как массы лептонов и кварков СМ пренебрежимо малы по сравнению с массой t -кварка и шкалой f . Первый член в выражении (2.44) обусловлен взаимодействием

$$\mathcal{L}_t = g_t \mathbf{15}(Q) \Omega \mathbf{20}^t + \tilde{g}_t \mathbf{20}(Q) \Omega \mathbf{15}^t + h.c. \quad (2.45)$$

в секторе, генерирующем нарушение электрослабой симметрии. В выражении (2.45) линейные комбинации соответствующих компонент $SU(5)$ декуплетов из $\mathbf{15}(Q)$ и $\mathbf{20}(Q)$ отвечают составным партнёрам левостороннего дублета кварков третьего поколения. При этом смешивание между компонентами левостороннего дублета кварков третьего поколения и их составными партнёрами должно приводить к первому слагаемому в выражении (2.44). В случае, когда t^c является преимущественно компонентами $\mathbf{20}^t$ группы $SU(6)$, шкала $\Lambda_t = \sqrt{15}f$. Если же t^c главным образом является компонентами $\mathbf{15}^t$ группы $SU(6)$, то тогда $\Lambda_t = \sqrt{\frac{60}{49}}f \simeq 1.1f$.

Второе слагаемое в выражении (2.44) можно непосредственно получить из лагранжиана (2.33). Причём важно отметить, что глобальные $SU(6)$ и $SU(5)$ симметрии не накладывают никаких ограничений на константы взаимодействия κ_i и λ_i , а также на массы экзотических фермионных состояний. Последние три слагаемых в выражении (2.44) генерируются тяжёлыми составными партнёрами фермионов СМ. Поэтому следует ожидать, что параметры Λ_1 , Λ_2 и Λ_3 должны быть порядка шкалы f . Так как в наиболее общем случае $\mu_D \sim \mu_Q \sim \mu_L \sim \mu_E \sim f$, тогда как масса m_A нейтрального псевдоголдстоуновского бозона A значительно меньше шкалы f , имеет смысл ограничиться изучением сценария, когда все экзотические фермионы за исключением легчайшего состояния существенно тяжелее $m_A/2$. В рассматриваемой части параметрического пространства псевдоскалярный бозон A не может распадаться на заряженные экзотические фермионы. Отинтегрировав тяжёлые экзотические состояния получаем эффективный лагранжиан, который описывает взаимодействия псевдоскаляра A с t -кварком, калибровочными бозонами СМ и частицами тёмной материи (см. [361]–[362])

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^A = & c_1 AB_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} + c_2 AW_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} + c_3 AG_{\mu\nu}^\sigma \tilde{G}^{\sigma\mu\nu} \\ & + \frac{y_t}{\Lambda_t} A(i\bar{t}_L H t_R + h.c.) + i\lambda_\eta A(\bar{\eta}\eta + h.c.), \end{aligned} \quad (2.46)$$

где

$$\begin{aligned} c_1 = & \frac{\alpha_Y}{16\pi} \left[\frac{2\kappa_D}{3\mu_D} B(x_D) + \frac{\kappa_Q}{3\mu_Q} B(x_Q) + \frac{\lambda_L}{\mu_L} B(x_L) + 2\frac{\lambda_E}{\mu_E} B(x_E) \right] + \frac{\alpha_Y}{16\pi\Lambda_1}, \\ c_2 = & \frac{\alpha_2}{16\pi} \left[3\frac{\kappa_Q}{\mu_Q} B(x_Q) + \frac{\lambda_L}{\mu_L} B(x_L) \right] + \frac{\alpha_2}{16\pi\Lambda_2}, \\ c_3 = & \frac{\alpha_3}{16\pi} \left[\frac{\kappa_D}{\mu_D} B(x_D) + 2\frac{\kappa_Q}{\mu_Q} B(x_Q) \right] + \frac{\alpha_3}{16\pi\Lambda_3}, \\ B(x) = & 2x \arcsin^2[1/\sqrt{x}], \quad x \geq 1. \end{aligned} \quad (2.47)$$

В выражениях (2.47) $x_D = 4\mu_D^2/m_A^2$, $x_Q = 4\mu_Q^2/m_A^2$, $x_L = 4\mu_L^2/m_A^2$ и $x_E = 4\mu_E^2/m_A^2$. Используя выражения (2.46)–(2.47), можно вычислить константу взаимодействия псевдоскалярного бозона A с электромагнитным полем, т.е.

$$\mathcal{L}_{eff}^{A\gamma\gamma} = c_\gamma A F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (2.48)$$

$$c_\gamma = c_1 \cos^2 \theta_W + c_2 \sin^2 \theta_W \simeq \frac{\alpha}{16\pi} \left[\frac{2\kappa_D}{3\mu_D} B(x_D) + \frac{10\kappa_Q}{3\mu_Q} B(x_Q) + 2\frac{\lambda_L}{\mu_L} B(x_L) + 2\frac{\lambda_E}{\mu_E} B(x_E) \right],$$

где $F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности электромагнитного поля, а $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho}F_{\lambda\rho}$.

Из выражений (2.46)–(2.48) следует, что константы взаимодействия псевдоголдстоуновского состояния A с калибровочными бозонами СМ сильно возрастают в пределе, когда заряженные экзотические фермионы имеют массы порядка нескольких ТэВ и $\kappa_D \sim \kappa_Q \sim \lambda_L \sim \lambda_E \gtrsim 1$. Это наиболее привлекательный с феноменологической точки зрения сценарий, так как в этом случае экзотические состояния могут быть обнаружены в экспериментах на БАК. Именно этот сценарий и будет изучаться в данном разделе. В рассматриваемой области параметрического пространства вклад последних слагаемых в выражениях для C_i мал по сравнению с вкладом других слагаемых, так как $\Lambda_i \sim f$, и им в главном приближении можно пренебречь.

В экспериментах на БАК псевдоголдстоуновское состояние A главным образом рождается в результате слияния двух глюонов. Соответствующее сечение рождения определяется $|c_3|^2$. Поскольку парциальная ширина $\Gamma(A \rightarrow gg)$ распада $A \rightarrow gg$ также пропорциональна $|c_3|^2$, удобно представить сечение рождения σ_A псевдоскалярного бозона A в экспериментах на БАК в следующем виде [72], [361]

$$\sigma_A \simeq \frac{K_{gg} C_{gg}}{m_A s} \Gamma(A \rightarrow gg), \quad \Gamma(A \rightarrow gg) = \frac{2m_A^3}{\pi} |c_3|^2, \quad (2.49)$$

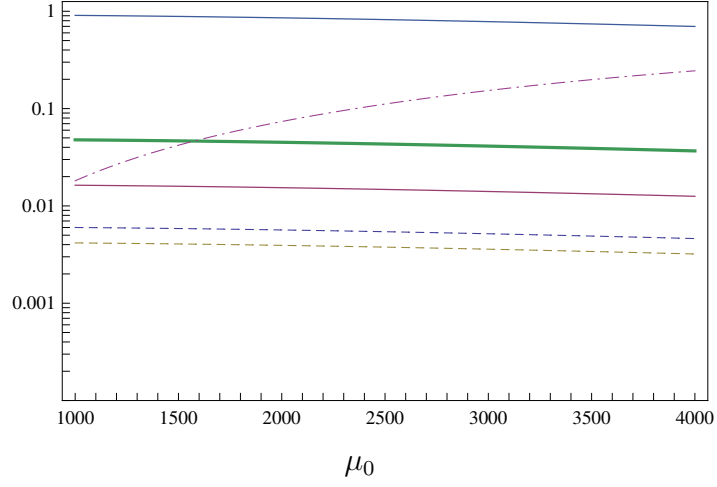
где $\sqrt{s} \simeq 13$ ТэВ. Для того чтобы упростить анализ, положим $m_A = 750$ ГэВ. При этом можно использовать те же значения C_{gg} и К фактора K_{gg} , что и в работе [361], т.е. $C_{gg} = 2137$ и $K_{gg} = 1.48$. В данном случае

$$\sigma_A \simeq 7.3 \text{ fb} \times \left(\frac{\Gamma(A \rightarrow gg)}{m_A} \times 10^6 \right). \quad (2.50)$$

Хотя, как упоминалось ранее, в этом разделе мы ограничимся рассмотрением сценариев с массами заряженных экзотических фермионов большими $m_A/2$, здесь и далее будет предполагаться, что масса легчайшего экзотического фермиона достаточно близка к $m_A/2$ и $\lambda_\eta \gtrsim 1$. Такой сценарий предполагает, что сечение процесса аннигиляции $\eta \bar{\eta}$ (или $\zeta_1 \bar{\zeta}_1$) достаточно велико и легчайший экзотический фермион может давать существенный вклад в плотность тёмной материи. Поэтому будет предполагаться, что соответствующее фермионное состояние может быть как легче так и тяжелее, чем $m_A/2$. Если $\mu_\eta > m_A/2$, то полная ширина Γ_A псевдоскалярного состояния A достаточно мала. Когда $\mu_\eta < m_A/2$ нейтральный псевдоголдстоуновский бозон A может распадаться на $\eta \bar{\eta}$ и Γ_A становится весьма большой. В этом разделе оба этих случая будут проанализированы отдельно.

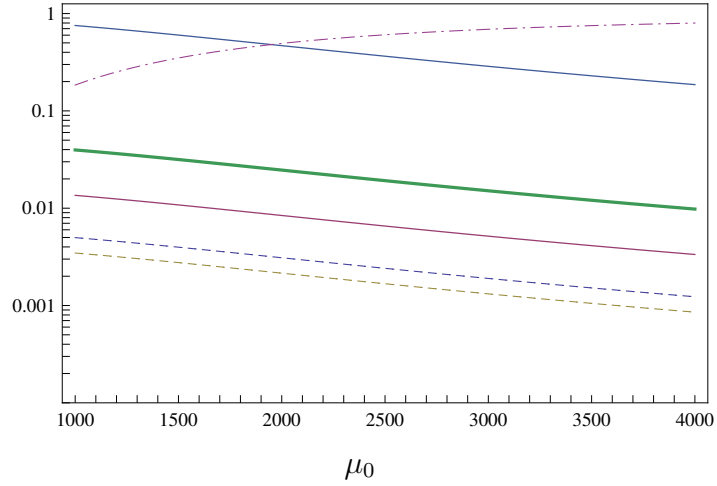
Прежде всего рассмотрим сценарий с $\mu_\eta > m_A/2$. Псевдоскалярное состояние A может распадаться на фермион–антифермионные пары. В частности, если m_A больше чем $2m_t$,

$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$



(a)

$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$



(б)

Рис. 2.1: Относительные парциальные ширины распадов псевдоскалярного состояния A на $t\bar{t}$ (штрихпунктирные линии), gg (верхние сплошные линии), $\gamma\gamma$ (верхние пунктирные линии), WW (жирные линии), ZZ (нижние сплошные линии) и γZ (нижние пунктирные линии) при значениях $m_A = 750$ ГэВ, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma = 1.5$ и $f = 10$ ТэВ. Зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоскаляра A от $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = \mu_E = \mu_0$ получена для значений $\Lambda_t = \sqrt{15}f$ — рис.а и $\Lambda_t = \sqrt{\frac{60}{49}}f$ — рис.б.

где m_t — масса t -кварка, парциальная ширина $\Gamma(A \rightarrow t\bar{t})$ распада $A \rightarrow t\bar{t}$ вычисляется по формуле [95, 135]:

$$\Gamma(A \rightarrow t\bar{t}) = \frac{3m_A m_t^2}{8\pi\Lambda_t^2} \sqrt{1 - \frac{4m_t^2}{m_A^2}}. \quad (2.51)$$

Парциальная ширина (2.51) уменьшается, когда Λ_t и f увеличиваются. При $\Lambda_t \gg 10$ ТэВ значение $\Gamma(A \rightarrow t\bar{t})$ становится чрезвычайно малым. Однако столь большие значения Λ_t и f предполагают высокую степень тонкой настройки параметров E_6 МСХ, которая необходима для того, чтобы электрослабая шкала была много меньше Λ_t и f , т.е. $v \ll f$. При численном анализе сечения рождения и парциальных ширин распадов псевдоскаляра A будет предполагаться, что $f \simeq 10$ ТэВ, и будут изучены два различных сценария с $\Lambda_t = \sqrt{15}f \gg 10$ ТэВ и $\Lambda_t = \sqrt{\frac{60}{49}}f \simeq 1.1f \sim 10$ ТэВ. При столь больших значениях Λ_t парциальные ширины распадов $A \rightarrow b\bar{b}$ и $A \rightarrow \tau\bar{\tau}$ становятся слишком малы и в главном приближении ими можно пренебречь.

Аналитические выражения для парциальных ширин распадов $A \rightarrow WW, ZZ, \gamma\gamma$ и γZ могут быть представлены в следующем виде [95, 135]:

$$\Gamma(A \rightarrow WW) = \frac{m_A^3}{2\pi} |c_2|^2 \left(1 - \frac{4M_W^2}{m_A^2}\right)^{3/2}, \quad (2.52)$$

$$\Gamma(A \rightarrow ZZ) = \frac{m_A^3}{4\pi} \left|c_1 \sin^2 \theta_W + c_2 \cos^2 \theta_W\right|^2 \left(1 - \frac{4M_Z^2}{m_A^2}\right)^{3/2}, \quad (2.53)$$

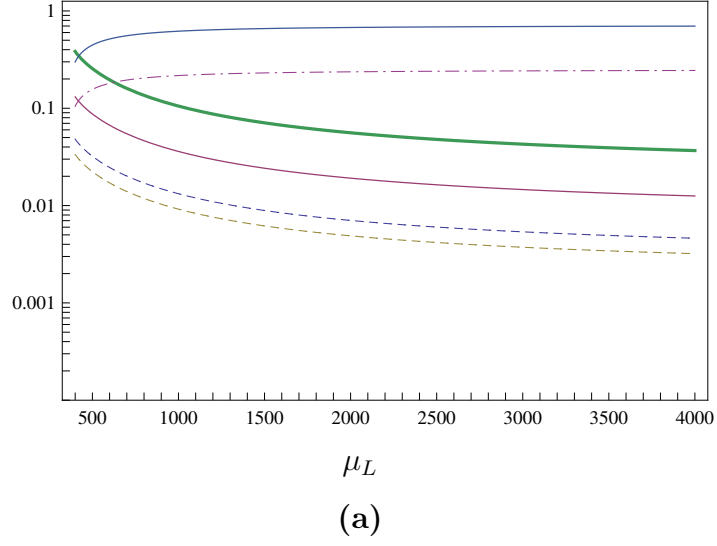
$$\Gamma(A \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{m_A^3}{4\pi} |c_\gamma|^2, \quad (2.54)$$

$$\Gamma(A \rightarrow \gamma Z) = \frac{m_A^3}{8\pi} \sin^2 2\theta_W |c_1 - c_2|^2 \left(1 - \frac{M_Z^2}{m_A^2}\right)^3. \quad (2.55)$$

Когда $\mu_D \approx \mu_Q \approx \mu_L \approx \mu_E$, из выражений (2.47) следует, что $|c_2|$ значительно больше $|c_1|$. Это обусловлено тем, что c_2 и c_1 пропорциональны $SU(2)_W$ и $U(1)_Y$ калибровочным константам, а на электрослабой шкале α_2 существенно больше α_Y . При $|c_2| \gg |c_1|$ парциальные ширины распадов $\Gamma(A \rightarrow WW)$ и $\Gamma(A \rightarrow ZZ)$ должны быть много больше $\Gamma(A \rightarrow \gamma\gamma)$ и $\Gamma(A \rightarrow \gamma Z)$, так как значение $\sin^2 \theta_W$ достаточно мало. С другой стороны в рассматриваемом пределе $|c_2| \ll |c_3|$, поскольку α_2 значительно меньше α_3 . Таким образом можно ожидать, что в общем случае $\Gamma(A \rightarrow gg)$ существенно больше, чем другие парциальные ширины распадов (2.52)–(2.55).

Результаты проведённого анализа представлены на рис. 2.1–2.5. На рис. 2.1 проанализирована зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдогдогдстоуновского бозона A от масс экзотических фермионов и Λ_t . Используя общепринятое определение для

$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$



$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$

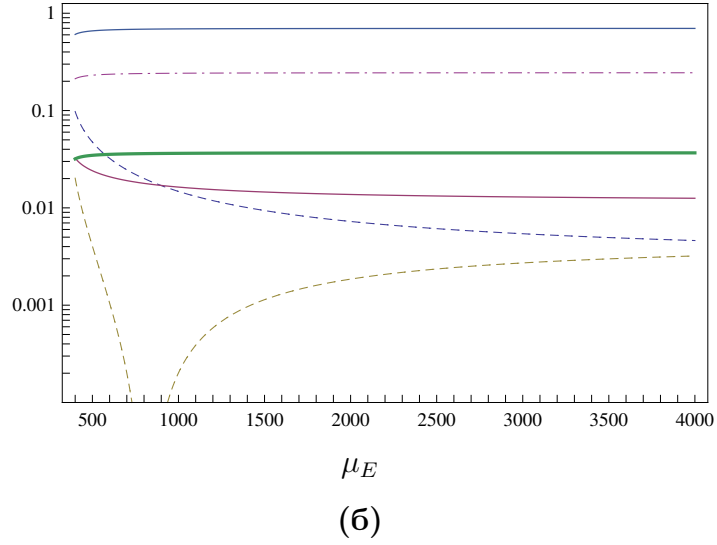


Рис. 2.2: Относительные парциальные ширины распадов псевдоскалярного состояния A на $t\bar{t}$ (штрихпунктирные линии), gg (верхние сплошные линии), $\gamma\gamma$ (верхние пунктирные линии), WW (жирные линии), ZZ (нижние сплошные линии) и γZ (нижние пунктирные линии) при значениях $m_A = 750 \text{ ГэВ}$, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma = 1.5$, $f = 10 \text{ ТэВ}$ и $\Lambda_t = \sqrt{15}f$. Зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоскаляра A показана как функция μ_L при $\mu_Q = \mu_D = \mu_E = 4 \text{ ТэВ}$ — рис. а и как функция μ_E при $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = 4 \text{ ТэВ}$ — рис. б.

вычисления относительных парциальных ширин распадов данной частицы, находим:

$$\begin{aligned}
\text{BR}(A \rightarrow gg) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow gg)}{\Gamma_A}, & \text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_A}, \\
\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow t\bar{t})}{\Gamma_A}, & \text{BR}(A \rightarrow Z\gamma) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow Z\gamma)}{\Gamma_A}, \\
\text{BR}(A \rightarrow ZZ) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow ZZ)}{\Gamma_A}, & \text{BR}(A \rightarrow WW) &= \frac{\Gamma(A \rightarrow WW)}{\Gamma_A},
\end{aligned} \tag{2.56}$$

где Γ_A — полная ширина псевдоскаляра A . Для того чтобы упростить анализ юкавские константы, отвечающие взаимодействию бозона A с экзотическими фермионами, а также массы этих фермионных состояний были положены равными, т.е. $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$ и $\mu_D = \mu_Q = \mu_L = \mu_E = \mu_0$. Если экзотические кварки существуют, то они, по всей видимости, существенно тяжелее 1 ТэВ, что предполагает $\mu_0 \gtrsim 1$ ТэВ. В то же самое время имеет смысл ограничиться рассмотрением таких значений μ_0 , которые много меньше шкалы $f = 10$ ТэВ, поскольку только достаточно лёгкие экзотические кварки могут наблюдаться в экспериментах на БАК.

В МСХ с $f \sim 1$ ТэВ псевдоголдстоуновский бозон A преимущественно распадается на $t\bar{t}$ [361]–[362]. В E_6 МСХ столь низкие значения шкалы f фактически исключены. Результаты численного анализа, представленные на рис. 2.1, указывают на то, что большие значения Λ_t , отвечающие $f \simeq 10$ ТэВ, приводят к сильному подавлению парциальной ширины распада (2.51). В результате при $\sigma \gtrsim 1$ парциальная ширина $\Gamma(A \rightarrow t\bar{t})$ оказывается того же порядка или даже значительно меньше $\Gamma(A \rightarrow gg)$, вычисленной в однопетлевом приближении. $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t})$ растёт с увеличением μ_0 . Однако даже при $\mu_0 \sim 4$ ТэВ $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t})$ не является доминирующим, если $\sigma = 1.5$ и $\Lambda_t \simeq \sqrt{15}f$. Тем не менее $A \rightarrow gg$ и $A \rightarrow t\bar{t}$ — два основных канала распада псевдоголдстоуновского бозона A , тогда как относительные парциальные ширины $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ и $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$ — третья и четвёртая по величине. $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ и $\text{BR}(A \rightarrow \gamma Z)$ существенно меньше и варьируются между 10^{-2} и 10^{-3} . $\text{BR}(A \rightarrow b\bar{b})$ и $\text{BR}(A \rightarrow \tau\bar{\tau})$, которые не показаны на рис. 2.1, меньше чем 10^{-3} и 10^{-4} соответственно.

Иерархическая структура констант взаимодействия в эффективном лагранжиане (2.46), т.е. $|c_1| \ll |c_2| \ll |c_3|$, не всегда остаётся неизменной. Результаты численного анализа, представленные на рис. 2.2, указывают на то, что в некоторых случаях, когда, например, массы экзотических фермионов сильно различаются, соотношения между этими константами взаимодействия могут сильно модифицироваться. В частности, константа взаимодействия c_2 может стать относительно большой, если $\mu_L \ll \mu_D = \mu_Q = \mu_E$. На рис. 2.2а исследуется зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоголдстоуновского бозона A от μ_L в случае, когда $\sigma = 1.5$ и $\mu_D = \mu_Q = \mu_E = 4$ ТэВ. Константа взаимодействия c_2 , а также $\text{BR}(A \rightarrow WW)$, $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$, $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ и $\text{BR}(A \rightarrow Z\gamma)$ увеличиваются с уменьшением μ_L . Причём при $\mu_L \simeq 500$ ГэВ константа взаимодействия c_3 заметно меньше чем c_2 . Как следствие, при столь малых значениях μ_L $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ ста-

новится сопоставимым с $\text{BR}(A \rightarrow gg)$ и оказывается существенно большим по сравнению с $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t})$. В рассматриваемом пределе $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}) \simeq \text{BR}(A \rightarrow ZZ)$, а $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ и $\text{BR}(A \rightarrow \gamma Z)$ больше чем 10^{-2} , но всё же значительно меньше относительных парциальных ширин, отвечающих распадам $A \rightarrow gg, WW, t\bar{t}$ и ZZ .

Константа взаимодействия c_1 может также оказаться существенно больше c_2 и даже стать сопоставимой с c_3 , если $\mu_E \ll \mu_D = \mu_Q = \mu_L$. Зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоскаляра A от μ_E при $\sigma = 1.5$ и $\mu_D = \mu_Q = \mu_L = 4$ ТэВ показана на рис. 2.26. Константа взаимодействия c_1 увеличивается с уменьшением μ_E , тогда как c_2 и c_3 остаются практически неизменными. При значениях $\mu_E \simeq 500$ ГэВ константы взаимодействия c_1 и c_γ значительно больше c_2 и c_3 . Результаты, представленные на рис. 2.26, указывают на то, что в рассматриваемой части параметрического пространства парциальные ширины $\Gamma(A \rightarrow WW)$, $\Gamma(A \rightarrow ZZ)$ и $\Gamma(A \rightarrow \gamma Z)$ существенно меньше чем $\Gamma(A \rightarrow \gamma\gamma)$. В этом случае псевдоскалярное состояние A распадается преимущественно на $A \rightarrow gg$ и $A \rightarrow t\bar{t}$, а $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ является третьей по величине и может достигать 10%, если параметр μ_E достаточно мал. Относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow \gamma\gamma$ убывает с увеличением μ_E и при $\mu_E \gtrsim 1.5$ ТэВ она становится пятой по величине, уступая $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ и $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$, которые оказываются третьей и четвёртой по величине соответственно.

На рис. 2.3 изучается зависимость полной ширины Γ_A псевдоскаляра A и сечения его рождения на БАК σ_A от $\mu_D = \mu_Q = \mu_L = \mu_E = \mu_0$. Результаты численного анализа указывают на то, что Γ_A и σ_A убывают достаточно быстро с увеличением μ_0 . Когда μ_0 варьируется в пределах от 1 ТэВ до 4 ТэВ, отношение Γ_A/m_A уменьшается с 10^{-4} до 10^{-5} , а σ_A изменяется от 1 пикобарна до 50 фемтобарн.

До сих пор исследовались сценарии с достаточно лёгкими экзотическими фермионами, т.е. когда их массы существенно меньше шкалы f . В то же самое время предполагалось, что юкавские константы взаимодействия этих фермионных состояний с псевдоголдстоуновским бозоном A больше единицы. Однако такие сценарии предполагают достаточно высокую степень тонкой настройки параметров $E_6\text{MSX}$. Действительно, в наиболее общем случае можно ожидать, что массы экзотических фермионов должны быть порядка $\kappa_i f$ и $\lambda_i f$. Когда $\kappa_i \sim \lambda_i \sim 1$, определённая степень тонкой настройки необходима, чтобы экзотические фермионы имели массы существенно меньшие чем f . В этой связи более естественно выглядят сценарии, в которых отношения масс заряженных экзотических фермионов к соответствующим юкавским константам имеют значения порядка f . Следует отметить, что в пределе, когда экзотические фермионы на много тяжелее псевдоскаляра A , константы взаимодействия c_i в эффективном лагранжиане (2.46) зависят только от таких отношений параметров $E_6\text{MSX}$.

На рис. 2.4 исследуется зависимость Γ_A/m_A и сечения рождения псевдоскаляра A на БАК σ_A при $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$, $m_A = 750$ ГэВ и $f = 10$ ТэВ от отношения параметров $\sigma f/\mu_0$. При этом предполагается, что $(\sigma f/\mu_0) \sim 1$ и $\mu_D = \mu_Q = \mu_L =$

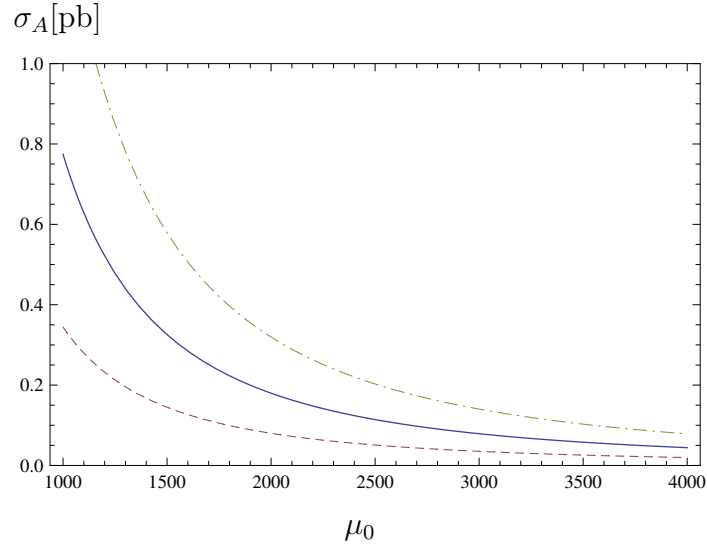
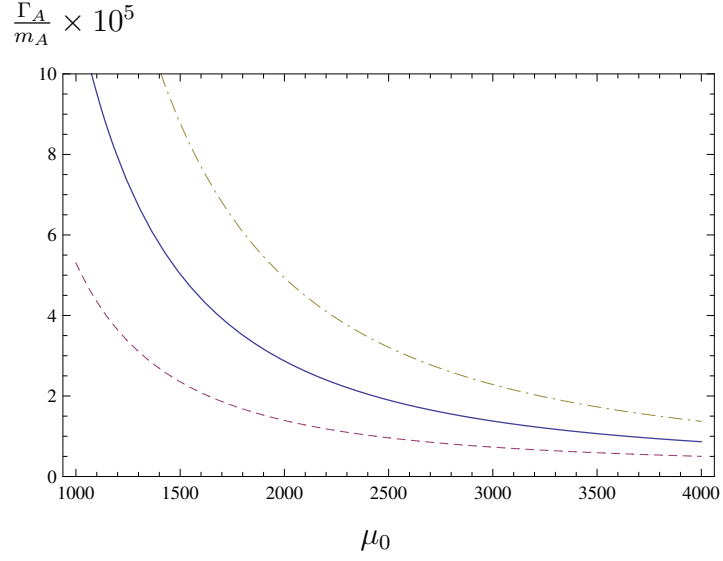
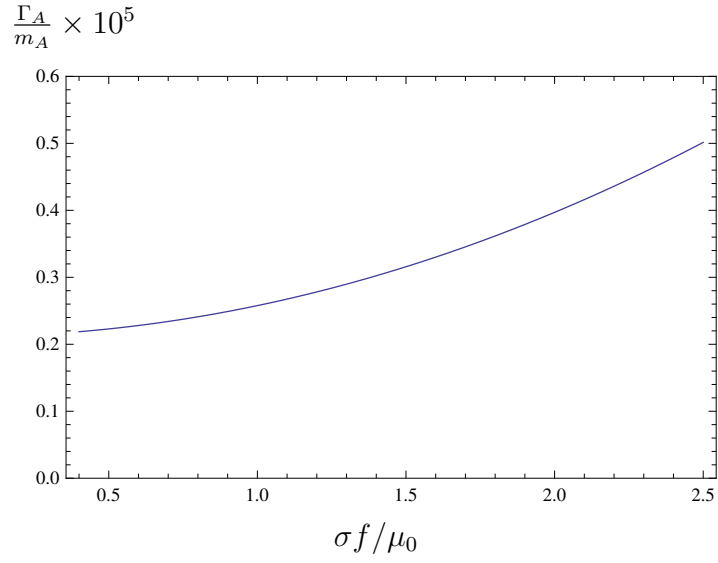
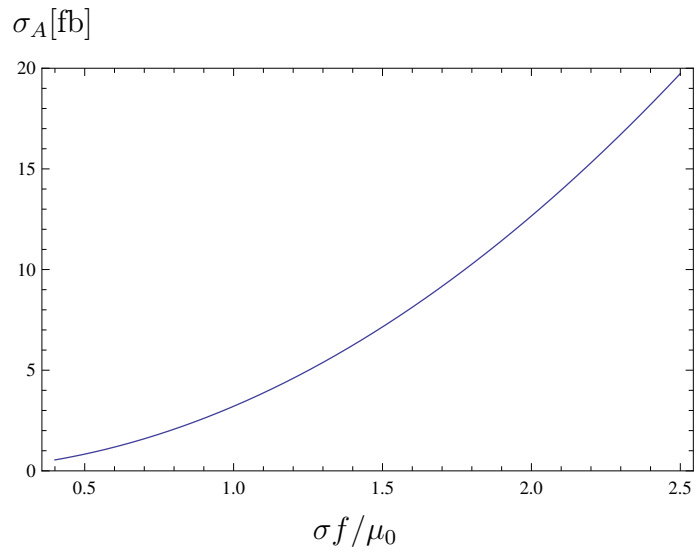


Рис. 2.3: Отношение Γ_A/m_A и сечение рождения псевдоскаляра A в экспериментах на БАК σ_A при $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = \mu_E = \mu_0$, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$, $\Lambda_t = \sqrt{15}f$, $f = 10$ ТэВ и $m_A = 750$ ГэВ. Зависимость Γ_A/m_A от μ_0 при $\sigma = 2$ (штрихпунктирная линия), $\sigma = 1.5$ (сплошная линия) и $\sigma = 1$ (пунктирная линия) — рис.а. Зависимость σ_A от μ_0 при $\sigma = 2$ (штрихпунктирная линия), $\sigma = 1.5$ (сплошная линия) и $\sigma = 1$ (пунктирная линия) — рис.б.



(a)



(б)

Рис. 2.4: Отношение Γ_A/m_A и сечение рождения псевдоскаляра A в экспериментах на БАК σ_A при $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = \mu_E = \mu_0$, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$, $\Lambda_t = \sqrt{15}f$, $f = 10$ ТэВ и $m_A = 750$ ГэВ. Отношение Γ_A/m_A представлено как функция $\sigma f/\mu_0$ при $\mu_0 = 4$ ТэВ — рис. а. Сечение σ_A представлено как функция $\sigma f/\mu_0$ при $\mu_0 = 4$ ТэВ — рис. б.

$\mu_E = \mu_0 = 4 \text{ ТэВ}$. Хотя результаты численного анализа, представленные на рис. 2.4, были получены при фиксированных значениях масс экзотических фермионов, Γ_A/m_A и σ_A практически не должны зависеть от μ_0 при фиксированном значении μ_0/σ , если $\mu_0 \gg m_A$. В рассматриваемом случае Γ_A и σ_A на много меньше полной ширины псевдоскаляра A и сечения его рождения на БАК, которые были представлены на рис. 2.3. В частности, когда $(\sigma f/\mu_0) \sim 1$, σ_A составляет всего несколько фемтобарн.

На рис. 2.5 исследуется зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоголдстоуновского бозона A от отношения параметров $\sigma f/\mu_0$ при $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$, $\mu_D = \mu_Q = \mu_L = \mu_E = \mu_0 = 4 \text{ ТэВ}$, $m_A = 750 \text{ ГэВ}$ и $f = 10 \text{ ТэВ}$. При $(\sigma f/\mu_0) \sim 1$ псевдоскаляр A распадается преимущественно на пару $t\bar{t}$. Относительная парциальная ширина, отвечающая распаду $A \rightarrow gg$, существенно меньше чем $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t})$, но значительно больше чем $\text{BR}(A \rightarrow WW)$, которая является третьей по величине. Как и прежде $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$ меньше чем $\text{BR}(A \rightarrow WW)$, но заметно больше чем $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$, тогда как относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow \gamma\gamma$ больше чем $\text{BR}(A \rightarrow \gamma Z)$. Как следует из результатов численного анализа, приведённых на рис. 2.5, относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow b\bar{b}$ может быть сопоставимой при $(\sigma f/\mu_0) \sim 1$ с $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$, $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$, $\text{BR}(A \rightarrow \gamma Z)$ и даже с $\text{BR}(A \rightarrow WW)$.

При анализе сечения рождения псевдоскаляра A на БАК и парциальных ширин распадов этого состояния главным образом исследовалась часть параметрического пространства $E_6\text{MCX}$, где σ_A на много больше соответствующего сечения рождения псевдоголдстоуновского бозона в простейших МСХ с $f \gtrsim 10 \text{ ТэВ}$. Относительно большое σ_A может быть обусловлено в $E_6\text{MCX}$ взаимодействием псевдоголдстоуновского бозона A с экзотическими фермионами только при условии, что вклады в C_3 от различных мультиплетов экзотических кварков, а также от составных партнёров частиц СМ не сокращают друг друга. Если же сокращение разных вкладов в C_3 имеет место, то тогда σ_A может быть существенно меньше одного фемтобарна. В этом случае для оценки парциальной ширины распада $A \rightarrow gg$ можно использовать соотношение

$$\Gamma(A \rightarrow gg) = \frac{2m_A^3}{\pi f^2} \left(\frac{\alpha_3}{16\pi} \right)^2 \times a^2, \quad (2.57)$$

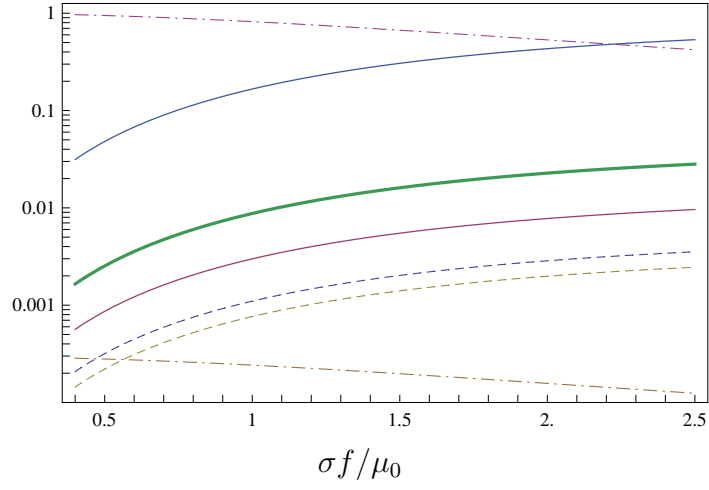
где $a = 16\pi f c_3/\alpha_3$ — безразмерный параметр. Сильное сокращение различных вкладов в константу взаимодействия C_3 отвечает $a \ll 1$. Для $m_A \simeq 750 \text{ ГэВ}$, используя соотношение (2.50), получаем

$$\sigma_A \simeq 0.086 \text{ fb} \times a^2. \quad (2.58)$$

Варьируя параметр a вблизи единицы, находим, что сечение рождения псевдоскаляра A на БАК изменяется в пределах от 0.01 фемтобарна до нескольких фемтобарн. Столь небольшие значения σ_A однозначно указывают на то, что наблюдение псевдоголдстоуновского бозона A в экспериментах на БАК может быть весьма проблематичным.

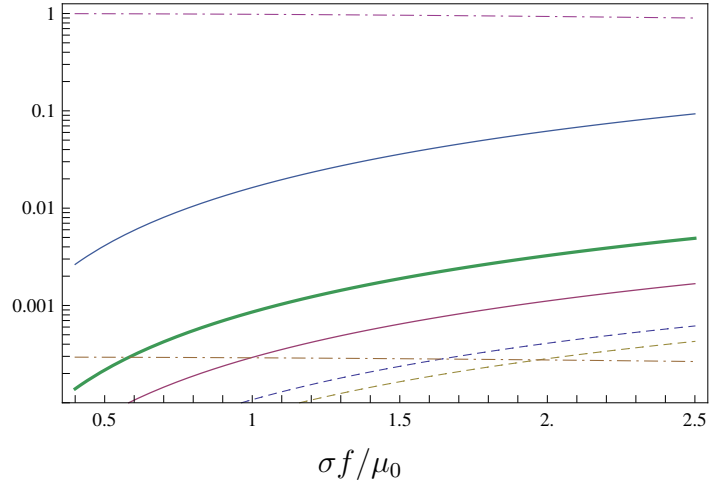
Теперь рассмотрим сценарии с $\mu_\eta \lesssim m_A/2$. В рассматриваемой части параметрического пространства $E_6\text{MCX}$ псевдоголдстоуновский бозон A может распадаться на пары $\eta\bar{\eta}$.

$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$



(a)

$\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t}, gg, WW, ZZ, \gamma\gamma, \gamma Z)$



(б)

Рис. 2.5: Относительные парциальные ширины распадов псевдоскалярного состояния A на $t\bar{t}$ (верхние штрихпунктирные линии), $b\bar{b}$ (нижние штрихпунктирные линии), gg (верхние сплошные линии), $\gamma\gamma$ (верхние пунктирные линии), WW (жирные линии), ZZ (нижние сплошные линии) и γZ (нижние пунктирные линии) при значениях $m_A = 750$ ГэВ, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \sigma$, $f = 10$ ТэВ и $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = \mu_E = \mu_0 = 4$ ТэВ. Зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоскаляра A от $\sigma f/\mu_0$ получена для значений $\Lambda_t = \sqrt{15}f$ — рис.а и $\Lambda_t = \sqrt{\frac{60}{49}}f$ — рис.б.

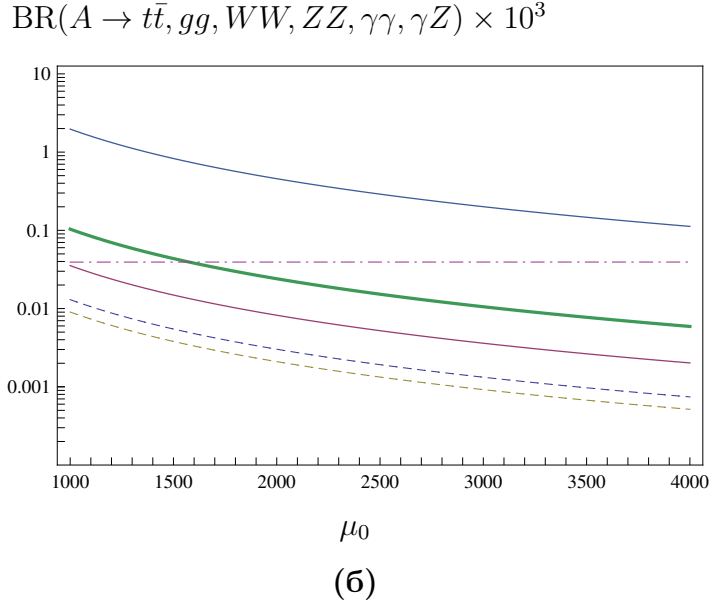
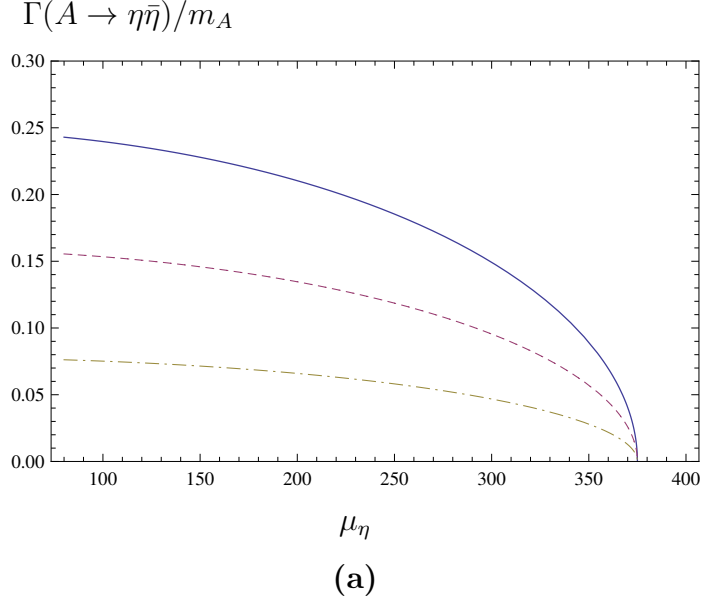


Рис. 2.6: Отношение $\Gamma(A \rightarrow \eta\bar{\eta})/m_A$ и относительные парциальные ширины распадов псевдоскалярного состояния A при $m_A = 750$ ГэВ. Зависимость отношения $\Gamma(A \rightarrow \eta\bar{\eta})/m_A$ показана как функция массы легчайшего экзотического фермиона μ_η при $\lambda_\eta = 2.5$ (сплошная линия), $\lambda_\eta = 2$ (пунктирная линия) и $\lambda_\eta = 1.4$ (штрихпунктирная линия) — рис.а. Зависимость относительных парциальных ширин распадов псевдоскалярного состояния A на $t\bar{t}$ (штрихпунктирная линия), gg (верхняя сплошная линия), $\gamma\gamma$ (верхняя пунктирная линия), WW (жирная линия), ZZ (нижняя сплошная линия) и γZ (нижняя пунктирная линия) от μ_0 при $\mu_Q = \mu_D = \mu_L = \mu_E = \mu_0$, $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \lambda_\eta = 1.5$, $\Lambda_t = \sqrt{15}f$, $f = 10$ ТэВ и $\mu_\eta = 300$ ГэВ — рис.б.

Результаты численного анализа, представленные на рис. 2.6, показывают, что в этом случае парциальная ширина, отвечающая распаду $A \rightarrow \eta \bar{\eta}$, весьма велика, если юкавская константа λ_η больше единицы. Как следствие, полная ширина Γ_A псевдоскалярного состояния A на много больше, чем в случае $\mu_\eta \gtrsim m_A/2$, и $\Gamma_A \simeq \Gamma(A \rightarrow \eta \bar{\eta})$. Здесь, как уже отмечалось ранее, будет предполагаться, что масса легчайшего экзотического фермиона близка к $m_A/2$ и сечение процесса аннигиляции $\eta \bar{\eta}$ (или $\zeta_1 \bar{\zeta}_1$) достаточно велико.

Большая полная ширина Γ_A приводит к сильному подавлению всех относительных парциальных ширин распадов псевдоскаляра A за исключением $\text{BR}(A \rightarrow \eta \bar{\eta})$. Результаты, представленные на рис. 2.6, указывают на то, что при $\kappa_D = \kappa_Q = \lambda_L = \lambda_E = \lambda_\eta = \sigma = 1.5$, $\Lambda_t = \sqrt{15}f$, $f = 10$ ТэВ и $\mu_\eta = 300$ ГэВ относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow gg$ является второй по величине, когда $\mu_D = \mu_Q = \mu_L = \mu_E = \mu_0$ варьируется от 1 ТэВ до 4 ТэВ. $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ и $\text{BR}(A \rightarrow t\bar{t})$ могут быть либо третьей либо четвёртой по величине в зависимости от значения μ_0 . При меньших значениях Λ_t , т.е. $\Lambda_t \sim \sqrt{\frac{60}{49}}f$, или $(\sigma f/\mu_0) \sim 1$ относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow t\bar{t}$ оказывается второй по величине, а $\text{BR}(A \rightarrow gg)$ и $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ являются третьей и четвёртой по величине соответственно. Как и прежде, $\text{BR}(A \rightarrow ZZ)$ меньше чем $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ и заметно больше чем $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$, тогда как $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ существенно превосходит $\text{BR}(A \rightarrow \gamma Z)$. С увеличением μ_0 относительные парциальные ширины, отвечающие распадам $A \rightarrow gg, WW, ZZ, \gamma\gamma$ и γZ , уменьшаются. В исследуемой области параметрического пространства $E_6\text{MCX}$ $\text{BR}(A \rightarrow gg)$, $\text{BR}(A \rightarrow WW)$ и $\text{BR}(A \rightarrow \gamma\gamma)$ уменьшаются с 10^{-3} , 10^{-4} и 10^{-5} до 10^{-4} , 10^{-5} и 10^{-6} соответственно, когда μ_0 изменяется от 1 ТэВ до 4 ТэВ. $\text{BR}(A \rightarrow \eta \bar{\eta})$ всегда остаётся близкой к единице, если $\lambda_\eta \gtrsim 1$. При вариациях μ_0 относительная парциальная ширина распада $A \rightarrow t\bar{t}$ практически не меняется. Она всегда много меньше, чем $\text{BR}(A \rightarrow \eta \bar{\eta})$ из-за подавления обусловленного малостью отношения $(m_t/\Lambda_t)^2 \ll 1$.

Наконец следует отметить, что сечение рождения псевдоскаляра A на БАК не зависит от μ_η . И при $\mu_\eta > m_A/2$ и при $\mu_\eta < m_A/2$ значение σ_A полностью определяется массами экзотических кварков и константами их взаимодействий с псевдоголдстоуновским бозоном A . При $\mu_\eta < m_A/2$ распады псевдоскаляра A на пары $\eta \bar{\eta}$ приводят к E_T^{miss} в конечном состоянии, т.е. к несохранению энергии и импульса. Достаточно большое σ_A предполагает, что сечение процессов с несохранением энергии и импульса, таких как $pp \rightarrow j + E_T^{\text{miss}}$, может быть весьма заметным. Таким образом наблюдение соответствующих процессов в экспериментах на БАК может быть одним из возможных проявлений $E_6\text{MCX}$.

2.4 Генерация барионной асимметрии Вселенной в $E_6\text{MCX}$

Если в $E_6\text{MCX}$ $SU(6)$ глобальная симметрия нарушается вблизи шкалы $f \gtrsim 10$ ТэВ, то приемлемое с феноменологической точки зрения расширение СМ можно получить даже в случае, когда лагранжиан сектора, в котором генерируется нарушение электрослабой сим-

метрии, инвариантен по отношению к преобразованиям $SU(6) \times U(1)_L$ симметрии. Глобальная $U(1)_L$ симметрия позволяет подавить операторы, которые генерируют слишком большие майорановские массы левосторонних нейтрино. В секторе слабозаимодействующих элементарных частиц данная симметрия нарушается до

$$Z_2^L = (-1)^L, \quad (2.59)$$

где L — лептонное число, что позволяет получить ненулевые массы левосторонних нейтрино. Если Z_2^L является точной симметрией, то она подавляет все операторы приводящие к распаду протона. Все остальные операторы, нарушающие барионное число, достаточно сильно подавлены по $1/f$. Дополнительное подавление этих операторов обусловлено малым смешиванием между элементарными состояниями и их составными партнёрами. Действительно, операторы в СМ, отвечающие процессам с $\Delta B = 2$ и $\Delta L = 0$, могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathcal{L}_{\Delta B=2} = \frac{1}{\Lambda^5} \left[q_i q_j q_k q_m (d_n^c d_l^c)^* + u_i^c d_j^c d_k^c u_m^c d_n^c d_l^c \right], \quad (2.60)$$

где индексы $i, j, k, m, n, l = 1, 2, 3$ соответствуют разным поколениям кварков. В частности, операторы (2.60) описывают нейтрон–антинейтронные осцилляции. Значение массового параметра δm , определяющего данный процесс, достаточно просто оценить, т.е. $\delta m \simeq \kappa \Lambda_{QCD}^6 / \Lambda^5$, где $\kappa \sim 1$ и $\Lambda_{QCD} \simeq 200$ МэВ. При $\Lambda \sim 400$ ТэВ для периода вакуумных нейтрон–антинейтронных осцилляций находим $\tau_{n-\bar{n}} \simeq 1/\delta m \simeq 10^8$ сек., что достаточно близко к установленному нижнему экспериментальному ограничению [363]–[364]. Примерно к такому же ограничению на шкалу Λ приводят поиски редких распадов ядер, обусловленные процессом аннигиляции нуклонов, т.е. $NN \rightarrow KK$, который также генерируется операторами (2.60). С другой стороны МСХ с малым смешиванием между элементарными состояниями и их составными партнёрами подразумевает, что $\Lambda \gtrsim 300 - 400$ ТэВ, если $f \gtrsim 10$ ТэВ.

В этом разделе будет предполагаться, что лагранжиан E_6 МСХ инвариантен по отношению к преобразованиям приближённой Z_2^B симметрии, которая является дискретной подгруппой $U(1)_B$, т.е.

$$Z_2^B = (-1)^{3B}, \quad (2.61)$$

где B — барионное число. Z_2^B симметрия не запрещает операторы (2.60), нарушающие барионное число. Тем не менее данная симметрия представляет собой дополнительный механизм подавления взаимодействий, приводящих к распаду протона.

Как и прежде, самосогласованность E_6 МСХ подразумевает, что ниже шкалы f в секторе, генерирующем нарушение электрослабой симметрии, формируются составные фермионные состояния, образующие $\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}}$ мультиплеты $SU(5)$. Их взаимодействие с \bar{q} , \bar{d}^c , \bar{l} и \bar{e}^c приводит к набору массивных фермионных состояний и составному t^c . Однако поскольку $U(1)_B$

не сохраняется, а Z_2^B является лишь приближённой симметрией лагранжиана E_6MCX , легчайший экзотический фермион с ненулевым значением B_3 может распадаться на частицы SM . По этой причине в введении дополнительного фермионного состояния η , непринимаящего участия в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях, нет никакой необходимости.

Как уже отмечалось, нарушение $SU(6)$ симметрии может приводить к набору связанных фермионных состояний, образующих $\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}}$ мультиплеты $SU(5)$, если спектр частиц E_6MCX включает один $\mathbf{15}$ -плет и два $\bar{\mathbf{6}}$ -плета ($\bar{\mathbf{6}}_1$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$) группы $SU(6)$ с спином $1/2$ и квантовыми числами:

$$\begin{aligned}
\mathbf{15} &\rightarrow Q = \left(3, 2, \frac{1}{6} \right), \\
t^c &= \left(3^*, 1, -\frac{2}{3} \right), & \bar{\mathbf{6}}_\alpha &\rightarrow D_\alpha^c = \left(\bar{3}, 1, \frac{1}{3} \right), \\
E^c &= \left(1, 1, 1 \right), & L_\alpha &= \left(1, 2, -\frac{1}{2} \right), \\
D &= \left(3, 1, -\frac{1}{3} \right), & N_\alpha &= \left(1, 1, 0 \right), \\
\bar{L} &= \left(1, 2, \frac{1}{2} \right);
\end{aligned} \tag{2.62}$$

где $\alpha = 1, 2$. Величины, указанные в скобках, соответствуют $SU(3)_C$ и $SU(2)_W$ представлениям, а также $U(1)_Y$ заряду. Генерация большой массы t кварка возможна только, если при преобразованиях дискретной Z_2^B симметрии t^c мультиплет изменяет знак. Как следствие, все компоненты $\mathbf{15}$ -плета также должны изменять знак при преобразованиях Z_2^B симметрии. Взаимодействие $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$ приводит к тому, что в результате нарушения $SU(6)$ симметрии $\mathbf{5}$ -плет из $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}_2$ образуют массивные фермионные состояния с массами порядка f . Генерация соответствующих массовых членов возможна только, если все компоненты $\bar{\mathbf{6}}_2$ изменяют знак при преобразованиях Z_2^B симметрии. Далее будет предполагаться, что все компоненты $\bar{\mathbf{6}}_1$ мультиплета $SU(6)$ остаются неизменными при преобразованиях Z_2^B симметрии.

В результате нарушения $SU(6)$ симметрии генерируются майорановские массы $SU(5)$ синглетных компонент $\bar{\mathbf{6}}_1$ и $\bar{\mathbf{6}}_2$, т.е. N_1 и N_2 . Приближённая Z_2^B симметрия приводит к подавлению смешивания между этими состояниями. Остающиеся компоненты $SU(6)$ мультиплетов $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{6}}_1$, т.е. декуплет из $\mathbf{15}$ и $\bar{\mathbf{5}}$ -плет из $\bar{\mathbf{6}}_1$, образуют набор экзотических фермионных состояний и составной t^c . В наиболее общем случае все экзотические и составные фермионы приобретают массы порядка f . Поэтому вероятность того, что эти состояния будут обнаружены в экспериментах на БАК в ближайшем будущем, не очень велика. Далее в этом разделе будет предполагаться, что N_1 существенно легче других экзотических фермионов и имеет массу, которая несколько меньше чем f .

В рассматриваемом случае набор легчайших составных состояний в E_6MCX образуют псевдоголдстоуновские бозоны, т.е. $SU(2)_W$ дублет бозонов Хиггса, $SU(3)_C$ триплет ска-

лярных полей T и $SU(5)$ синглетное псевдоскалярное поле A . Их массы должны быть значительно меньше, чем $f \gtrsim 10$ ТэВ. Поскольку во взаимодействиях с другими полями СМ бозон Хиггса проявляет себя в качестве состояния с $Z_2^B = +1$, все остальные псевдоголдстоуновские бозоны должны также отвечать состояниям с $Z_2^B = +1$. При этом $SU(3)_C$ триплет скалярных полей T может распадаться на верхний и нижний антикварки, тогда как распады данного состояния на лептон и кварк запрещены Z_2^L и Z_2^B симметриями. Так как примесь составных фермионов в кварках первого и второго поколений мала, $SU(3)_C$ триплет T главным образом распадается на $T \rightarrow \bar{t}\bar{b}$. При энергиях $E \lesssim f$ все составные состояния за исключением псевдоголдстоуновских бозонов можно отинтегрировать. В результате все операторы, нарушающие барионное число, оказываются сильно подавленными и $U(1)_B$ симметрия сохраняется с достаточно высокой точностью. В этом пределе T проявляет себя во взаимодействиях с другими бозонами и фермионами СМ в качестве дикварка, т.е. $SU(3)_C$ триплета скалярных полей с $B = -2/3$. Из-за того что константы взаимодействия $SU(3)_C$ триплета скалярных полей T с кварками первого и второго поколений малы, следует ожидать, что в экспериментах на БАК дикварки должны рождаться парами. Парное рождение дикварков должно приводить к конечным состояниям с четырьмя кварками третьего поколения, т.е. $pp \rightarrow T\bar{T} \rightarrow t\bar{t}b\bar{b}$. Такие конечные состояния весьма похожи на те, которые могут возникать при парном рождении скварков в суперсимметричных расширениях СМ с нарушением R -чётности. Поиски соответствующих состояний в экспериментах на БАК позволили установить нижние ограничения на их массы [365].

В E_6 МСХ с нарушением барионного числа и относительно лёгким $SU(3)_C$ триплетом скалярных полей T с массой порядка нескольких ТэВ генерация барионной асимметрии может происходить в результате распадов легчайшего экзотического фермиона N_1 . Действительно, майорановская масса N_1 определяется шкалой f , тогда как масса $SU(3)_C$ триплета скалярных полей $m_T \ll f$. Поэтому N_1 может распадаться на $N_1 \rightarrow T + \bar{d}_i$ и $N_1 \rightarrow T^* + d_i$. Так как при энергиях $E \lesssim f$ $SU(3)_C$ триплет скалярных полей проявляет себя во взаимодействиях с другими частицами СМ в качестве дикварка с $B = -2/3$, майорановский фермион N_1 распадается на состояния с барионными числами ± 1 . Аналогичный механизм генерации барионной асимметрии, обусловленный распадами нейтрального фермиона на кварк и скалярный дикварк, обсуждался в работах [366]. Взаимодействия майорановских фермионов N_1 и N_2 с мультиплетом псевдоголдстоуновских бозонов T и нижних кварков описываются лагранжианом [96]

$$\mathcal{L}_N = \sum_{i=1}^3 \left(g_{i1}^* T d_i^c N_1 + g_{i2}^* T d_i^c N_2 + h.c. \right). \quad (2.63)$$

В пределе точной Z_2^B симметрии константы взаимодействия g_{i1} зануляются. По этой причине в случае приближённой Z_2^B симметрии $|g_{i1}| \ll |g_{i2}|$.

Процесс генерации барионной асимметрии контролируется тремя СР асимметриями $\varepsilon_{1,k}$,

которые входят в правую часть уравнений Больцмана. Три CP асимметрии отвечают трём поколениям нижних кварков d , s и b . Они определяются следующим образом (см. [96]):

$$\varepsilon_{1,k} = \frac{\Gamma_{N_1 d_k} - \Gamma_{N_1 \bar{d}_k}}{\sum_m (\Gamma_{N_1 d_m} + \Gamma_{N_1 \bar{d}_m})}, \quad (2.64)$$

где $\Gamma_{N_1 d_k}$ и $\Gamma_{N_1 \bar{d}_k}$ — парциальные ширины распадов $N_1 \rightarrow d_k + T^*$ и $N_1 \rightarrow \bar{d}_k + T$, а $k, m = 1, 2, 3$. В древесном приближении CP асимметрии (2.64) зануляются, так как

$$\Gamma_{N_1 d_k} = \Gamma_{N_1 \bar{d}_k} = \frac{3|g_{k1}|^2}{32\pi} M_1, \quad (2.65)$$

где M_1 соответствует майорановской массе N_1 . Однако CP нарушение приводит к ненулевому вкладу в CP асимметрии (2.64), который возникает в результате интерференции между древесными амплитудами распада N_1 и однопетлевыми поправками к ним. Когда $SU(3)_C$ триплет скалярных полей на много легче чем N_1 и N_2 , непосредственное вычисление однопетлевых диаграмм приводит к (см. [96])

$$\varepsilon_{1,i} = \frac{1}{(8\pi)} \frac{1}{(\sum_{m=1}^3 |g_{m1}|^2)} \left[\sum_{n=1}^3 \text{Im}(g_{i1}^* g_{i2} g_{n1}^* g_{n2}) \sqrt{x} \left(\frac{3}{2(1-x)} + 1 - (1+x) \ln \frac{1+x}{x} \right) + \sum_{n=1}^3 \text{Im}(g_{i1}^* g_{i2} g_{n1} g_{n2}^*) \frac{3}{2(1-x)} \right], \quad (2.66)$$

где $x = (M_2/M_1)^2$, а M_2 — майорановская масса N_2 .

Для того чтобы вычислить полную барионную асимметрию, которая образуется в результате распадов N_1 , необходимо решить систему уравнений Больцмана. Соответствующее решение должно быть аналогично тому, которое возникает в случае лептогенезиса. Поэтому в первом приближении образующаяся барионная асимметрия может быть оценена следующим образом (см. [293])²

$$Y_{\Delta B} \sim 10^{-3} \left(\sum_{k=1}^3 \varepsilon_{1,k} \eta_k \right), \quad (2.67)$$

где $Y_{\Delta B} = \left. \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \right|_0 = (8.75 \pm 0.23) \times 10^{-11}$ и s — плотность энтропии. В выражении (2.67) параметры η_k , определяющие эффективность генерации барионной асимметрии, варьируются от 0 до 1.

Так как в кварках первого и второго поколений примесь их составных партнёров крайне мала, $SU(3)_C$ триплет T главным образом взаимодействует с кварками третьего поколения, т.е. $|g_{31}| \gg |g_{21}|$, $|g_{11}|$ и $|g_{32}| \gg |g_{22}|$, $|g_{12}|$. Такая иерархическая структура юкавских констант взаимодействия предполагает, что CP асимметрии $\varepsilon_{1,2}$ и $\varepsilon_{1,1}$ мно-

²Сфалеронными процессами, благодаря которым барионная асимметрия частично конвертируется в лептонную асимметрию, здесь пренебрегается.

го меньше чем $\varepsilon_{1,3}$ и ими в главном приближении можно пренебречь. Если $g_{31} = |g_{31}|e^{i\varphi_{31}}$ и $g_{32} = |g_{32}|e^{i\varphi_{32}}$, то в пределе $x \gg 1$ находим [96]

$$\varepsilon_{1,3} \simeq -\frac{1}{(4\pi)} \frac{|g_{32}|^2}{\sqrt{x}} \sin 2\Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_{32} - \varphi_{31}. \quad (2.68)$$

CP асимметрия (2.68) зануляется, когда юкавские константы g_{31} и g_{32} являются действительными. Абсолютное значение CP асимметрии $\varepsilon_{1,3}$ достигает своего максимального значения при $\Delta\varphi = \pm\pi/4$, т.е. когда $\sin 2\Delta\varphi \simeq \pm 1$.

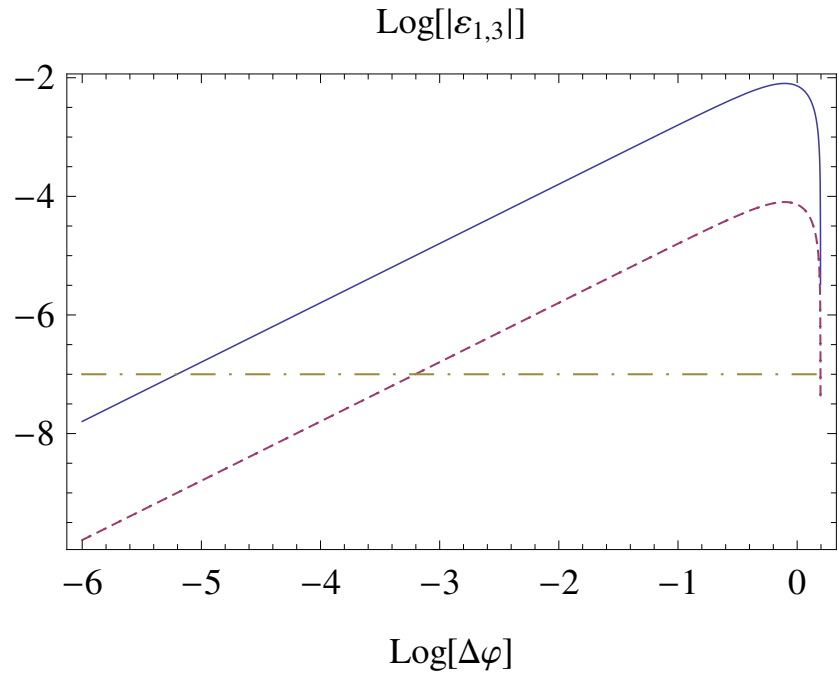
Параметр η_3 , определяющий эффективность генерации барионной асимметрии, можно оценить используя соотношение (см. [293]):

$$\eta_3 \simeq H(T = M_1)/\Gamma_3, \quad \Gamma_3 = \Gamma_{N_1 d_3} + \Gamma_{N_1 \bar{d}_3} = \frac{3|g_{31}|^2}{16\pi} M_1, \quad H = 1.66g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}}, \quad (2.69)$$

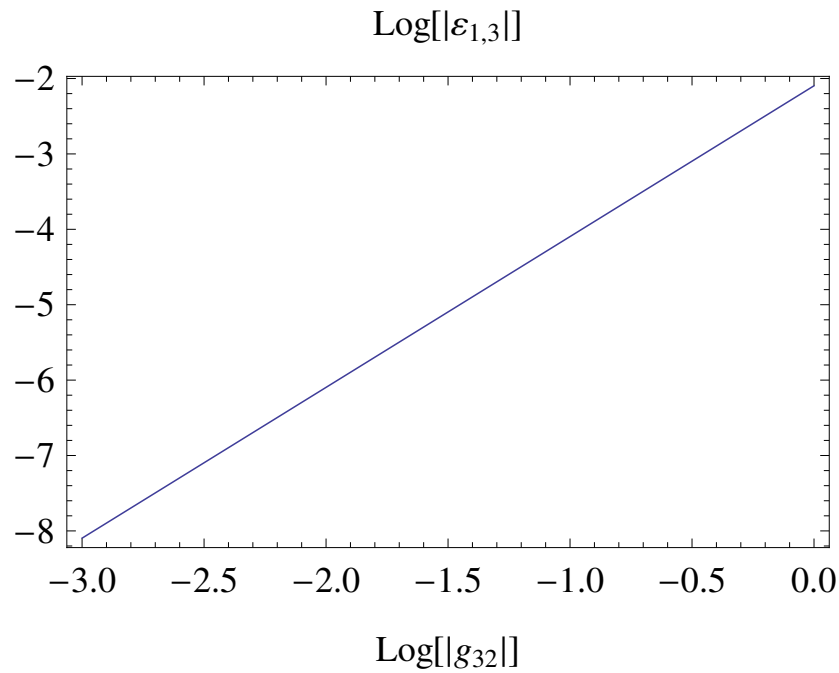
где H — параметр Хаббла, определяющий темп расширения Вселенной, $g_* = n_b + \frac{7}{8}n_f$ — число релятивистских степеней свободы. В СМ $g_* = 106.75$, а в E_6 МСХ $g_* = 113.75$ при $T \lesssim f$. Выражения (2.69) указывают на то, что η_3 увеличивается с уменьшением $|g_{31}|$. Причём юкавская константа взаимодействия N_1 с мультиплетом псевдоголдстоуновских бозонов T и b кварками может быть выбрана таким образом, чтобы параметр η_3 оказался близок к единице. В частности, из выражений (2.69) следует, что при $|g_{31}| \simeq 10^{-6}$ и $M_1 \simeq 10$ ТэВ параметр $\eta_3 \simeq 0.25$.

Когда $\eta_3 \sim 0.1 - 1$, образующаяся барионная асимметрия полностью определяется CP асимметрией $\varepsilon_{1,3}$. Действительно, в пределе $g_{21} = g_{11} \rightarrow 0$ CP асимметрии $\varepsilon_{1,2}$ и $\varepsilon_{1,1}$ обращаются в ноль. При этом $\varepsilon_{1,3}$ не зависит от абсолютного значения юкавской константы g_{31} . Поэтому при каждом фиксированном отношении M_2/M_1 CP асимметрия $\varepsilon_{1,3}$ определяется $|g_{32}|$ и комбинацией фаз $\Delta\varphi$. Зависимость абсолютного значения $\varepsilon_{1,3}$ от этих параметров исследуется на рис. 2.7, где $(M_2/M_1) = 10$. Так как константа юкавского взаимодействия N_2 с мультиплетом псевдоголдстоуновских бозонов T и b кварками не подавлена Z_2^B симметрией, $|g_{32}|$ может быть достаточно большой, т.е. $|g_{32}| \gtrsim 0.1$. На рис. 2.7а показана зависимость абсолютного значения $\varepsilon_{1,3}$ от $\Delta\varphi$ при $|g_{32}| = 0.1$ и $|g_{32}| = 1$. Результаты численного анализа указывают на то, что абсолютное значение CP асимметрии $\varepsilon_{1,3}$ достигает своего максимального значения $\sim 10^{-4} - 10^{-2}$ при $\Delta\varphi \simeq \pi/4$. Столь большие значения $|\varepsilon_{1,3}|$ могут приводить к феноменологически приемлемой барионной асимметрии только, если $\eta_3 \simeq 10^{-5} - 10^{-3}$. При $|g_{32}| \simeq 0.1$ и $\eta_3 \sim 0.1 - 1$ феноменологически приемлемая барионная асимметрия, отвечающая $\varepsilon_{1,3} \lesssim 10^{-7} - 10^{-6}$, генерируется только, когда комбинация фаз $\Delta\varphi$ достаточно мала, т.е. $\Delta\varphi \lesssim 0.01$. Это указывает на то, что барионная асимметрия может генерироваться в E_6 МСХ даже в случае весьма небольшого CP нарушения.

На рис. 2.7б изучается зависимость максимального значения $|\varepsilon_{1,3}|$ от $|g_{32}|$. Максимальное абсолютное значение этой CP асимметрии растёт с увеличением $|g_{32}|$. Результаты численного



(a)



(б)

Рис. 2.7: Зависимость логарифма (по основанию 10) абсолютной величины CP асимметрии $\varepsilon_{1,3}$ от логарифма (по основанию 10) $\Delta\varphi$ при $|g_{32}| = 1$ (сплошная линия) и $|g_{32}| = 0.1$ (штриховая линия) — рис.а. Зависимость логарифма (по основанию 10) абсолютной величины $\varepsilon_{1,3}$ от логарифма (по основанию 10) $|g_{32}|$ при $\Delta\varphi = \pi/4$ — рис.б. Предполагается, что $g_{11} = g_{21} = g_{12} = g_{22} = 0$ и $M_2 = 10 \cdot M_1$.

анализа, представленные на рис. 2.7б, указывают на то, что феноменологически приемлемая барионная асимметрия, соответствующая $\varepsilon_{1,3} \lesssim 10^{-7} - 10^{-6}$, может быть получена даже когда $|g_{32}|$ варьируется от 0.01 до 0.1.

Глава 3

Расширения Стандартной Модели с вырожденными вакуумами

3.1 Вырожденные вакуумы в Стандартной Модели и ее расширениях с двумя дублетами Хиггса

Как уже отмечалось ранее, измерение массы бозона Хиггса позволяет оценить значения параметров в потенциале взаимодействия хиггсовских полей (1). Более того предполагая, что никаких новых полей и взаимодействий не появляется вплоть до сверхвысоких энергий порядка массы Планка $M_{Planck} \sim 10^{19}$ ГэВ, было вычислено значение константы $\lambda(M_{Planck})$. Используя трёхпетлевые уравнения ренормгруппы СМ, находим (см., например [367])

$$\begin{aligned} \lambda(M_{Planck}) = & -0.0128 - 0.0065 \left(\frac{M_t}{\text{ГэВ}} - 173.35 \right) \\ & + 0.0018 \left(\frac{\alpha_3(M_Z) - 0.1184}{0.0007} \right) + 0.0029 \left(\frac{M_H}{\text{ГэВ}} - 125.66 \right). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Выражение (3.1) указывает на то, что $\lambda(M_{Planck})$ достаточно мало. Причём, когда масса t кварка M_t меньше 171 ГэВ, значение константы λ остаётся положительным на любой промежуточной шкале между M_t и M_{Planck} . Это в свою очередь означает, что физический вакуум стабилен и параметры СМ могут быть экстраполированы вплоть до M_{Planck} .

При $M_t \simeq 171$ ГэВ значение $\lambda(M_{Planck})$ почти зануляется. Вычисленное значение β -функции $\beta_\lambda = \frac{d\lambda(t)}{dt}$ также оказывается достаточно близким к нулю, т.е.

$$\lambda(M_{Planck}) \simeq 0, \quad \beta_\lambda(M_{Planck}) \simeq 0. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.2) подразумевают, что потенциал взаимодействия хиггсовских полей (1) имеет два практически вырожденных минимума. Минимум на электрослабой шкале определяется параметром m_H^2 в потенциале (1). При сверхвысоких энергиях данным параметром можно с хорошей точностью пренебречь. Предполагая, что в рассматриваемом пределе константа λ зависит только от $\phi = \sqrt{H^\dagger H}$, находим, что второй минимум реализуется, если

на некоторой шкале Λ

$$\left. \frac{dV_{eff}(\phi)}{d\phi} \right|_{\phi=\Lambda} \approx (4\lambda(\phi) + \beta_\lambda) \phi^3 \Big|_{\phi=\Lambda} \simeq 0, \quad (3.3)$$

где $\beta_\lambda = \frac{d\lambda(\phi)}{d \log \phi}$ зависит от $\lambda(\phi)$, калибровочных констант $g_i(\phi)$ и юкавской константы t кварка $g_t(\phi)$. Первый и второй вакуумы оказываются практически вырожденными, когда $\lambda(\Lambda) \rightarrow 0$. В этом случае $\lambda(\Lambda)$ и $\beta_\lambda(\Lambda)$ должны зануляться с точностью порядка m_H^2/Λ^2 . В частности, соотношения (3.2) должны удовлетворяться на шкале M_{Planck} с точностью m_H^2/M_{Planck}^2 .

Когда $\lambda(\Lambda) \rightarrow 0$, соответствующая ей β -функция зануляется только при определённом значении юкавской константы t кварка $g_t(\Lambda)$. Поскольку эволюция калибровочных констант СМ достаточно хорошо известна, существование двух практически вырожденных вакуумов в СМ на электрослабой шкале и шкале $\Lambda \simeq M_{Planck}$ позволяет предсказать массы Хиггса и t кварка (см. [368]):

$$M_H = 135 \pm 9 \text{ ГэВ}, \quad M_t = 173 \pm 4 \text{ ГэВ}. \quad (3.4)$$

Полученные значения M_t и M_H хорошо согласуются с измеренными на эксперименте. Снижение шкалы Λ на несколько порядков заметно ухудшает согласие между теоретическими предсказаниями и данными измерений.

Существование двух таких вырожденных вакуумов предсказывается принципом мультикритической точки, который постулирует существование в природе многих различных фаз, которые допускаются рассматриваемой теорией [369]. На диаграмме состояния системы это отвечает особой точке, допускающей существование нескольких фаз. Вблизи этой мультикритической точки плотности энергий различных вакуумов, отвечающих данным фазам, должны быть почти одинаковыми [369].

Весьма успешные предсказания для масс Хиггса и t кварка (3.4), полученные в рамках СМ, стимулируют изучение предсказаний, к которым может приводить принцип мультикритической точки, в расширениях СМ. В этом разделе будут изучаться максимально допустимые наборы вырожденных вакуумов в расширениях СМ с двумя дублетами Хиггса. В наиболее общем случае перенормируемый потенциал взаимодействия скалярных полей в этой модели может быть представлен в следующем виде

$$\begin{aligned} V_{eff}(H_1, H_2) = & m_1^2(\Phi) H_1^\dagger H_1 + m_2^2(\Phi) H_2^\dagger H_2 - \left[m_3^2(\Phi) H_1^\dagger H_2 + h.c. \right] + \\ & \frac{\lambda_1(\Phi)}{2} (H_1^\dagger H_1)^2 + \frac{\lambda_2(\Phi)}{2} (H_2^\dagger H_2)^2 + \lambda_3(\Phi) (H_1^\dagger H_1) (H_2^\dagger H_2) + \lambda_4(\Phi) |H_1^\dagger H_2|^2 \quad (3.5) \\ & + \left[\frac{\lambda_5(\Phi)}{2} (H_1^\dagger H_2)^2 + \lambda_6(\Phi) (H_1^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_2) + \lambda_7(\Phi) (H_2^\dagger H_2) (H_1^\dagger H_2) + h.c. \right] \end{aligned}$$

где

$$H_n = \begin{pmatrix} \chi_n^+ \\ (H_n^0 + iA_n^0)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad n = 1, 2.$$

Число фундаментальных параметров в потенциале (3.5) резко возрастает в сравнении с потенциалом взаимодействия хиггсовских полей (1) в СМ. Действительно, число параметров увеличивается с двух до десяти. Причём четыре из десяти параметров, т.е. m_3^2 , λ_5 , λ_6 и λ_7 , могут быть комплексными, приводя к СР нарушению в хиггсовском секторе. Далее будет предполагаться, что параметры m_i^2 и λ_i в эффективном хиггсовском потенциале (3.5) зависят только от Φ , где

$$\Phi^2 = \Phi_1^2 + \Phi_2^2, \quad \Phi_n^2 = H_n^\dagger H_n = \frac{1}{2} \left[(H_n^0)^2 + (A_n^0)^2 \right] + |\chi_n^+|^2.$$

Соответствующая зависимость описывается уравнениями ренормгруппы, в которых шкала q заменяется на Φ .

В окрестности физического вакуума дублеты Хиггса приобретают вакуумные средние

$$\langle H_1^0 \rangle = v_1, \quad \langle H_2^0 \rangle = v_2, \quad (3.6)$$

которые нарушают $SU(2)_W \times U(1)_Y$ калибровочную симметрию до $U(1)_{em}$ и генерируют массы всех бозонов и фермионов СМ. Поскольку $\sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2} = 246$ ГэВ, удобно ввести параметр $\tan \beta = |v_2|/|v_1|$.

В наиболее общем случае оба дублета Хиггса взаимодействуют с фермионами СМ. Это приводит к процессам, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, на вероятности реализации которых существуют жесткие экспериментальные ограничения. В частности, новые константы взаимодействия дают вклад в амплитуду $K^0 - \bar{K}^0$ осцилляций и приводят к распаду мюона $\mu \rightarrow e^- e^+ e^-$. Для того чтобы подавить эти эффекты обычно используется дискретная Z_2 симметрия, которая предполагает, что нижние кварки взаимодействуют только с одним дублетом Хиггса H_1 , тогда как верхние кварки взаимодействуют либо с тем же хиггсовским дублетом H_1 (модель I) либо с другим дублетом Хиггса H_2 (модель II). Такая Z_2 симметрия приводит к занулению параметров λ_6 , λ_7 и m_3^2 в эффективном хиггсовском потенциале (3.5). Однако мягкое нарушение Z_2 симметрии, обусловленное членом $m_3^2(\Phi)(H_1^\dagger H_2)$ в потенциале (3.5), не генерирует процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата. Поэтому данный член в хиггсовском потенциале обычно включают в рассмотрение.

Здесь вместо введения дополнительной глобальной Z_2 симметрии будет предполагаться, что на некоторой шкале Λ ($M_Z \ll \Lambda \lesssim M_{Planck}$) существует набор вырожденных вакуумов, который имеет приблизительно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. Данный сценарий может реализоваться только при определенных соотношениях между параметрами рассматриваемой модели, которые могут быть обусловлены принципом мультикритической точки. Для того чтобы воспроизвести иерархическую структуру

спектра лептонов и кварков будет предполагаться, что юкавские константы взаимодействия фермионов третьего поколения с бозонами Хиггса много больше соответствующих юкавских констант лептонов и кварков первых двух поколений. Пренебрегая юкавскими константами взаимодействия фермионов первого и второго поколений, лагранжиан, описывающий взаимодействия хиггсовских дублетов H_1 и H_2 с лептонами и кварками, можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk} \simeq & h_t(H_2\varepsilon Q)\bar{t}_R + g_b(H_2^\dagger Q)\bar{b}_R + g_\tau(H_2^\dagger L)\bar{\tau}_R + \\ & + g_t(H_1\varepsilon Q)\bar{t}_R + h_b(H_1^\dagger Q)\bar{b}_R + h_\tau(H_1^\dagger L)\bar{\tau}_R + h.c., \end{aligned} \quad (3.7)$$

где Q и L отвечают дублетам левосторонних кварков и лептонов третьего поколения, а τ_R , t_R и b_R соответствуют правостороннему τ -лептону, а также правосторонним t и b кваркам.

Систему уравнений ренормгруппы, которая описывает эволюцию констант взаимодействия в расширении СМ с двумя дублетами Хиггса, можно найти в работах [370]-[371]. Структура этих уравнений определяется β -функциями. В случае констант λ_i уравнения ренормгруппы можно представить в виде

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = \beta_{\lambda_i}. \quad (3.8)$$

Для изучения вырожденных вакуумов в рассматриваемом расширении СМ будут необходимы выражения для β_{λ_i} , полученные в пределе, когда $\lambda_6 = \lambda_7 = 0$, т.е.

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_1} = & \frac{1}{16\pi^2} \left[12\lambda_1^2 + 4\lambda_3^2 + 4\lambda_3\lambda_4 + 2\lambda_4^2 + 2|\lambda_5|^2 + \frac{9}{4}g_2^4 + \frac{3}{2}g_2^2g_1^2 + \frac{3}{4}g_1^4 \right. \\ & \left. - \lambda_1 \left(3(3g_2^2 + g_1^2) - 12|h_b|^2 - 4|h_\tau|^2 \right) - 12|h_b|^4 - 4|h_\tau|^4 \right], \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_2} = & \frac{1}{16\pi^2} \left[12\lambda_2^2 + 4\lambda_3^2 + 4\lambda_3\lambda_4 + 2\lambda_4^2 + 2|\lambda_5|^2 + \frac{9}{4}g_2^4 + \frac{3}{2}g_2^2g_1^2 + \frac{3}{4}g_1^4 - 12|h_t|^4 \right. \\ & \left. - 12|g_b|^4 - 4|g_\tau|^4 - \lambda_2 \left(3(3g_2^2 + g_1^2) - 12|h_t|^2 - 12|g_b|^2 - 4|g_\tau|^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_3} = & \frac{1}{16\pi^2} \left[2(\lambda_1 + \lambda_2)(3\lambda_3 + \lambda_4) + 4\lambda_3^2 + 2\lambda_4^2 + 2|\lambda_5|^2 + \frac{9}{4}g_2^4 - \frac{3}{2}g_2^2g_1^2 + \frac{3}{4}g_1^4 \right. \\ & \left. - \lambda_3 \left(3(3g_2^2 + g_1^2) - 6|h_t|^2 - 6|g_b|^2 - 2|g_\tau|^2 - 6|h_b|^2 - 2|h_\tau|^2 \right) \right. \\ & \left. - 12|h_t|^2|h_b|^2 - 12|h_b|^2|g_b|^2 - 4|h_\tau|^2|g_\tau|^2 \right], \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_4} = & \frac{1}{16\pi^2} \left[2\lambda_4(\lambda_1 + \lambda_2 + 4\lambda_3 + 2\lambda_4) + 8|\lambda_5|^2 + 3g_2^2g_1^2 - \lambda_4 \left(3(3g_2^2 + g_1^2) \right. \right. \\ & \left. \left. - 6|h_t|^2 - 6|g_b|^2 - 2|g_\tau|^2 - 6|h_b|^2 - 2|h_\tau|^2 \right) + 12|h_t|^2|h_b|^2 \right] \end{aligned}$$

$$-12|h_b|^2|g_b|^2 - 4|h_\tau|^2|g_\tau|^2 \Big], \quad (3.12)$$

$$\beta_{\lambda_5} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2\lambda_5(\lambda_1 + \lambda_2 + 4\lambda_3 + 6\lambda_4) - \lambda_5 \left(3(3g_2^2 + g_1^2) - 6|h_t|^2 - 6|g_b|^2 - 2|g_\tau|^2 - 6|h_b|^2 - 2|h_\tau|^2 \right) - 12h_b^2g_b^{*2} - 4h_\tau^2g_\tau^{*2} \right], \quad (3.13)$$

$$\beta_{\lambda_6} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4)(3g_b^*h_b + h_\tau g_\tau^*) + \lambda_5(3h_b^*g_b + h_\tau^*g_\tau) - 12|h_b|^2h_bg_b^* - 4|h_\tau|^2h_\tau g_\tau^* \right], \quad (3.14)$$

$$\beta_{\lambda_7} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)(3g_b^*h_b + h_\tau g_\tau^*) + \lambda_5(3h_b^*g_b + h_\tau^*g_\tau) - 12|g_b|^2h_bg_b^* - 4|g_\tau|^2h_\tau g_\tau^* \right]. \quad (3.15)$$

При выводе β -функций (3.9)–(3.15) предполагалось, что только один из дублетов Хиггса H_2 имеет ненулевую константу взаимодействия с Q и t_R , т.е. $g_t = 0$. В этой связи следует отметить, что хиггсовские дублеты на шкале Λ всегда можно переопределить таким образом, чтобы $g_t(\Lambda) = 0$.

Для того чтобы установить максимально допустимые наборы вырожденных вакуумов в расширении СМ с двумя дублетами Хиггса целесообразно использовать наиболее общую параметризацию вакуумных конфигураций хиггсовских полей

$$\langle H_1 \rangle = \Phi_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \Phi_2 \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta e^{i\omega} \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

где $\Phi_1^2 + \Phi_2^2 = \Lambda^2$. Здесь выбор калибровки предполагает, что только действительная часть нижней компоненты дублета H_1 приобретает ненулевое вакуумное среднее.

Начнем анализ с того что предположим, что на шкале Λ потенциал взаимодействия хиггсовских полей (3.5) в пределе $m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = 0$ имеет набор вырожденных вакуумов с нулевой плотностью энергии при произвольных значениях ω . При этом $\cos \theta$, Φ_1 и Φ_2 должны приобретать ненулевые значения, а значения потенциала взаимодействия хиггсовских полей и его производных вблизи шкалы Λ не должны зависеть от ω . Это предполагает, что

$$V_\omega = \frac{\lambda_5(\Phi)}{2} \Phi_1^2 \Phi_2^2 \cos^2 \theta e^{2i\omega} + \left[\lambda_6(\Phi) \Phi_1^3 \Phi_2 + \lambda_7(\Phi) \Phi_1 \Phi_2^3 \right] \cos \theta e^{i\omega} + h.c. = 0, \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\omega}{\partial \Phi_1} = & \left[\lambda_5(\Phi) \Phi_1 \Phi_2^2 + \beta_{\lambda_5}(\Phi) \frac{\Phi_1^3 \Phi_2^2}{2\Phi^2} \right] \cos^2 \theta e^{2i\omega} + \left[3\lambda_6(\Phi) \Phi_1^2 \Phi_2 \right. \\ & \left. + \beta_{\lambda_6}(\Phi) \frac{\Phi_1^4 \Phi_2}{\Phi^2} + \lambda_7(\Phi) \Phi_2^3 + \beta_{\lambda_7}(\Phi) \frac{\Phi_1^2 \Phi_2^3}{\Phi^2} \right] \cos \theta e^{i\omega} + h.c. \Big|_{\Phi=\Lambda} = 0, \quad (3.18) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V_\omega}{\partial \Phi_2} = \left[\lambda_5(\Phi) \Phi_1^2 \Phi_2 + \beta_{\lambda_5}(\Phi) \frac{\Phi_1^2 \Phi_2^3}{2\Phi^2} \right] \cos^2 \theta e^{2i\omega} + \left[\lambda_6(\Phi) \Phi_1^3 + \beta_{\lambda_6}(\Phi) \frac{\Phi_1^3 \Phi_2^2}{\Phi^2} + 3\lambda_7(\Phi) \Phi_2^2 \Phi_1 + \beta_{\lambda_7}(\Phi) \frac{\Phi_1 \Phi_2^4}{\Phi^2} \right] \cos \theta e^{i\omega} + h.c. \Big|_{\Phi=\Lambda} = 0. \quad (3.19)$$

В соотношениях (3.18) и (3.19) $\beta_{\lambda_i}(\Phi) = \frac{d\lambda_i(\Phi)}{d \ln \Phi}$. Так как выражения (3.17)–(3.19) должны зануляться при любых значениях ω , коэффициенты при $e^{i\omega}$ и $e^{2i\omega}$ должны обращаться в ноль, что приводит к

$$\lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0, \quad \beta_{\lambda_5}(\Lambda) = \beta_{\lambda_6}(\Lambda) \Phi_1^2 + \beta_{\lambda_7}(\Lambda) \Phi_2^2 = 0. \quad (3.20)$$

Принимая во внимание соотношения (3.20) и подставляя (3.16) в выражение для потенциала взаимодействия хиггсовских полей (3.5), в пределе $m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = 0$ находим:

$$V(H_1, H_2) \approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{\lambda_1(\Phi)} \Phi_1^2 - \sqrt{\lambda_2(\Phi)} \Phi_2^2 \right)^2 + \left(\sqrt{\lambda_1(\Phi) \lambda_2(\Phi)} + \lambda_3(\Phi) + \lambda_4(\Phi) \cos^2 \theta \right) \Phi_1^2 \Phi_2^2. \quad (3.21)$$

В минимуме потенциала взаимодействия скалярных полей (3.21) $\cos \theta = 0$, если $\lambda_4(\Lambda) > 0$, и $\cos \theta = \pm 1$, когда $\lambda_4(\Lambda) < 0$. Поскольку набор вырожденных вакуумов, отвечающих произвольным ω , реализуется только если $\cos \theta$ имеет ненулевое значение, имплементация принципа мультикритической точки предполагает, что $\lambda_4(\Lambda) < 0$. Производная потенциала (3.5) по θ в случае, когда $m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = 0$, $\lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$, $\lambda_4(\Lambda) < 0$ и $\cos \theta = \pm 1$, зануляется. В окрестности соответствующего минимума

$$V(H_1, H_2) \approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{\lambda_1(\Phi)} \Phi_1^2 - \sqrt{\lambda_2(\Phi)} \Phi_2^2 \right)^2 + \tilde{\lambda}(\Phi) \Phi_1^2 \Phi_2^2, \quad (3.22)$$

где $\tilde{\lambda} = \sqrt{\lambda_1 \lambda_2} + \lambda_3 + \lambda_4$. Вырождения физического вакуума и вакуумов на шкале Λ можно добиться только, если $\tilde{\lambda}(\Lambda) = 0$. При этом минимального значения $V(H_1, H_2)$ достигает при

$$\Phi_1 = \Lambda \cos \gamma, \quad \Phi_2 = \Lambda \sin \gamma, \quad \tan \gamma = \left(\frac{\lambda_1(\Lambda)}{\lambda_2(\Lambda)} \right)^{1/4}. \quad (3.23)$$

Необходимо также потребовать, чтобы производные потенциала взаимодействия хиггсовских полей (3.22) по Φ_1 и Φ_2 занулялись в окрестности минимума (3.23), что отвечает

$$\beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = \frac{1}{2} \beta_{\lambda_1}(\Lambda) \sqrt{\frac{\lambda_2(\Lambda)}{\lambda_1(\Lambda)}} + \frac{1}{2} \beta_{\lambda_2}(\Lambda) \sqrt{\frac{\lambda_1(\Lambda)}{\lambda_2(\Lambda)}} + \beta_{\lambda_3}(\Lambda) + \beta_{\lambda_4}(\Lambda) = 0. \quad (3.24)$$

Используя приведённые выше выражения для β_{λ_5} , β_{λ_6} и β_{λ_7} , можно показать, что при $\tilde{\lambda}(\Lambda) = 0$ условия (3.20) и (3.23) удовлетворяются только в случае, если

$$3h_b^2(\Lambda) g_b^{*2}(\Lambda) + h_\tau^2(\Lambda) g_\tau^{*2}(\Lambda) = 0, \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
& 3h_b(\Lambda)g_b^*(\Lambda) \left[\sqrt{\lambda_2(\Lambda)}|h_b(\Lambda)|^2 + \sqrt{\lambda_1(\Lambda)}|g_b(\Lambda)|^2 \right] + \\
& + h_\tau(\Lambda)g_\tau^*(\Lambda) \left[\sqrt{\lambda_2(\Lambda)}|h_\tau(\Lambda)|^2 + \sqrt{\lambda_1(\Lambda)}|g_\tau(\Lambda)|^2 \right] = 0. \quad (3.26)
\end{aligned}$$

Принимая во внимание, что кварки и лептоны третьего поколения имеют ненулевые массы, условия (3.26) могут быть удовлетворены только в четырёх случаях (см. [104]):

$$\begin{aligned}
(I) \quad & h_b(\Lambda) = h_\tau(\Lambda) = 0; & (II) \quad & g_b(\Lambda) = g_\tau(\Lambda) = 0; \\
(III) \quad & h_b(\Lambda) = g_\tau(\Lambda) = 0; & (IV) \quad & g_b(\Lambda) = h_\tau(\Lambda) = 0.
\end{aligned} \quad (3.27)$$

Решения (I) – (IV) соответствуют расширениям СМ с двумя дублетами Хиггса и мягко нарушенной глобальной Z_2 симметрией, т.е. моделям I и II, а также их возможным модификациям. В этих моделях набор вырожденных вакуумов на шкале Λ , который в пределе $m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = 0$ отвечает вакуумам с нулевой плотностью энергии при произвольных значениях ω , реализуется при условиях (см. [102]–[104], [131]–[133]):

$$\begin{cases} \lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0, \\ \tilde{\lambda}(\Lambda) = \beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = 0. \end{cases} \quad (3.28)$$

Более широкий набор вырожденных вакуумов на шкале Λ с нулевой плотностью энергии получить не удаётся. Например, существование такого набора вырожденных вакуумов при произвольных θ и ω наряду с соотношениями (3.27)–(3.28) предполагало бы, что $\lambda_4(\Lambda) = \beta_{\lambda_4}(\Lambda) = 0$. Однако, как следует из выражения (3.12), любой из четырёх сценариев (3.27) приводит к $\beta_{\lambda_4}(\Lambda) > 0$ при $\lambda_4(\Lambda) = \lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$. Также не удаётся получить соответствующий набор вырожденных вакуумов при произвольных (Φ_1/Φ_2) и ω . Существование таких вакуумов наряду с соотношениями (3.27)–(3.28) требовало бы, чтобы $\lambda_1(\Lambda) = \lambda_2(\Lambda) = \lambda_3(\Lambda) + \lambda_4(\Lambda) = 0$ и $\beta_{\lambda_1}(\Lambda) = \beta_{\lambda_2}(\Lambda) = \beta_{\lambda_3}(\Lambda) + \beta_{\lambda_4}(\Lambda) = 0$. С другой стороны из выражений (3.11)–(3.12) следует, что соотношения (3.27)–(3.28) приводят к $\beta_{\lambda_3}(\Lambda) + \beta_{\lambda_4}(\Lambda) > 0$ при $\lambda_1(\Lambda) = \lambda_2(\Lambda) = \lambda_3(\Lambda) + \lambda_4(\Lambda) = 0$. Стоит отметить, что соотношения (3.28) автоматически удовлетворяются в МССМ при значениях Λ много больших шкалы нарушения СУСИ.

Появление набора вырожденных вакуумов на шкале Λ , отвечающих произвольным ω , самым непосредственным образом связано с инвариантностью лагранжиана рассматриваемой модели по отношению к преобразованиям дополнительной глобальной $U(1)$ симметрии, которая соответствует симметрии Печчеи – Квинн [141]. Действительно, при $\lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$ во всех случаях (I – IV) (см. (3.27)) лагранжиан расширения СМ с двумя дублетами Хиггса обладает $SU(2) \times [U(1)]^2$ глобальной симметрией, которая нарушается только членом $(m_3^2(\Phi)(H_1^\dagger H_2) + h.c.)$ в потенциале взаимодействия хиггсовских полей. Когда $\Lambda^2 \gg m_1^2, m_2^2, m_3^2$, массовыми членами в потенциале (3.5) можно пренебречь и спонтанное нарушение дополнительной глобальной $U(1)$ симметрии приводит к набору вырожденных вакуумов, отвечающих произвольным ω . Данная симметрия запрещает все

члены в лагранжиане рассматриваемой модели, которые могут приводить к процессам, сопровождающимся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. Эволюция констант взаимодействия не генерирует членов, нарушающих эту глобальную $U(1)$ симметрию при низких энергиях. Более того, если все безразмерные константы взаимодействия, нарушающие данную $U(1)$ симметрию, малы, они остаются малыми на любой шкале $q \lesssim \Lambda$. CP нарушение в хиггсовском секторе расширения СМ с двумя дублетами Хиггса может быть обусловлено мнимыми частями m_3^2 , λ_5 , λ_6 и λ_7 . Так как глобальная $U(1)$ симметрия предполагает, что $\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = 0$, а хиггсовские поля в этом случае могут быть всегда переопределены таким образом, что мнимая часть m_3^2 зануляется, эффекты, связанные с CP нарушением в хиггсовском секторе, оказываются подавленными.

Хотя существование набора вырожденных вакуумов, соответствующих произвольным ω , подразумевает инвариантность лагранжиана по отношению к преобразованиям дополнительной $U(1)$ симметрии, интересно отдельно исследовать может ли наличие таких вакуумов приводить к подавлению процессов, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. Наиболее сильные экспериментальные ограничения были получены для такого рода процессов в случаях, обусловленных взаимодействием фермионов первого и второго поколений. Для того чтобы получить теоретические ограничения на соответствующие константы взаимодействия необходимо более аккуратно учесть поправки к потенциалу взаимодействия хиггсовских полей, который можно представить в виде суммы:

$$V_{eff}(H_1, H_2) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(H_1, H_2), \quad (3.29)$$

где V_0 соответствует древесному потенциалу, V_1 отвечает вкладу однопетлевых поправок, т.е.

$$V_1 = \frac{1}{64\pi^2} Str |M|^4 \left[\log \frac{|M|^2}{Q^2} - C \right] \quad (3.30)$$

и т.д. В выражении (3.30) M отвечает массовой матрице бозонов и фермионов, а C — диагональная матрица, зависящая от схемы перенормировок. При выводе соотношений (3.27)–(3.28) предполагалось, что в главном приближении матрицей C можно пренебречь, а $\log \frac{|M|^2}{Q^2}$ можно заменить на $\log \frac{\Phi^2}{Q^2}$ и использовать уравнения ренормгруппы для того, чтобы отсуммировать вклады всех поправок в главном логарифмическом приближении. В окрестности шкалы Λ массовые члены кварков и лептонов в лагранжиане рассматриваемой модели можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{L}_{mass} = \sum_{f=u,d,l} \begin{pmatrix} \bar{f}_R & \bar{f}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M_f \\ M_f^\dagger & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_R \\ f_L \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
M_u &= H_u \Phi_2 e^{i\omega} + G_u \Phi_1, & M_d &= G_d \Phi_2 e^{i\omega} + H_d \Phi_1, \\
M_l &= G_l \Phi_2 e^{i\omega} + H_l \Phi_1,
\end{aligned}
\tag{3.32}$$

где H_f и G_f представляют собой 3×3 матрицы.

Независимость эффективного потенциала взаимодействия хиггсовских полей от ω вблизи шкалы Λ предполагает, что частные производные любого порядка $V_{eff}(H_1, H_2)$ по ω должны зануляться в окрестности этой шкалы. Сложная структура выражений (3.29)–(3.30) указывает на то, что этого можно добиться только, когда абсолютные значения масс всех частиц не зависят от ω . Реализация такого сценария предполагает инвариантность лагранжиана, описывающего взаимодействие фермионов с бозонами Хиггса, по отношению к преобразованиям дополнительной глобальной $U(1)$ симметрии [104]. В соответствии с данной симметрией каждое правостороннее фермионное состояние может взаимодействовать только с одним из дублетов Хиггса, тогда как юкавская константа взаимодействия этого состояния с другим хиггсовским дублетом запрещена. Причём точное вырождение вакуумов подразумевает зануление юкавских констант взаимодействия y , которые нарушают эту симметрию и, в частности, могут приводить к процессам, сопровождающимся нейтральными переходами с изменением ароматов кварков и лептонов. Когда плотности энергий различных вакуумов могут различаться на величину порядка $v^2 \Lambda^2$, юкавские константы y могут быть отличными от нуля. Предполагая, что $|y| \ll |y_0|$, где y_0 соответствует набору юкавских констант, которые не запрещены дополнительной $U(1)$ симметрией, можно оценить вклад юкавских взаимодействий, отвечающий константам y , в плотность энергии вакуума, используя выражение (3.30), т.е.

$$\Delta V \sim \frac{|y_0|^3 |y|}{16\pi^2} \Lambda^4 \lesssim v^2 \Lambda^2.
\tag{3.33}$$

Так как значение ΔV ограничено, можно получить ограничения на абсолютные величины юкавских констант y . Поскольку некоторые юкавские константы y_0 могут быть крайне малы, т.е. $y_0 \sim 10^{-5}$, ограничения типа $|y| \ll |y_0|$ можно получить только, если $\Lambda \gg 10^{13}$ ГэВ. В то же самое время константы, которые могут приводить к СР нарушению в хиггсовском секторе, оказываются достаточно сильно подавленными даже при $\Lambda \sim 10$ ТэВ, так как

$$|\lambda_5(\Lambda)|, |\lambda_6(\Lambda)|, |\lambda_7(\Lambda)| \lesssim \frac{v^2}{\Lambda^2}.
\tag{3.34}$$

Когда условия (3.27)–(3.28) удовлетворяются, СР сохраняется и спектр бозонов Хиггса в рассматриваемой модели включает два заряженных, одно СР–нечётное и два СР–чётных состояния. Заряженные χ^\pm и псевдоскалярное A состояния приобретают массы:

$$m_{\chi^\pm}^2 = m_A^2 - \frac{\lambda_4}{2} v^2, \quad m_A^2 = \frac{2m_3^2}{\sin 2\beta}.
\tag{3.35}$$

В этом разделе будет предполагаться, что $m_A \gg v$. Это позволяет получить достаточно большую массу заряженных хиггсовских бозонов, которая существенно больше соответствующего нижнего экспериментального ограничения [372].

CP–чётные хиггсовские состояния смешиваются, образуя массовую матрицу 2×2 . В базисе полей (h, H) , где

$$\begin{aligned} H_1^0 &= (h \cos \beta - H \sin \beta + v_1), \\ H_2^0 &= (h \sin \beta + H \cos \beta + v_2), \end{aligned} \quad (3.36)$$

массовая матрица CP–чётного хиггсовского сектора имеет вид [236]:

$$\begin{aligned} M^2 &= \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} & \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} \\ \frac{1}{v} \frac{\partial^2 V}{\partial v \partial \beta} & \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} \end{pmatrix}, \quad (3.37) \\ M_{11}^2 &= \left(\lambda_1 \cos^4 \beta + \lambda_2 \sin^4 \beta + \frac{\lambda'}{2} \sin^2 2\beta \right) v^2, \\ M_{12}^2 &= M_{21}^2 = \frac{v^2}{2} \left(-\lambda_1 \cos^2 \beta + \lambda_2 \sin^2 \beta + \lambda' \cos 2\beta \right) \sin 2\beta, \\ M_{22}^2 &= m_A^2 + \frac{v^2}{4} \left(\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda' \right) \sin^2 2\beta, \end{aligned}$$

где $\lambda' = \lambda_3 + \lambda_4$. Массы двух CP–чётных состояний можно получить диагонализировав матрицу (3.37)

$$m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{11}^2 + M_{22}^2 \mp \sqrt{(M_{22}^2 - M_{11}^2)^2 + 4M_{12}^4} \right). \quad (3.38)$$

Структура спектра бозонов Хиггса в рассматриваемой модели определяется параметром m_A . С увеличением m_A массы всех хиггсовских состояний растут. При больших значениях m_A ($m_A^2 \gg v^2$) масса легчайшего бозона Хиггса приближается к своему верхнему ограничению $\sqrt{M_{11}^2}$. В этом пределе константы взаимодействия легчайшего хиггсовского состояния с фермионами и калибровочными бозонами практически те же, что и у бозона Хиггса в СМ. Теоретические ограничения на массу легчайшего хиггсовского бозона в расширении СМ с двумя дублетами Хиггса исследовались в работе [373].

Как следует из выражений (3.35) и (3.37) спектр хиггсовских бозонов в случае, когда реализуются соотношения (3.27)–(3.28), определяется параметрами m_A , $\tan \beta$, λ_1 , λ_2 , λ_3 и λ_4 . Соотношения $\tilde{\lambda}(\Lambda) = \beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = 0$ позволяют вычислить значения $\lambda_3(\Lambda)$ и $\lambda_4(\Lambda)$ при фиксированных значениях юкавских констант, $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$. Далее будет предполагаться, что значения $\tan \beta$ таковы, что всеми юкавскими константами за исключением h_t можно пренебречь. Эволюция юкавской константы t кварка полностью определяется её значением на электрослабой шкале $h_t(M_t)$. Это значение зависит от $\tan \beta$ и массы $m_t(M_t)$, которая определяется соотношениями (1.100). При фиксированных значениях $\tan \beta$ и Λ можно вычислить $h_t(\Lambda)$. Это в свою очередь позволяет определить $\lambda_3(\Lambda)$ и $\lambda_4(\Lambda)$ при заданных значениях $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$, а также используя уравнения ренормгруппы вычислить λ_1 , λ_2 , λ_3 и λ_4 на электрослабой шкале. Таким образом в рассматриваемом случае массы

и константы взаимодействия бозонов Хиггса зависят от пяти параметров:

$$\lambda_1(\Lambda), \quad \lambda_2(\Lambda) \quad \Lambda \quad \tan \beta, \quad m_A. \quad (3.39)$$

Λ	$\tan \beta$	$\lambda_1(\Lambda)$	$\lambda_2(\Lambda)$	m_{h_1}
$\Lambda = M_{Planck}$	$\tan \beta = 10$	1.0	0.005	137.8
		3.5	0.005	137.9
		0.25	0.005	138.5
		1.0	0.008	138.2
		1.0	0.001	136.8
	$\tan \beta = 2$	1.6	0.05	118.1
		3.2	0.05	128.3
		0.85	0.05	116.7
		1.6	0.08	127.4
		1.6	0.02	114.9
$\Lambda = 10 \text{ ТэВ}$	$\tan \beta = 10$	0.25	0.25	142.0
		0.45	0.45	166.6
		0.10	0.10	115.3
		0.25	0.45	168.2
		2.4	0.25	134.7
	$\tan \beta = 2$	0.3	0.3	103.2
		0.65	0.65	116.6
		0.16	0.16	95.6
		0.3	0.7	131.5
		4.0	0.3	72.4

Таблица 3.1: Масса легчайшего бозона Хиггса $m_{h_1}(M_t)$ (в ГэВ) в зависимости от Λ , $\tan \beta$, $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$ при $\lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$, $\tilde{\lambda}(\Lambda) = \beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = 0$, $M_t = 175 \text{ ГэВ}$, $\alpha_3(M_Z) = 0.117$ и $m_A^2 \gg v^2$.

Результаты численного анализа, представленные на рис. 3.1, указывают на то, что соотношения (3.28) приводят к жёстким ограничениям на $\lambda_2(\Lambda)$, когда $\Lambda \sim M_{Planck}$. При $\tan \beta \simeq 10$ константа $\lambda_2(M_{Planck})$ может принимать только очень маленькие значения $\lambda_2(M_{Planck}) \lesssim 0.01$, а $\lambda_1(M_{Planck}) \gg \lambda_2(M_{Planck})$ [102]. Вне разрешённой области $\lambda_4(M_{Planck})$ становится комплексным. Ограничения на $\lambda_2(\Lambda)$ сильно ослабевают при $\tan \beta \sim 1$ и $\Lambda \ll M_{Planck}$. Это обусловлено увеличением $h_t(\Lambda)$. Интервал допустимых значений $\lambda_1(\Lambda)$ ограничен как сверху так и снизу. Слишком большие значения $\lambda_1(\Lambda)$ либо не позволяют использовать формализм теории возмущений при вычислениях либо не удовлетворяют соотношениям (3.28). Если $\lambda_1(\Lambda)$ слишком мало, то либо соотношения (3.28) не могут быть удовлетворены либо $\tilde{\lambda}(q)$ становится отрицательной на некоторой шкале q ,

что препятствует имплементации принципа мультикритической точки, так как приводит к появлению вакуума с огромной отрицательной плотностью энергии.

Все перечисленные выше ограничения таковы, что $M_{11}^2, M_{12}^2 \ll v^2$ при $\Lambda \gtrsim 10$ ТэВ. Поэтому, когда $m_A^2 \gg v^2$, масса легчайшего бозона Хиггса $m_{h_1} \simeq \sqrt{M_{11}^2}$. Более того при $\tan \beta \gg 1$ значение m_{h_1} определяется $\lambda_2(M_t)$. В случае, когда $\Lambda \sim M_{Planck}$, значения $\lambda_2(M_{Planck})$, $\lambda_3(M_{Planck})$ и $\lambda_4(M_{Planck})$ пренебрежимо малы, а $h_t(M_{Planck})$ практически такое же как в СМ. Поскольку в рассматриваемом пределе уравнение ренорм-группы, описывающее эволюцию $\lambda_2(q)$, почти совпадает с соответствующим уравнением для $\lambda(q)$ в СМ, предсказание для m_{h_1} оказывается очень близко к тому, что было получено в работе [368] (см. (3.4)). Интервал возможных значений m_{h_1} расширяется при $\tan \beta \sim 1$ и $\Lambda \ll M_{Planck}$ [102]. Результаты, представленные в таблице 3.1, указывают на то, что $m_{h_1} \simeq 125$ ГэВ можно получить как при $\Lambda \sim M_{Planck}$ так и при $\Lambda \ll M_{Planck}$.

Исходя из того, что на шкале Λ только один из дублетов Хиггса H_2 взаимодействует с полями t кварка, и предполагая, что все другие юкавские константы взаимодействия этого дублета с фермионами очень малы, интересно изучить возможность существования других наборов вырожденных вакуумов с приблизительно нулевой плотностью энергии. При $g_t, g_b, g_\tau \ll 1$ не удаётся получить соответствующий набор вырожденных вакуумов при произвольных θ [104]. Тем не менее в главном логарифмическом приближении вакуумы

$$\langle H_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_1 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} \Phi_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_1^2 + \Phi_2^2 = \Lambda^2 \quad (3.40)$$

могут иметь почти нулевую плотность энергии при произвольных Φ_2/Φ_1 . Такие вырожденные вакуумы возникают при условии

$$\begin{cases} \lambda_4(\Lambda) > |\lambda_5(\Lambda)| \\ \lambda_1(\Lambda) = \lambda_2(\Lambda) = \lambda_3(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0 \\ \beta_{\lambda_1}(\Lambda) = \beta_{\lambda_2}(\Lambda) = \beta_{\lambda_3}(\Lambda) = 0. \end{cases} \quad (3.41)$$

Пренебрегая юкавскими константами взаимодействия g_t, g_b и g_τ , можно показать, что за-нуление $\beta_{\lambda_1}(\Lambda)$, $\beta_{\lambda_2}(\Lambda)$ и $\beta_{\lambda_3}(\Lambda)$ оказывается возможным только при условии, что

$$\begin{aligned} |h_t(\Lambda)|^4 &= |h_b(\Lambda)|^4 + \frac{1}{3}|h_\tau(\Lambda)|^4, \\ |h_t(\Lambda)|^4 &= |h_t(\Lambda)|^2|h_b(\Lambda)|^2 + \frac{1}{4}g_2^2(\Lambda)g_1^2(\Lambda). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Соотношения (3.42) могут удовлетворяться только, если $\tan \beta \gg 1$. Выражения (3.42) позволяют вычислить $|h_b(\Lambda)|$ и $|h_\tau(\Lambda)|$ при заданном значении $|h_t(\Lambda)|$. Варьируя $|h_t(\Lambda)|$, можно определить такое значение юкавской константы t кварка, при котором $M_t = 175$ ГэВ, так как в случае, когда $\tan \beta \gg 1$, $m_t(M_t) \simeq h_t(M_t)v/\sqrt{2}$. При этом $h_b(M_t)$ и $h_\tau(M_t)$ однозначно определяются при каждом фиксированном значении шкалы Λ . Далее используя выражение для массы τ -лептона

$$m_\tau(M_t) = \frac{h_\tau(M_t)}{\sqrt{2}}v \cos \beta, \quad (3.43)$$

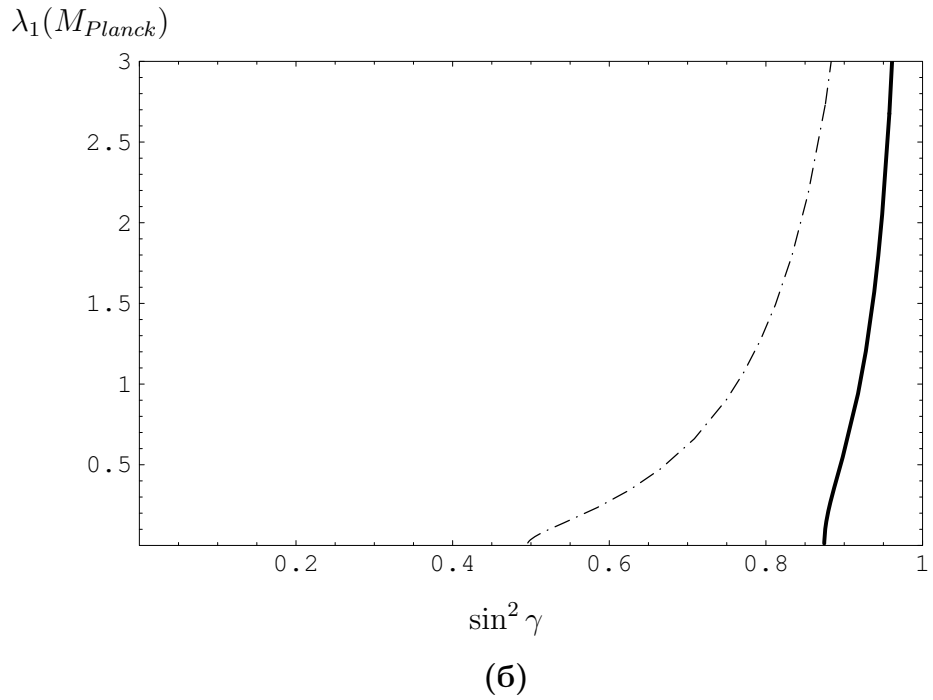
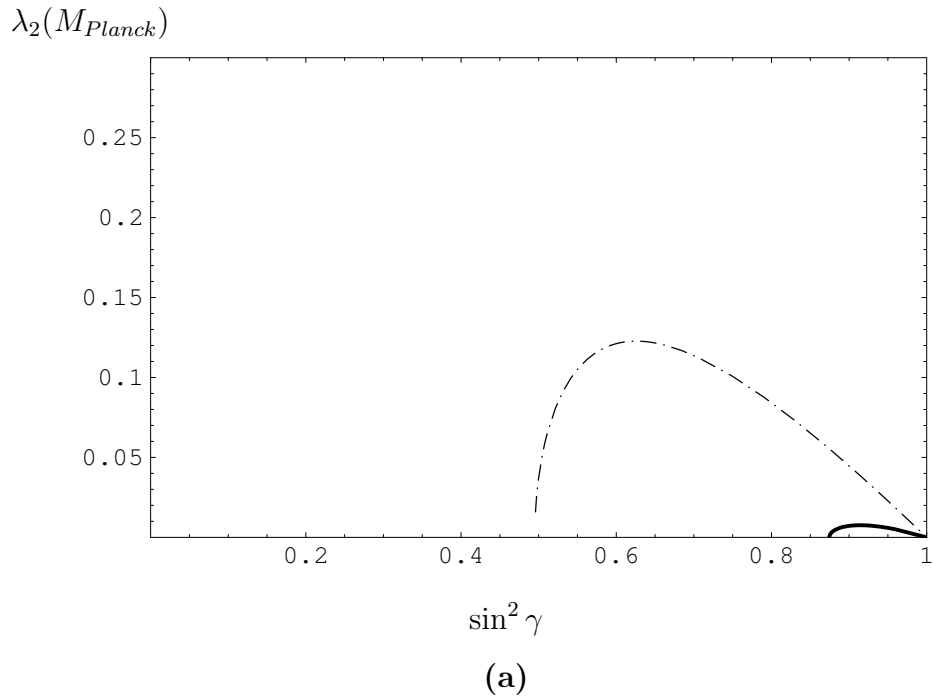


Рис. 3.1: Ограничения на $\lambda_2(M_{Planck})$ — рис.а и $\lambda_1(M_{Planck})$ — рис.б как следствие соотношений (3.28) при $\tan^2 \gamma = \sqrt{\lambda_1(M_{Planck})/\lambda_2(M_{Planck})}$, $M_t = 175$ ГэВ и $\alpha_3(M_Z) = 0.117$. Сплошная и штрихпунктирная линии отвечают $\tan \beta = 10$ и $\tan \beta = 2$. Область допустимых значений $\lambda_2(M_{Planck})$ и $\lambda_1(M_{Planck})$ находится под кривыми.

можно определить значение $\tan \beta$, которому отвечает данное решение, и вычислить массу b кварка

$$m_b(M_t) = \frac{h_b(M_t)}{\sqrt{2}} v \cos \beta. \quad (3.44)$$

Λ	$h_t(\Lambda)$	$\tan \beta$	$m_b(M_t)$	m_{h_1}
10^4 ГэВ	0.811	49.84	3.24	69.0
10^8 ГэВ	0.645	47.64	3.28	115.7
10^{12} ГэВ	0.549	47.41	3.18	130.1
10^{16} ГэВ	0.480	48.53	2.94	136.3
M_{Planck}	0.435	50.43	2.61	138.9

Таблица 3.2: Масса легчайшего бозона Хиггса $m_{h_1}(M_t)$ (в ГэВ), $\tan \beta$ и $m_b(M_t)$ (в ГэВ) в зависимости от Λ и $h_t(\Lambda)$ при $g_b(\Lambda) = g_\tau(\Lambda) = g_t(\Lambda) = 0$, $\beta_{\lambda_1}(\Lambda) = \beta_{\lambda_2}(\Lambda) = \beta_{\lambda_3}(\Lambda) = 0$, $\lambda_1(\Lambda) = \lambda_2(\Lambda) = \lambda_3(\Lambda) = \lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$, $M_t = 175$ ГэВ, $m_\tau(M_t) \simeq 1.78$ ГэВ, $\alpha_3(M_Z) = 0.117$ и $m_A^2 \gg v^2$.

Результаты численного анализа, представленные в таблице 3.2, показывают, что в рассматриваемом случае $\tan \beta \simeq 50$, а $m_b(M_t)$ изменяется от 3.2 ГэВ до 2.6 ГэВ, когда шкала Λ увеличивается от 10 ТэВ до M_{Planck} . Для того чтобы воспроизвести $m_b(M_t) = 2.75 \pm 0.09$ ГэВ достаточно ввести ненулевые юкавские константы $g_b(\Lambda)$ и $g_\tau(\Lambda)$. Небольшие значения этих констант взаимодействия ($\sim 10^{-2}$) практически не изменяют соотношения (3.42) и эволюцию $h_t(q)$, $h_b(q)$ и $h_\tau(q)$, но дают достаточно большой вклад в $m_b(M_t)$ и $m_\tau(M_t)$. Это позволяет получить феноменологически приемлемые значения $m_b(M_t)$ и $m_\tau(M_t)$ при любой шкале Λ .

Самые жёсткие ограничения на параметры возникают в рассматриваемом случае при анализе хиггсовского сектора. При заданном значении $h_t(\Lambda)$ зануление $\beta_{\lambda_1}(\Lambda)$, $\beta_{\lambda_2}(\Lambda)$ и $\beta_{\lambda_3}(\Lambda)$ подразумевает, что

$$\lambda_4^2(\Lambda) + |\lambda_5(\Lambda)|^2 = 6|h_t(\Lambda)|^4 - \frac{9}{8}g_2^4(\Lambda) - \frac{3}{4}g_2^2(\Lambda)g_1^2(\Lambda) - \frac{3}{8}g_1^4(\Lambda). \quad (3.45)$$

Для того чтобы избежать появления ещё одного вакуума с огромной отрицательной плотностью энергии на промежуточной шкале между M_t и Λ необходимо, чтобы

$$\lambda_1(q) > 0, \quad \lambda_2(q) > 0, \quad (3.46)$$

$$\widehat{\lambda}(q) = \sqrt{\lambda_1(q)\lambda_2(q) + \lambda_3(q) + \min\{0, \lambda_4(q) - |\lambda_5(q)|\}} > 0 \quad (3.47)$$

при любом q из интервала $M_t < q < \Lambda$. Численный анализ показал, что комбинация констант взаимодействия $\widehat{\lambda}(q)$ остаётся положительной только, если $|\lambda_5(\Lambda)| < 0.83 \cdot \lambda_4(\Lambda)$.

При $\tan \beta \simeq 40 - 50$ и $m_A^2 \gtrsim v^2$ масса легчайшего хиггсовского бозона полностью определяется $\lambda_2(M_t)$ и очень слабо зависит от значений других констант взаимодействия

$\lambda_i(M_t)$. По этой причине вариации $\lambda_4(\Lambda)$ и $\lambda_5(\Lambda)$ оставляют m_{h_1} практически неизменной. С другой стороны масса легчайшего хиггсовского бозона резко уменьшается при изменении Λ от M_{Planck} до 10 ТэВ. Результаты численного анализа, приведённые в таблице 3.2, однозначно указывают на то, что бозон Хиггса с массой 125 ГэВ можно получить в рассматриваемом случае только, когда $\Lambda \gtrsim 10^9 - 10^{10}$ ГэВ.

Хотя в расширении СМ с двумя дублетами Хиггса существует область параметрического пространства, где соотношения (3.41) могут удовлетворяться, сложно рассчитывать на то, что плотности энергии соответствующих вакуумов будут зануляться с высокой точностью, т.е. точностью порядка $v^2\Lambda^2$. Этого можно было бы добиться если бы массы всех бозонов и фермионов СМ не зависели бы от отношения $\tan \gamma = \Phi_2/\Phi_1$ в окрестности шкалы Λ . Однако в общем случае массы калибровочных бозонов вблизи шкалы Λ

$$\begin{aligned} M_{1,2}^2 &= \frac{g_2^2}{2}\Phi^2, \\ M_{3,4}^2 &= \left[\frac{g_2^2 + g_1^2}{2}\Phi^2 \pm \sqrt{\left(\frac{g_2^2 + g_1^2}{2}\Phi^2\right)^2 - 4g_2^2g_1^2\Phi_2^2\Phi_1^2\sin^2\theta} \right]. \end{aligned} \quad (3.48)$$

зависят от θ и γ . В выражениях (3.48) $\Phi_1 = \Lambda \cos \gamma$ и $\Phi_2 = \Lambda \sin \gamma$. Набор вакуумов (3.40) соответствует $\sin^2 \theta = 1$. Поэтому при более аккуратном учёте квантовых поправок, предполагающем использование выражений (3.29)–(3.30) для эффективного потенциала взаимодействия хиггсовских полей, следует ожидать, что плотности энергии вакуумов (3.40), отвечающих произвольным Φ_2/Φ_1 , будут достаточно сильно отличаться. Главным образом это связано с тем, что соответствующий набор вакуумов не отвечает никакой спонтанно нарушенной глобальной симметрии. Так как массы калибровочных бозонов сильно зависят от θ , выражения (3.48) также указывают на то, что плотности энергии вакуумов, которые характеризуются различными значениями данного параметра, должны заметно отличаться.

Зависимость масс калибровочных бозонов от γ исчезает в пределе $\sin \theta \rightarrow 0$. Анализ эффективного потенциала взаимодействия хиггсовских полей в главном логарифмическом приближении показывает, что набор вырожденных вакуумов с приблизительно нулевой плотностью энергии, отвечающих произвольным Φ_2/Φ_1 и $\sin \theta = 0$, возможно было бы получить если $\lambda_4(\Lambda) < |\lambda_5(\Lambda)|$. В случае, когда $\lambda_5(\Lambda) < 0$, соответствующий набор вырожденных вакуумов мог бы реализовываться при условии, что

$$\lambda_1(\Lambda) = \lambda_2(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = \lambda_3(\Lambda) + \lambda_4(\Lambda) + \lambda_5(\Lambda) = 0, \quad (3.49)$$

$$\beta_{\lambda_1}(\Lambda) = \beta_{\lambda_2}(\Lambda) = \text{Re } \beta_{\lambda_6}(\Lambda) = \text{Re } \beta_{\lambda_7}(\Lambda) = 0, \quad (3.50)$$

$$\beta_{\lambda_3}(\Lambda) + \beta_{\lambda_4}(\Lambda) + \text{Re } \beta_{\lambda_5}(\Lambda) = 0. \quad (3.51)$$

Однако при $g_b(\Lambda) \sim g_\tau(\Lambda) \sim 10^{-2}$ соотношение (3.51) не может быть удовлетворено.

3.2 Сценарий инфракрасной квазификсированной точки в расширении СМ с двумя хиггсовскими дублетами и вырожденными вакуумами

В этом разделе будет исследоваться эволюция юкавских констант, которые определяют взаимодействие бозонов Хиггса с фермионами СМ (3.7), а также констант λ_i потенциала взаимодействия хиггсовских полей в рамках расширений СМ с двумя дублетами Хиггса. При этом будет предполагаться, что условия (3.27)–(3.28) удовлетворяются, т.е. на шкале Λ существует набор вырожденных вакуумов, плотность энергии которых зануляется в главном приближении. При изучении перенормировки упомянутых выше констант взаимодействия основное внимание будет уделено рассмотрению сценария инфракрасной квазификсированной точки. Как уже отмечалось, данный сценарий предполагает, что решения уравнений ренормгруппы, отвечающие различным значениям констант взаимодействия на шкале Λ , фокусируются в достаточно узкой области при относительно низких энергиях $E \sim M_Z$. Такая эволюция констант взаимодействия может позволить получить определённые предсказания для наблюдаемых величин, таких как, например, масса легчайшего хиггсовского бозона на электрослабой шкале. Сценарий инфракрасной квазификсированной точки в расширениях СМ с двумя дублетами Хиггса анализировался в работах [103]–[104], [132], [371], [374].

Изучение перенормировки перечисленных выше констант взаимодействия целесообразно начать с анализа эволюции юкавских констант, представленных в лагранжиане взаимодействия (3.7). Здесь, как и прежде, будет предполагаться, что юкавскими константами, которые отвечают взаимодействиям фермионов первого и второго поколений с дублетами Хиггса, можно пренебречь. В наиболее общем случае эволюция юкавских констант взаимодействия кварков и лептонов третьего поколения с бозонами Хиггса описывается системой дифференциальных уравнений ренормгруппы, которая может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dg_t}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} \left[g_t \left(\frac{9}{2}|g_t|^2 + \frac{9}{2}|h_t|^2 + \frac{3}{2}|h_b|^2 + \frac{1}{2}|g_b|^2 + |h_\tau|^2 \right) \right. \\ \left. + h_t \left(g_b h_b^* + g_\tau h_\tau^* \right) - g_t \left(8g_3^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + \frac{17}{12}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_t}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} \left[h_t \left(\frac{9}{2}|g_t|^2 + \frac{9}{2}|h_t|^2 + \frac{1}{2}|h_b|^2 + \frac{3}{2}|g_b|^2 + |g_\tau|^2 \right) \right. \\ \left. + g_t \left(h_b g_b^* + h_\tau g_\tau^* \right) - h_t \left(8g_3^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + \frac{17}{12}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_b}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} \left[h_b \left(\frac{3}{2}|g_t|^2 + \frac{1}{2}|h_t|^2 + \frac{9}{2}|h_b|^2 + \frac{9}{2}|g_b|^2 + |h_\tau|^2 \right) \right. \\ \left. + g_b \left(h_t g_t^* + h_\tau g_\tau^* \right) - h_b \left(8g_3^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + \frac{5}{12}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{dg_b}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} & \left[g_b \left(\frac{1}{2}|g_t|^2 + \frac{3}{2}|h_t|^2 + \frac{9}{2}|h_b|^2 + \frac{9}{2}|g_b|^2 + |g_\tau|^2 \right) \right. \\ & \left. + h_b \left(g_t h_t^* + g_\tau h_\tau^* \right) - g_b \left(8g_3^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + \frac{5}{12}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_\tau}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} & \left[h_\tau \left(3|g_t|^2 + 3|h_b|^2 + \frac{5}{2}|h_\tau|^2 + \frac{5}{2}|g_\tau|^2 \right) \right. \\ & \left. + 3g_\tau \left(h_b g_b^* + h_t g_t^* \right) - h_\tau \left(\frac{9}{4}g_2^2 + \frac{15}{4}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{dg_\tau}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} & \left[g_\tau \left(3|h_t|^2 + 3|g_b|^2 + \frac{5}{2}|h_\tau|^2 + \frac{5}{2}|g_\tau|^2 \right) \right. \\ & \left. + 3h_\tau \left(g_b h_b^* + g_t h_t^* \right) - g_\tau \left(\frac{9}{4}g_2^2 + \frac{15}{4}g_1^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.57)$$

Как и раньше удобно переопределить хиггсовские дублеты на шкале Λ таким образом, чтобы $g_t(\Lambda) = 0$. Когда $\Lambda \gg 100$ ТэВ, зануление плотностей энергий вакуумов на шкале Λ с точностью порядка $v^2\Lambda^2$ предполагает, что юкавские константы, нарушающие дополнительную глобальную $U(1)$ симметрию, должны быть много меньше единицы. Поэтому при анализе эволюции юкавских констант взаимодействия фермионов третьего поколения с дублетами Хиггса этими параметрами можно пренебречь.

Более того при значениях $\tan \beta \ll 10$ юкавские константы b кварка и τ -лептона также должны быть пренебрежимо малы для того, чтобы значение $m_t(M_t)$ было много больше $m_b(M_t)$ и $m_\tau(M_t)$. В рассматриваемом пределе система уравнений (3.52)–(3.57) сводится к уравнению для юкавской константы $h_t(t)$, решение которого имеет вид

$$Y_t(l) = \frac{\frac{2\tilde{E}(l)}{9\tilde{F}(l)}}{1 + \frac{\tilde{E}(l)}{9Y_t(\Lambda)\tilde{F}(l)}}, \quad \tilde{\alpha}_i(l) = \frac{\tilde{\alpha}_i(\Lambda)}{1 + b_i\tilde{\alpha}_i(\Lambda)l}, \quad (3.58)$$

$$\tilde{E}(l) = \left[\frac{\tilde{\alpha}_3(l)}{\tilde{\alpha}_3(\Lambda)} \right]^{8/7} \left[\frac{\tilde{\alpha}_2(l)}{\tilde{\alpha}_2(\Lambda)} \right]^{3/4} \left[\frac{\tilde{\alpha}_1(l)}{\tilde{\alpha}_1(\Lambda)} \right]^{-17/84}, \quad \tilde{F}(l) = \int_0^l \tilde{E}(l') dl',$$

где $i = 1, 2, 3$, $b_1 = 7$, $b_2 = -3$, $b_3 = -7$, $l = \ln(\Lambda^2/q^2)$, $\tilde{\alpha}_i(l) = \left(\frac{g_i(l)}{4\pi} \right)^2$,

$Y_t(l) = \left(\frac{h_t(l)}{4\pi} \right)^2$. В случае, когда шкала Λ достаточно велика и $h_t^2(\Lambda) \gtrsim 1$, второй член в знаменателе выражения для $Y_t(l)$ оказывается значительно меньше единицы на электро-слабой шкале. Например, при $\Lambda \simeq M_{Planck}$ и $l = l_0 = \ln(\Lambda^2/M_t^2)$, член $\frac{2}{9Y_t(\Lambda)\tilde{F}(l_0)}$

приблизительно равен $\frac{1}{7h_t^2(\Lambda)}$. Как следствие, при $h_t^2(\Lambda) \gtrsim 1$ зависимость $h_t(M_t)$ от значений этой константы на шкале Λ оказывается слабой и решения уравнений ренормгруппы

концентрируются в окрестности квазификсированной точки (см. [371]):

$$Y_{\text{QFP}}(M_t) = \frac{2\tilde{E}(l_0)}{9\tilde{F}(l_0)}. \quad (3.59)$$

Формально решение (3.59) соответствует пределу $Y_t(\Lambda) \rightarrow \infty$. Однако сходимость решений уравнений ренормгруппы к квазификсированной точке (3.59) не требует очень больших значений $h_t^2(\Lambda)$, если шкала Λ достаточно велика. Результаты численного анализа, представленные на рис. 3.2а, указывают на то, что при $\Lambda \ll 1000$ ТэВ сходимость решений уравнений ренормгруппы к квазификсированной точке (3.59) остаётся достаточно слабой. Сходимость решений существенно улучшается при $\Lambda \gg 10^7 - 10^8$ ГэВ. Решение (3.59) представляет собой верхнее ограничение на $h_t(M_t)$ при фиксированном значении Λ . Сходимость решений уравнений ренормгруппы позволяет получить предсказание не только для $h_t(M_t)$ при фиксированном Λ , но и, используя соотношения (1.100), определить значение $\tan \beta$, отвечающее квазификсированной точке (3.59). Соответствующее значение представляет собой нижнее ограничение на $\tan \beta$. Результаты вычислений, представленные на рис. 3.2б, показывают, что при $h_t(\Lambda) \gtrsim 1.5$ рассматриваемые решения уравнений ренормгруппы отвечают $\tan \beta \simeq 0.4 - 1.2$.

Когда $\tan \beta \gg 10$, относительная малость масс b кварка и τ -лептона может быть обусловлена не тем, что соответствующие юкавские константы много меньше $h_t(M_t)$, а малостью v_1 . Реализация такого сценария оказывается возможной в моделях (II), (III) и (IV) (см. (3.27)). При этом некоторые юкавские константы b кварка и τ -лептона могут быть значительно больше калибровочных констант СМ. В случае, когда несколько юкавских констант на шкале Λ достаточно велики, решения уравнений ренормгруппы также концентрируются в окрестности квазификсированных точек при $q \sim M_Z$. В этой связи представляется интересным исследовать сценарии инфракрасных квазификсированных точек, отвечающие $\tan \beta \gg 10$ в моделях (II), (III) и (IV).

Поскольку в рамках модели (IV) массы t и b кварков генерируются разными хиггсовскими дублетами, $h_t(\Lambda)$ и $h_b(\Lambda)$ могут быть существенно больше единицы. В то же самое время юкавская константа τ -лептона g_τ должна быть пренебрежимо мала, чтобы $m_t(M_t) \gg m_\tau(M_t)$. Если в уравнениях, описывающих эволюцию $h_t(t)$ и $h_b(t)$, пренебречь калибровочной константой $U(1)_Y$ взаимодействия g_1 и g_τ , то в пределе $Y_t(\Lambda) = Y_b(\Lambda) = Y_0$ решение этих уравнений имеет вид:

$$Y_t(l) \simeq Y_b(l) \simeq \frac{E_1(l)}{1 + \frac{1}{5Y_0 F_1(l)}}, \quad (3.60)$$

$$E_1(l) = \left[\frac{\tilde{\alpha}_3(l)}{\tilde{\alpha}_3(\Lambda)} \right]^{8/7} \left[\frac{\tilde{\alpha}_2(l)}{\tilde{\alpha}_2(\Lambda)} \right]^{3/4}, \quad F_1(l) = \int_0^l E_1(l') dl',$$

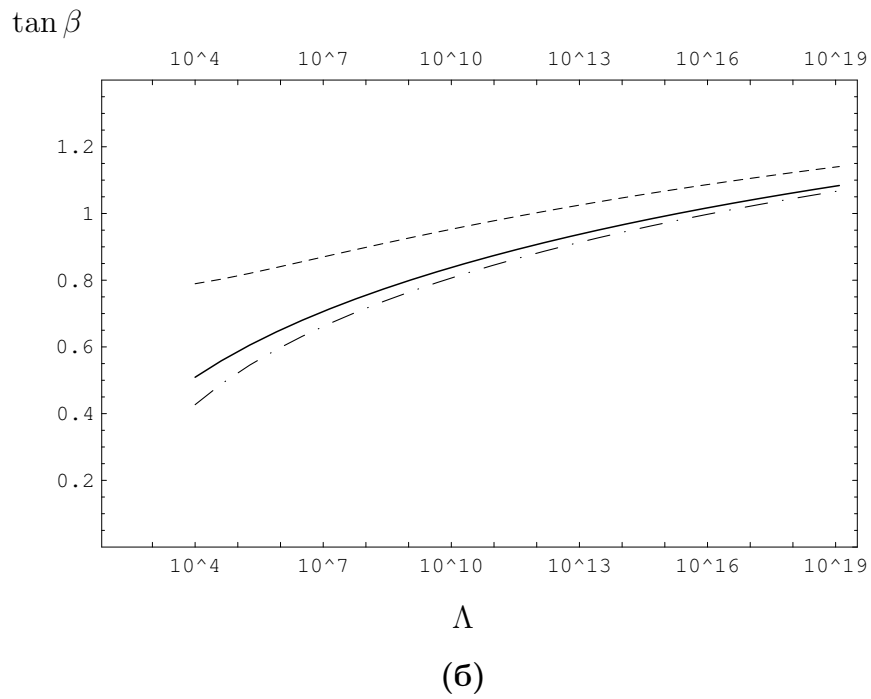
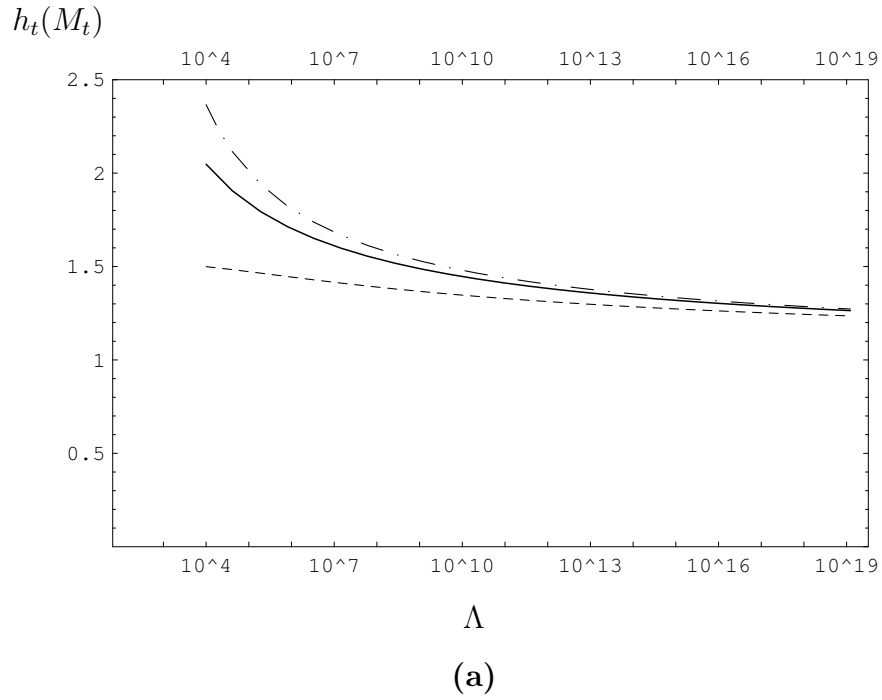


Рис. 3.2: Зависимость $h_t(M_t)$ — рис.а и $\tan \beta$ — рис.б от шкалы Λ (в ГэВ) при $M_t = 171.4$ ГэВ, $m_t(M_t) = 161.6$ ГэВ и $\alpha_3(M_Z) = 0.117$. Штрихпунктирные линии отвечают решению (3.59), тогда как сплошные и пунктирные линии соответствуют $h_t^2(\Lambda) = 10$ и $h_t^2(\Lambda) = 2.25$.

где $Y_b(l) = \left(\frac{h_b(l)}{4\pi}\right)^2$. Приближённое решение (3.60) показывает, что при $Y_0 \sim 1$ решения уравнений ренормгруппы для $Y_t(l)$ и $Y_b(l)$ фокусируются в достаточно узкой области вблизи квазификсированной точки на электрослабой шкале

$$Y_t(M_t) \simeq Y_b(M_t) \simeq \frac{E_1(l_0)}{5 F_1(l_0)}. \quad (3.61)$$

Для каждого заданного значения $m_b(M_t)$ полученные $h_t(M_t)$ и $h_b(M_t)$ позволяют установить значение $\tan \beta$, которое им соответствует, используя соотношение (3.44). Так как определённое таким образом значение $\tan \beta \gg 10$, $m_t(M_t)$ практически не зависит от этого параметра. Это позволяет, используя соотношения (1.100) и (3.61), вычислить значение $m_t(M_t)$, которое оказывается слишком велико (см. результаты, представленные в таблице 3.3)

	Λ	$\rho_t(M_t)$	$\rho_b(M_t)$	$\rho_\tau(M_t)$	$m_t(M_t)$	$m_b(M_t)$
модель II	M_{Planck}	1.012	0.707	0.391	213 – 203	2.39 – 2.09
	10^{13} ГэВ	1.173	0.782	0.586	229 – 207	2.05 – 1.79
	10^7 ГэВ	1.664	0.986	1.287	273 – 208	1.56 – 1.34
модель III	M_{Planck}	1.081	—	0.732	220 – 208	—
	10^{13} ГэВ	1.248	—	1.002	237 – 212	—
	10^7 ГэВ	1.754	—	1.868	281 – 211	—
модель IV	M_{Planck}	0.976	0.949	—	209 – 199	—
	10^{13} ГэВ	1.128	1.107	—	225 – 203	—
	10^7 ГэВ	1.593	1.578	—	267 – 205	—

Таблица 3.3: Значения $\rho_t(M_t) = (h_t(M_t)/g_3(M_t))^2$, $\rho_b(M_t) = (h_b(M_t)/g_3(M_t))^2$, $\rho_\tau(M_t) = (h_\tau(M_t)/g_3(M_t))^2$, а также $m_t(M_t)$ (в ГэВ) и $m_b(M_t)$ (в ГэВ), отвечающие квазификсированным точкам уравнений ренормгруппы при $\tan \beta \gg 10$ в моделях (II), (III) и (IV). Интервалы значений $m_t(M_t)$ и $m_b(M_t)$ соответствуют изменениям значений юкавских констант на шкале Λ от 1 до 10.

В рамках модели (III) массы t и b кварков генерируются H_2 , а масса τ -лептона определяется вакуумным средним H_1 . По этой причине $h_t(\Lambda)$ и $h_\tau(\Lambda)$ могут быть существенно больше единицы, тогда как значение юкавской константы b кварка g_b должно быть мало для того, чтобы $m_b(M_t) \ll m_t(M_t)$. В пределе $g_b \rightarrow 0$ однопетлевые уравнения для $h_t(t)$ и $h_\tau(t)$ могут быть решены точно. Выражения (3.58) отвечают аналитическому решению, описывающему эволюцию $h_t(l)$. Решение для юкавской константы τ -лептона имеет вид:

$$Y_\tau(l) = \frac{\frac{2E_2(l)}{5F_2(l)}}{1 + \frac{2}{5Y_\tau(\Lambda)F_2(l)}}, \quad (3.62)$$

$$E_2(l) = \left[\frac{\tilde{\alpha}_2(\mu)}{\tilde{\alpha}_2(\Lambda)} \right]^{3/4} \left[\frac{\tilde{\alpha}_1(\mu)}{\tilde{\alpha}_1(\Lambda)} \right]^{-15/28}, \quad F_2(l) = \int_0^l E_2(l') dl',$$

где $Y_\tau(l) = \left(\frac{h_\tau(l)}{4\pi} \right)^2$. В плоскости (ρ_t, ρ_τ) , где $\rho_t(l) = Y_t(l)/\tilde{\alpha}_3(l) = (h_t(l)/g_3(l))^2$ и $\rho_\tau(l) = Y_\tau(l)/\tilde{\alpha}_3(l) = (h_\tau(l)/g_3(l))^2$, область допустимых значений этих параметров на электрослабой шкале ограничена двумя перпендикулярными линиями

$$\rho_t = \frac{2 \tilde{E}(l_0)}{9 \tilde{\alpha}_3(M_t) \tilde{F}(l_0)}, \quad \rho_\tau = \frac{2 E_2(l_0)}{5 \tilde{\alpha}_3(M_t) F_2(l_0)}, \quad (3.63)$$

где $l_0 = \ln(\Lambda^2/M_t^2)$. Две этих линии (3.63) образуют квазификсированную (или хилловскую) линию. Решения уравнений ренормгруппы концентрируются вблизи этой линии с увеличением $Y_t(\Lambda)$ и $Y_\tau(\Lambda)$. С другой стороны, когда $l/(4\pi) \gtrsim 1$, $\rho_t(l)$ и $\rho_\tau(l)$ притягиваются к инфракрасной фиксированной (или инвариантной) линии

$$\begin{cases} \rho_t(l) = \frac{2 \tilde{E}(l)}{9 \tilde{\alpha}_3(l) \tilde{F}(l)} \\ \rho_\tau(l) = \frac{2 E_2(l)}{5 \tilde{\alpha}_3(l) F_2(l)}. \end{cases} \quad (3.64)$$

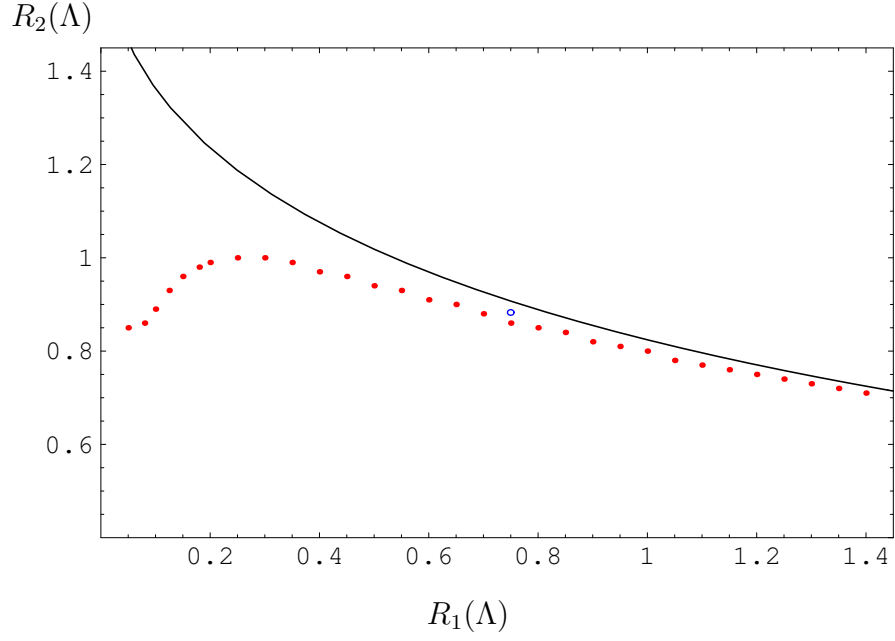
В пределе $l \rightarrow 0$ инвариантная линия выходит на линейную асимптотику $\rho_\tau \rightarrow 1.8 \rho_t$, которая отвечает стабильной фиксированной точке системы уравнений ренормгруппы в случае, когда $g_1 = g_2 = g_3 = 0$. Более того при $l \rightarrow 0$ выражения (3.64) приводят к $\rho_t, \rho_\tau \gg 1$. Инвариантная линия (3.64) соединяет стабильную фиксированную точку, отвечающую $g_1 = g_2 = g_3 = 0$, с инфракрасной стабильной фиксированной точкой $\left(\frac{2}{9}, 0 \right)$, в окрестности которой фокусируются все решения уравнений ренормгруппы по мере приближения к полюсу Ландау в эволюции $g_3(l)$.

На электрослабой шкале решения уравнений ренормгруппы концентрируются вблизи квазификсированной точки

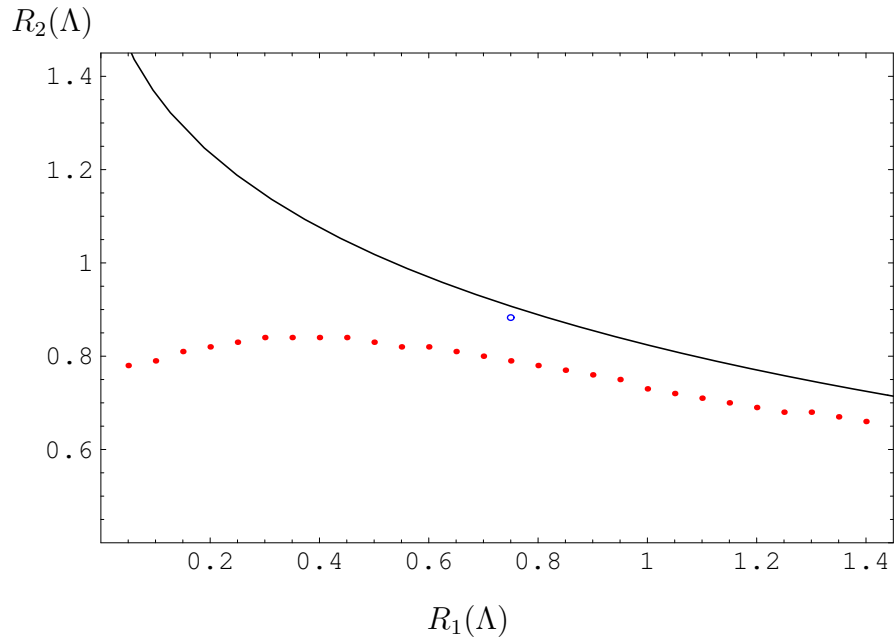
$$\left(\frac{2 \tilde{E}(l_0)}{9 \tilde{\alpha}_3(M_t) \tilde{F}(l_0)}, \frac{2 E_2(l_0)}{5 \tilde{\alpha}_3(M_t) F_2(l_0)} \right), \quad (3.65)$$

которая является точкой пересечения инвариантной и хилловской линий [272]. Используя соотношение (3.43), можно определить значение $\tan \beta$, отвечающее квазификсированной точке (3.65). Соответствующие оценки приводят к $\tan \beta = 90 - 100$. В рассматриваемом случае $m_t(M_t)$ полностью определяется $h_t(M_t)$. Результаты, представленные в таблице 3.3, показывают, что значение $m_t(M_t)$ оказывается слишком большим.

Тот же самый метод мог бы быть применён для вычисления координат квазификсированной точки на плоскости (ρ_t, ρ_b) в модели (IV), где $\rho_b(l) = Y_b(l)/\tilde{\alpha}_3(l) = (h_b(l)/g_3(l))^2$. В этом случае инвариантная линия соединяет стабильную фиксированную точку $\rho_b \simeq \rho_t$,



(a)



(б)

Рис. 3.3: Область допустимых значений $R_1(\Lambda)$ и $R_2(\Lambda)$ при $\Lambda = M_{Planck}$ — рис.а и $\Lambda = 10 \text{ ТэВ}$ — рис.б в случае, когда $h_t(\Lambda) = 3$. Сплошные линии отвечают верхнему ограничению на $R_2(\Lambda)$, которое является следствием соотношений (3.28). Пунктирные линии соответствуют нижнему ограничению на $R_2(\Lambda)$, которое в свою очередь обусловлено ограничениями (3.46) и (3.47). Окружности обозначают положение стабильных фиксированных точек в пределе $g_1 = g_2 = g_3 = 0$.

соответствующую $g_1 = g_2 = g_3 = 0$, с инфракрасной стабильной фиксированной точкой ($\rho_t = \rho_b = 1/5$). Квазификсированная точка образуется при этом в результате пересечения данной линии с хилловской линией, которая ограничивает область допустимых значений $\rho_t(l_0)$ и $\rho_b(l_0)$ на электрослабой шкале. Вычисленные таким образом $\rho_t(l_0)$ и $\rho_b(l_0)$ представлены в таблице 3.3.

В рамках модели (II) юкавские константы взаимодействия $h_t(\Lambda)$, $h_b(\Lambda)$ и $h_\tau(\Lambda)$ могут быть значительно больше единицы, тогда как $m_t(M_t) \gg m_b(M_t) \sim m_\tau(M_t)$ благодаря большим значениям $\tan \beta$. Как и в случае других расширений СМ с двумя дублетами Хиггса появление полюса Ландау в решениях уравнений ренормгруппы ограничивает область допустимых значений $\rho_t(M_t)$, $\rho_b(M_t)$ и $\rho_\tau(M_t)$ на электрослабой шкале. В трёхмерном параметрическом пространстве $(\rho_t, \rho_b, \rho_\tau)$ данное ограничение соответствует хилловской поверхности. С увеличением $h_t(\Lambda)$, $h_b(\Lambda)$ и $h_\tau(\Lambda)$ решения уравнений ренормгруппы концентрируются вблизи этой поверхности. В то же самое время при $l/(4\pi) \gtrsim 1$ эти решения притягиваются к инвариантной линии, которая соединяет стабильную фиксированную точку $\left(\rho_b = \frac{11}{15}\rho_t, \rho_\tau = \frac{16}{15}\rho_t\right)$, отвечающую $g_1 = g_2 = g_3 = 0$, с инфракрасной стабильной фиксированной точкой ($\rho_t = \rho_b = 1/5, \rho_\tau = 0$). На электрослабой шкале при больших значениях $h_t(\Lambda)$, $h_b(\Lambda)$ и $h_\tau(\Lambda)$ решения уравнений ренормгруппы фокусируются в окрестности квазификсированной точки, которая возникает при пересечении инвариантной линии и хилловской поверхности [272]. Соответствующие значения $\rho_t(M_t)$, $\rho_b(M_t)$ и $\rho_\tau(M_t)$ приведены в таблице 3.3. Как и прежде, используя соотношение (3.43), можно вычислить значение $\tan \beta$, отвечающее данной квазификсированной точке, что в рассматриваемом случае позволяет определить $m_t(M_t)$ и $m_b(M_t)$. Из данных, приведённых в таблице 3.3, следует, что $m_t(M_t)$ опять оказывается слишком большим, тогда как значение $m_b(M_t)$ слишком мало по сравнению с $m_b(M_t) = 2.75 \pm 0.09$ ГэВ [375]. Таким образом квазификсированные точки при $\tan \beta \gg 10$ не приводят к феноменологически приемлемым сценариям.

Теперь вернёмся к изучению сценария инфракрасной квазификсированной точки при $\tan \beta \sim 1$ и исследуем эволюцию констант взаимодействия $\lambda_i(q)$ от шкалы Λ до электрослабой шкалы. В этой связи удобно ввести в рассмотрение

$$\rho_i(q) = \frac{\lambda_i(q)}{g_3^2(q)}, \quad R_i(q) = \frac{\rho_i(q)}{\rho_t(q)} = \frac{\lambda_i(q)}{h_t^2(q)}, \quad (3.66)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$. При $h_t(\Lambda) \gtrsim 1.5$ соотношения $\tilde{\lambda}(\Lambda) = 0$ и $\beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = 0$ сильно ограничивают область допустимых значений $\lambda_i(\Lambda)$. Используя соотношения (3.28), для каждого фиксированного набора значений $h_t(\Lambda)$, $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$ можно вычислить $\lambda_3(\Lambda)$ и $\lambda_4(\Lambda)$

$$\lambda_3(\Lambda) = -\sqrt{\lambda_1(\Lambda)\lambda_2(\Lambda)} - \lambda_4(\Lambda), \quad (3.67)$$

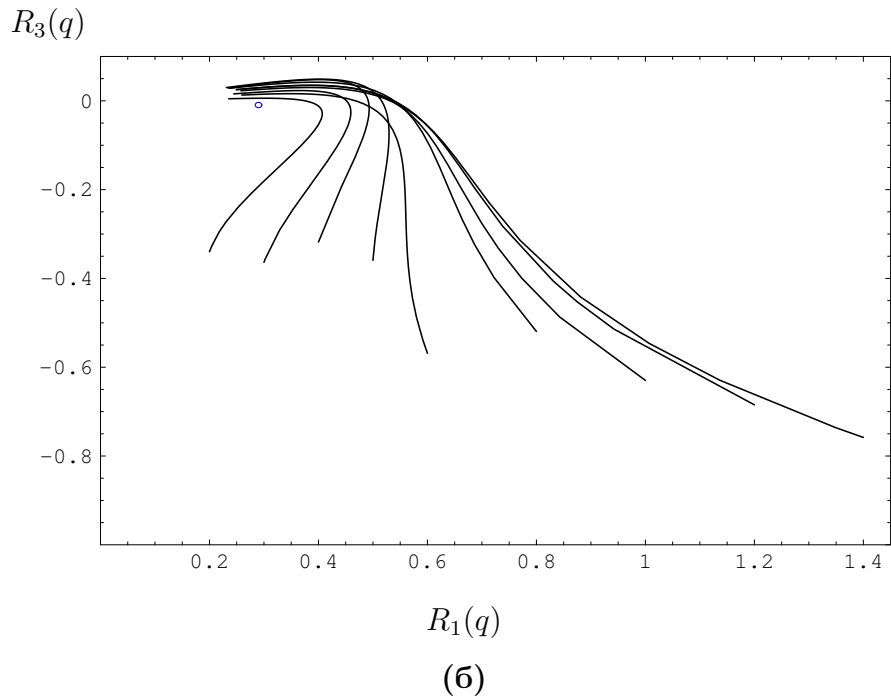
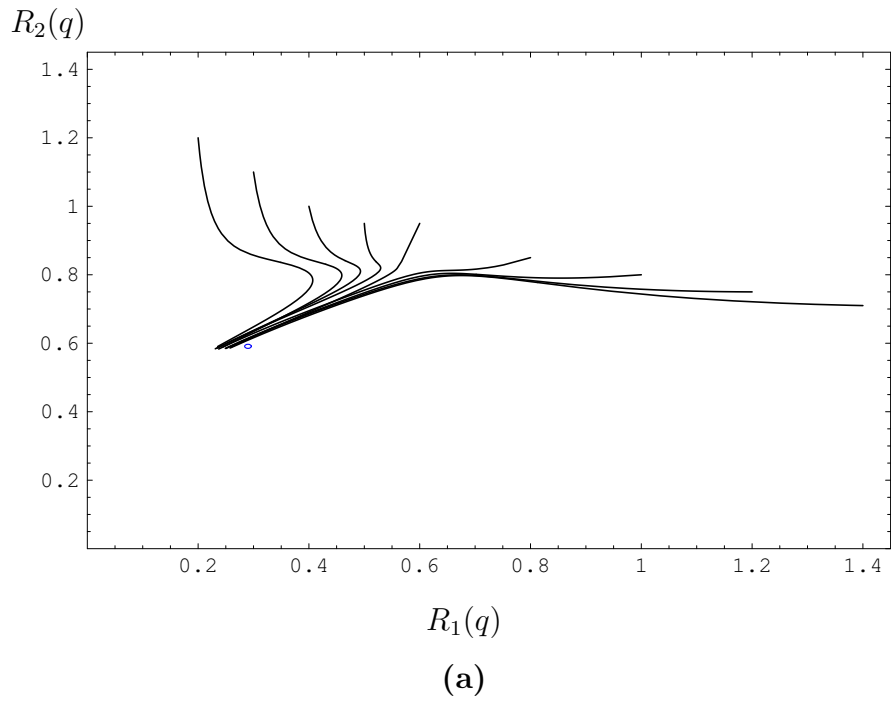


Рис. 3.4: Эволюция $R_i(q)$ от M_{Planck} до электрослабой шкалы на плоскости (R_1, R_2) — рис.а и плоскости (R_1, R_3) — рис.б при различных значениях $R_1(M_{Planck})$ и $R_2(M_{Planck})$ из области допустимых значений и $h_t(M_{Planck}) = 3$. Окружности обозначают положение квазификсированных точек на электрослабой шкале.

$$\lambda_4^2(\Lambda) = \frac{6h_t^4(\Lambda)\lambda_1(\Lambda)}{(\sqrt{\lambda_1(\Lambda)} + \sqrt{\lambda_2(\Lambda)})^2} - 2\lambda_1(\Lambda)\lambda_2(\Lambda) - \frac{3}{8} \left(3g_2^4(\Lambda) + 2g_2^2(\Lambda)g_1^2(\Lambda) + g_1^4(\Lambda) \right), \quad (3.68)$$

где $\lambda_4(\Lambda) < 0$. Так как константа взаимодействия $\lambda_4(\Lambda)$ должна принимать вещественные значения, выражение (3.68) приводит к верхнему ограничению на $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$. Соответствующее ограничение представлено на рис. 3.3.

Для того чтобы избежать появления вакуумов с огромной отрицательной плотностью энергии на промежуточной шкале между M_t и Λ необходимо, чтобы константы взаимодействия $\lambda_i(q)$ удовлетворяли ограничениям (3.46)–(3.47). При слишком малых значениях $\lambda_2(\Lambda)$ комбинация констант взаимодействия $\hat{\lambda}(q)$ становится отрицательной на некоторой промежуточной шкале. По этой причине неравенства (3.46)–(3.47) приводят к нижнему ограничению на $\lambda_2(\Lambda)$, которому отвечают пунктирные линии на рис. 3.3. Результаты численного анализа, представленные на рис. 3.3, указывают на то, что с уменьшением шкалы Λ нижнее ограничение на $\lambda_2(\Lambda)$ становится менее жёстким. Как следствие, область допустимых значений на плоскости $(R_1(\Lambda), R_2(\Lambda))$ существенно больше при $\Lambda \simeq 10$ ТэВ чем при $\Lambda \simeq M_{Planck}$. В случае, когда $\Lambda = M_{Planck}$ и $R_1(M_{Planck}) = R_2(M_{Planck}) = R_0$, значение R_0 может варьироваться лишь между 0.80 и 0.85, если $h_t(\Lambda) \gtrsim 1.5$. Причём данный интервал сильно сужается с увеличением $h_t(\Lambda)$.

Эволюция $R_1(q)$, $R_2(q)$ и $R_3(q)$, представленная на рис. 3.4, показывает, что при больших Λ и $h_t(\Lambda)$ решения уравнений ренормгруппы, соответствующие $\lambda_1(\Lambda)$ и $\lambda_2(\Lambda)$ из области допустимых значений, фокусируются вблизи квазификсированных точек на электрослабой шкале. Стоит отметить, что при $\lambda_1(\Lambda) \sim \lambda_2(\Lambda) \sim h_t(\Lambda) \gg 1$ область допустимых значений на плоскости $(R_1(\Lambda), R_2(\Lambda))$ расположена вблизи единственной стабильной фиксированной точки уравнений ренормгруппы, отвечающей $g_1 = g_2 = g_3 = 0$, т.е.

$$R_1 = \frac{3}{4}, \quad R_2 = \frac{\sqrt{65} - 1}{8} \simeq 0.883, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 0. \quad (3.69)$$

Благодаря этому при достаточно больших Λ решения уравнений ренормгруппы для $\lambda_i(q)$ в первую очередь притягиваются к инвариантной линии, соединяющей фиксированную точку (3.69) с инфракрасной стабильной фиксированной точкой

$$\rho_t = \frac{2}{9}, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = \frac{\sqrt{689} - 25}{36} \simeq 0.0347, \quad \rho_3 = 0, \quad \rho_4 = 0. \quad (3.70)$$

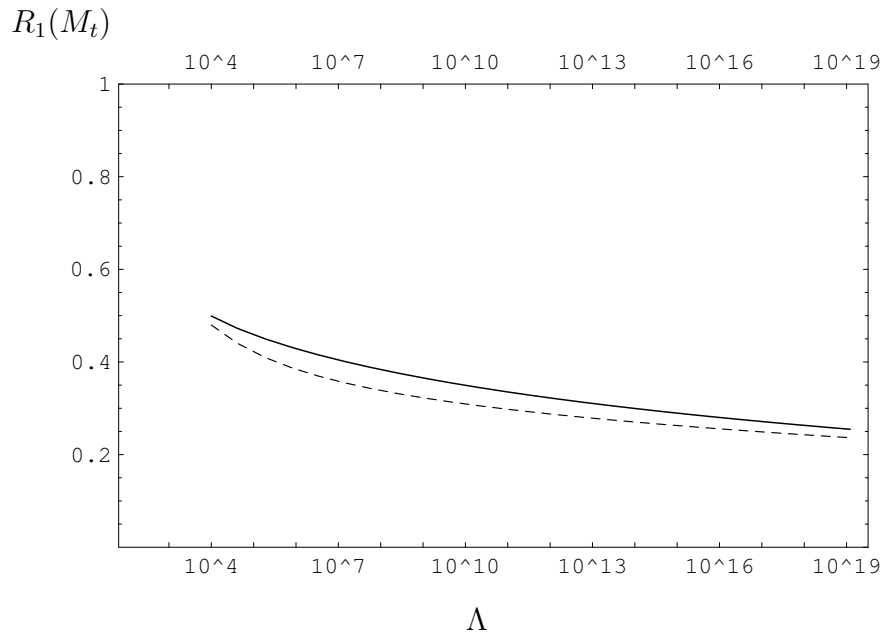
Инфракрасная квазификсированная точка образуется в результате пересечения данной линии с хилловской поверхностью, которая ограничивает область допустимых значений констант взаимодействия в пятимерном параметрическом пространстве $(\rho_t, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$. Полагая $h_t^2(\Lambda) = 10$ и используя фиксированную точку (3.69) в качестве граничных условий, при $\Lambda \simeq M_{Planck}$ находим

$$\begin{aligned} \rho_t(M_t) &\simeq 1.174, & \rho_1(M_t) &\simeq 0.341, & \rho_2(M_t) &\simeq 0.694, \\ \rho_3(M_t) &\simeq -0.011, & \rho_4(M_t) &\simeq -0.013. \end{aligned} \quad (3.71)$$

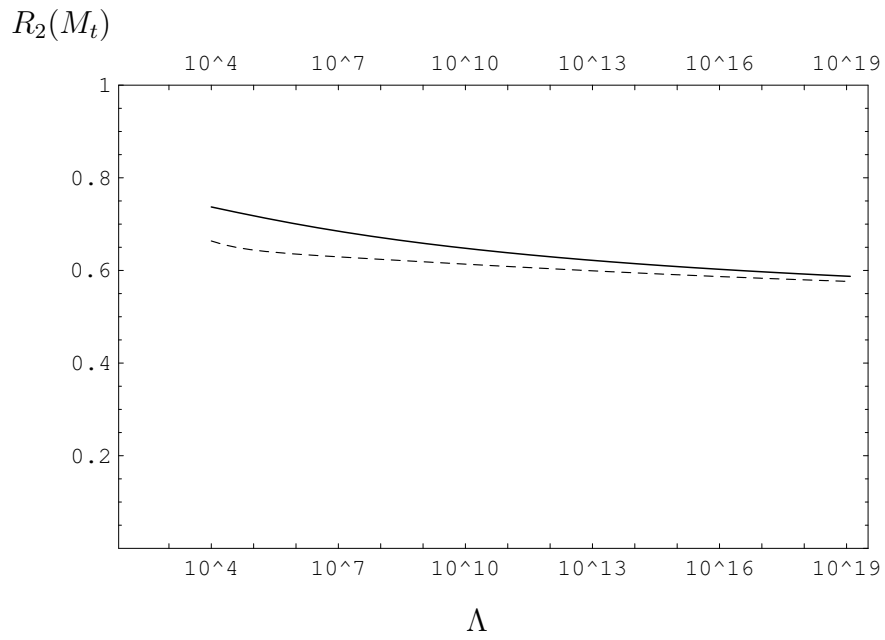
На рис. 3.5 и 3.6 исследуется сходимость решений уравнений ренормгруппы для констант взаимодействия $\lambda_i(q)$ к квазификсированным точкам в зависимости от шкалы Λ . При нахождении значений $R_i(M_t)$ предполагалось, что $R_1(\Lambda) = 0.75$ и $R_2(\Lambda) = 0.883$, а значения $R_3(\Lambda)$ и $R_4(\Lambda)$ вычислялись исходя из соотношений (3.67)–(3.68). Данные вычисления были проведены для двух значений $h_t^2(\Lambda) = 10$ и $h_t^2(\Lambda) = 2.25$, которым отвечают сплошные и пунктирные линии на рис. 3.5 и 3.6 соответственно. Результаты численного анализа, представленные на рис. 3.5, показывают, что $R_1(M_t)$ и $R_2(M_t)$ незначительно меняются, когда $h_t^2(\Lambda)$ варьируется между 10 и 2.25. Это указывает на достаточно хорошую сходимость решений соответствующих уравнений ренормгруппы к квазификсированным точкам. С другой стороны решения для $\lambda_3(q)$ концентрируются в окрестности нуля при низких энергиях только, когда $\Lambda \gtrsim 10^{10}$ ГэВ (см. рис. 3.6). Вообще, сходимость решений уравнений ренормгруппы к квазификсированным точкам улучшается с увеличением Λ . Однако, как показывают результаты вычислений, представленные на рис. 3.6, в случае $\lambda_4(q)$ сходимость соответствующих решений к квазификсированной точке оказывается крайне слабой практически при любых значениях шкалы Λ .

Как уже отмечалось, при $m_A^2 \gg v^2$ масса легчайшего бозона Хиггса m_{h_1} в рассматриваемом расширении СМ определяется константами взаимодействия $\lambda_1(M_t)$, $\lambda_2(M_t)$, $\lambda_3(M_t)$, $\lambda_4(M_t)$ и $\tan \beta$. Поскольку в окрестности квазификсированных точек все эти параметры варьируются в определённых пределах, при каждом заданном значении шкалы Λ можно оценить интервал изменений m_{h_1} . Соответствующие оценки представлены на рис. 3.7. Из результатов, представленных на рис. 3.7, следует, что при $\Lambda \ll 10^{10}$ ГэВ интервал изменений m_{h_1} сильно расширяется. Это обусловлено тем, что значения $\lambda_1(M_t)$ и $\lambda_2(M_t)$ заметно возрастают с уменьшением Λ (см. рис. 3.5), а интервал изменений $\lambda_3(M_t)$ и $\lambda_4(M_t)$ сильно увеличивается, исключая возможность получения каких-либо разумных предсказаний для m_{h_1} . Тем не менее при $\Lambda \gtrsim 10^{10}$ ГэВ, $R_1(\Lambda) = 0.75$, $R_2(\Lambda) = 0.883$, а также значениях $R_3(\Lambda)$ и $R_4(\Lambda)$, которые определяются соотношениями (3.67)–(3.68), m_{h_1} варьируется в пределах 110 ГэВ – 125 ГэВ, когда $h_t^2(\Lambda)$ изменяется от 2.25 до 10.

Так как при $m_A^2 \gg v^2$ константы взаимодействия легчайшего хиггсовского состояния с частицами СМ практически те же, что и у бозона Хиггса в СМ, на первый взгляд представляется, что наблюдение хиггсовского бозона с массой 125 ГэВ практически исключает сценарий инфракрасной квазификсированной точки в рассматриваемом расширении СМ, если $\Lambda \sim M_{Planck}$. Однако следует иметь в виду, что в окрестности квазификсированной точки интервал изменений m_{h_1} существенно шире показанного на рис. 3.7. В самом деле, из данных, приведённых в таблице 3.4, следует, что даже небольшие отклонения $R_1(\Lambda)$ от 0.75 позволяют увеличить массу легчайшего бозона до 130 – 140 ГэВ. Это главным образом связано с сильной зависимостью $R_4(\Lambda)$ от $R_1(\Lambda)$ и $R_2(\Lambda)$, а также крайне слабой сходимостью решений уравнений ренормгруппы для $\lambda_4(q)$ к соответствующей квазификсированной точке. В силу того, что $\lambda_4(M_t) < 0$, m_{h_1} заметно возрастает с уменьшением абсолютной величины данного параметра, т.е с уменьшением абсолютной величины $R_4(\Lambda)$.

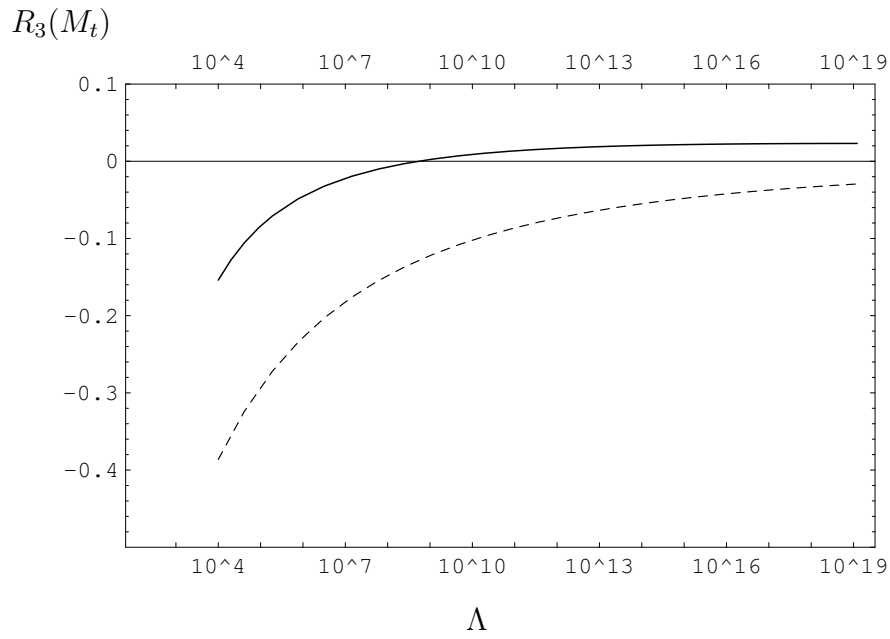


(a)

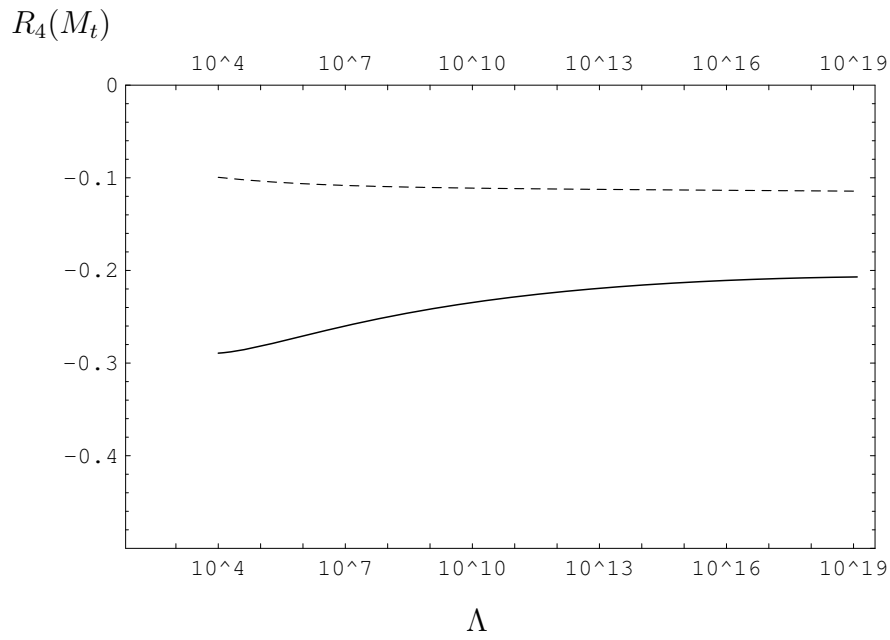


(б)

Рис. 3.5: Зависимость $R_1(M_t)$ — рис. а и $R_2(M_t)$ — рис. б от шкалы Λ (в ГэВ) при $R_1(\Lambda) = 0.75$, $R_2(\Lambda) = 0.883$, а также значениях $R_3(\Lambda)$ и $R_4(\Lambda)$, которые определяются соотношениями (3.67)–(3.68). Сплошные и пунктирные линии отвечают $h_t^2(\Lambda) = 10$ и $h_t^2(\Lambda) = 2.25$ соответственно.



(a)



(б)

Рис. 3.6: Зависимость $R_3(M_t)$ — рис. а и $R_4(M_t)$ — рис. б от шкалы Λ (в ГэВ) при $R_1(\Lambda) = 0.75$, $R_2(\Lambda) = 0.883$, а также значениях $R_3(\Lambda)$ и $R_4(\Lambda)$, которые определяются соотношениями (3.67)–(3.68). Сплошные и пунктирные линии отвечают $h_t^2(\Lambda) = 10$ и $h_t^2(\Lambda) = 2.25$ соответственно.

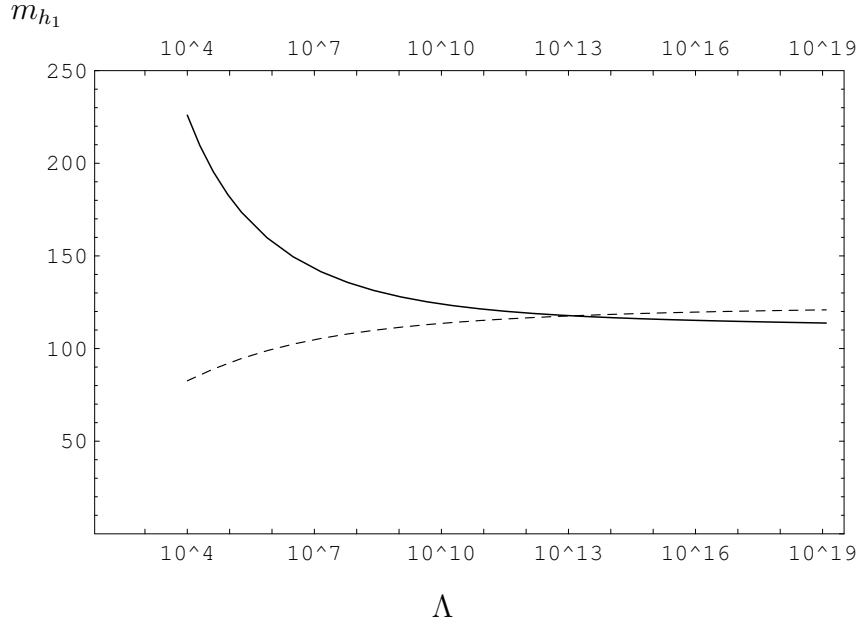


Рис. 3.7: Зависимость массы легчайшего бозона Хиггса m_{h_1} (в ГэВ) от шкалы Λ (в ГэВ) при $m_A^2 \gg v^2$, $M_t = 171.4$ ГэВ, $m_t(M_t) = 161.6$ ГэВ, $R_1(\Lambda) = 0.75$, $R_2(\Lambda) = 0.883$, а также значениях $R_3(\Lambda)$ и $R_4(\Lambda)$, которые определяются соотношениями (3.67)–(3.68). Сплошная и пунктирная линии отвечают $h_t^2(\Lambda) = 10$ и $h_t^2(\Lambda) = 2.25$ соответственно.

В то же самое время вариации $R_1(\Lambda)$ и $R_2(\Lambda)$ заметно меньше сказываются на изменениях $\lambda_1(M_t)$, $\lambda_2(M_t)$ и $\lambda_3(M_t)$ из-за достаточно хорошей сходимости соответствующих решений уравнений ренормгруппы к квазификсированным точкам.

Λ	$R_1(\Lambda)$	$R_3(\Lambda)$	$R_4(\Lambda)$	$\tan \beta$	$\lambda_1(M_t)$	$\lambda_2(M_t)$	$\lambda_3(M_t)$	$\lambda_4(M_t)$	$m_{h_1}(M_t)$
M_{Planck}	0.75	-0.580	-0.234	1.11	0.407	0.938	0.037	-0.331	116.0
M_{Planck}	0.78	-0.656	-0.173	1.11	0.423	0.941	0.021	-0.246	125.6
M_{Planck}	0.81	-0.777	-0.068	1.11	0.436	0.944	-0.021	-0.113	136.8
10^{10}	0.75	-0.580	-0.233	0.854	0.732	1.355	0.019	-0.491	124.3
10^{10}	0.81	-0.780	-0.066	0.854	0.750	1.362	-0.112	-0.161	147.6

Таблица 3.4: $R_3(\Lambda)$, $R_4(\Lambda)$, $\tan \beta$, $\lambda_i(M_t)$ и $m_{h_1}(M_t)$ (в ГэВ) в зависимости от Λ (в ГэВ) и $R_1(\Lambda)$ при $R_2(\Lambda) = 0.883$ и $h_t^2(\Lambda) = 10$. Предполагается, что $\lambda_5(\Lambda) = \lambda_6(\Lambda) = \lambda_7(\Lambda) = 0$, $\tilde{\lambda}(\Lambda) = \beta_{\tilde{\lambda}}(\Lambda) = 0$, $M_t = 173.4$ ГэВ, $\alpha_3(M_Z) = 0.117$ и $m_A^2 \gg v^2$.

В принципе относительно малые значения $\tan \beta$, отвечающие сценарию инфракрасной квазификсированной точки в рассматриваемом расширении СМ, приводят к тому, что константы взаимодействия хиггсовских состояний с t кварками существенно больше, чем, например, в МССМ. Вследствие этого сечение рождения легчайшего хиггсовского бозона могло бы быть в 1.5 – 2 раза больше, чем в СМ [103]–[104]. Поскольку обнаруженное в экспериментах на БАК хиггсовское состояние взаимодействует с частицами СМ практически так же как бозон Хиггса в СМ и никаких дополнительных хиггсовских состояний до сих пор

открыто не было, уместно исходить из того, что новые бозоны Хиггса в рассматриваемом расширении СМ должны быть достаточно тяжёлыми. Именно такой сценарий реализуется при $m_A^2 \gg v^2$. При этом сценарий инфракрасной квазификсированной точки предполагает, что константы взаимодействия тяжёлых нейтральных хиггсовских состояний с t кварками должны быть существенно больше, чем в МССМ.

3.3 СУГРА модели с вырожденными вакуумами

Ожидается, что при сверхвысоких энергиях стандартная модель и/или её расширение являются составной частью теории, которая объединяет калибровочные и гравитационные взаимодействия. При энергиях малых по сравнению с массой Планка низкоэнергетический предел такой теории может описываться самыми разными моделями. К их числу следует отнести супергравитационные (СУГРА) модели, лагранжиан которых инвариантен по отношению к локальным преобразованиям суперсимметрии. Простейшим (N=1) СУСИ моделям, обсуждению которых посвящена основная часть данной диссертационной работы, соответствуют (N=1) СУГРА модели. Весьма успешные предсказания, полученные для масс бозона Хиггса и t кварка (3.4) в рамках СМ, стимулируют изучение возможных проявлений принципа мультикритической точки в рамках (N=1) СУГРА моделей.

Лагранжиан (N=1) супергравитации [33], [37], [376] определяется калибровочными кинетическими функциями $f_a(\phi_M)$ и калибровочно-инвариантной кэлеровой функцией $G(\phi_M, \phi_M^*)$, которые зависят от киральных суперполей ϕ_M . Первая из этих функций, в частности, определяет кинетические члены полей, входящих в векторные мультиплеты, а также калибровочные константы на планковской шкале, т.е. $\text{Re}f_a = 1/g_a^2$, где индекс a соответствует различным калибровочным группам. Кэлерова функция представляет собой комбинацию двух других функций:

$$G(\phi_M, \phi_M^*) = K(\phi_M, \phi_M^*) + \ln |W(\phi_M)|^2, \quad (3.72)$$

где $K(\phi_M, \phi_M^*)$ называется кэлеровым потенциалом, а $W(\phi_M)$ — суперпотенциал рассматриваемой СУГРА модели. Вторые производные кэлерова потенциала определяют кинетические члены полей, входящих в киральные супермультиплеты. В этом и в следующем разделах мы будем использовать общепринятую в супергравитации систему единиц, в которой $M_{Pl} \equiv M_{Planck}/\sqrt{8\pi} = 1$.

Потенциал взаимодействия скалярных полей в (N=1) СУГРА моделях так же как и в (N=1) СУСИ моделях может быть представлен в виде суммы F и D членов [33], [37],[376]–[377]:

$$V_{SUGRA}(\phi_M, \phi_M^*) = V_F(\phi_M, \phi_M^*) + V_D(\phi_M, \phi_M^*), \quad (3.73)$$

$$V_F(\phi_M, \phi_M^*) = e^G \left(G_M G^{M\bar{N}} G_{\bar{N}} - 3 \right) = \left(F^{\bar{N}} G_{\bar{N}M} F^M - 3e^G \right), \quad (3.74)$$

$$V_D(\phi_M, \phi_M^*) = \frac{1}{2} \sum_a (D^a)^2, \quad D^a = g_a \sum_{i,j} (G_i T_{ij}^a \phi_j), \quad (3.75)$$

где

$$\begin{aligned} G_M &\equiv \partial_M G \equiv \frac{\partial G}{\partial \phi_M}, & G_{\bar{M}} &\equiv \partial_{\bar{M}} G \equiv \frac{\partial G}{\partial \phi_M^*}, \\ G_{\bar{N}M} &\equiv \frac{\partial^2 G}{\partial \phi_N^* \partial \phi_M}, & G^{M\bar{N}} &= G_{\bar{N}M}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.76)$$

В выражении (3.75) g_a — калибровочная константа взаимодействия, отвечающая генераторам соответствующих преобразований T^a . Часть потенциала взаимодействия V_F представлена как функция вспомогательных полей

$$F^M = e^{G/2} G^{M\bar{P}} G_{\bar{P}}.$$

Как уже отмечалось ранее, СУСИ не может быть точной симметрией, так как при низких энергиях приводит к бозе–фермиевскому вырождению спектра. Для нарушения СУСИ в (N=1) СУГРА моделях обычно вводится "скрытый" сектор, включающий поля, которые не принимают участия в $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ взаимодействиях. В минимуме потенциала взаимодействия (3.73)–(3.75) поля "скрытого" сектора h_m приобретают большие вакуумные средние (~ 1) таким образом, что по крайней мере среднее по вакууму одного из вспомогательных полей $\langle F^m \rangle \neq 0$. Вследствие этого происходит нарушение локальной суперсимметрии. Как и в случае глобальной СУСИ нарушение локальной суперсимметрии сопровождается появлением голдстино, которое поглощается суперпартнером гравитона со спином $3/2$ — гравитино. При этом гравитино становится массивным:

$$m_{3/2} = e^{G/2}. \quad (3.77)$$

Данное явление получило название супер–хиггс эффекта [378].

Предполагается, что поля "скрытого" сектора взаимодействуют с полями наблюдаемого сектора только посредством гравитационного взаимодействия. В области низких энергий поля "скрытого" сектора полностью отщепляются. Тем не менее при нарушении локальной суперсимметрии генерируются параметры мягкого нарушения СУСИ $M_A, m_\alpha^2, A_{\alpha\beta\gamma}$ и $B_{\alpha\beta}$ (см. (1.10)) [379]–[380], масштаб которых определяется массой гравитино. Если данные параметры оказываются порядка нескольких ТэВ, то отношение $m_{3/2}/M_{Pl} \sim 10^{-15}$. Получение такой большой иерархии между планковской шкалой и шкалой нарушения СУСИ в СУГРА моделях является нетривиальной задачей. Наиболее естественным образом необходимая иерархия генерируется в рамках непертурбативного сценария нарушения СУСИ, который предполагает конденсацию калибрино калибровочных суперполей "скрытого" сектора [381].

Несомненно, что величины параметров мягкого нарушения СУСИ существенным образом зависят от механизма нарушения локальной СУСИ и от типа СУГРА моделей, т.е. от состава полей "скрытого" сектора и т.д. Однако оказывается возможным прояснить некоторые особенности исследуемых теорий, не вдаваясь в детали механизма нарушения СУСИ. В частности, можно показать, что в супергравитации с N киральными суперполями и нулевой

космологической постоянной Λ соотношение (73) модифицируется [382]

$$Str M^2 = 2(N - 1)m_{3/2}^2 - 2R_{i\bar{j}}F_{\bar{i}}F_j, \quad (3.78)$$

$$R_{i\bar{j}} = [\ln \det G_{l\bar{k}}]_{i\bar{j}}.$$

Первое слагаемое в выражении (3.78) является положительно определенной величиной, что позволяет получить положительное значение $Str M^2$. Это в свою очередь приводит к тому, что в СУГРА моделях в среднем бозоны оказываются значительно тяжелее своих фермионных партнеров. Более сложные СУГРА модели ($N=2,4,8$) рассматривались в обзоре [377].

Кэлеров потенциал и суперпотенциал могут быть представлены в виде разложения по полям наблюдаемого сектора φ_α [383]–[386]:

$$K = \hat{K}(h_m, h_m^*) + \tilde{K}_{\bar{\alpha}\beta}(h_m, h_m^*)\varphi_{\bar{\alpha}}^*\varphi_\beta + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}(h_m, h_m^*)\varphi_\alpha\varphi_\beta + h.c. \right] + \dots, \quad (3.79)$$

$$W = \hat{W}(h_m) + \frac{1}{2}\mu'_{\alpha\beta}(h_m)\varphi_\alpha\varphi_\beta + \frac{1}{6}Y'_{\alpha\beta\gamma}(h_m)\varphi_\alpha\varphi_\beta\varphi_\gamma + \dots \quad (3.80)$$

Высшие члены разложения по полям наблюдаемого сектора в (3.79)–(3.80) опущены, так как коэффициенты при них подавлены по массе Планка M_{Pl} степенным образом. Стоит отметить, что коэффициенты разложения $\tilde{K}_{\bar{\alpha}\beta}$, $Y'_{\alpha\beta\gamma}$, $\mu'_{\alpha\beta}$ и $Z_{\alpha\beta}$ в общем случае зависят от полей "скрытого" сектора. Для того чтобы избежать проблемы μ -члена, которая обсуждалась ранее, необходимо чтобы $\mu'_{\alpha\beta} \ll 1$. Существующие решения этой проблемы предполагают, что в разложении (3.80) $\mu'_{\alpha\beta} = 0$. Тогда в рамках НМССМ эффективный μ -член может генерироваться в результате приобретения дополнительным синглетным суперполем S ненулевого вакуумного среднего. В случае, когда низкоэнергетический предел рассматриваемой теории описывается МССМ, μ -член в суперпотенциале может генерироваться за счет отличного от нуля слагаемого $(Z(H_1 H_2) + h.c.)$ в кэлеровом потенциале. Действительно, так как потенциал взаимодействия скалярных полей (3.73)–(3.75) инвариантен по отношению к преобразованиям [382], [387]:

$$\begin{cases} K' = K - g - g^* \\ W' = W e^g, \end{cases} \quad (3.81)$$

при соответствующем выборе функции $g(\phi_M)$ можно перейти к кэлеровому потенциалу стандартного вида (т.е., когда $Z_{\alpha\beta} = 0$) и суперпотенциалу $W'(\phi_M)$, оставляя неизменным при этом потенциал взаимодействия скалярных полей. Разлагая потенциал взаимодействия (3.73)–(3.75) по полям наблюдаемого сектора, для величины эффективного параметра μ получаем [386]:

$$\mu_Z = (m_{3/2}Z - F^{\bar{m}}\partial_{\bar{m}}Z) (\tilde{K}_{H_1}\tilde{K}_{H_2})^{-1/2}. \quad (3.82)$$

Кроме того, μ -член в суперпотенциале (3.80) может генерироваться в результате неперенормируемого взаимодействия полей наблюдаемого и "скрытого" секторов. Появление неперенормируемых операторов такого вида может быть обусловлено непертурбативными

эффектами (например, конденсацией калибрино) [184],[388]. В простейшем случае [184], когда это взаимодействие характеризуется единственной константой λ , в разложении (3.80) оно имеет вид $\lambda \hat{W}(h_m)(H_1 H_2)$. В результате супер-хиггс эффекта поля "скрытого" сектора и $\hat{W}(h_m)$ приобретают вакуумные средние и таким образом генерируется параметр μ [386]:

$$\mu_\lambda = \lambda m_{3/2} (\tilde{K}_{H_1} \tilde{K}_{H_2})^{-1/2}, \quad (3.83)$$

который оказывается порядка шкалы нарушения СУСИ. В соотношениях (3.82) и (3.83) \tilde{K}_{H_1} и \tilde{K}_{H_2} являются коэффициентами при $|H_1|^2$ и $|H_2|^2$ в разложении (3.79).

Вместе с параметрами μ_Z и μ_λ два описанных выше сценария генерации μ -члена приводят к появлению соответствующих билинейных констант взаимодействия B_Z и B_λ . Величина этих параметров также определяется массой гравитино $m_{3/2}$. Следует отметить, что оба механизма генерации μ -члена могут присутствовать в СУГРА теориях одновременно. При этом результаты (3.82) и (3.83) легко обобщаются [385]:

$$\mu = \mu_\lambda + \mu_Z, \quad B = \frac{1}{\mu} (B_\lambda \mu_\lambda + B_Z \mu_Z). \quad (3.84)$$

Используя потенциал взаимодействия скалярных полей (3.73)–(3.75), а также разложение по полям наблюдаемого сектора кэлерова потенциала (3.79) и суперпотенциала (3.80), можно получить выражения для параметров мягкого нарушения СУСИ в рамках СУГРА моделей. При нахождении фундаментальных параметров m_α^2 , M_a , $B_{\alpha\beta}$ и $A_{\alpha\beta\gamma}$ обычно исходят из того, что спонтанное нарушение локальной суперсимметрии в СУГРА моделях обусловлено ненулевыми вакуумными средними F-членов [384]–[386]. Вкладом же D-членов, как правило, пренебрегают. Их влияние на параметры мягкого нарушения суперсимметрии изучалось, например, в работе [389]. При нахождении фундаментальных параметров скалярные поля "скрытого" сектора h_m и соответствующие им вспомогательные поля F^m необходимо заменить их вакуумными средними и перейти к пределу $M_{Pl} \rightarrow \infty$ при фиксированной массе гравитино $m_{3/2}$ [390]. В этом случае в области низких энергий лагранжиан теории оказывается перенормируемым и по форме совпадает с лагранжианом мягко нарушенной суперсимметрии (1.10). Все перенормируемые члены оказываются подавленными по массе Планка M_{Pl} степенным образом и зануляются в рассматриваемом пределе. Для того чтобы избежать процессов, сопровождающихся нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, коэффициенты разложения (3.79) $\tilde{K}_{\alpha\beta}(h_m, h_m^*)$ выбираются в виде $\tilde{K}_{\alpha\beta}(h_m, h_m^*) = \delta_{\alpha\beta} \tilde{K}_\alpha(h_m, h_m^*)$. Кроме того, предполагается, что $\langle V_F(h_m) \rangle = 0$. В этом приближении для параметров мягкого нарушения суперсимметрии находим [386]:

$$m_\alpha^2 = m_{3/2}^2 - F^{\bar{m}} F^n \partial_{\bar{m}} \partial_n \ln \tilde{K}_\alpha, \quad (3.85)$$

$$A_{\alpha\beta\gamma} = F^m \left[\hat{K}_m + \partial_m \ln Y'_{\alpha\beta\gamma} - \partial_m \ln(\tilde{K}_\alpha \tilde{K}_\beta \tilde{K}_\gamma) \right], \quad (3.86)$$

$$M_a = \frac{1}{2} (Ref_a)^{-1} F^m \partial_m f_a. \quad (3.87)$$

При выводе соотношений (3.85)–(3.87) предполагалось, что все поля наблюдаемого сектора нормированы таким образом, чтобы их кинетические члены в лагранжиане имели канонический вид. Скалярные поля наблюдаемого сектора y_α , поля калибрино λ_a , юкавские константы $h_{\alpha\beta\gamma}$ связаны с соответствующими полями и константами взаимодействия в разложении (3.79)–(3.80) следующим образом:

$$\begin{aligned} y_\alpha &= \sqrt{\tilde{K}_\alpha} \varphi_\alpha, \quad \lambda_a = (Ref_a)^{1/2} \hat{\lambda}_a, \\ h_{\alpha\beta\gamma} &= Y'_{\alpha\beta\gamma} \frac{\hat{W}^*(h_m)}{|\hat{W}(h_m)|} e^{\hat{K}/2} (\tilde{K}_\alpha \tilde{K}_\beta \tilde{K}_\gamma)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Здесь не приведены выражения для параметров $B_{\alpha\beta}$, так как их вид сильно зависит от механизма генерации отвечающих им $\mu'_{\alpha\beta}$ в разложении (3.80). Следует отметить, что в соотношении (3.85) первое слагаемое дает универсальный вклад, в то время как второе — генерирует различие в массах скалярных частиц. Универсальность масс скалярных частиц m_α^2 , в частности, позволяет подавить процессы, сопровождающиеся нейтральными переходами с изменением аромата, в суперсимметричных расширениях СМ [384].

Имплементация принципа мультикритической точки в СУГРА моделях предполагает наличие по крайней мере двух вырожденных вакуумов. Одним из них должен быть физический вакуум, отвечающий минимуму потенциала взаимодействия скалярных полей (3.73)–(3.75), в котором (N=1) СУСИ полностью нарушена. В этом вакууме поля "скрытого" сектора h_m приобретают вакуумные средние $h_m^{(1)}$. Естественно предположить, что другой минимум соответствует суперсимметричному вакууму. Однако в самом общем случае два таких вакуума просто не могут быть вырожденными. Действительно, когда вакуумные средние всех вспомогательных полей F^M и D^a зануляются, потенциал взаимодействия скалярных полей (3.73)–(3.75) даёт огромный и отрицательный вклад в плотность энергии суперсимметричного вакуума, т.е. $-3e^G$. Такой вакуум, например, реализуется в случае, если кэлерова функция имеет стационарную точку, где все $G_M = 0$. В то же самое время плотность энергии физического вакуума является положительной. Для того чтобы два упомянутых выше вакуума могли быть вырожденными, необходимо предположить, что низкоэнергетический предел рассматриваемой теории во втором вакууме с высокой точностью описывается суперсимметричной моделью в плоском пространстве. По сути, данное предположение отвечает дополнительной тонкой настройке, так как оно предполагает, что плотность энергии суперсимметричного вакуума с высокой точностью зануляется.

Последнее утверждение несложно продемонстрировать на примере минимальной СУГРА модели [379], [390], [391] с кэлеровым потенциалом

$$K(\phi_M, \phi_M^*) = \sum_m h_m h_m^* + \sum_\alpha |\varphi_\alpha|^2, \quad (3.89)$$

который приводит к кинетическим членам канонического вида в лагранжиане. Потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора, отвечающий кэлерову потенциалу

(3.89), можно представить в следующем виде

$$V_F^{hid}(h_m, h_m^*) = e^{\hat{K}(h_m, h_m^*)} \left(\sum_k \left| \frac{\partial \hat{W}(h_m)}{\partial h_k} + h_k^* \hat{W}(h_m) \right|^2 - 3|\hat{W}(h_m)|^2 \right). \quad (3.90)$$

Плотность энергии суперсимметричного вакуума, в котором поля "скрытого" сектора h_m приобретают вакуумные средние $h_m^{(2)}$, зануляется только, если

$$\langle \hat{W}(h_m^{(2)}) \rangle = 0. \quad (3.91)$$

При этом вспомогательные поля F^M зануляются при

$$\left. \frac{\partial \hat{W}(h_m)}{\partial h_k} \right|_{h_m=h_m^{(2)}} = 0. \quad (3.92)$$

Таким образом суперсимметричный вакуум с нулевой плотностью энергии реализуется, когда суперпотенциал имеет стационарную точку, вблизи которой его значение обращается в ноль. В самом общем случае существование такой стационарной точки требует тонкой настройки параметров суперпотенциала. В окрестности данной точки все параметры мягкого нарушения суперсимметрии (3.85)–(3.87) также зануляются.

Поскольку появление вакуума с отрицательной плотностью энергии препятствует имплементации принципа мультикритической точки, потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора (3.90) должен быть положительно определённым. "Скрытый" сектор простейшей СУГРА модели, которая удовлетворяет всем перечисленным выше условиям, содержит только одно суперполе z . Суперпотенциал этой модели имеет вид [97]:

$$\hat{W}(z) = m_0(z + \beta)^2. \quad (3.93)$$

При $\beta = \beta_0 = -\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора (3.90) имеет два минимума. В этих минимумах плотность энергии зануляется. Минимум $z^{(2)} = -\beta$ отвечает стационарной точке суперпотенциала (3.93), где он обращается в ноль. В данном минимуме суперсимметрия остаётся ненарушенной. В другом минимуме $z^{(1)} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ гравитино приобретает массу $m_{3/2} = 1.487 \cdot m_0$ и генерируется набор параметров мягкого нарушения СУСИ. В частности

$$m_\alpha^2 = m_{3/2}^2, \quad A_{\alpha\beta\gamma} = (3 - \sqrt{6})m_{3/2}. \quad (3.94)$$

Этот минимум соответствует физическому вакууму. Варьируя параметр β в окрестности β_0 можно получить как положительный так и отрицательный вклад полей "скрытого" сектора в полную плотность энергии физического вакуума. Поэтому параметр β можно всегда подобрать таким образом, чтобы оба вакуума имели одинаковые плотности энергии.

В более сложных СУГРА моделях потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора может иметь несколько минимумов. При этом принцип мультикритической

точки предполагает, что потенциал взаимодействия (3.90) должен быть положительно определённым и иметь по крайней мере два вырожденных минимума с нулевой плотностью энергии, которые отвечают физическому и суперсимметричному вакуумам. Причём число вырожденных вакуумов с нулевой плотностью энергии может быть значительно больше двух.

В наиболее общем случае потенциал взаимодействия скалярных полей в (N=1) СУГРА моделях не является положительно определённым. Однако существует специальный класс (N=1) СУГРА моделей, так называемые "no-scale" модели, в которых инвариантность лагранжиана по отношению к преобразованиям глобальной $SU(1, 1)$ симметрии приводит к тому, что потенциал взаимодействия (3.73)–(3.75) тождественно зануляется при определенных вакуумных конфигурациях [37],[392]. В этих моделях потенциал взаимодействия скалярных полей оказывается положительно определённым и может иметь множество вырожденных вакуумов с нулевой плотностью энергии.

В простейшем случае, когда "скрытый" сектор данных моделей содержит только одно суперполе T , инвариантность лагранжиана по отношению к преобразованиям [123]

$$T \rightarrow T + i\beta, \quad \varphi_\alpha \rightarrow \varphi_\alpha; \quad (3.95)$$

$$T \rightarrow \alpha^2 T, \quad \varphi_\sigma \rightarrow \alpha \varphi_\sigma. \quad (3.96)$$

полностью определяет структуру взаимодействий в суперпотенциале и кэлеровом потенциале рассматриваемых моделей. В самом деле, инвариантность лагранжиана по отношению к глобальным преобразованиям (3.81) и (3.95) предполагает, что кэлеров потенциал может быть выбран таким образом, чтобы он зависел только от $T + \bar{T}$, φ_σ и $\bar{\varphi}_\sigma$, а суперпотенциал не зависел от суперполя "скрытого" сектора. Исходя из того, что в суперпотенциал должны входить члены кубичные по киральным суперполям наблюдаемого сектора φ_σ , можно показать, что кэлеров потенциал и суперпотенциал в этом случае могут быть представлены в виде:

$$K(T + \bar{T}, \varphi_\sigma, \bar{\varphi}_\sigma) = -3 \ln(T + \bar{T}) + \sum_\sigma \tilde{C}_\sigma \frac{|\varphi_\sigma|^2}{(T + \bar{T})}, \quad (3.97)$$

$$W(\varphi_\alpha) = \sum_{\sigma, \beta, \gamma} \frac{1}{6} Y_{\sigma\beta\gamma} \varphi_\sigma \varphi_\beta \varphi_\gamma, \quad (3.98)$$

где \tilde{C}_σ и $Y_{\sigma\beta\gamma}$ не зависят от T и \bar{T} , т.е. являются константами. В выражении (3.97) высшие члены разложения по $|\varphi_\sigma|^2$ опущены, так как коэффициенты при них подавлены по массе Планка M_{Pl} степенным образом.

Зависимость кэлерова потенциала (3.97) от суперполей T и \bar{T} такова, что часть потенциала взаимодействия (3.73)–(3.75), отвечающая "скрытому" сектору, зануляется, т.е.

$$V_{hid} = e^G \left(G_T G^{T\bar{T}} G_{\bar{T}} - 3 \right) = 0.$$

Полный потенциал взаимодействия скалярных полей в рассматриваемой СУГРА модели имеет вид

$$V = \frac{1}{3} e^{2K/3} \sum_{\alpha} \left| \frac{\partial W(\tilde{\varphi}_{\alpha})}{\partial \tilde{\varphi}_{\alpha}} \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_a (D^a)^2, \quad \tilde{\varphi}_{\alpha} = \sqrt{\frac{\tilde{C}_{\sigma}}{3}} \varphi_{\alpha}. \quad (3.99)$$

Минимум положительно определённого потенциала взаимодействия (3.99) соответствует

$$\left\langle \frac{\partial W(\tilde{\varphi}_{\alpha})}{\partial \tilde{\varphi}_{\alpha}} \right\rangle = \langle D^a \rangle = 0.$$

Как следствие, плотность энергии в окрестности минимума зануляется.

При низких энергиях кэлеров потенциал (3.97) и суперпотенциал (3.98) приводят к суперсимметричному спектру частиц. Более того инвариантность лагранжиана "no-scale" СУГРА моделей по отношению к глобальным преобразованиям (3.95)–(3.96) препятствует нарушению локальной суперсимметрии. Это можно продемонстрировать на примере $SU(5)$ СУСИ модели с одним супермультиплетом Φ в присоединённом представлении группы $SU(5)$ и одним синглетным суперполем S . Глобальные и калибровочная симметрии полностью определяют вид суперпотенциала данной модели:

$$W(S, \Phi) = \frac{\varkappa}{3} S^3 + \lambda \text{Tr} \Phi^3 + \sigma S \text{Tr} \Phi^2. \quad (3.100)$$

В наиболее общем случае минимуму потенциала взаимодействия скалярных полей, который соответствует суперпотенциалу (3.100), отвечает $\langle S \rangle = \langle \Phi \rangle = 0$. В этом минимуме локальная суперсимметрия и $SU(5)$ калибровочная симметрия остаются ненарушенными. Однако, если $\varkappa = -40\sigma^3/(3\lambda^2)$, существует вакуумная конфигурация

$$\langle \Phi \rangle = \frac{\Phi_0}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix}, \quad \langle S \rangle = S_0, \quad \Phi_0 = \frac{4\sqrt{15}\sigma}{3\lambda} S_0, \quad (3.101)$$

которая при ненулевых значениях S_0 нарушает $SU(5)$ калибровочную симметрию до $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. В то же самое время суперпотенциал и все вспомогательные поля F^M и D^a зануляются, что отвечает нулевой плотности энергии и ненарушенной локальной суперсимметрии. Другими словами, лагранжиан данной СУГРА модели инвариантен по отношению к преобразованиям глобальной $U(1)_R$ симметрии, которая наряду с локальной СУСИ остаётся ненарушенной в минимуме потенциала взаимодействия скалярных полей.

Вакуум, в котором (N=1) локальная суперсимметрия нарушается, появляется, если в суперпотенциале модели ввести члены, нарушающие $U(1)_R$ симметрию. В результате глобальная симметрия, соответствующая преобразованиям (3.96), не является точной. В рамках

простейшей $SU(5)$ СУСИ модели с одним супермультиплетом Φ в присоединенном представлении группы $SU(5)$ это может отвечать введению массового члена в суперпотенциал, который удобно представить в следующем виде:

$$W(\Phi) = M_X \text{Tr} \Phi^2 + \lambda \text{Tr} \Phi^3. \quad (3.102)$$

При этом потенциал взаимодействия скалярных полей (3.99) имеет несколько вырожденных вакуумов с нулевой плотностью энергии. В одном из минимумов, где $\langle \Phi \rangle = 0$, $SU(5)$ калибровочная симметрия и локальная суперсимметрия остаются ненарушенными. Тем не менее существует и другой минимум, где $SU(5)$ калибровочная симметрия нарушается до $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ и $\Phi_0 = \frac{4\sqrt{15}}{3\lambda} M_X$. В этом вакууме вспомогательное поле F_T приобретает вакуумное среднее

$$\langle |F_T| \rangle \simeq \left\langle \frac{|W(\Phi)|}{(T + \bar{T})^{1/2}} \right\rangle = m_{3/2} \langle (T + \bar{T}) \rangle, \quad (3.103)$$

что приводит к генерации ненулевой массы гравитино

$$m_{3/2} = \left\langle \frac{|W(\Phi)|}{(T + \bar{T})^{3/2}} \right\rangle = \frac{40}{9} \frac{M_X^3}{\lambda^2 \langle (T + \bar{T})^{3/2} \rangle}. \quad (3.104)$$

Хотя вакуумное среднее поля T остаётся неопределённым в силу того, что потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора зануляется, локальная СУСИ нарушается в данном вакууме. Однако параметры мягкого нарушения СУСИ в секторе полей наблюдаемого сектора не генерируются. По этой причине бозе–фермиевское вырождение спектра остаётся.

Для того чтобы в рассматриваемых СУГРА моделях появился вакуум, который мог бы отвечать физическому вакууму, необходимо модифицировать часть кэлерова потенциала, соответствующую наблюдаемому сектору. Рассмотрим ($N=1$) СУГРА модель, "скрытый" сектор которой включает два суперполя T и z . При преобразованиях (3.95)–(3.96) киральное суперполе T преобразуется как и прежде, а киральное суперполе z преобразуется также как супермультиплеты φ_α наблюдаемого сектора. Поскольку суперполе z преобразуется также как φ_α , суперпотенциал рассматриваемой модели, который можно представить в виде [98]–[101], [124]–[130]:

$$W(z, \varphi_\alpha) = W_{hid} + W_{obs}, \quad (3.105)$$

$$W_{hid} = \varkappa \left(z^3 + \mu_0 z^2 + \sum_{n=4}^{\infty} c_n z^n \right), \quad W_{obs} = \sum_{\sigma, \beta, \gamma} \frac{1}{6} Y_{\sigma\beta\gamma} \varphi_\sigma \varphi_\beta \varphi_\gamma,$$

в наиболее общем случае зависит от z . Как и в случае $SU(5)$ модели массовый член $\mu_0 z^2$ и члены $c_n z^n$ в суперпотенциале (3.105) нарушают глобальные симметрии. Как уже отмечалось, такое нарушение симметрий может не привести к ненулевой плотности энергии вакуума, если структура кэлерова потенциала "скрытого" сектора остаётся неизменной. В то же

самое время спонтанное нарушение локальной СУСИ в одном из вакуумов рассматриваемой модели может быть обусловлено ненулевыми значениями параметров μ_0 и C_n .

Имплементация принципа мультикритической точки в (N=1) СУГРА моделях предполагает, что в одном из вакуумов суперпотенциал и его производные зануляются. В случае суперпотенциала (3.105) такой вакуум соответствует $z = 0$. Существование данной стационарной точки суперпотенциала возможно только при условии, что в нём не содержится член пропорциональный суперполю z . Если киральное суперполе z преобразуется при калибровочных преобразованиях полей "скрытого" сектора, то член линейный по z в суперпотенциале (3.105) может быть запрещён калибровочной симметрией, как и в случае $SU(5)$ модели.

В самом общем случае нарушение глобальных симметрий позволяет включить много дополнительных членов в часть суперпотенциала (3.105), которая отвечает наблюдаемому сектору. Некоторые из таких дополнительных членов, как например $\mu_{\alpha\beta}\varphi_\alpha\varphi_\beta$, приводят к серьёзным проблемам, которые обсуждались ранее. Для того чтобы избежать этого, далее будет предполагаться, что в суперпотенциале наблюдаемого сектора упомянутые выше глобальные симметрии не нарушаются.

Кэлеров потенциал рассматриваемой (N=1) СУГРА модели имеет вид [98]–[101], [124]–[130]:

$$K(\phi_M, \phi_M^*) = -3 \ln \left[T + \bar{T} - |z|^2 - \sum_\alpha \zeta_\alpha |\varphi_\alpha|^2 \right] + \sum_{\alpha,\beta} \left(\frac{\eta_{\alpha\beta}}{2} \varphi_\alpha \varphi_\beta + h.c. \right) + \sum_\beta \xi_\beta |\varphi_\beta|^2, \quad (3.106)$$

где ζ_α , $\eta_{\alpha\beta}$ и ξ_β не зависят от полей "скрытого" сектора, т.е. являются константами. Первое слагаемое в выражении (3.106) приводит к кинетическим членам, которые инвариантны по отношению к преобразованиям $SU(N, 1)$ симметрии, где N — число киральных суперполей рассматриваемой СУГРА модели. Взаимодействия в суперпотенциале (3.105) и D члены в потенциале взаимодействия скалярных полей нарушают $SU(N, 1)$ симметрию. Разлагая первое слагаемое по $\frac{|z|^2}{T + \bar{T}}$ и $\frac{|\varphi_\alpha|^2}{T + \bar{T}}$, можно воспроизвести кэлеров потенциал (3.97). Все остальные члены в выражении (3.106) нарушают глобальную симметрию, отвечающую преобразованиям (3.96). Они обычно появляются в минимальной СУГРА модели и генерируют параметры мягкого нарушения СУСИ, а также эффективный μ -член. По этой причине данные члены были включены и в кэлеров потенциал рассматриваемой (N=1) СУГРА модели. С другой стороны часть кэлерова потенциала, соответствующая "скрытому" сектору, оставлена без изменений для того, чтобы потенциал взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора оставался положительно определённым.

Кэлеров потенциал (3.106) приводит к потенциалу взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора [98]–[101], [124]–[130]

$$V_{hid} = \frac{1}{3(T + \bar{T} - |z|^2)^2} \left| \frac{\partial W_{hid}(z)}{\partial z} \right|^2. \quad (3.107)$$

Минимумы потенциала взаимодействия (3.107) совпадают с стационарными точками суперпотенциала "скрытого" сектора. В простейшем случае, когда $c_n = 0$, этот суперпотенциал имеет две таких точки $z = 0$ и $z = -\frac{2\mu_0}{3}$. В окрестности данных точек потенциал взаимодействия (3.107) зануляется и вакуумы оказываются вырожденными. В первом вакууме, где $z = -\frac{2\mu_0}{3}$, локальная СУСИ нарушается и гравитино приобретает массу:

$$m_{3/2} = \left\langle \frac{W_{hid}(z)}{(T + \bar{T} - |z|^2)^{3/2}} \right\rangle = \frac{4\kappa\mu_0^3}{27 \left\langle \left(T + \bar{T} - \frac{4\mu_0^2}{9} \right)^{3/2} \right\rangle}. \quad (3.108)$$

В другом минимуме, при $z = 0$, соотношения (3.91)–(3.92) автоматически удовлетворяются без какой-либо дополнительной тонкой настройки параметров модели и масса гравитино зануляется.

Низкоэнергетический предел рассматриваемой теории в первом вакууме описывается лагранжианом мягко-нарушенной суперсимметрии, который соответствует суперпотенциалу

$$W_{eff} = \sum_{\alpha, \beta} \frac{\mu_{\alpha\beta}}{2} y_\alpha y_\beta + \sum_{\alpha, \beta, \gamma} \frac{h_{\alpha\beta\gamma}}{6} y_\alpha y_\beta y_\gamma, \quad (3.109)$$

где суперполя наблюдаемого сектора y_α и $h_{\alpha\beta\gamma}$ определяются соотношениями (3.88), а

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha\beta} &= m_{3/2} \eta_{\alpha\beta} (\tilde{K}_\alpha \tilde{K}_\beta)^{-1/2}, & \tilde{K}_\alpha &= \xi_\alpha \left(1 + \frac{1}{x_\alpha} \right), \\ x_\alpha &= \frac{\xi_\alpha \langle (T + \bar{T} - |z|^2) \rangle}{3\zeta_\alpha}. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Для масс m_α скалярных компонент суперполей наблюдаемого сектора y_α , билинейных $B_{\alpha\beta}$ и трилинейных $A_{\alpha\beta\gamma}$ констант взаимодействия скалярных полей, отвечающих параметрам $\mu_{\alpha\beta}$ и $h_{\alpha\beta\gamma}$ в суперпотенциале (3.109), находим

$$m_\alpha = m_{3/2} \frac{x_\alpha}{(1 + x_\alpha)}, \quad (3.111)$$

$$B_{\alpha\beta} = m_\alpha + m_\beta, \quad (3.112)$$

$$A_{\alpha\beta\gamma} = m_\alpha + m_\beta + m_\gamma. \quad (3.113)$$

Выражения для m_α и $A_{\alpha\beta\gamma}$ можно получить используя соотношения (3.85)–(3.86). Выражения для масс калибрино здесь не приведены, так как они определяются зависимостью калибровочных кинетических функций $f_a(\phi_M)$ от полей "скрытого" сектора, которая здесь не обсуждается. Соотношения (3.111)–(3.113) указывают на то, что в рассматриваемой СУГРА модели величины параметров мягкого нарушения СУСИ определяются набором констант ξ_α и вакуумным средним суперпотенциала "скрытого" сектора, т.е. параметрами, которые нарушают глобальную симметрию, отвечающую преобразованиям (3.96). Предполагая, что

$\xi_\alpha, \zeta_\alpha, \mu_0$ и $\langle T \rangle$ имеют значения порядка единицы, значение шкалы нарушения СУСИ $M_S \sim 1$ ТэВ можно получить только при $\varkappa \simeq 10^{-15}$.

Генерация параметров мягкого нарушения СУСИ в первом вакууме позволяет отождествить его с физическим вакуумом. Когда члены $c_n z^n$ в суперпотенциале (3.105) не являются пренебрежимо малыми, потенциал взаимодействия (3.107) может иметь несколько вырожденных вакуумов с нулевой плотностью энергии, в которых гравитино может либо оставаться безмассовым либо приобретать массу отличную от нуля. Однако, как и в простейшем случае, всегда существует минимум потенциала взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора (3.107), где вакуумное среднее суперполя z зануляется и соотношения (3.91)–(3.92) автоматически удовлетворяются без дополнительной тонкой настройки параметров.

Относительно простые выражения (3.111)–(3.113) для параметров мягкого нарушения СУСИ позволяют представить эффективный потенциал взаимодействия скалярных полей наблюдаемого сектора в весьма компактном виде:

$$V_{eff} \simeq \sum_\alpha \left| \frac{\partial W_{eff}(y_\beta)}{\partial y_\alpha} + m_\alpha y_\alpha^* \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_a (D^a)^2. \quad (3.114)$$

Хотя в секторе наблюдаемых полей СУСИ нарушена, потенциал взаимодействия (3.114) является положительно определённым. Это обусловлено тем, что ξ_α и $\eta_{\alpha\beta}$ не зависят от полей "скрытого" сектора. Если хиггсовский сектор наряду с двумя дублетами Хиггса (H_u и H_d) включает ещё и синглетное поле S , потенциал взаимодействия (3.114) может иметь минимум, в котором $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрия нарушается [99]. В этом случае рассматриваемая СУГРА модель предполагает, что и вклад полей "скрытого" сектора и вклад хиггсовских бозонов в плотность энергии первого вакуума зануляются.

Конечно же такое сокращение разных вкладов в плотность энергии происходит только на классическом (древесном) уровне. Учёт петлевых и непертурбативных поправок к лагранжиану СУГРА модели, отвечающей суперпотенциалу (3.105) и кэлерову потенциалу (3.106), должен устранить вырождение вакуумов. В частности, ожидается, что вклад соответствующих поправок приведёт к огромной плотности энергии в вакууме, где локальная СУСИ нарушается. Более того в рамках рассматриваемой СУГРА модели остаётся неясным механизм стабилизации вакуумного среднего суперполя T . Из-за этого масса гравитино и шкала нарушения СУСИ в первом вакууме являются по сути произвольными. Поэтому упомянутую выше СУГРА модель следует рассматривать лишь как пример того, что в (N=1) СУГРА моделях может существовать механизм, который обеспечивает сокращение различных вкладов в полную плотность энергии физического вакуума. Этот же механизм может приводить к набору вырожденных вакуумов, который включает в себя физический вакуум, а также вакуум с ненарушенной локальной суперсимметрией и плотностью энергии близкой к нулю, что приводит к реализации принципа мультикритической точки.

3.4 Космологическая постоянная в СУГРА моделях с вырожденными вакуумами

Происхождение плотности энергии (космологической постоянной), практически равномерно распределённой по нашей Вселенной и приводящей к её ускоренному расширению, является одной из самых загадочных проблем современной физики элементарных частиц. Космологическая постоянная Λ или, так называемая, тёмная энергия составляет примерно 70% полной плотности энергии Вселенной. Её значение оказывается порядка $\rho_\Lambda \sim 10^{-120} M_{Pl}^4 \sim 10^{-55} M_Z^4$. С другой стороны значительно больший вклад ($\sim v^4 \simeq 10^{-64} M_{Pl}^4$) в полную плотность энергии вакуума нашей Вселенной должно дать спонтанное нарушение электро-слабой симметрии. Более того, ожидается, что вклад нулевых мод

$$\begin{aligned} \rho_\Lambda^0 &\simeq \sum_{bosons} \frac{\omega_b}{2} - \sum_{fermions} \frac{\omega_f}{2} = \\ &= \int_0^\Omega \left[\sum_b \sqrt{|\vec{k}|^2 + m_b^2} - \sum_f \sqrt{|\vec{k}|^2 + m_f^2} \right] \frac{d^3 \vec{k}}{2(2\pi)^3} \sim -\Omega^4, \end{aligned} \quad (3.115)$$

где m_b и m_f — массы бозонов и фермионов, а $\Omega \sim M_{Pl}$, должен был бы приводить к $|\rho_\Lambda| \sim M_{Pl}^4$. Из-за требующегося весьма точного сокращения различных вкладов в полную энергию вакуума малость космологической постоянной можно в какой-то степени свести к проблеме тонкой настройки параметров теории.

В принципе малость космологической постоянной могла бы быть связана с почти точной новой симметрией в природе. Например, глобальная суперсимметрия обеспечивает зануление плотности энергии в минимуме потенциала взаимодействия скалярных полей. Однако её нарушение на шкале M_S приводит к положительному вкладу в полную плотность энергии вакуума порядка M_S^4 . Ненаблюдение суперпартнёров лептонов и кварков в различных экспериментах предполагает, что $M_S \gg 100$ ГэВ.

Хотя СУСИ модели весьма привлекательны с различных точек зрения, при изучении проблемы космологической постоянной необходимо сосредоточиться на изучении теорий, которые включают гравитационное взаимодействие. Соответствующим обобщением для (N=1) СУСИ моделей являются (N=1) СУГРА модели, в которых тонкая настройка параметров позволяет получить столь малое и положительное значение космологической постоянной. Имплементация принципа мультикритической точки в (N=1) СУГРА моделях предполагает, что потенциал взаимодействия скалярных полей в СУГРА моделях должен быть положительно определённым, а физический (первый) вакуум должен иметь точно такую же плотность энергии, что и второй вакуум, в котором низкоэнергетический предел рассматриваемой теории описывается СУСИ моделью в плоском пространстве. Как обсуждалось в предыдущем разделе, построение соответствующей СУГРА модели сопряжено с определёнными сложностями. Здесь же будет просто предполагаться, что два упомянутых выше вакуума имеют плотности энергии, которые совпадают с очень высокой точностью.

Если различие в плотностях энергии первого и второго вакуумов существенно меньше плотности тёмной энергии в физическом вакууме, то значение космологической постоянной можно оценить. Действительно, поскольку плотность энергии вакуума, в котором низкоэнергетический предел рассматриваемой теории описывается СУСИ моделью в плоском пространстве, зануляется, а первый и второй вакуумы с огромной степенью точности имеют одинаковые плотности энергии, космологическая постоянная в физическом вакууме должна быть пренебрежимо малой. Таким образом сделанные здесь предположения проливают свет на возможную причину столь малого значения космологической постоянной.

Однако во втором вакууме возможно динамическое нарушение локальной СУСИ, которое приводит к положительной и крайне малой плотности энергии. В силу сделанных предположений эта малая плотность энергии должна быть отождествлена с значением космологической постоянной в физическом вакууме. Если во втором вакууме происходит динамическое нарушение суперсимметрии, то оно может быть обусловлено сильными $SU(3)_C$ взаимодействиями. В самом деле, в МССМ соответствующая однопетлевая β -функция меньше нуля, т.е. $b_3 = -3$, и калибровочная константа $SU(3)_C$ взаимодействий $\alpha_3(q)$ увеличивается по мере уменьшения шкалы q . По этой причине даже если калибровочная константа $\alpha_3(q)$ мала при сверхвысоких энергиях, её значение сильно увеличивается в инфракрасной области, усиливая роль непертурбативных эффектов.

Для того чтобы упростить анализ далее будет предполагаться, что зависимость кинетических функций $f_a(h_m)$ от суперполей "скрытого" сектора является исключительно слабой. Пределу $f_a(h_m) = const$ соответствует $M_a \rightarrow 0$. Тем не менее даже весьма слабая зависимость $f_a(h_m)$ от h_m , т.е. когда $|f_a(h_m^{(1)}) - f_a(h_m^{(2)})| \ll f_a(h_m^{(1)})$, позволяет избежать зануления масс калибрино. Вследствие такой слабой зависимости $f_a(h_m)$ от суперполей "скрытого" сектора значения калибровочных констант в первом и втором вакуумах при $q \gtrsim M_S$ практически совпадают, где M_S — шкала, отвечающая массам суперчастиц в физическом вакууме. Ниже шкалы M_S суперчастицы не дают вклада в однопетлевые β -функции в первом вакууме. Из-за этого β -функция, отвечающая сильным $SU(3)_C$ взаимодействиям, изменяется от $b_3 = -3$ при $q \gtrsim M_S$ до $\tilde{b}_3 = -7$ при $q \lesssim M_S$, тогда как соответствующая β -функция во втором вакууме остаётся неизменной ($b_3 = -3$). В результате при $q \lesssim M_S$ калибровочные константы в первом и втором вакуумах становятся разными. В частности, $\alpha_3^{(1)}(q)$ и $\alpha_3^{(2)}(q)$, т.е. калибровочные константы $SU(3)_C$ взаимодействий в первом и втором вакуумах, достаточно сильно отличаются друг от друга при $q \lesssim M_S$. Исходя из того, что $\alpha_3^{(2)}(M_S) = \alpha_3^{(1)}(M_S)$ и $\alpha_3^{(1)}(M_Z) \approx 0.118$, можно оценить $\alpha_3^{(2)}(M_S)$

$$\frac{1}{\alpha_3^{(2)}(M_S)} = \frac{1}{\alpha_3^{(1)}(M_Z)} - \frac{\tilde{b}_3}{4\pi} \ln \frac{M_S^2}{M_Z^2}. \quad (3.116)$$

Во втором вакууме t -кварк остаётся безмассовым, так как электрослабая симметрия не нарушена, и его юкавская константа взаимодействия сильно возрастает вместе с $\alpha_3^{(2)}(q)$ в

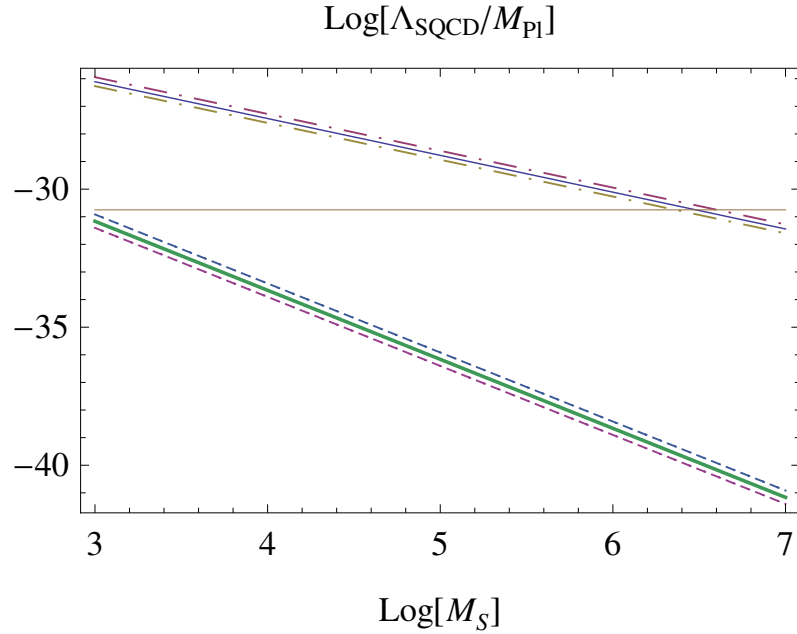


Рис. 3.8: Зависимость логарифма (по основанию 10) Λ_{SQCD}/M_{Pl} от логарифма (по основанию 10) M_S (в ГэВ). Сплошная и жирная линии отвечают МССМ и МССМ с дополнительной парой $5+\bar{5}$ супермультиплетов в случае, когда $\alpha_3(M_Z) = 0.118$. Штриховые и штрихпунктирные линии соответствуют отклонениям калибровочной константы $SU(3)_C$ взаимодействий от $\alpha_3(M_Z) = 0.118$. Верхние штриховая и штрихпунктирная линии получены в случае, когда $\alpha_3(M_Z) = 0.121$, а нижние штриховая и штрихпунктирная линии отвечают $\alpha_3(M_Z) = 0.116$. Горизонтальная линия соответствует значению $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-31} M_{Pl}$.

инфракрасной области. Вблизи шкалы

$$\Lambda_{SQCD} = M_S \exp \left[\frac{2\pi}{b_3 \alpha_3^{(2)}(M_S)} \right], \quad (3.117)$$

где $SU(3)_C$ взаимодействия становятся чрезвычайно сильными во втором вакууме, юкавская константа t -кварка оказывается сопоставимой по величине с калибровочной константой $SU(3)_C$ взаимодействий. Столь большая юкавская константа t -кварка может привести к образованию кваркового конденсата. Данный конденсат нарушает суперсимметрию, генерируя положительную плотность энергии во втором вакууме, т.е.

$$\rho_\Lambda \simeq \Lambda_{SQCD}^4. \quad (3.118)$$

Как следует из соотношений (3.116)–(3.118) Λ_{SQCD} и ρ_Λ полностью определяются значениями M_S и $\alpha_3^{(1)}(M_Z)$ в физическом вакууме. Зависимость Λ_{SQCD} от шкалы нарушения СУСИ M_S при различных $\alpha_3^{(1)}(M_Z)$ показана на рис. 3.8. Так как $\tilde{b}_3 < b_3$ калибровочная константа $SU(3)_C$ взаимодействий при $q \lesssim M_S$ в физическом вакууме существенно больше соответствующего значения этой константы во втором вакууме. Именно по этой причине шкала Λ_{SQCD} значительно меньше Λ_{QCD} в СМ и уменьшается

с увеличением M_S . Когда шкала нарушения СУСИ в физическом вакууме порядка 1 ТэВ, шкала $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-25} M_{Pl} \simeq 100$ эВ [97, 98], [101], что приводит к значению космологической постоянной, которая совпадает с плотностью энергии во втором вакууме, порядка $\rho_\Lambda \simeq 10^{-100} M_{Pl}^4$. Полученное значение ρ_Λ на много порядков меньше $v^4 \simeq 10^{-64} M_{Pl}^4$, что отвечает вкладу в плотность энергии, обусловленному нарушением электрослабой симметрии в первом вакууме. Наблюдаемое значение космологической постоянной соответствует $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-3}$ эВ. Такое значение Λ_{SQCD} может быть получено при $M_S \simeq 10^3 - 10^4$ ТэВ [97, 98], [101]. Однако стабилизация электрослабой шкалы в рамках МССМ с такой большой шкалой нарушения СУСИ представляется весьма проблематичной.

Большое значение шкалы нарушения СУСИ в МССМ, отвечающее $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-3}$ эВ, стимулирует изучение зависимости космологической постоянной от M_S в рамках, так называемых, "Split SUSY" моделей, в которых все скалярные частицы за исключением легчайшего бозона Хиггса могут иметь массы на много порядков большие, чем массы фермионов [393]-[395]. В этих моделях суперсимметрия не используется для стабилизации электрослабой шкалы. Предполагается, что существует механизм тонкой настройки, который приводит к малому значению космологической постоянной и лёгкому бозону Хиггса. По этой причине шкала M_S , которую в этих моделях можно отождествить с массой тяжёлых скалярных частиц, обычно выбирается много большей, чем 10 ТэВ. С другой стороны глюино, нейтралино и чарджино имеют массы порядка нескольких ТэВ, что позволяет рассматривать легчайшее нейтралино в качестве одного из состояний, образующих тёмную материю в нашей Вселенной [395]-[397]. Такие относительно небольшие массы нейтралино и чарджино не разрушают объединения калибровочных констант. Причем, шкала M_X , на которой калибровочные константы СМ совпадают, остаётся практически такой же как в МССМ, поскольку почти все тяжёлые скалярные частицы образуют полные $SU(5)$ мультиплеты [395]. Если тяжёлые бозоны имеют массы $M_S > 100 - 1000$ ТэВ, то все операторы, приводящие к нейтральным переходам с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах, СР нарушению и слишком быстрому распаду протона, достаточно сильно подавлены. В рассматриваемых СУСИ моделях массы тяжёлых скалярных частиц могут достигать 10^{13} ГэВ [395]. Механизмы нарушения СУСИ, которые могут приводить к такому спектру частиц, рассматривались в работах [393], [396], [398].

Возможно, что тонкая настройка фундаментальных констант и шкал обусловлена, так называемым, антропным принципом [399]. Этот принцип предполагает, что наша Вселенная такова, потому что только в такой Вселенной мог возникнуть наблюдатель, т.е. человек. Другими словами, формирование галактик и образование звёзд, основные химические и биологические процессы вероятно оказываются возможными только при тех значениях ключевых фундаментальных констант и шкал, т.е. Λ_{QCD} , электрослабая шкала, космологическая постоянная и т.д., которые наблюдаются в нашей Вселенной [399]-[400]. При этом суперсимметрия может появляться в качестве необходимой составной части фундаментальной теории, т.е. теории Великого Объединения, теории струн и т.д. . Проведённый анализ показал, что

теория струн может иметь огромное число вакуумов [401]-[405], что отвечает, так называемому, ландшафту теории струн. Число таких вакуумов может достигать $\sim 10^{100} - 10^{500}$ [402]-[405]. Для изучения огромного многообразия Вселенных (множества параллельных миров), отвечающих ландшафту вакуумов теории струн, используется статистический подход [403]-[404]. Результаты исследований указывают на то, что число вакуумов в теории струн настолько велико, что среди них встречаются вакуумы с исключительно малой плотностью энергии (порядка наблюдаемой величины космологической постоянной) и относительно лёгким бозоном Хиггса. Причём в большинстве таких вакуумов шкала нарушения СУСИ достаточно велика [404]-[405], т.е. много больше массы бозона Хиггса.

Принцип мультикритической точки, так же как и ландшафт теории струн, предполагает существование большого числа вакуумов с нарушенной и ненарушенной СУСИ. Обе идеи исходят из того, что параметры теории, которая приводит к СМ при низких энергиях, могут быть тонко настроены таким образом, чтобы отношение электрослабой шкалы к массе Планка M_{Pl} и плотность энергии физического вакуума были бы крайне малыми. Более того ландшафт теории струн мог бы приводить к набору почти вырожденных вакуумов с нарушенной и ненарушенной СУСИ, которые имели бы очень малые плотности энергий, если бы вакуумы с большими плотностями энергий были бы по какой-то причине запрещены. По всей видимости в большинстве таких почти вырожденных вакуумов шкала нарушения СУСИ была бы на много порядков больше массы бозона Хиггса. Однако даже в случае реализации данного сценария слишком низкая степень вырождения вакуумов не позволила бы использовать метод оценки космологической постоянной, который применялся в этом разделе ранее.

По этой причине при оценке космологической постоянной в рамках "Split SUSY" моделей никакой связи между этими моделями и теорией струн предполагаться не будет. Как и прежде, будет подразумеваться, что вакуум, в котором низкоэнергетический предел рассматриваемой теории описывается СУСИ моделью в плоском пространстве, имеет точно такую же плотность энергии, что и физический вакуум, где структура спектра суперчастиц такая же как в "Split SUSY" моделях. Причём при оценке космологической постоянной будет использоваться предположение о том, что зависимость кинетических функций $f_a(h_m)$ от суперполей "скрытого" сектора является весьма слабой, т.е. калибровочными константы в первом и втором вакуумах почти одинаковые. Выражения (3.85)–(3.87) для параметров мягкого нарушения СУСИ указывают на то, что последнее предположение должно приводить к достаточно лёгким калибрино. В рассматриваемом случае калибрино имеют массы существенно меньшие, чем массы скалярных частиц, т.е. $M_a \ll m_\alpha$, и структура спектра суперчастиц может быть примерно такой же как в "Split SUSY" моделях. Тем не менее даже в пределе $f_a(h_m) = const$ ненулевые массы калибрино должны генерироваться в рамках (N=1) СУГРА моделей [406]. В простейших СУГРА моделях дополнительная тонкая настройка необходима, чтобы получить $\frac{M_a}{m_\alpha} \ll 10^{-2}$.

Поскольку эволюция калибровочных констант СМ практически одна и та же при $q \gtrsim M_S$ в первом и втором вакуумах, $\alpha_i^{(2)}(M_S) = \alpha_i^{(1)}(M_S)$, где M_S следует отождествить с массой

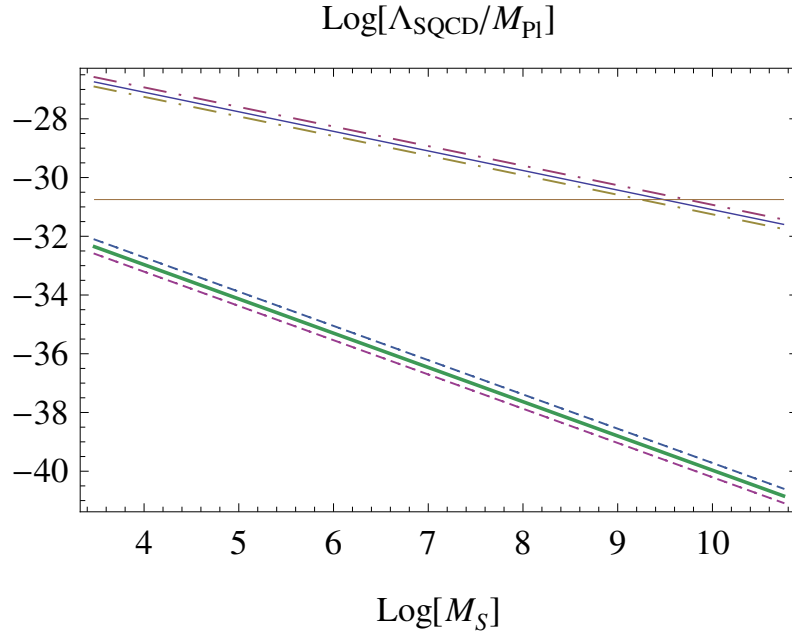


Рис. 3.9: Зависимость логарифма (по основанию 10) Λ_{SQCD}/M_{Pl} от логарифма (по основанию 10) M_S (в ГэВ) при $M_q = M_g = 3$ ТэВ. Сплошная и жирная линии отвечают "Split SUSY" сценариям с спектрами частиц, соответствующими МССМ и МССМ с дополнительной парой $5 + \bar{5}$ супермультиплетов, в случае, когда $\alpha_3(M_Z) = 0.118$. Штриховые и штрихпунктирные линии соответствуют отклонениям калибровочной константы $SU(3)_C$ взаимодействий от $\alpha_3(M_Z) = 0.118$. Верхние штриховая и штрихпунктирная линии получены в случае, когда $\alpha_3(M_Z) = 0.121$, а нижние штриховая и штрихпунктирная линии отвечают $\alpha_3(M_Z) = 0.116$. Горизонтальная линия соответствует значению $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-31} M_{Pl}$.

тяжёлых скалярных частиц в физическом вакууме. При $q \lesssim M_S$ суперпартнёры лептонов и кварков не дают вклада в однопетлевые β -функции и β -функция, соответствующая сильным $SU(3)_C$ взаимодействиям, изменяется от $b_3 = -3$ при $q \gtrsim M_S$ до $b'_3 = -5$ при $q \lesssim M_S$ в первом вакууме. Когда шкала q становится меньше масс глюино, нейтралино и чарджино, однопетлевые β -функции изменяются снова, так как эти состояния не дают вклада в перенормировку калибровочных констант при столь низких энергиях. В частности, однопетлевая β -функция, отвечающая сильным $SU(3)_C$ взаимодействиям, изменяется от $b'_3 = -5$ при $q \gtrsim M_g$ до $\tilde{b}_3 = -7$ при $q \lesssim M_g$ в физическом вакууме, где M_g — масса глюино. Предполагая, что $\alpha_3^{(2)}(M_S) = \alpha_3^{(1)}(M_S)$ и $\alpha_3^{(1)}(M_Z) \approx 0.118$, находим:

$$\frac{1}{\alpha_3^{(2)}(M_S)} = \frac{1}{\alpha_3^{(1)}(M_Z)} - \frac{\tilde{b}_3}{4\pi} \ln \frac{M_g^2}{M_Z^2} - \frac{b'_3}{4\pi} \ln \frac{M_S^2}{M_g^2}. \quad (3.119)$$

Используя вычисленное значение $\alpha_3^{(2)}(M_S)$ и соотношения (3.117)–(3.118), можно оценить Λ_{SQCD} и ρ_Λ .

На рис. 3.9 показана зависимость Λ_{SQCD} во втором вакууме от шкалы нарушения СУСИ M_S в физическом вакууме при $M_g = 3$ ТэВ. Как и раньше Λ_{SQCD} уменьшается с уве-

личением M_S . Наблюдаемое значение космологической постоянной, которое совпадает с плотностью энергии во втором вакууме, отвечает $M_S \sim 10^{10}$ ГэВ [99, 101, 128]. Значение шкалы нарушения СУСИ, которое приводит к наблюдаемому значению космологической постоянной, зависит от $\alpha_3(M_Z)$ и массы глюино. Однако соответствующая зависимость является достаточно слабой. В частности, с увеличением M_g значение M_S , позволяющее получить $\rho_\Lambda \sim 10^{-120} M_{Pl}^4$, уменьшается. Когда $\alpha_3(M_Z)$ варьируется от 0.116 до 0.121, а $M_g = 500 - 2500$ ГэВ, соответствующее значение M_S изменяется от $2 \cdot 10^9$ ГэВ до $3 \cdot 10^{10}$ ГэВ [99, 101, 128].

Рассматриваемый интервал значений шкалы нарушения СУСИ приводит к определённым предсказаниям для времени жизни глюино, которые могут быть экспериментально проверены в случае обнаружения суперпартнёров глюонов в экспериментах на БАК. В "Split SUSY" моделях распад глюино обусловлен диаграммой, которая содержит виртуальный скварк. В результате глюино распадается на кварк–антикварковую пару и легчайшее нейтралино, т.е. $\tilde{g} \rightarrow q\bar{q} + \chi_1^0$. Тяжёлые скварки с массами порядка M_S приводят к большому времени жизни глюино τ_g , которое можно приблизительно оценить используя формулу [407]–[408]

$$\tau_g \sim 8 \left(\frac{M_S}{10^9 \text{ ГэВ}} \right)^4 \left(\frac{1 \text{ ТэВ}}{M_g} \right)^5 \text{ с}. \quad (3.120)$$

Из выражения (3.120) следует, что шкала нарушения СУСИ в "Split SUSY" моделях не должна превышать 10^{13} ГэВ [395]. В противном случае время жизни глюино превышает возраст нашей Вселенной. Столь долгоживущие и относительно легкие суперпартнёры глюонов должны были бы эффективно рождаться на ранних стадиях эволюции Вселенной. Причём определенное их количество должно было бы сохраниться к настоящему моменту времени. Вследствие конфайнмента эти экзотические состояния должны были бы образовывать связанные состояния с обычными кварками, формируя изотопы широко распространённых элементов. Поскольку поиски соответствующих изотопов в различных экспериментах не привели к положительным результатам [181], столь долгоживущие глюино с массами меньше чем 10 ТэВ исключены, что и позволяет установить верхнее ограничение на M_S . При $M_S \simeq 2 \cdot 10^9$ ГэВ и $M_g \simeq 2500$ ГэВ время жизни глюино оказывается около 1 сек. и резко увеличивается (уменьшается) с увеличением (уменьшением) шкалы нарушения СУСИ. Таким образом измерение массы и времени жизни долгоживущих глюино должно позволить установить значение M_S . В рамках "Split SUSY" моделей возможные проявления долгоживущих глюино в различных экспериментах изучались в работах [408]–[409].

Однако наиболее привлекательным оказывается сценарий, когда спектр частиц СУСИ расширения СМ наряду с суперчастицами МССМ включает дополнительную пару $5 + \bar{5}$ супермультиплетов группы $SU(5)$. Поскольку новые бозоны и фермионы образуют полные $SU(5)$ мультиплеты, их включение практически не приводит к сдвигу шкалы M_X , на которой калибровочные константы СМ совпадают [183]. В физическом вакууме новые скалярные частицы приобретают массы порядка шкалы нарушения СУСИ. Далее будет предполагаться, что новые фермионы имеют массы, сопоставимые с массами глюино, нейтралино и чарджи-

но. Для того чтобы упростить анализ в случае "Split SUSY" моделей массы новых кварков M_q будут полагаться равными массе глюино M_g , т.е. $M_q \simeq M_g$. В простейшем случае массы фермионных компонент $\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}}$ супермультиплетов генерируются в результате нарушения локальной суперсимметрии благодаря наличию билинейных по суперполям членам $[\eta(\mathbf{5} \cdot \bar{\mathbf{5}}) + h.c.]$ в кэлеровом потенциале наблюдаемого сектора рассматриваемой модели. Во втором вакууме, где $m_{3/2} = 0$, новые бозоны и фермионы оказываются безмассовыми и дают заметный вклад в β -функции. В частности, β -функция, отвечающая сильным $SU(3)_C$ взаимодействиям, существенно увеличивается и становится равной $b_3 = -2$, что приводит к уменьшению соответствующей калибровочной константы и Λ_{SQCD} во втором вакууме. Результаты численного анализа, приведённые на рис. 3.8 и 3.9, показывают, что в этом случае наблюдаемое значение космологической постоянной и $\Lambda_{SQCD} \simeq 10^{-3}$ эВ могут быть получены даже при $M_S \sim 1$ ТэВ.

Результаты, представленные на рис. 3.8 и 3.9, указывают на то, что при $M_S \sim M_{Pl}$ нарушение локальной СУСИ в наблюдаемом секторе даёт слишком малый вклад в плотность энергии второго вакуума, который явно недостаточен для того чтобы воспроизвести наблюдаемое значение космологической постоянной. Кроме того, если калибровочные константы SM во втором вакууме слишком малы, т.е. не совпадают с соответствующим значениями в первом вакууме, то Λ_{SQCD} может быть существенно меньше 10^{-3} эВ. В этих случаях плотность энергии второго вакуума может генерироваться в результате нарушения локальной СУСИ в "скрытом" секторе. Простейшая модель такого типа предполагает, что при энергиях много меньших M_{Pl} "скрытый" сектор содержит набор безмассовых векторных суперполей, отвечающих ненарушенной неабелевой симметрии. Вблизи шкалы Λ_X , где соответствующие калибровочные взаимодействия становятся чрезвычайно сильными во втором вакууме, они могут приводить к образованию конденсата калибрино. При определённых условиях данный конденсат может нарушить локальную суперсимметрию. В этой связи необходимо отметить, что в моделях с (N=1) глобальной СУСИ конденсат калибрино не нарушает суперсимметрию. Тем не менее, если в (N=1) СУГРА моделях кинетическая функция $f_X(h_m)$ зависит от суперполей "скрытого" сектора h_m , то соответствующие вспомогательные поля F^m могут приобрести ненулевое вакуумное среднее

$$F^m \propto \frac{\partial f_X(h_k)}{\partial h_m} \bar{\lambda}_a \lambda_a + \dots, \quad (3.121)$$

которое определяется конденсатом калибрино, т.е. $\langle \bar{\lambda}_a \lambda_a \rangle \simeq \Lambda_X^3$. Так как нарушение локальной СУСИ обусловлено неперенормируемым взаимодействием суперполей "скрытого" сектора, шкала нарушения СУСИ во втором вакууме оказывается на много порядков меньше шкалы Λ_X , которая в свою очередь существенно меньше M_{Pl} . По этой причине конденсат калибрино генерирует чрезвычайно малую плотность энергии во втором вакууме [381]:

$$\rho_\Lambda \sim \frac{\Lambda_X^6}{M_{Pl}^2}. \quad (3.122)$$

Поскольку плотности энергий первого и второго вакуумов совпадают, выражение (3.122) определяет плотность тёмной энергии в физическом вакууме. Наблюдаемое значение космологической постоянной можно получить при

$$\Lambda_X \sim \Lambda_{QCD}/10. \quad (3.123)$$

Хотя нет никаких оснований полагать, что Λ_X и Λ_{QCD} могут быть как-то связаны между собой, Λ_{QCD} и M_{Pl} следует рассматривать в качестве двух наиболее естественных значений Λ_X . В однопетлевом приближении

$$\Lambda_X = M_{Pl} \exp \left[\frac{2\pi}{b_X \alpha_X(M_{Pl})} \right], \quad (3.124)$$

где $\alpha_X(M_{Pl}) = g_X^2(M_{Pl})/(4\pi)$, а g_X и b_X — калибровочная константа и однопетлевая β -функция, отвечающие ненарушенной неабелевой симметрии в "скрытом" секторе. Калибровочным группам $SU(3)$ и $SU(2)$ соответствуют $b_X = -9$ и $b_X = -6$. Используя выражение (3.124), можно оценить значение $g_X(M_{Pl})$, которое приводит к соотношению (3.123). Наблюдаемое значение космологической постоянной можно получить при $g_X(M_{Pl}) \simeq 0.80$ в случае $SU(2)$ группы и при $g_X(M_{Pl}) \simeq 0.65$ в случае $SU(3)$ группы. Полученные значения $g_X(M_{Pl})$ следует сопоставить с значением калибровочной константы сильных взаимодействий в СМ $g_3(M_{Pl}) = 0.49$ [367].

Когда во втором вакууме локальная суперсимметрия нарушается в "скрытом" секторе, а в первом вакууме $M_S \sim M_{Pl}$, малость $\lambda(M_{Pl})$ и $\beta_\lambda(M_{Pl})$ в физическом вакууме может быть связана с существованием третьего вырожденного вакуума, в котором локальная СУСИ и электрослабая симметрия нарушаются вблизи M_{Pl} . Так как предполагается, что вакуумное среднее хиггсовского поля H в третьем вакууме должно быть очень большим, при анализе различных вкладов в полную плотность энергии этого вакуума необходимо учитывать взаимодействие дублета бозонов Хиггса H с полями "скрытого" сектора h_m . В этом случае при сверхвысоких энергиях потенциал взаимодействия скалярных полей можно представить в следующем виде:

$$V = V_{hid}(h_m) + V_0(H) + V_{int}(H, h_m) + \dots, \quad (3.125)$$

где $V_{hid}(h_m)$ соответствует потенциалу взаимодействия скалярных полей "скрытого" сектора, $V_0(H)$ — часть потенциала взаимодействия, которая зависит только от H , а $V_{int}(H, h_m)$ отвечает взаимодействию дублета Хиггса с полями "скрытого" сектора. Здесь будет предполагаться, что среди полей наблюдаемого сектора только хиггсовское поле приобретает ненулевое вакуумное среднее и по этой причине вкладом других полей этого сектора в полную плотность энергии можно пренебречь.

Хотя в общем случае членом $V_{int}(H, h_m)$ в потенциале взаимодействия (3.125) нельзя пренебречь, взаимодействие хиггсовских полей с полями "скрытого" сектора может быть достаточно слабым. Подавление $V_{int}(H, h_m)$ может быть обусловлено тем, что вакуумное

среднее хиггсовского поля заметно меньше M_{Pl} , т.е. например $\langle H \rangle \lesssim M_{Pl}/10$, и константы соответствующего взаимодействия достаточно малы. При этом вакуумные средние полей "скрытого" сектора в первом и третьем вакуумах могут быть практически одинаковыми. Как следствие, калибровочные и юкавские константы, а также $\lambda(M_{Pl})$ в третьем вакууме могут иметь почти те же значения, что и в физическом вакууме, а $|m_H^2|$ в эффективном хиггсовском потенциале может быть много меньше M_{Pl}^2 и $\langle H^\dagger H \rangle$ в третьем вакууме. Если вакуумные средние полей "скрытого" сектора в первом и третьем вакуумах почти равны, то $V_{hid}(h_m^{(1)}) \simeq V_{hid}(h_m^{(3)}) \ll M_{Pl}^4$. В этом пределе первый и третий вакуумы могут иметь одинаковые плотности энергии, когда $\lambda(M_{Pl})$ и $\beta_\lambda(M_{Pl})$ приблизительно равны нулю в третьем вакууме. Поскольку константы взаимодействия полей наблюдаемого сектора в первом вакууме имеют почти те же значения, что и в третьем вакууме, $\lambda(M_{Pl}) \simeq \beta_\lambda(M_{Pl}) \simeq 0$ в физическом вакууме.

Заключение

Наличие тёмной материи, которая по данным астрофизических и космологических наблюдений составляет примерно 20%–25% плотности энергии в нашей Вселенной, не оставляет сомнений в существовании "новой физики", т.е. новых полей и взаимодействий, которые не являются составной частью СМ. Если новые частицы имеют массы порядка нескольких ТэВ, то "новая физика" может пролить свет на происхождение относительно лёгкого бозона Хиггса с массой 125 ГэВ, недавно открытого в экспериментах на БАК, и механизм генерации барионной асимметрии Вселенной. В данной диссертационной работе вышеперечисленные проблемы исследуются в рамках расширений СМ, которые можно рассматривать в качестве низкоэнергетического предела ТВО.

Итоги проведённых исследований. Первая глава диссертации посвящена изучению $N = 1$ суперсимметричных обобщений СМ. В рамках СУСИ ТВО при сверхвысоких энергиях калибровочная группа E_6 может быть нарушена до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\psi \times U(1)_\chi$ подгруппы. Когда вблизи шкалы $M_X \sim 2 \cdot 10^{16}$ ГэВ калибровочные симметрии $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$ нарушаются до их дискретной подгруппы $P_M = (-1)^{3(B-L)}$, а спектр частиц при низких энергиях наряду с тремя поколениями фермионов СМ и их суперпартнёров включает два супермультиплета хиггсовских полей H_1 и H_2 , соответствующая $N = 1$ СУСИ модель представляет собой простейшее суперсимметричное обобщение СМ (МССМ). Если при этом рассматриваемая СУСИ модель содержит дополнительное синглетное суперполе S и её лагранжиан инвариантен по отношению к дискретным преобразованиям группы Z_3 , то такая модель является простейшим расширением МССМ, т.е. НМССМ. В случае, когда $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ нарушается до $U(1)_N \times P_M$, где $U(1)_N$ — определенная линейная комбинация $U(1)_\chi$ и $U(1)_\psi$, которая соответствует нулевому заряду правосторонних нейтрино, а спектр частиц при низких энергиях включает по крайней мере три простейших представления группы E_6 , т.е. три полных 27-плета, то данная $N = 1$ СУСИ модель отвечает $U(1)_N$ расширению МССМ (E_6 ССМ). Сокращение аномалий в E_6 ССМ происходит автоматически. E_6 ССМ предсказывает существование Z' бозона, экзотических фермионов и их суперпартнёров, которые могут иметь массы порядка шкалы нарушения СУСИ.

В наиболее общем случае экзотические частицы приводят к слишком быстрому распаду протона и к процессам, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. Соответствующие операторы могут быть подав-

лены посредством дискретной \tilde{Z}_2^H симметрии. При этом для того чтобы избежать появления стабильных экзотических кварков необходимо ввести дополнительные супермультиплеты материи. В простейшем случае (сценарий А) E_6 ССМ наряду с тремя полными 27-плетами содержит два $SU(2)_W$ дублета лептонных суперполей L_4 и \bar{L}_4 с противоположными квантовыми числами. В рамках сценария А экзотические кварки и скварки являются лептокварковыми состояниями. В случае сценария В экзотические кварки и скварки представляют собой дикварковые состояния. Сохранение \tilde{Z}_2^H симметрии предполагает, что легчайшая экзотическая частица не может распадаться на другие частицы. В диссертационной работе показано, что легчайшей экзотической частицей является легчайший экзотический нейтральный фермион, масса которого генерируется в результате нарушения $SU(2)_W \times U(1)_Y$ симметрии. В простейших сценариях масса этого фермиона оказывается много меньше 1 эВ. Столь лёгкое состояние формирует горячую тёмную материю и даёт пренебрежимо малый вклад в полную плотность тёмной материи. В то же самое время благодаря сохранению R -чётности легчайшее нейтралино в E_6 ССМ может быть также стабильным, образуя либо значительную либо большую часть плотности тёмной материи.

К числу основных результатов, представленных в первой главе, следует отнести:

- Предложены пятимерные СУСИ модели с $SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ калибровочной симметрией, которые могут приводить к сценариям А и В при энергиях существенно меньших, чем M_X . Предложена E_6 СУСИ модель в шестимерном пространстве, в рамках которой E_6 симметрия нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi$, а спектр частиц при низких энергиях отвечает сценарию А. Рассмотрены нарушения калибровочных симметрий и сокращение аномалий в данных СУСИ ТВО. В этих моделях любые $SU(5)$, $SO(10)$ и E_6 соотношения между юкавскими константами нарушаются, а процессы, обусловленные нарушением барионного и лептонного квантовых чисел, которые могут приводить к слишком быстрому распаду протона, оказываются достаточно сильно подавленными.
- Предложен механизм нарушения $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ до $U(1)_N \times P_M$. Получены верхние ограничения на массы легчайших экзотических нейтральных фермионов в E_6 ССМ. В рамках сценариев А и В рассмотрены возможные проявления экзотических состояний в экспериментах на БАК.
- Проведён сравнительный анализ эволюции калибровочных констант взаимодействия в МССМ и E_6 ССМ. В частности, получены соответствующие двухпетлевые уравнения ренормгруппы в рамках сценариев А и В. Показано, что в отличие от МССМ в случае сценария А точного совпадения калибровочных констант СМ на шкале M_X можно добиться практически при любых значениях $\alpha_3(M_Z)$, которые согласуются с измеренным значением константы сильного взаимодействия на электрослабой шкале. В то же самое время в рамках сценария В такое совпадение оказывается возможным только,

когда $\alpha_3(M_Z) \lesssim 0.112$, т.е. учёт двухпетлевых поправок в этом случае разрушает объединение калибровочных констант.

- Используя двухпетлевые уравнения ренормгруппы установлены теоретические ограничения на значения юкавских констант на электрослабой шкале в рамках НМССМ и НМССМ+. Полученные ограничения таковы, что наиболее естественным образом хиггсовский бозон, который можно отождествить с состоянием, обнаруженным в экспериментах на БАК, можно получить в области параметрического пространства, отвечающей НМССМ (или НМССМ+) с приближённой $U(1)$ симметрией. В этом пределе изучен спектр бозонов Хиггса и вычислены сечения рождения всех хиггсовских состояний в экспериментах на БАК. Есть основания полагать, что все эти состояния должны быть обнаружены в ближайшем будущем. Отдельно проанализирован сценарий инфракрасной квазификсированной точки.
- Исследованы нарушение $SU(2)_W \times U(1)_Y \times U(1)_N$ калибровочной симметрии и спектр бозонов Хиггса в E_6 ССМ. Показано, что даже в древесном приближении масса легчайшего бозона Хиггса в этой модели может достигать 120 — 130 ГэВ. Однако в соответствующей области параметрического пространства все остальные хиггсовские состояния имеют массы много большие 1 ТэВ и их наблюдение в экспериментах на БАК не представляется возможным. Сделанные оценки показывают, что относительные парциальные ширины нестандартных распадов легчайшего бозона Хиггса в E_6 ССМ могут достигать 10 — 20%. Получены двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию юкавских констант взаимодействия, и изучен сценарий инфракрасной квазификсированной точки в контексте верхнего ограничения на массу легчайшего CP-чётного бозона Хиггса.
- В рамках E_6 ССМ и МССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X проанализированы ограничения на параметры этих моделей. Показано, что в E_6 ССМ, так же как и в МССМ, сценарии с феноменологически приемлемыми значениями массы легчайшего бозона Хиггса и плотности тёмной материи предполагают, что почти все скалярные частицы имеют весьма большие массы ($\gtrsim 5$ ТэВ) и существенно тяжелее глюино, а также легчайших нейтралино и чарджино. Установлено, что имеющиеся экспериментальные ограничения на сечение рассеяния частиц тёмной материи на ядрах приводят к весьма жёстким нижним ограничениям на массы суперпартнёров калибровочных бозонов. Тем не менее в E_6 ССМ найдены сценарии с относительно лёгкими глюино, нейтралино и чарджино. Все такие сценарии характеризуются высокой степенью тонкой настройки параметров данной модели.
- Исследован процесс генерации барионной асимметрии Вселенной, обусловленный распадами легчайших правосторонних нейтрино и sneйтрино, в E_6 ССМ и МССМ. Показано, что в E_6 ССМ экзотические частицы дают вклад в CP асимметрии, которые

контролируют данный процесс. Более того экзотические состояния приводят к дополнительным CP асимметриям, отвечающим новым каналам распадов легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино. В рамках E_6 ССМ получены соответствующие аналитические выражения для CP асимметрий. Оценки показывают, что в E_6 ССМ процесс генерации лептонной асимметрии может быть достаточно эффективен даже в случае, когда массы легчайших правосторонних нейтрино и снейтрино меньше чем 10^{6-7} ГэВ, что позволяет избежать проблемы гравитино. Причём при таких распадах генерируется не только $U(1)_{B-L}$ асимметрия, но и $U(1)_E$ асимметрия, которая определяет концентрацию частиц горячей тёмной материи.

Бозон Хиггса может быть составной частицей. В этой связи во второй главе изучаются модели составного Хиггса, которые могут появляться в качестве низкоэнергетического предела E_6 теорий великого объединения (E_6 МСХ). Модели составного Хиггса (МСХ) содержат сектор слабовзаимодействующих частиц, к числу которых относят фермионы и векторные бозоны SM, а также сектор полей, который приводит к образованию связанных состояний, к которым, в частности, относится хиггсовский бозон. Поля из первого сектора взаимодействуют с операторами, включающие поля второго. При низких энергиях фермионы (бозоны) SM являются суперпозициями элементарных фермионных (бозонных) состояний первого сектора и связанных фермионных (бозонных) состояний, которые формируются благодаря сильным взаимодействиям во втором секторе.

В рамках E_6 МСХ предполагается, что $E_6 \times G_0$ калибровочная симметрия в моделях с дополнительными пространственными измерениями нарушается до $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y \times G$, где G_0 и G отвечают калибровочным взаимодействиям во втором секторе. В области низких энергий первый сектор включает все частицы SM за исключением бозона Хиггса и правостороннего t кварка (t^c), а также набор экзотических состояний, который обеспечивает сокращение аномалий и приближённое объединение калибровочных констант SM при сверхвысоких энергиях. В E_6 МСХ поля второго сектора локализованы на бране, где E_6 симметрия нарушается до $SU(6)$, которая остаётся приближённой глобальной симметрией этого сектора даже при $E \sim f \gtrsim 5 - 10$ ТэВ. Подразумевается, что динамика взаимодействий во втором секторе должна приводить к нарушению $SU(6)$ симметрии вблизи шкалы f до $SU(5)$ подгруппы, которая содержит $SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$, набору массивных экзотических фермионных состояний и составному t^c . При нарушении $SU(6)$ симметрии образуется набор псевдоголдстоуновских состояний, включающий хиггсовский дублет, $SU(3)_C$ триплет скалярных полей T и синглетное псевдоскалярное поле A .

К числу основных результатов, полученных во второй главе, следует отнести:

- Предложена шестимерная СУСИ модель с $E_6 \times G_0$ калибровочной симметрией, нарушение которой приводит к $SU(6)$ глобальной симметрии в секторе, генерирующем нарушение электрослабой симметрии, и упомянутому выше набору состояний в секторе слабовзаимодействующих элементарных частиц. Рассмотрены нарушение $SU(6)$ глобальной симметрии и генерация масс фермионов в E_6 МСХ. Установлено, что в случае,

когда барионное и лептонное квантовые числа сохраняются, нейтральный экзотический фермион может быть стабильным, образуя значительную часть плотности тёмной материи.

- Показано, что большие константы взаимодействия нейтрального псевдогиггсовского бозона A с относительно лёгкими экзотическими фермионами приводят к достаточно большому сечению рождения этой частицы в экспериментах на БАК. Вычислены соответствующие сечение рождения и относительные парциальные ширины распадов данного состояния, а также исследована их зависимость от параметров E_6 МСХ. Рассмотрены другие возможные проявления E_6 МСХ в экспериментах на БАК.
- В рамках E_6 МСХ предложен механизм генерации барионной асимметрии Вселенной. Предполагая, что один из нейтральных экзотических фермионов приобретает массу порядка $f \gtrsim 10$ ТэВ, а все другие экзотические и составные фермионы существенно тяжелее, проанализированы сценарии с нарушением барионного числа и относительно лёгким $SU(3)_C$ триплетом скалярных полей T . Показано, что при этом генерация барионной асимметрии может происходить в результате распадов легчайшего экзотического фермиона.

Предполагая, что эффективный хиггсовский потенциал SM имеет два практически вырожденных минимума при $\langle H \rangle \simeq v/\sqrt{2}$ и вблизи планковской шкалы, можно получить предсказания для масс бозона Хиггса и t кварка, которые достаточно хорошо согласуются с их измеренными значениями. Это стимулирует изучение расширений SM с вырожденными вакуумами, которые исследуются в третьей главе диссертации. В расширениях SM с двумя дублетами Хиггса предполагалось, что на некоторой шкале Λ ($M_Z \ll \Lambda \lesssim M_{Pl}$) существует набор вырожденных вакуумов, который имеет почти такую же плотность энергии, что и физический вакуум. В рамках $(N=1)$ СУГРА моделей подразумевалось наличие в "скрытом" секторе по крайней мере двух вырожденных вакуумов. Один из них отвечает физическому вакууму, в котором $(N=1)$ СУСИ полностью нарушена. Низкоэнергетический предел рассматриваемой теории во втором вакууме с высокой точностью описывается суперсимметричной моделью в плоском пространстве. Существование такого вакуума предполагает, что плотность энергии в нём с высокой точностью зануляется, что в наиболее общем случае отвечает дополнительной тонкой настройке параметров теории. Во втором вакууме возможно динамическое нарушение локальной СУСИ, которое может быть обусловлено непертурбативными эффектами либо в секторе наблюдаемых полей либо в "скрытом" секторе.

Основными результатами, представленными в третьей главе, являются:

- В расширении SM с двумя дублетами Хиггса получены соотношения между параметрами этой модели, которые приводят к набору вырожденных вакуумов на шкале Λ , имеющих примерно такую же плотность энергии, что и физический вакуум. Данные соотношения автоматически удовлетворяются в МССМ при значениях Λ много больших

шкалы нарушения СУСИ. Установлено, что такие вырожденные вакуумы образуются в результате спонтанного нарушения приближённой глобальной $U(1)$ симметрии. Когда Λ приближается к M_{Pl} , $U(1)$ симметрия становится почти точной, что приводит к подавлению эффектов связанных с CP нарушением в хиггсовском секторе, а также процессов, которые сопровождаются нейтральными переходами с изменением аромата в кварковом и лептонном секторах. В рамках данного расширения SM с вырожденными вакуумами изучен сценарий инфракрасной квазификсированной точки и исследована зависимость массы легчайшего бозона Хиггса от параметров модели.

- Предложены две (N=1) СУГРА модели, каждая из которых в древесном приближении приводит к двум вырожденным вакуумам. Причём в одной из моделей вырожденные вакуумы возникают без дополнительной тонкой настройки параметров. Один из этих вакуумов можно отождествить с физическим вакуумом. Предполагая, что плотность энергии в другом вакууме генерируется в результате динамического нарушения СУСИ, а различие в плотностях энергий этих вакуумов пренебрежимо мало, получены различные оценки для величины космологической постоянной. Рассмотрены предсказания данных СУГРА моделей, которые могут быть проверены в ходе экспериментов на БАК.

Рекомендации и перспективы дальнейших исследований. В ближайшие годы поиски "новой физики" в экспериментах на БАК будут продолжены. В этой связи представляется целесообразным акцентировать усилия на поисках возможных проявлений расширений SM, которые можно рассматривать в качестве низкоэнергетического предела ТВО. В частности, стоит продолжить поиски Z' бозона, экзотических фермионов, суперчастиц, новых хиггсовских бозонов и псевдоголдстоуновских состояний, которые обсуждались в данной диссертационной работе. Дальнейший набор статистики в экспериментах на БАК позволит лучше изучить свойства недавно открытого бозона Хиггса. Особый интерес представляет возможное обнаружение нестандартных распадов этой частицы, которые, например, исследовались в первой главе диссертации. Более точное измерение сечений рождения, относительных парциальных ширин распадов и констант взаимодействия бозона Хиггса также позволит установить дополнительные ограничения на параметрическое пространство расширений SM, а возможно даже исключить некоторые модели. Различные эксперименты по поиску тёмной материи должны прояснить насколько сильно соответствующие состояния взаимодействуют с частицами SM. Таким образом данные эксперименты должны привести к установлению жёстких ограничений на фундаментальные параметры моделей, которые рассматривались в этой диссертационной работе, и других обобщений SM. Упомянутые выше ограничения будут способствовать дальнейшему развитию и совершенствованию моделей, предложенных в диссертации, а также методов и подходов их исследования.

Благодарности. В заключение автор хотел бы выразить глубокую признательность своей матери, Анискиной Галине Ивановне, а также ближайшим родственникам и друзьям за безоговорочную поддержку и всестороннюю помощь на протяжении многих лет. Автор благодарен своим соавторам М. И. Высоцкому, П. А. Коваленко, Л. В. Лаперашвили, В. А. Новикову, А. В. Новикову, К. А. Тер-Мартirosяну и М. А. Трусову за многочисленные интересные и полезные обсуждения, а также за результативную совместную работу. Автор признателен своим коллегам А. А. Абрикосову, К. О. Астапову, Э. Т. Ахмедову, С. И. Блиникову, Э. Э. Боосу, Л. Н. Богдановой, К. Г. Борескову, В. В. Брагуге, А. И. Вайнштейну, Д. В. Васильеву, В. А. Гани, И. Ф. Гинзбургу, А. В. Гладышеву, С. И. Годунову, Д. С. Горбунову, М. С. Дворникову, С. В. Демидову, А. Д. Долгову, М. Н. Дубинину, С. А. Дуплию, В. Ю. Егорычеву, Е. В. Жемчугову, А. Ф. Захарову, В. И. Захарову, Ю. М. Зиновьеву, А. В. Зотову, Д. И. Казакову, А. Б. Кайдалову, Ю. С. Калашниковой, О. В. Канчели, А. Л. Катаеву, М. И. Криворученко, А. Е. Кудрявцеву, Д. Г. Левкову, М. В. Либанову, Е. В. Луцевской, Б. В. Мартемьянову, Д. И. Мелихову, А. Д. Миронову, А. Ю. Морозову, Д. К. Надежину, И. М. Народецкому, Н. В. Никитину, Л. Б. Окуню, О. В. Павловскому, М. И. Поликарпову, В. А. Рубакову, С. М. Сибирякову, Ю. А. Симонову, С. В. Троицкому, В. П. Утробину, Е. П. Шабалину, В. И. Шевченко, М. А. Шифману и М. Г. Щепкину за плодотворные дискуссии и ценные замечания. Хочется отметить гостеприимство университетов городов Саутгемптона, Глазго и Аделаида, Гавайского университета, а также немецкого национального исследовательского центра DESY, где проводилась работа над многими идеями, вошедшими в диссертацию.

Приложение А. Однопетлевые поправки к массам бозонов Хиггса и двухпетлевые уравнения ренормгруппы в НМССМ

Как уже отмечалось ранее, петлевые поправки играют весьма важную роль в простейших СУСИ расширениях СМ. Их учёт приводит к значительному увеличению верхнего ограничения на массу легчайшего СР-чётного бозона Хиггса в минимальных СУСИ моделях. При $\tan \beta \ll 50$ все юкавские константы за исключением h_t малы. По этой причине в данном разделе обсуждаются только однопетлевые поправки к массам хиггсовских бозонов от t -кварка и его суперпартнеров, поскольку их вклад является доминирующим. Вклад двухпетлевых поправок и однопетлевые поправки, отвечающие вкладам других частиц, в рассматриваемой области параметрического пространства значительно меньше той неопределенности, которая связана с выбором неизвестных фундаментальных параметров исследуемых суперсимметричных моделей.

Сначала получим выражения для однопетлевых поправок в случае МССМ. Учёт петлевых поправок приводит к сдвигу положения минимума древесного потенциала взаимодействия хиггсовских полей. Дифференцируя выражение (1.101), находим

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial v_1} = \frac{3h_t^2 v \cos \beta}{16\pi^2} \left(\mu^2 - \mu A_t \tan \beta \right) F(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2), \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial v_2} = \frac{3h_t^2 v \sin \beta}{16\pi^2} G(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2, m_t^2) + \frac{3h_t^2 v \sin \beta}{16\pi^2} \left(A_t^2 - \frac{\mu A_t}{\tan \beta} \right) F(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2),$$

где функции $G(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2, m_t^2)$ и $F(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2)$

$$\begin{aligned} G(m_{t_1}^2, m_{t_2}^2, m_t^2) &= f(m_{t_1}^2) + f(m_{t_2}^2) - 2f(m_t^2), \\ F &= \frac{1}{m_{t_1}^2 - m_{t_2}^2} \left(f(m_{t_1}^2) - f(m_{t_2}^2) \right), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

а $f(m^2) = m^2 \left(\ln \frac{m^2}{q^2} - 1 \right)$.

Разлагая эффективный потенциал взаимодействия хиггсовских полей (1.93) вблизи его минимума по H^\pm и P , которые определяются соотношениями (1.118), для однопетлевых

поправок к m_A^2 и $M_{H^\pm}^2$ получаем

$$\Delta_A = \frac{3h_t^2}{16\pi^2} \left[G(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2, m_t^2) + (A_t^2 + \mu^2) F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \right], \quad (\text{A.3})$$

$$\Delta_\pm = -\frac{3h_t^2}{32\pi^2} \frac{h_t^2 v^2 \mu^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \left(F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{q}}^2) - F(m_{\tilde{t}_2}^2, m_{\tilde{q}}^2) \right). \quad (\text{A.4})$$

При выводе выражения для Δ_\pm предполагалось, что $m_U^2 = m_Q^2 = m_{\tilde{q}}^2$.

В базисе полей (h, H) , который определяется соотношениями (1.103), однопетлевые поправки к матричным элементам массовой матрицы CP-четного хиггсовского сектора МССМ можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \Delta_{11} = 4v^2 \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial (v^2)^2} = \frac{3h_t^2}{4\pi^2} \left[\frac{1}{2} m_t^2 \sin^2 \beta \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{m_t^4} - \frac{4m_t^2 a^4}{\sin^2 \beta (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \times \right. \\ \left. \times K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + \frac{4a^2 m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} (K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1) \right], \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{12} = 2 \left(\frac{\partial^2 \Delta V}{\partial \beta \partial (v^2)} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial \Delta V}{\partial \beta} \right) = \frac{3h_t^2}{8\pi^2} ab \left[-\frac{4a^2 h_t^2 v^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \times \right. \\ \left. \times K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + \frac{4m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} (K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1) \right] + \frac{3h_t^2}{16\pi^2} \sin 2\beta \times \\ \times \left[\frac{2a^2 h_t^2 v^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} (K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1) + m_t^2 \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{m_t^4} \right], \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{22} = 4 \frac{\partial \Delta V}{\partial (v^2)} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial \beta^2} - \Delta_A = \frac{3h_t^2}{8\pi^2} \left[m_t^2 \cos^2 \beta \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{m_t^4} \right. \\ \left. - \frac{4a^2 b^2 h_t^2 v^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + \frac{2h_t^2 v^2 ab \sin 2\beta}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} (K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1) \right], \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

где $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\mu \cos \beta + A_t \sin \beta)$ и $b = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mu \sin \beta + A_t \cos \beta)$. При выводе выражений для матричных элементов M_{12}^2 и M_{22}^2 были использованы два уравнения, определяющие положение минимума эффективного потенциала взаимодействия (1.93). По этой причине поправки Δ_{12} и Δ_{22} наряду со вторыми производными содержат первые. Функции $K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$ и $F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$ связаны между собой:

$$K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) = F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) - \frac{1}{2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{q^4}. \quad (\text{A.8})$$

Теперь перейдём к обсуждению однопетлевых поправок от t -кварка и его суперпартнеров в НМССМ. Если в выражения (А.1) вместо параметра μ подставить $\frac{\lambda s}{\sqrt{2}}$, то получаем вклад однопетлевых поправок в два уравнения (1.115)–(1.116), которые определяют минимум эффективного потенциала взаимодействия хиггсовских полей в НМССМ (1.109)–(1.112). Сдвиг вакуумного среднего поля S за счёт однопетлевых поправок определяется величиной

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial s} = -\frac{3h_t^2}{16\pi^2} \lambda v^2 a F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \cos \beta. \quad (\text{A.9})$$

В отличие от МССМ СР–нечётный хиггсовский сектор НМССМ содержит два массивных состояния. В базисе хиггсовских полей (P, P_S) , который определяется соотношениями (1.118), вычисление масс этих состояний сводится к диагонализации матрицы (2×2) . В главном приближении для вклада однопетлевых поправок в массовую матрицу (1.119)–(1.121) находим

$$\tilde{\Delta}_{22} = \frac{v \sin 2\beta}{2s} \tilde{\Delta}_{12} = \left(\frac{v \sin 2\beta}{2s} \right)^2 \tilde{\Delta}_{11} = \frac{3\lambda h_t^2 v^2}{32\sqrt{2}\pi^2 s} A_t F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \sin 2\beta. \quad (\text{A.10})$$

Подставляя $\mu = \lambda s/\sqrt{2}$ в соотношения (А.4)–(А.7), получаем выражения для однопетлевых поправок к массе заряженного бозона Хиггса и к матричным элементам $M_{11}^2, M_{12}^2, M_{22}^2$ массовой матрицы СР–чётного хиггсовского сектора в НМССМ. Причём в базисе хиггсовских полей (H, h, N) выражениям для Δ_{11}, Δ_{22} и Δ_{12} отвечают соотношения (А.7), (А.5) и (А.6) соответственно. Поправки к трём оставшимся матричным элементам $M_{13}^2, M_{23}^2, M_{33}^2$ выражаются через производные ΔV по вакуумному среднему поля S . Полагая в выражении (1.101) $\mu = \lambda s/\sqrt{2}$ и дифференцируя ΔV по s , находим

$$\begin{aligned} \Delta_{23} &= 2v \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial (v^2) \partial s} = \frac{3\lambda h_t^2 v}{8\pi^2} a \cos \beta \left[F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) - \frac{2a^2 h_t^2 v^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \times \right. \\ &\times \left. K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + \frac{2m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} (K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \Delta_{13} &= \frac{1}{v} \frac{\partial \Delta V}{\partial \beta \partial s} = -\frac{3\lambda h_t^2 v}{16\pi^2} \left[(a \sin \beta - b \cos \beta) F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + \right. \\ &+ \frac{4a^2 b h_t^2 v^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \cos \beta K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) - \frac{h_t^2 v^2 a}{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2} \sin 2\beta \times \\ &\times \left. \cos \beta \left(K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \Delta_{33} &= \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial s^2} - \frac{1}{s} \frac{\partial \Delta V}{\partial s} = \frac{3\lambda^2 h_t^2 v^2}{32\pi^2} \cos^2 \beta \left[\frac{A_t \tan \beta}{\mu} F(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \right. \\ &- \left. \frac{4a^2 h_t^2 v^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} K(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

В процессе вывода выражения для матричного элемента M_{33}^2 было использовано уравнение (1.114). Поэтому выражение для Δ_{33} наряду со второй производной содержит первую.

Эволюция калибровочных и юкавских констант взаимодействия от $q = M_X$ до электро-слабой шкалы описывается уравнениями ренормгруппы. В данной диссертационной работе при анализе НМССМ использовалась система двухпетлевых уравнений для калибровочных и юкавских констант. Пренебрегая всеми юкавскими константами за исключением λ , κ , h_t , h_b и h_τ , в двухпетлевом приближении в случае НМССМ получаем

$$\begin{aligned}
\frac{dg_i}{dt} &= \frac{\beta_i g_i^3}{(4\pi)^2}, \\
\frac{d\lambda}{dt} &= \frac{\lambda}{(4\pi)^2} \left[4\lambda^2 + 2\kappa^2 + 3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 + \frac{\beta_\lambda^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{d\kappa}{dt} &= \frac{\kappa}{(4\pi)^2} \left[6(\kappa^2 + \lambda^2) + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(18\lambda^2 g_2^2 + \frac{18}{5}\lambda^2 g_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \lambda^2(12\lambda^2 + 24\kappa^2 + 18h_t^2 + 18h_b^2 + 6h_\tau^2) - 24\kappa^4 \right) \right], \\
\frac{dh_t}{dt} &= \frac{h_t}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + 6h_t^2 + h_b^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{13}{15}g_1^2 + \frac{\beta_{h_t}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dh_b}{dt} &= \frac{h_b}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + h_t^2 + 6h_b^2 + h_\tau^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{7}{15}g_1^2 + \frac{\beta_{h_b}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dh_\tau}{dt} &= \frac{h_\tau}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + 3h_b^2 + 4h_\tau^2 - 3g_2^2 - \frac{9}{5}g_1^2 + \frac{\beta_{h_\tau}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right],
\end{aligned} \tag{A.14}$$

где $i = 1, 2, 3$; $t = \ln [q/M_X]$, а двухпетлевые β -функции калибровочных констант

$$\begin{aligned}
\beta_3 &= -3 + \frac{1}{16\pi^2} \left[14g_3^2 + 9g_2^2 + \frac{11}{5}g_1^2 - 4h_t^2 - 4h_b^2 \right], \\
\beta_2 &= 1 + \frac{1}{16\pi^2} \left[24g_3^2 + 25g_2^2 + \frac{9}{5}g_1^2 - 6h_t^2 - 6h_b^2 - 2h_\tau^2 - 2\lambda^2 \right], \\
\beta_1 &= \frac{33}{5} + \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{88}{5}g_3^2 + \frac{27}{5}g_2^2 + \frac{199}{25}g_1^2 - \frac{26}{5}h_t^2 - \frac{14}{5}h_b^2 - \frac{18}{5}h_\tau^2 - \frac{6}{5}\lambda^2 \right].
\end{aligned} \tag{A.15}$$

В выражениях (A.14) $\beta_\lambda^{(2)}$, $\beta_{h_t}^{(2)}$, $\beta_{h_b}^{(2)}$ и $\beta_{h_\tau}^{(2)}$ представляют собой двухпетлевые вклады в соответствующие β -функции, которые можно представить в следующем виде [77]:

$$\begin{aligned}
\beta_\lambda^{(2)} &= -9h_t^4 - 9h_b^4 - 6h_t^2 h_b^2 - 3h_\tau^4 - 8\kappa^4 - \lambda^2 \left(9h_t^2 + 9h_b^2 + 3h_\tau^2 + 12\kappa^2 + 10\lambda^2 \right) \\
&\quad + 16g_3^2 \left(h_t^2 + h_b^2 \right) + 6g_2^2 \lambda^2 + g_1^2 \left(\frac{4}{5}h_t^2 - \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 + \frac{6}{5}\lambda^2 \right) \\
&\quad + \frac{15}{2}g_2^4 + \frac{9}{5}g_2^2 g_1^2 + \frac{207}{50}g_1^4,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_t}^{(2)} &= -22h_t^4 - 5h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - h_b^2h_\tau^2 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 3h_t^2 + 4h_b^2 + h_\tau^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_t^2 + 6g_2^2h_t^2 + g_1^2 \left(\frac{6}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 \right) - \frac{16}{9}g_3^4 + \frac{15}{2}g_2^4 + \frac{2743}{450}g_1^4 \\
&+ 8g_3^2g_2^2 + \frac{136}{45}g_3^2g_1^2 + g_2^2g_1^2,
\end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_b}^{(2)} &= -5h_t^4 - 22h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - 3h_b^2h_\tau^2 - 3h_\tau^4 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 4h_t^2 + 3h_b^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_b^2 + g_1^2 \left(\frac{4}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) - \frac{16}{9}g_3^4 + \frac{15}{2}g_2^4 + \frac{287}{90}g_1^4 \\
&+ 8g_3^2g_2^2 + \frac{8}{9}g_3^2g_1^2 + g_2^2g_1^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_\tau}^{(2)} &= -9h_b^4 - 3h_t^2h_b^2 - 9h_b^2h_\tau^2 - 10h_\tau^4 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 3h_t^2 + 3h_\tau^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_\tau^2 + g_1^2 \left(-\frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) + \frac{15}{2}g_2^4 + \frac{27}{2}g_1^4 + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2.
\end{aligned}$$

В случае НМССМ с тремя дополнительными парами $5 + \bar{5}$ супермультиплетов группы $SU(5)$ (НМССМ+) двухпетлевые β -функции калибровочных констант определяются соотношениями [77]:

$$\begin{aligned}
\beta_3 &= \frac{1}{16\pi^2} \left[48g_3^2 + 9g_2^2 + 3g_1^2 - 4h_t^2 - 4h_b^2 \right], \\
\beta_2 &= 4 + \frac{1}{16\pi^2} \left[24g_3^2 + 46g_2^2 + \frac{18}{5}g_1^2 - 6h_t^2 - 6h_b^2 - 2h_\tau^2 - 2\lambda^2 \right], \\
\beta_1 &= \frac{48}{5} + \frac{1}{16\pi^2} \left[24g_3^2 + \frac{54}{5}g_2^2 + \frac{234}{25}g_1^2 - \frac{26}{5}h_t^2 - \frac{14}{5}h_b^2 - \frac{18}{5}h_\tau^2 - \frac{6}{5}\lambda^2 \right].
\end{aligned} \tag{A.17}$$

В однопетлевом приближении уравнения ренормгруппы для юкавских констант взаимодействия в НМССМ и НМССМ+ совпадают. Выражения для двухпетлевых вкладов $\beta_\lambda^{(2)}$, $\beta_{h_t}^{(2)}$, $\beta_{h_b}^{(2)}$ и $\beta_{h_\tau}^{(2)}$ в рамках НМССМ+ имеют вид [77]:

$$\begin{aligned}
\beta_\lambda^{(2)} &= -9h_t^4 - 9h_b^4 - 6h_t^2h_b^2 - 3h_\tau^4 - 8\kappa^4 - \lambda^2 \left(9h_t^2 + 9h_b^2 + 3h_\tau^2 + 12\kappa^2 + 10\lambda^2 \right) \\
&+ 16g_3^2 \left(h_t^2 + h_b^2 \right) + 6g_2^2\lambda^2 + g_1^2 \left(\frac{4}{5}h_t^2 - \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 + \frac{6}{5}\lambda^2 \right) \\
&+ \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + \frac{297}{50}g_1^4,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_t}^{(2)} &= -22h_t^4 - 5h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - h_b^2h_\tau^2 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 3h_t^2 + 4h_b^2 + h_\tau^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_t^2 + 6g_2^2h_t^2 + g_1^2 \left(\frac{6}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 \right) + \frac{128}{9}g_3^4 + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{3913}{450}g_1^4 \\
&+ 8g_3^2g_2^2 + \frac{136}{45}g_3^2g_1^2 + g_2^2g_1^2,
\end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_b}^{(2)} &= -5h_t^4 - 22h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - 3h_b^2h_\tau^2 - 3h_\tau^4 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 4h_t^2 + 3h_b^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_b^2 + g_1^2 \left(\frac{4}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) + \frac{128}{9}g_3^4 + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{413}{90}g_1^4 \\
&+ 8g_3^2g_2^2 + \frac{8}{9}g_3^2g_1^2 + g_2^2g_1^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_\tau}^{(2)} &= -9h_b^4 - 3h_t^2h_b^2 - 9h_b^2h_\tau^2 - 10h_\tau^4 - \lambda^2 \left(3\lambda^2 + 3h_t^2 + 3h_\tau^2 + 2\kappa^2 \right) \\
&+ 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_\tau^2 + g_1^2 \left(-\frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{189}{10}g_1^4 + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2.
\end{aligned}$$

Приложение В. Спектр бозонов Хиггса и нейтралино в E_6 ССМ

Минимум потенциала взаимодействия скалярных полей (1.186)–(1.189) определяется уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial s_1} &= m_S^2 s_1 - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v_1 v_2 - \frac{\sigma A_\sigma}{\sqrt{2}} \varphi s_2 + \left(\frac{\sigma}{2} s_1 s_2 - \frac{\kappa}{2} \varphi^2 - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \varphi - \Lambda_F \right) \sigma s_2 + \frac{\sigma^2}{2} \varphi^2 s_1 \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s_1^2 - \tilde{Q}_S s_2^2 \right) \tilde{Q}_S s_1 + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + v_2^2) s_1 + \frac{\partial \Delta V}{\partial s_1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial s_2} &= m_S^2 s_2 - \frac{\sigma A_\sigma}{\sqrt{2}} \varphi s_1 + \left(\frac{\sigma}{2} s_1 s_2 - \frac{\kappa}{2} \varphi^2 - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \varphi - \Lambda_F \right) \sigma s_1 + \frac{\sigma^2}{2} \varphi^2 s_2 \\ &- \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s_1^2 - \tilde{Q}_S s_2^2 \right) \tilde{Q}_S s_2 + \frac{\lambda \sigma}{2} v_1 v_2 \varphi + \frac{\partial \Delta V}{\partial s_2} = 0, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \varphi} &= m_\varphi^2 \varphi - \frac{\sigma A_\sigma}{\sqrt{2}} s_1 s_2 + B \mu_\phi \varphi + \sqrt{2} \xi \Lambda_F + \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} \varphi^2 + \frac{\sigma^2}{2} (s_1^2 + s_2^2) \varphi \\ &- 2 \left(\frac{\sigma}{2} s_1 s_2 - \frac{\kappa}{2} \varphi^2 - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \varphi - \Lambda_F \right) \left(\kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) + \frac{\lambda \sigma}{2} v_1 v_2 s_2 + \frac{\partial \Delta V}{\partial \varphi} = 0, \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial v_1} &= m_{H_d}^2 v_1 - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s_1 v_2 + \frac{\lambda \sigma}{2} v_2 s_2 \varphi + \frac{\lambda^2}{2} (v_2^2 + s_1^2) v_1 + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_1^2 - v_2^2) v_1 \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s_1^2 - \tilde{Q}_S s_2^2 \right) \tilde{Q}_{H_d} v_1 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial v_2} &= m_{H_u}^2 v_2 - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} s_1 v_1 + \frac{\lambda \sigma}{2} v_1 s_2 \varphi + \frac{\lambda^2}{2} (v_1^2 + s_1^2) v_2 + \frac{\bar{g}^2}{8} (v_2^2 - v_1^2) v_2 \\ &+ \frac{g_1'^2}{2} \left(\tilde{Q}_{H_d} v_1^2 + \tilde{Q}_{H_u} v_2^2 + \tilde{Q}_S s_1^2 - \tilde{Q}_S s_2^2 \right) \tilde{Q}_{H_u} v_2 + \frac{\partial \Delta V}{\partial v_2} = 0, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

где s_1 , s_2 и φ определяются соотношениями (1.190).

При анализе спектра хиггсовских состояний целесообразно выразить $m_{H_d}^2$, $m_{H_u}^2$, m_S^2 , m_φ^2 и m_ϕ^2 через s , φ , β , θ и другие параметры модели используя уравнения (B.1)–(B.5). Если CP сохраняется, спектр бозонов Хиггса в рассматриваемом сценарии содержит два заряженных, три CP–нечётных и пять CP–чётных нейтральных состояний. Заряженные H^\pm

состояния приобретают массы:

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{\sqrt{2}\lambda s}{\sin 2\beta} \left(A_\lambda \cos \theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin \theta \right) - \frac{\lambda^2}{2}v^2 + \frac{g_2^2}{4}v^2 + \Delta_\pm, \quad (\text{B.6})$$

где $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$ и $\tan \theta = s_2/s_1$. Мнимые части нейтральных компонент хиггсовских дублетов (H_d и H_u) и мнимые части синглетных полей S , \bar{S} и ϕ образуют два нейтральных голдстоуновских состояния

$$G = \sqrt{2}(\text{Im } H_d^0 \cos \beta - \text{Im } H_u^0 \sin \beta), \quad (\text{B.7})$$

$$G' = \sqrt{2}(\text{Im } S \cos \theta - \text{Im } \bar{S} \sin \theta) \cos \gamma - \sqrt{2}(\text{Im } H_u^0 \cos \beta + \text{Im } H_d^0 \sin \beta) \sin \gamma,$$

которые поглощаются Z и Z' бозонами, а также три физических состояния. В выражениях (B.7) $\tan \gamma = \frac{v}{2s} \sin 2\beta$. В базисе полей (P_1, P_2, P_3), где

$$\begin{aligned} P_1 &= \sqrt{2}(\text{Im } H_u^0 \cos \beta + \text{Im } H_d^0 \sin \beta) \cos \gamma + \sqrt{2}(\text{Im } S \cos \theta - \text{Im } \bar{S} \sin \theta) \sin \gamma, \\ P_2 &= \sqrt{2}(\text{Im } S \sin \theta + \text{Im } \bar{S} \cos \theta), \\ P_3 &= \sqrt{2}\text{Im } \phi, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

массовая матрица CP-нечётного хиггсовского сектора $\tilde{M}^2 = (\tilde{M}_{ij}^2)$ ($i, j = 1, 2, 3$) имеет вид:

$$\tilde{M}_{11}^2 = \frac{\sqrt{2}\lambda s}{\sin 2\beta \cos^2 \gamma} \left(A_\lambda \cos \theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin \theta \right) + \tilde{\Delta}_{11}, \quad (\text{B.9})$$

$$\tilde{M}_{12}^2 = \tilde{M}_{21}^2 = \frac{\lambda v}{\sqrt{2} \cos \gamma} \left(A_\lambda \sin \theta + \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) + \tilde{\Delta}_{12}, \quad (\text{B.10})$$

$$\tilde{M}_{13}^2 = \tilde{M}_{31}^2 = \frac{\lambda\sigma v s}{2 \cos \gamma} \sin \theta + \tilde{\Delta}_{13}, \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{22}^2 &= \frac{2\sigma\varphi}{\sin 2\theta} \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} + \frac{\kappa}{2}\varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda_F}{\varphi} \right) \\ &+ \frac{\lambda v^2 \sin 2\beta}{\sqrt{2}s \sin 2\theta} \left(A_\lambda \sin^3 \theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \cos^3 \theta \right) + \tilde{\Delta}_{22}, \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\tilde{M}_{23}^2 = \tilde{M}_{32}^2 = \sigma s \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} - \kappa\varphi - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) - \frac{\lambda\sigma}{4}v^2 \sin 2\beta \cos \theta + \tilde{\Delta}_{23}, \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{33}^2 &= \frac{\sigma s^2}{2\sqrt{2}\varphi} A_\sigma \sin 2\theta - 2B\mu_\phi - 3\frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}}\varphi - \sqrt{2}(\xi + \mu_\phi)\frac{\Lambda_F}{\varphi} + \sigma\kappa s^2 \sin 2\theta \\ &- \frac{\kappa\mu_\phi}{\sqrt{2}}\varphi - 4\kappa\Lambda_F + \frac{\sigma\mu_\phi s^2}{2\sqrt{2}\varphi} \sin 2\theta - \frac{\lambda\sigma s}{4\varphi}v^2 \sin \theta \sin 2\beta + \tilde{\Delta}_{33}. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

В соотношениях (В.6) и (В.9)–(В.14) величины Δ_{\pm} и $\tilde{\Delta}_{ij}$ отвечают вкладу петлевых поправок. Так как $s \gg v$, угол смешивания $\gamma \rightarrow 0$. Массовая матрица CP–нечётного хиггсовского сектора (В.9)–(В.14) может быть диагонализирована посредством унитарного преобразования

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{В.15})$$

где A_1 и A_3 являются легчайшим и наиболее тяжёлым CP–нечётными хиггсовскими состояниями.

В пределе, когда параметры κ , μ_{ϕ} и Λ_F зануляются, лагранжиан рассматриваемой модификации E₆ССМ обладает дополнительной глобальной $U(1)$ симметрией, которая спонтанно нарушается вакуумными средними (1.190). Если κ , μ_{ϕ} и Λ_F малы, то спонтанное нарушение приближённой глобальной $U(1)$ симметрии приводит к появлению псевдоголдстоуновского бозона, который может оказаться легчайшим состоянием в спектре хиггсовских частиц. В этом случае при $M_S \gg \lambda v$ для масс CP–нечётных бозонов Хиггса получаем:

$$m_{A_3}^2 \simeq \max \left\{ \frac{\sqrt{2}\sigma A_{\sigma}\varphi}{\sin 2\theta \cos^2 \delta}, \frac{\sqrt{2}\lambda s}{\sin 2\beta} \left(A_{\lambda} \cos \theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin \theta \right) \right\}, \quad (\text{В.16})$$

$$m_{A_2}^2 \simeq \min \left\{ \frac{\sqrt{2}\sigma A_{\sigma}\varphi}{\sin 2\theta \cos^2 \delta}, \frac{\sqrt{2}\lambda s}{\sin 2\beta} \left(A_{\lambda} \cos \theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin \theta \right) \right\}, \quad (\text{В.17})$$

$$m_{A_1}^2 \simeq \cos^2 \delta \left[-2B\mu_{\phi} - 3\frac{\kappa A_{\kappa}}{\sqrt{2}}\varphi - \sqrt{2}\xi\frac{\Lambda_F}{\varphi} + \frac{9}{4}\sigma\kappa s^2 \sin 2\theta + \sqrt{2}\frac{\sigma\mu_{\phi}s^2}{\varphi} \sin 2\theta + \frac{\sigma s^2 \Lambda_F}{2\varphi^2} \sin 2\theta \right], \quad (\text{В.18})$$

где $\tan \delta \simeq \frac{s}{2\varphi} \sin 2\theta$. При этом легчайшее псевдоскалярное состояние представляет собой линейную комбинацию P_2 и P_3 , т.е.

$$A_1 \simeq -P_2 \sin \delta + P_3 \cos \delta. \quad (\text{В.19})$$

В пределе $\kappa = \mu_{\phi} = \Lambda_F = 0$ легчайшее CP–нечётное состояние оказывается безмассовым. Как следует из соотношений (В.16)–(В.17), одно из псевдоскалярных состояний, которое образуется преимущественно P_1 , и заряженные бозоны Хиггса имеют почти одинаковые массы.

В базисе хиггсовских полей $(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5)$, где

$$\begin{aligned} \text{Re } S &= (S_1 \cos \theta + S_2 \sin \theta + s_1)/\sqrt{2}, \\ \text{Re } \bar{S} &= (-S_1 \sin \theta + S_2 \cos \theta + s_2)/\sqrt{2}, \\ \text{Re } \phi &= (S_3 + \varphi)/\sqrt{2}, \\ \text{Re } H_d^0 &= (S_5 \cos \beta - S_4 \sin \beta + v_1)/\sqrt{2}, \\ \text{Re } H_u^0 &= (S_5 \sin \beta + S_4 \cos \beta + v_2)/\sqrt{2}, \end{aligned} \quad (\text{В.20})$$

массовая матрица CP-чётного хиггсовского сектора $M^2 = (M_{ij}^2)$ ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5$) имеет вид:

$$M_{11}^2 = g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 s^2 - \frac{\sigma^2 s^2}{2} \sin^2 2\theta + \sqrt{2} \sigma A_\sigma \varphi \sin 2\theta + \left(\kappa \sigma \varphi^2 + \sqrt{2} \sigma \mu_\phi \varphi + 2\sigma \Lambda_F \right) \sin 2\theta + \frac{\lambda A_\lambda}{2\sqrt{2}s} v^2 \cos \theta \sin 2\beta - \frac{\lambda \sigma \varphi}{4s} v^2 \sin \theta \sin 2\beta + \Delta_{11}, \quad (\text{B.21})$$

$$M_{12}^2 = M_{21}^2 = \frac{\sigma^2 s^2}{4} \sin 4\theta - \sqrt{2} \sigma A_\sigma \varphi \cos 2\theta - \left(\kappa \sigma \varphi^2 + \sqrt{2} \sigma \mu_\phi \varphi + 2\sigma \Lambda_F \right) \cos 2\theta + \frac{\lambda A_\lambda}{2\sqrt{2}s} v^2 \sin \theta \sin 2\beta + \frac{\lambda \sigma \varphi}{4s} v^2 \cos \theta \sin 2\beta + \Delta_{12}, \quad (\text{B.22})$$

$$M_{13}^2 = M_{31}^2 = \sigma^2 \varphi s \cos 2\theta - \frac{\lambda \sigma}{4} v^2 \sin \theta \sin 2\beta + \Delta_{13}, \quad (\text{B.23})$$

$$M_{14}^2 = M_{41}^2 = \frac{g_1'^2}{2} \tilde{Q}_S (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) s v \sin 2\beta - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v \cos \theta \cos 2\beta - \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi v \sin \theta \cos 2\beta + \Delta_{14}, \quad (\text{B.24})$$

$$M_{15}^2 = M_{51}^2 = g_1'^2 \tilde{Q}_S (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta) s v - \frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v \cos \theta \sin 2\beta, + \lambda^2 v s \cos^2 \theta - \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi v \sin \theta \sin 2\beta + \Delta_{15}, \quad (\text{B.25})$$

$$M_{22}^2 = \frac{\sigma^2 s^2}{2} \sin^2 2\theta + \frac{\sqrt{2} \sigma A_\sigma \varphi}{\sin 2\theta} \cos^2 2\theta + \left(\kappa \sigma \varphi^2 + \sqrt{2} \sigma \mu_\phi \varphi + 2\sigma \Lambda_F \right) \frac{\cos^2 2\theta}{\sin 2\theta} + \frac{\lambda A_\lambda v^2}{2\sqrt{2}s \cos \theta} \sin^2 \theta \sin 2\beta - \frac{\lambda \sigma \varphi v^2}{4s \sin \theta} \cos^2 \theta \sin 2\beta + \Delta_{22}, \quad (\text{B.26})$$

$$M_{23}^2 = M_{32}^2 = -\frac{\sigma A_\sigma}{\sqrt{2}} s + \sigma^2 \varphi s \sin 2\theta - \sigma s \left(\kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) + \frac{\lambda \sigma}{4} v^2 \cos \theta \sin 2\beta + \Delta_{23}, \quad (\text{B.27})$$

$$M_{24}^2 = M_{42}^2 = \left(-\frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v \sin \theta + \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi v \cos \theta \right) \cos 2\beta + \Delta_{24}, \quad (\text{B.28})$$

$$M_{25}^2 = M_{52}^2 = \frac{\lambda^2}{2} s v \sin 2\theta + \left(-\frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} v \sin \theta + \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi v \cos \theta \right) \sin 2\beta + \Delta_{25}, \quad (\text{B.29})$$

$$M_{33}^2 = \frac{\sigma A_\sigma s^2}{2\sqrt{2}\varphi} \sin 2\theta - \sqrt{2} \xi \frac{\Lambda_F}{\varphi} + \frac{\kappa A_\kappa}{\sqrt{2}} \varphi + \mu_\phi \left(\frac{\sigma s^2}{2\sqrt{2}\varphi} \sin 2\theta + 3 \frac{\kappa \varphi}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} \Lambda_F}{\varphi} \right) + 2\kappa^2 \varphi^2 - \frac{\lambda \sigma s}{4\varphi} v^2 \sin \theta \sin 2\beta + \Delta_{33}, \quad (\text{B.30})$$

$$M_{34}^2 = M_{43}^2 = \frac{\lambda\sigma}{2}sv \sin\theta \cos 2\beta + \Delta_{34}, \quad (\text{B.31})$$

$$M_{35}^2 = M_{53}^2 = \frac{\lambda\sigma}{2}sv \sin\theta \sin 2\beta + \Delta_{35}, \quad (\text{B.32})$$

$$M_{44}^2 = \frac{\sqrt{2}\lambda s}{\sin 2\beta} \left(A_\lambda \cos\theta - \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin\theta \right) + \left(\frac{\bar{g}^2}{4} - \frac{\lambda^2}{2} \right) v^2 \sin^2 2\beta + \frac{g_1'^2}{4} (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d})^2 v^2 \sin^2 2\beta + \Delta_{44}, \quad (\text{B.33})$$

$$M_{45}^2 = M_{54}^2 = \left(\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\bar{g}^2}{8} \right) v^2 \sin 4\beta + \frac{g_1'^2}{2} v^2 (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) \times (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta) \sin 2\beta + \Delta_{45}, \quad (\text{B.34})$$

$$M_{55}^2 = \frac{\lambda^2}{2} v^2 \sin^2 2\beta + \frac{\bar{g}^2}{4} v^2 \cos^2 2\beta + g_1'^2 v^2 (\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta)^2 + \Delta_{55}, \quad (\text{B.35})$$

где Δ_{ij} соответствуют вкладу петлевых поправок. Посредством унитарного преобразования массовая матрица (B.21)–(B.35) может быть приведена к диагональной форме, т.е.

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{pmatrix} = \tilde{U} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.36})$$

где h_1 и h_5 являются легчайшим и наиболее тяжёлым CP-чётными хиггсовскими состояниями.

В пределе, когда $\lambda \sim \sigma \rightarrow 0$ и шкала нарушения СУСИ $M_S \gg M_Z$, матричные элементы M_{24}^2 , M_{25}^2 , M_{34}^2 и M_{35}^2 зануляются, а $\lambda s \sim \sigma s \sim \sigma\varphi \sim M_S \gg v$. При этом $\sqrt{M_{11}^2} \simeq M_{Z'} \sim M_S/\sigma$ оказывается много больше шкалы нарушения СУСИ M_S и $\cos 2\theta \rightarrow 0$. Предполагая, что в данном случае масса псевдоскалярного состояния m_{A_2} , которое главным образом представляет собой компоненту хиггсовского базиса P_1 , существенно меньше M_S но много больше M_Z , для спектра бозонов Хиггса в древесном приближении находим:

$$\begin{aligned} m_{h_5}^2 &\simeq M_{Z'}^2 \\ m_{h_{4,3}}^2 &\simeq \frac{\sigma^2 s^2}{4} \left[1 + \frac{A_\sigma}{\sqrt{2}\sigma\varphi} \pm \left| 1 - \frac{A_\sigma}{\sqrt{2}\sigma\varphi} \right| \sqrt{1 + 16 \frac{\varphi^2}{s^2}} \right] \sim M_S^2, \\ m_{h_2}^2 &\simeq m_{A_2}^2 \simeq m_{H^\pm}^2, \quad m_{h_1}^2 \simeq M_Z^2 \cos^2 2\beta. \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

При выводе соотношений (B.37) предполагалось, что $\kappa = \mu_\phi = \Lambda_F = 0$. Хиггсовские состояния h_5 , h_2 и h_1 преимущественно образуются компонентами хиггсовского базиса S_1 , S_4 и S_5 соответственно. Состояния h_3 и h_4 являются линейными комбинациями S_2 и S_3 . Следует отметить, что в рассматриваемом пределе приближённое выражение для m_{h_1} практически совпадает с верхним ограничением на массу легчайшего хиггсовского скаляра в МССМ.

Теперь приведём выражение для константы взаимодействия легчайшего хиггсовского скаляра с парой легчайших псевдоскалярных хиггсовских состояний в E_6 ССМ. Разлагая потенциал взаимодействия скалярных полей (1.186)–(1.189) вблизи физического минимума, находим:

$$\begin{aligned}
G_{h_1 A_1 A_1} = & \tilde{U}_{51} \left\{ U_{11}^2 \left[\frac{\lambda^2}{4} v \cos^2 \gamma (1 + \cos^2 2\beta) + \frac{\lambda^2}{2} v \sin^2 \gamma \cos^2 \theta - \frac{\bar{g}^2}{8} v \cos^2 \gamma \cos^2 2\beta \right. \right. \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} \cos \theta - \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi \sin \theta \right) \sin 2\gamma + \frac{g_1'^2}{2} v \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right) \times \\
& \quad \times \left(\tilde{Q}_{H_d} \sin^2 \beta \cos^2 \gamma + \tilde{Q}_{H_u} \cos^2 \beta \cos^2 \gamma + \tilde{Q}_S \sin^2 \gamma \cos 2\theta \right) \left. \right] \\
& + U_{11} U_{21} \left[\frac{\lambda^2}{2} v \sin 2\theta \sin \gamma + g_1'^2 \tilde{Q}_S v \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right) \sin \gamma \sin 2\theta \right. \\
& + \left. \left(\frac{\lambda A_\lambda}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{\lambda \sigma}{2} \varphi \cos \theta \right) \cos \gamma \right] + \frac{\lambda \sigma}{2} \sin \theta U_{11} U_{31} (s \cos \gamma + v \sin 2\beta \sin \gamma) \\
& + U_{21}^2 \left[\frac{\lambda^2}{2} v \sin^2 \theta - \frac{g_1'^2}{2} \tilde{Q}_S v \cos 2\theta \left(\tilde{Q}_{H_d} \cos^2 \beta + \tilde{Q}_{H_u} \sin^2 \beta \right) \right] \\
& - \frac{\lambda \sigma}{2} v \sin 2\beta \cos \theta U_{21} U_{31} \left. \right\} + \tilde{U}_{41} \left\{ U_{11}^2 \left[\left(-\frac{\lambda^2}{8} + \frac{\bar{g}^2}{16} \right) v \cos^2 \gamma \sin 4\beta \right. \right. \\
& + \frac{g_1'^2}{4} v \sin 2\beta (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) \left(\tilde{Q}_{H_d} \sin^2 \beta \cos^2 \gamma + \tilde{Q}_{H_u} \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \right. \\
& \quad \left. \left. + \tilde{Q}_S \sin^2 \gamma \cos 2\theta \right) \right] + \frac{g_1'^2}{2} \tilde{Q}_S (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) v \sin 2\beta \sin \gamma \sin 2\theta U_{11} U_{21} \\
& + \frac{\lambda \sigma}{2} v \cos 2\beta \sin \gamma \sin \theta U_{11} U_{31} - \frac{g_1'^2}{4} \tilde{Q}_S (\tilde{Q}_{H_u} - \tilde{Q}_{H_d}) v \sin 2\beta \cos 2\theta U_{21}^2 \\
& - \frac{\lambda \sigma}{2} v \cos 2\beta \cos \theta U_{21} U_{31} \left. \right\} + \tilde{U}_{31} \left\{ U_{11}^2 \left[-\frac{\lambda \sigma}{4} s \sin \theta \sin 2\beta \cos^2 \gamma + \frac{\sigma^2}{2} \varphi \sin^2 \gamma \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{\lambda \sigma}{4} v \sin 2\gamma \sin \theta - \frac{\sigma}{2} \sin 2\theta \sin^2 \gamma \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} + \kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \right] \right. \\
& + U_{11} U_{21} \left[\frac{\lambda \sigma}{2} v \cos \theta \cos \gamma + \sigma \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} + \kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \sin \gamma \cos 2\theta \right] \\
& + U_{21}^2 \left[\frac{\sigma^2}{2} \varphi + \frac{\sigma}{2} \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} + \kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \sin 2\theta \right] - \sigma \kappa s U_{21} U_{31} \\
& + \kappa U_{31}^2 \left(\kappa \varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} - \frac{A_\kappa}{\sqrt{2}} \right) \left. \right\} + \tilde{U}_{21} \left\{ U_{11}^2 \left[-\frac{\lambda \sigma}{4} \varphi \sin 2\beta \cos^2 \gamma \cos \theta \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\lambda^2}{4} s \cos^2 \gamma \sin 2\theta + \frac{\lambda A_\lambda}{2\sqrt{2}} \sin 2\beta \cos^2 \gamma \sin \theta + \frac{\sigma^2}{4} s \sin^2 \gamma \sin 2\theta \right] \right.
\end{aligned} \tag{B.38}$$

$$\begin{aligned}
& +U_{11}U_{31} \left[\frac{\lambda\sigma}{2}v \cos \gamma \cos \theta + \sigma \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} - \kappa\varphi - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \sin \gamma \cos 2\theta \right] \\
& + \frac{\sigma^2}{4}s \sin 2\theta U_{21}^2 + \sigma \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} - \kappa\varphi - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \sin 2\theta U_{21}U_{31} + \frac{\sigma}{2} (\sigma s \sin 2\theta + \kappa s) U_{31}^2 \Big\} \\
& + \tilde{U}_{11} \left\{ U_{11}^2 \left[\frac{\lambda\sigma}{4}\varphi \sin 2\beta \cos^2 \gamma \sin \theta + \frac{\lambda^2}{2}s \cos^2 \gamma \cos^2 \theta + \frac{\lambda A_\lambda}{2\sqrt{2}} \sin 2\beta \cos^2 \gamma \cos \theta \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{g_1'^2}{2}\tilde{Q}_{SS} \left(\tilde{Q}_{H_d} \sin^2 \beta \cos^2 \gamma + \tilde{Q}_{H_u} \cos^2 \beta \cos^2 \gamma + \tilde{Q}_S \sin^2 \gamma \cos 2\theta \right) \right] \right. \\
& \quad + \left[-\frac{\lambda\sigma}{2}v \cos \gamma \sin \theta + \sigma \left(\kappa\varphi + \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} - \frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} \right) \sin \gamma \sin 2\theta \right] U_{11}U_{31} \\
& \quad + \left(g_1'^2 \tilde{Q}_S^2 - \frac{\sigma^2}{2} \right) s \sin \gamma \sin 2\theta U_{11}U_{21} + \left[\frac{\sigma^2}{2} - \frac{g_1'^2}{2}\tilde{Q}_S^2 \right] s \cos 2\theta U_{21}^2 \\
& \quad \left. + \sigma \left(\frac{A_\sigma}{\sqrt{2}} - \kappa\varphi - \frac{\mu_\phi}{\sqrt{2}} \right) \cos 2\theta U_{21}U_{31} + \frac{\sigma^2}{2}s \cos 2\theta U_{31}^2 \right\} .
\end{aligned}$$

Суперпартнёры нейтральных калибровочных бозонов (\tilde{W}_3 , \tilde{B} и \tilde{B}'), отвечающие $SU(2)_W$, $U(1)_Y$ и $U(1)_N$ взаимодействиям, а также фермионные компоненты суперполей H_d^0 , H_u^0 , S , \bar{S} и ϕ (\tilde{H}_d^0 , \tilde{H}_u^0 , \tilde{S} , $\tilde{\bar{S}}$ и $\tilde{\phi}$) образуют сектор нейтралينو в рамках модификации E_6 ССМ, суперпотенциал которой определяется выражением (1.185). В результате нарушения калибровочной симметрии все эти фермионные состояния смешиваются. В базисе полей (\tilde{H}_d^0 , \tilde{H}_u^0 , \tilde{W}_3 , \tilde{B} , \tilde{B}' , $\tilde{S} \cos \theta - \tilde{\bar{S}} \sin \theta$, $\tilde{S} \sin \theta + \tilde{\bar{S}} \cos \theta$, $\tilde{\phi}$) массовая матрица сектора нейтралино в E_6 ССМ имеет наиболее простой вид:

$$M_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} A & C^T \\ C & B \end{pmatrix}, \quad (\text{B.39})$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\mu_{\text{eff}} & \frac{g_2 v}{2} \cos \beta & -\frac{g' v}{2} \cos \beta \\ -\mu_{\text{eff}} & 0 & -\frac{g_2 v}{2} \sin \beta & \frac{g' v}{2} \sin \beta \\ \frac{g_2 v}{2} \cos \beta & -\frac{g_2 v}{2} \sin \beta & M_2 & 0 \\ -\frac{g' v}{2} \cos \beta & \frac{g' v}{2} \sin \beta & 0 & M_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.40})$$

$$B = \begin{pmatrix} M_1' & g_1' \tilde{Q}_{SS} & 0 & 0 \\ g_1' \tilde{Q}_{SS} & \frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin 2\theta & -\frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \cos 2\theta & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \cos 2\theta & -\frac{\sigma\varphi}{\sqrt{2}} \sin 2\theta & -\frac{\sigma s}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma s}{\sqrt{2}} & \sqrt{2}\kappa\varphi + \mu_\phi \end{pmatrix}, \quad (\text{B.41})$$

$$C = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_{H_d} g'_1 v \cos \beta & \tilde{Q}_{H_u} g'_1 v \sin \beta & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \sin \beta \cos \theta & -\frac{\lambda v}{\sqrt{2}} \cos \beta \cos \theta & 0 & 0 \\ \frac{\chi v}{\sqrt{2}} \sin \beta \sin \theta & \frac{\chi v}{\sqrt{2}} \cos \beta \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.42})$$

В выражениях (B.40)–(B.41) $\mu_{\text{eff}} = \frac{\lambda s \cos \theta}{\sqrt{2}}$, а M_1 , M_2 и M'_1 — массы калибрино \tilde{B} , \tilde{W}_3 и \tilde{B}' соответственно. В матрице (B.42) массовый параметр M_{11} , отвечающий смешиванию между компонентами базиса \tilde{B} и \tilde{B}' , положен равным нулю. Массовая матрица (B.40) совпадает с массовой матрицей нейтралينو в МССМ.

Как уже отмечалось, в случае, когда $\lambda \sim \sigma \rightarrow 0$ и шкала нарушения СУСИ $M_S \gg M_Z$, масса Z' бозона $M_{Z'}$ оказывается много больше шкалы нарушения СУСИ M_S , а $\lambda s \sim \sigma s \sim \sigma \varphi \sim M_S \gg v$. При этом массы двух состояний из сектора нейтралينو, которые главным образом представляют собой линейные комбинации \tilde{B}' и $\tilde{S} \cos \theta - \tilde{S} \sin \theta$, определяются $M_{Z'}$. В рассматриваемом пределе данные состояния являются самыми тяжёлыми в спектре нейтралينو. Если μ_{eff} , M_1 , $M_2 \ll M_S$, $\tan \theta \approx 1$, а κ и μ_ϕ зануляются массы двух других состояний, которые являются линейными комбинациями $\tilde{S} \sin \theta + \tilde{S} \cos \theta$ и $\tilde{\phi}$, определяются соотношениями:

$$|m_{\chi_{5,6}^0}| \simeq \frac{|\sigma||\varphi|}{2\sqrt{2}} \left| 1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{s^2}{\varphi^2}} \right| \sim M_S. \quad (\text{B.43})$$

Причём перечисленные выше четыре самых тяжёлых состояния практически не смешиваются с \tilde{H}_d^0 , \tilde{H}_u^0 , \tilde{W}_3 и \tilde{B} . Как следствие массы легчайших нейтралينو почти совпадают с M_1 , M_2 и μ_{eff} . Таким образом в рассматриваемом случае при достаточно малых значениях λ легчайшим нейтралينو может быть преимущественно хиггсино.

При одних и тех же значениях M_2 и $\mu = \mu_{\text{eff}}$ массы чарджино в МССМ и E_6 ССМ оказываются равными. Выражения для масс этих состояний могут быть представлены в виде:

$$m_{\chi_{1,2}^\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[M_2^2 + \mu_{\text{eff}}^2 + 2M_W^2 \pm \sqrt{(M_2^2 + \mu_{\text{eff}}^2 + 2M_W^2)^2 - 4(M_2 \mu_{\text{eff}} - M_W^2 \sin 2\beta)^2} \right]. \quad (\text{B.44})$$

В главном приближении массы данных фермионных состояний определяются параметрами M_2 и μ_{eff} .

Приложение С. Двухпетлевые уравнения ренормгруппы E_6 ССМ

При вычислении масс суперчастиц в рамках E_6 ССМ с универсальными параметрами мягкого нарушения суперсимметрии на шкале M_X использовалась система двухпетлевых уравнений ренормгруппы. Двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию калибровочных констант в рамках сценариев А и В, определяются выражениями (1.51) и (1.54)–(1.55). Предполагая в случае сценария А, что $\mu_\phi \simeq 0$, $\lambda_{\alpha\beta} \simeq \lambda_\alpha \delta_{\alpha\beta}$ и $\kappa_{ij} \simeq \kappa_i \delta_{ij}$, а также пренебрегая всеми юкавскими константами за исключением λ , λ_α , κ_i , σ , κ , h_t , h_b и h_τ , суперпотенциал E_6 ССМ сводится к

$$\begin{aligned} \tilde{W}_A = & \lambda S(H_u H_d) - \sigma \phi S \bar{S} + \frac{\kappa}{3} \phi^3 + \Lambda_F \phi + \lambda_\alpha S(H_\alpha^d H_\alpha^u) + \kappa_i S(D_i \bar{D}_i) \\ & + \mu_L L_4 \bar{L}_4 + h_t Q_3 u_3^c H_u + h_b Q_3 d_3^c H_d + h_\tau L_3 e_3^c H_d, \end{aligned} \quad (C.1)$$

где Q_3 и L_3 отвечают дублетам левосторонних кварков и лептонов третьего поколения; e_3^c , u_3^c и d_3^c соответствуют правостороннему заряженному лептону третьего поколения, а также правосторонним верхним и нижним кваркам третьего поколения. В выражении (C.1) предполагается суммирование по $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$. Используя результаты, представленные в работе [188], можно получить двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию юкавских констант в суперпотенциале (C.1) (см. также [87], [91]):

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{\lambda}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa + 3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right. \\ &\quad \left. - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 - \frac{19}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_\lambda^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{d\sigma}{dt} &= \frac{\sigma}{(4\pi)^2} \left[3\sigma^2 + 2\kappa^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa - \frac{5}{2}g_1'^2 + \frac{\beta_\sigma^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{d\kappa}{dt} &= \frac{\kappa}{(4\pi)^2} \left[6\kappa^2 + 3\sigma^2 + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(-24\kappa^4 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sigma^2 \left(\frac{15}{2}g_1'^2 - 12\kappa^2 - 6\sigma^2 - 6\Sigma_\lambda - 9\Sigma_\kappa \right) \right) \right], \\ \frac{d\lambda_\alpha}{dt} &= \frac{\lambda_\alpha}{(4\pi)^2} \left[2\lambda_\alpha^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 - \frac{19}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_{\lambda_\alpha}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{d\kappa_i}{dt} &= \frac{\kappa_i}{(4\pi)^2} \left[2\kappa_i^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa - \frac{16}{3}g_3^2 - \frac{4}{15}g_1^2 - \frac{19}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_{\kappa_i}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \end{aligned} \quad (C.2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dh_t}{dt} &= \frac{h_t}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + 6h_t^2 + h_b^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{13}{15}g_1^2 - \frac{3}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_{h_t}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dh_b}{dt} &= \frac{h_b}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + h_t^2 + 6h_b^2 + h_\tau^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{7}{15}g_1^2 - \frac{7}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_{h_b}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dh_\tau}{dt} &= \frac{h_\tau}{(4\pi)^2} \left[\lambda^2 + 3h_b^2 + 4h_\tau^2 - 3g_2^2 - \frac{9}{5}g_1^2 - \frac{7}{10}g_1'^2 + \frac{\beta_{h_\tau}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right],
\end{aligned}$$

где $t = \ln [q/M_X]$, $\Sigma_\lambda = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$, $\Sigma_\kappa = \kappa_1^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2$, а

$$\begin{aligned}
\beta_\lambda^{(2)} &= -\lambda^2 \left(2\lambda^2 + 2\sigma^2 + 4\Sigma_\lambda + 6\Sigma_\kappa + 9h_t^2 + 9h_b^2 + 3h_\tau^2 \right) - 4\Pi_\lambda - 6\Pi_\kappa \\
&\quad - \left[9h_t^4 + 9h_b^4 + 6h_t^2h_b^2 + 3h_\tau^4 \right] - 2\sigma^2(\kappa^2 + \sigma^2) + 6g_2^2\Sigma_\lambda \\
&\quad + 16g_3^2 \left(h_t^2 + h_b^2 + \Sigma_\kappa \right) + g_1^2 \left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda + \frac{4}{5}h_t^2 - \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\frac{5}{2}\lambda^2 - \frac{9}{5}\Sigma_\kappa - \frac{6}{5}\Sigma_\lambda - \frac{3}{10}h_t^2 - \frac{3}{5}h_b^2 - \frac{1}{5}h_\tau^2 \right) \\
&\quad + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{297}{50}g_1^4 + \frac{551}{25}g_1'^4 + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + \frac{39}{20}g_2^2g_1'^2 + \frac{27}{100}g_1^2g_1'^2, \tag{C.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_\sigma^{(2)} &= -2\sigma^2 \left(4\kappa^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) - 4\Pi_\lambda - 6\Pi_\kappa - 6\sigma^4 - 8\kappa^4 \\
&\quad - 2\lambda^2 \left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) + 6g_2^2\Sigma_\lambda + 16g_3^2\Sigma_\kappa + g_1^2 \left(\frac{6}{5}\Sigma_\lambda + \frac{4}{5}\Sigma_\kappa \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\frac{5}{2}\sigma^2 - \frac{9}{5}\Sigma_\kappa - \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) + \frac{119}{4}g_1'^4,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{\lambda_\alpha}^{(2)} &= -2\lambda_\alpha^2 \left(\lambda_\alpha^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) - 2\lambda^2 \left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) - 4\Pi_\lambda - 6\Pi_\kappa \\
&\quad - 2\sigma^2(\kappa^2 + \sigma^2) + 16g_3^2\Sigma_\kappa + 6g_2^2\Sigma_\lambda + g_1^2 \left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\frac{5}{2}\lambda_\alpha^2 - \frac{9}{5}\Sigma_\kappa - \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{297}{50}g_1^4 + \frac{551}{25}g_1'^4 \\
&\quad + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + \frac{39}{20}g_2^2g_1'^2 + \frac{27}{100}g_1^2g_1'^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{\kappa_i}^{(2)} &= -2\kappa_i^2 \left(\kappa_i^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) - 4\Pi_\lambda - 6\Pi_\kappa - 2\lambda^2 \left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) \\
&\quad - 2\sigma^2(\kappa^2 + \sigma^2) + 16g_3^2\Sigma_\kappa + 6g_2^2\Sigma_\lambda + g_1^2 \left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\frac{5}{2}\kappa_i^2 - \frac{9}{5}\Sigma_\kappa - \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) + \frac{128}{9}g_3^4 + \frac{584}{225}g_1^4 + \frac{551}{25}g_1'^4 \\
&\quad + \frac{64}{45}g_3^2g_1^2 + \frac{52}{15}g_3^2g_1'^2 + \frac{19}{75}g_1^2g_1'^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{h_t}^{(2)} &= -22h_t^4 - 5h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - h_b^2h_\tau^2 - \lambda^2 \left(\lambda^2 + \sigma^2 + 3h_t^2 \right. \\
&\quad \left. + 4h_b^2 + h_\tau^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) + 16g_3^2h_t^2 + 6g_2^2h_t^2 + g_1^2 \left(\frac{6}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{3}{10}h_t^2 + \frac{3}{5}h_b^2 \right) + \frac{128}{9}g_3^4 + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{3913}{450}g_1^4 + \frac{81}{25}g_1'^4 \\
&\quad + 8g_3^2g_2^2 + \frac{136}{45}g_3^2g_1^2 + \frac{8}{15}g_3^2g_1'^2 + g_2^2g_1^2 + \frac{3}{4}g_2^2g_1'^2 + \frac{161}{300}g_1^2g_1'^2, \\
\beta_{h_b}^{(2)} &= -5h_t^4 - 22h_b^4 - 5h_t^2h_b^2 - 3h_b^2h_\tau^2 - 3h_\tau^4 - \lambda^2 \left(\lambda^2 + \sigma^2 + 4h_t^2 \right. \\
&\quad \left. + 3h_b^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) + 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_b^2 + g_1^2 \left(\frac{4}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\lambda^2 + \frac{1}{5}h_t^2 + \frac{3}{5}h_b^2 - \frac{1}{5}h_\tau^2 \right) + \frac{128}{9}g_3^4 + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{413}{90}g_1^4 + \frac{77}{10}g_1'^4 \\
&\quad + 8g_3^2g_2^2 + \frac{8}{9}g_3^2g_1^2 + \frac{4}{3}g_3^2g_1'^2 + g_2^2g_1^2 + \frac{3}{2}g_2^2g_1'^2 - \frac{7}{30}g_1^2g_1'^2, \\
\beta_{h_\tau}^{(2)} &= -9h_b^4 - 3h_t^2h_b^2 - 9h_b^2h_\tau^2 - 10h_\tau^4 - \lambda^2 \left(\lambda^2 + \sigma^2 + 3h_t^2 \right. \\
&\quad \left. + 3h_\tau^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) + 16g_3^2h_b^2 + 6g_2^2h_\tau^2 + g_1^2 \left(-\frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) \\
&\quad + g_1'^2 \left(\lambda^2 - \frac{3}{5}h_b^2 + \frac{13}{10}h_\tau^2 \right) + \frac{33}{2}g_2^4 + \frac{189}{10}g_1^4 + \frac{77}{10}g_1'^4 \\
&\quad + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + \frac{39}{20}g_2^2g_1'^2 + \frac{3}{20}g_1^2g_1'^2.
\end{aligned}$$

В выражениях (С.3) $\Pi_\lambda = \lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4$, а $\Pi_\kappa = \kappa_1^4 + \kappa_2^4 + \kappa_3^4$.

Эволюция параметров μ_L и Λ_F описывается уравнениями:

$$\begin{aligned}
\frac{d\mu_L}{dt} &= \frac{\mu_L}{(4\pi)^2} \left[-3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 - \frac{2}{5}g_1'^2 + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{33}{2}g_2^4 + \frac{297}{50}g_1^4 + \frac{217}{50}g_1'^4 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + \frac{6}{5}g_2^2g_1'^2 + \frac{18}{25}g_1^2g_1'^2 \right) \right], \\
\frac{d\Lambda_F}{dt} &= \frac{\Lambda_F}{(4\pi)^2} \left[2\kappa^2 + \sigma^2 + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(-8\kappa^4 + \sigma^2 \left(\frac{5}{2}g_1'^2 - 4\kappa^2 \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - 2\sigma^2 - 2\Sigma_\lambda - 3\Sigma_\kappa \right) \right) \right].
\end{aligned} \tag{C.4}$$

Часть лагранжиана рассматриваемой модификации E_6 ССМ, включающая все параметры мягкого нарушения СУСИ и отвечающая суперпотенциалу (С.1), может быть представлена в виде суммы:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{soft}} &= m_{H_u}^2 |H_u|^2 + m_{H_d}^2 |H_d|^2 + m_S^2 |S|^2 + m_{\bar{S}}^2 |\bar{S}|^2 + m_\phi^2 |\phi|^2 + m_{S_i}^2 |S_i|^2 \\
&\quad + m_{H_\alpha^u}^2 |H_\alpha^u|^2 + m_{H_\alpha^d}^2 |H_\alpha^d|^2 + m_{D_i}^2 |D_i|^2 + m_{\bar{D}_i}^2 |\bar{D}_i|^2 + m_{L_4}^2 |L_4|^2 \\
&\quad + m_{\bar{L}_4}^2 |\bar{L}_4|^2 + m_{\tilde{Q}_i}^2 |\tilde{Q}_i|^2 + m_{u_i^c}^2 |u_i^c|^2 + m_{d_i^c}^2 |d_i^c|^2 + m_{L_i}^2 |L_i|^2 + m_{e_i^c}^2 |e_i^c|^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\mu_L B_L L_4 \cdot \bar{L}_4 + \xi \Lambda_F \phi + h.c. \right) + \left(\lambda A_\lambda S H_d \cdot H_u - \sigma A_\sigma \phi S \bar{S} \right. \\
& + \frac{\kappa}{3} A_\kappa \phi^3 + \lambda_\alpha A_{\lambda_\alpha} S H_\alpha^d \cdot H_\beta^u + \kappa_i A_{\kappa_i} S D_i \bar{D}_i + h_t A_t u_3^c H_u \cdot Q_3 \\
& \left. + h_b A_b d_3^c Q_3 \cdot H_d + h_\tau A_{h_\tau} e_3^c L_3 \cdot H_d + h.c. \right) \\
& + \frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_3 \tilde{G} \tilde{G} + M'_1 \tilde{B}' \tilde{B}' + h.c. \right). \tag{C.5}
\end{aligned}$$

В выражении (C.5) по индексам $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2, 3$ предполагается суммирование.

Используя двухпетлевые β -функции диагональных калибровочных констант (1.54) и метод, предложенный в работе [410], можно получить двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию масс калибрино в рассматриваемой модификации E_6 ССМ:

$$\begin{aligned}
\frac{dM_1}{dt} &= \frac{g_1^2}{16\pi^2} \left[\left(\frac{6}{5} + 6N_g \right) M_1 + \frac{1}{16\pi^2} \left(16N_g g_3^2 (M_3 + M_1) \right. \right. \\
& + \left(\frac{18}{5} + 6N_g \right) g_2^2 (M_2 + M_1) + \left(\frac{36}{25} + 12N_g \right) g_1^2 M_1 \\
& + \left(\frac{12}{25} + 2N_g \right) g_1'^2 (M'_1 + M_1) - \frac{52}{5} h_t^2 (M_1 - A_t) - \frac{28}{5} h_b^2 (M_1 - A_b) \\
& \left. \left. - \frac{36}{5} h_\tau^2 (M_1 - A_\tau) + \frac{12}{5} \Sigma_{A_\lambda} - \frac{12}{5} \Sigma_\lambda M_1 + \frac{8}{5} \Sigma_{A_\kappa} - \frac{8}{5} \Sigma_\kappa M_1 \right) \right], \\
\frac{dM'_1}{dt} &= \frac{g_1'^2}{16\pi^2} \left[\left(\frac{33}{10} + 6N_g \right) M'_1 + \frac{1}{16\pi^2} \left(16N_g g_3^2 (M_3 + M'_1) \right. \right. \\
& + \left(\frac{12}{5} + 6N_g \right) g_2^2 (M_2 + M'_1) + \left(\frac{12}{25} + 2N_g \right) g_1^2 (M_1 + M'_1) \\
& + \left(\frac{657}{50} + 12N_g \right) g_1'^2 M'_1 - \frac{18}{5} h_t^2 (M'_1 - A_t) - \frac{42}{5} h_b^2 (M'_1 - A_b) \\
& - \frac{14}{5} h_\tau^2 (M'_1 - A_\tau) + \frac{38}{5} \Sigma_{A_\lambda} - \frac{38}{5} \Sigma_\lambda M'_1 + \frac{57}{5} \Sigma_{A_\kappa} - \frac{57}{5} \Sigma_\kappa M'_1 \\
& \left. \left. - 5\sigma^2 (M'_1 - A_\sigma) \right) \right], \tag{C.6} \\
\frac{dM_2}{dt} &= \frac{g_2^2}{16\pi^2} \left[(-10 + 6N_g) M_2 + \frac{1}{16\pi^2} \left(16N_g g_3^2 (M_3 + M_2) \right. \right. \\
& + (-68 + 84N_g) g_2^2 M_2 + \left(\frac{6}{5} + 2N_g \right) g_1^2 (M_1 + M_2) \\
& + \left(\frac{4}{5} + 2N_g \right) g_1'^2 (M'_1 + M_2) - 12h_t^2 (M_2 - A_t) \\
& \left. \left. - 12h_b^2 (M_2 - A_b) - 4h_\tau^2 (M_2 - A_\tau) + 4\Sigma_{A_\lambda} - 4\Sigma_\lambda M_2 \right) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_3}{dt} = & \frac{g_3^2}{16\pi^2} \left[(-18 + 6N_g)M_3 + \frac{1}{16\pi^2} \left((-216 + 136N_g)g_3^2 M_3 \right. \right. \\ & + 6N_g g_2^2 (M_2 + M_3) + 2N_g g_1^2 (M_1 + M_3) + 2N_g g_1'^2 (M_1' + M_3) \\ & \left. \left. - 8h_t^2 (M_3 - A_t) - 8h_b^2 (M_3 - A_b) + 4\Sigma_{A_\kappa} - 4\Sigma_\kappa M_3 \right) \right], \end{aligned}$$

где N_g — число поколений лептонов, кварков и экзотических состояний, т.е. $N_g = 3$. В соотношениях (С.6) $\Sigma_{A_\lambda} = \lambda^2 A_\lambda + \lambda_1^2 A_{\lambda_1} + \lambda_2^2 A_{\lambda_2}$ и $\Sigma_{A_\kappa} = \kappa_1^2 A_{\kappa_1} + \kappa_2^2 A_{\kappa_2} + \kappa_3^2 A_{\kappa_3}$.

Точно таким же образом можно вывести двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию трилинейных констант взаимодействия скалярных полей в E_6 ССМ:

$$\begin{aligned} \frac{dA_\lambda}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4\lambda^2 A_\lambda + 4\Sigma_{A_\lambda} + 6\Sigma_{A_\kappa} + 6h_t^2 A_t + 6h_b^2 A_b + 2h_\tau^2 A_\tau \right. \\ & \quad \left. + 2\sigma^2 A_\sigma + 6g_2^2 M_2 + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 + \frac{19}{5}g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_\lambda}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dA_\sigma}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[6\sigma^2 A_\sigma + 4\kappa^2 A_\kappa + 4\Sigma_{A_\lambda} + 6\Sigma_{A_\kappa} + 5g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_\sigma}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dA_\kappa}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[12\kappa^2 A_\kappa + 6\sigma^2 A_\sigma + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(-24\kappa^2 (4\kappa^2 + \sigma^2) A_\kappa - 12\sigma^2 \Sigma_{A_\lambda} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - 18\sigma^2 \Sigma_{A_\kappa} - 15\sigma^2 g_1'^2 M_1' + \sigma^2 \left(15g_1'^2 - 24\kappa^2 - 24\sigma^2 \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - 12\Sigma_\lambda - 18\Sigma_\kappa \right) A_\sigma \right) \right], \\ \frac{dA_{\lambda_\alpha}}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4\lambda_\alpha^2 A_{\lambda_\alpha} + 2\sigma^2 A_\sigma + 4\Sigma_{A_\lambda} + 6\Sigma_{A_\kappa} + 6g_2^2 M_2 + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \right. \\ & \quad \left. + \frac{19}{5}g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_{\lambda_\alpha}}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dA_{\kappa_i}}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4\kappa_i^2 A_{\kappa_i} + 2\sigma^2 A_\sigma + 4\Sigma_{A_\lambda} + 6\Sigma_{A_\kappa} + \frac{32}{3}g_3^2 M_3 + \frac{8}{15}g_1^2 M_1 \right. \\ & \quad \left. + \frac{19}{5}g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_{\kappa_i}}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \end{aligned} \tag{C.7}$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_t}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 A_\lambda + 12h_t^2 A_t + 2h_b^2 A_b + \frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 + \frac{26}{15}g_1^2 M_1 \right. \\ & \quad \left. + \frac{3}{5}g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_t}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dA_b}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 A_\lambda + 2h_t^2 A_t + 12h_b^2 A_b + 2h_\tau^2 A_\tau + \frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 \right. \\ & \quad \left. + \frac{14}{15}g_1^2 M_1 + \frac{7}{5}g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_b}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \end{aligned}$$

$$\frac{dA_\tau}{dt} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 A_\lambda + 6h_b^2 A_b + 8h_\tau^2 A_\tau + 6g_2^2 M_2 + \frac{18}{5} g_1^2 M_1 + \frac{7}{5} g_1'^2 M_1' + \frac{\beta_{A_\tau}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right],$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{A_\lambda}^{(2)} = & -4\lambda^2 \left[\left(2\lambda^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_\lambda + \sigma^2 A_\sigma + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] \\ & -16\Pi_{A_\lambda} - 24\Pi_{A_\kappa} - 8\sigma^4 A_\sigma - 4\kappa^2 \sigma^2 \left(A_\sigma + A_\kappa \right) \\ & -6\lambda^2 \left[\left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) A_\lambda + 3h_t^2 A_t + 3h_b^2 A_b + h_\tau^2 A_\tau \right] \\ & -36h_t^4 A_t - 36h_b^4 A_b - 12h_t^2 h_b^2 (A_t + A_b) - 12h_\tau^4 A_\tau \\ & +32g_3^2 \left(-\left(h_t^2 + h_b^2 + \Sigma_\kappa \right) M_3 + h_t^2 A_t + h_b^2 A_b + \Sigma_{A_\kappa} \right) \\ & +12g_2^2 \left(-\Sigma_\lambda M_2 + \Sigma_{A_\lambda} \right) \\ & +2g_1^2 \left[-\left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda + \frac{4}{5}h_t^2 - \frac{2}{5}h_b^2 + \frac{6}{5}h_\tau^2 \right) M_1 \right. \\ & \left. + \frac{4}{5}\Sigma_{A_\kappa} + \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} + \frac{4}{5}h_t^2 A_t - \frac{2}{5}h_b^2 A_b + \frac{6}{5}h_\tau^2 A_\tau \right] \\ & +g_1'^2 \left[\left(-5\lambda^2 + \frac{18}{5}\Sigma_\kappa + \frac{12}{5}\Sigma_\lambda + \frac{3}{5}h_t^2 + \frac{6}{5}h_b^2 + \frac{2}{5}h_\tau^2 \right) M_1' \right. \\ & \left. +5\lambda^2 A_\lambda - \frac{18}{5}\Sigma_{A_\kappa} - \frac{12}{5}\Sigma_{A_\lambda} - \frac{3}{5}h_t^2 A_t - \frac{6}{5}h_b^2 A_b - \frac{2}{5}h_\tau^2 A_\tau \right] \\ & -66g_2^4 M_2 - \frac{594}{25} g_1^4 M_1 - \frac{4408}{50} g_1'^4 M_1' - \frac{18}{5} g_2^2 g_1^2 \left(M_2 + M_1 \right) \\ & -\frac{39}{10} g_2^2 g_1'^2 \left(M_2 + M_1' \right) - \frac{27}{50} g_1^2 g_1'^2 \left(M_1 + M_1' \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{A_{\lambda\alpha}}^{(2)} = & -4\lambda_\alpha^2 \left[\left(2\lambda_\alpha^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_{\lambda_\alpha} + \sigma^2 A_\sigma + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] \\ & -16\Pi_{A_\lambda} - 24\Pi_{A_\kappa} - 8\sigma^4 A_\sigma - 4\kappa^2 \sigma^2 \left(A_\sigma + A_\kappa \right) \\ & -4\lambda^2 \left[\left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) A_\lambda + 3h_t^2 A_t + 3h_b^2 A_b + h_\tau^2 A_\tau \right] \\ & +32g_3^2 \left(-\Sigma_\kappa M_3 + \Sigma_{A_\kappa} \right) + 12g_2^2 \left(-\Sigma_\lambda M_2 + \Sigma_{A_\lambda} \right) \\ & +2g_1'^2 \left[\left(-\frac{5}{2}\lambda_\alpha^2 + \frac{9}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) M_1' + \frac{5}{2}\lambda_\alpha^2 A_{\lambda_\alpha} - \frac{9}{5}\Sigma_{A_\kappa} - \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} \right] \\ & +2g_1^2 \left[-\left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) M_1 + \frac{4}{5}\Sigma_{A_\kappa} + \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} \right] - 66g_2^4 M_2 - \frac{594}{25} g_1^4 M_1 \\ & -\frac{4408}{50} g_1'^4 M_1' - \frac{18}{5} g_2^2 g_1^2 \left(M_2 + M_1 \right) - \frac{39}{10} g_2^2 g_1'^2 \left(M_2 + M_1' \right) \\ & -\frac{27}{50} g_1^2 g_1'^2 \left(M_1 + M_1' \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{A_\sigma}^{(2)} &= -4\sigma^2 \left[\left(4\kappa^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_\sigma + 4\kappa^2 A_\kappa + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] - 16\Pi_{A_\lambda} \\
&\quad - 24\Pi_{A_\kappa} - 24\sigma^4 A_\sigma - 32\kappa^4 A_\kappa - 4\lambda^2 \left[\left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) A_\lambda + 3h_t^2 A_t \right. \\
&\quad \left. + 3h_b^2 A_b + h_\tau^2 A_\tau \right] + 32g_3^2 \left(-\Sigma_\kappa M_3 + \Sigma_{A_\kappa} \right) + 12g_2^2 \left(-\Sigma_\lambda M_2 + \Sigma_{A_\lambda} \right) \\
&\quad + 2g_1'^2 \left[-\left(\frac{5}{2}\sigma^2 - \frac{9}{5}\Sigma_\kappa - \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) M_1' + \frac{5}{2}\sigma^2 A_\sigma - \frac{9}{5}\Sigma_{A_\kappa} - \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} \right] \\
&\quad + 4g_1^2 \left[-\left(\frac{3}{5}\Sigma_\lambda + \frac{2}{5}\Sigma_\kappa \right) M_1 + \frac{3}{5}\Sigma_{A_\lambda} + \frac{2}{5}\Sigma_{A_\kappa} \right] - 119g_1'^4 M_1', \\
\beta_{A_{\kappa_i}}^{(2)} &= -4\kappa_i^2 \left[\left(2\kappa_i^2 + \sigma^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_{\kappa_i} + \sigma^2 A_\sigma + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] \\
&\quad - 16\Pi_{A_\lambda} - 24\Pi_{A_\kappa} - 12\sigma^4 A_\sigma - 4\kappa^2 \sigma^2 \left(A_\sigma + A_\kappa \right) \\
&\quad - 4\lambda^2 \left[\left(3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 \right) A_\lambda + 3h_t^2 A_t + 3h_b^2 A_b + h_\tau^2 A_\tau \right] \\
&\quad + 32g_3^2 \left(-\Sigma_\kappa M_3 + \Sigma_{A_\kappa} \right) + 12g_2^2 \left(-\Sigma_\lambda M_2 + \Sigma_{A_\lambda} \right) \\
&\quad + 2g_1'^2 \left[\left(-\frac{5}{2}\kappa_i^2 + \frac{9}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) M_1' + \frac{5}{2}\kappa_i^2 A_{\kappa_i} - \frac{9}{5}\Sigma_{A_\kappa} - \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} \right] \\
&\quad + 2g_1^2 \left[-\left(\frac{4}{5}\Sigma_\kappa + \frac{6}{5}\Sigma_\lambda \right) M_1 + \frac{4}{5}\Sigma_{A_\kappa} + \frac{6}{5}\Sigma_{A_\lambda} \right] - \frac{512}{9}g_3^4 M_3 \\
&\quad - \frac{2336}{225}g_1^4 M_1 - \frac{2204}{51}g_1'^4 M_1' - \frac{128}{45}g_3^2 g_1^2 \left(M_3 + M_1 \right) \\
&\quad - \frac{104}{15}g_3^2 g_1'^2 \left(M_3 + M_1' \right) - \frac{38}{75}g_1^2 g_1'^2 \left(M_1 + M_1' \right),
\end{aligned} \tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{A_t}^{(2)} &= -88h_t^4 A_t - 20h_b^4 A_b - 10h_t^2 h_b^2 \left(A_t + A_b \right) - 2h_b^2 h_\tau^2 \left(A_b + A_\tau \right) \\
&\quad - 2\lambda^2 \left[\left(2\lambda^2 + \sigma^2 + 3h_t^2 + 4h_b^2 + h_\tau^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_\lambda + \sigma^2 A_\sigma \right. \\
&\quad \left. + 3h_t^2 A_t + 4h_b^2 A_b + h_\tau^2 A_\tau + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] + 32g_3^2 h_t^2 \left(-M_3 + A_t \right) \\
&\quad + 12g_2^2 h_t^2 \left(-M_2 + A_t \right) + 2g_1^2 \left[-\left(\frac{6}{5}h_t^2 + \frac{2}{5}h_b^2 \right) M_1 + \frac{6}{5}h_t^2 A_t + \frac{2}{5}h_b^2 A_b \right] \\
&\quad + 2g_1'^2 \left[-\left(\frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{3}{10}h_t^2 + \frac{3}{5}h_b^2 \right) M_1' + \frac{3}{2}\lambda^2 A_\lambda + \frac{3}{10}h_t^2 A_t + \frac{3}{5}h_b^2 A_b \right] \\
&\quad - \frac{512}{9}g_3^4 M_3 - 66g_2^4 M_2 - \frac{324}{25}g_1'^4 M_1' - 16g_3^2 g_2^2 \left(M_3 + M_2 \right) \\
&\quad - \frac{272}{45}g_3^2 g_1^2 \left(M_3 + M_1 \right) - \frac{16}{15}g_3^2 g_1'^2 \left(M_3 + M_1' \right) - 2g_2^2 g_1^2 \left(M_2 + M_1 \right) \\
&\quad - \frac{15652}{450}g_1^4 M_1 - \frac{3}{2}g_2^2 g_1'^2 \left(M_2 + M_1' \right) - \frac{161}{150}g_1^2 g_1'^2 \left(M_1 + M_1' \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{A_b}^{(2)} = & -20h_t^4 A_t - 88h_b^4 A_b - 10h_t^2 h_b^2 (A_t + A_b) - 6h_b^2 h_\tau^2 (A_b + A_\tau) - 12h_\tau^4 A_\tau \\
& -2\lambda^2 \left[\left(2\lambda^2 + \sigma^2 + 4h_t^2 + 3h_b^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_\lambda + \sigma^2 A_\sigma + 4h_t^2 A_t \right. \\
& \left. + 3h_b^2 A_b + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] + 32g_3^2 h_b^2 (-M_3 + A_b) + 12g_2^2 h_b^2 (-M_2 + A_b) \\
& + 4g_1^2 \left[- \left(\frac{2}{5}h_t^2 + \frac{1}{5}h_b^2 + \frac{3}{5}h_\tau^2 \right) M_1 + \frac{2}{5}h_t^2 A_t + \frac{1}{5}h_b^2 A_b + \frac{3}{5}h_\tau^2 A_\tau \right] \\
& + 2g_1'^2 \left[- \left(\lambda^2 + \frac{1}{5}h_t^2 + \frac{3}{5}h_b^2 - \frac{1}{5}h_\tau^2 \right) M_1' + \lambda^2 A_\lambda + \frac{1}{5}h_t^2 A_t + \frac{3}{5}h_b^2 A_b \right. \\
& \left. - \frac{1}{5}h_\tau^2 A_\tau \right] - \frac{512}{9}g_3^4 M_3 - 66g_2^4 M_2 - \frac{826}{45}g_1^4 M_1 - \frac{154}{5}g_1'^4 M_1' \\
& - 16g_3^2 g_2^2 (M_3 + M_2) - \frac{16}{9}g_3^2 g_1^2 (M_3 + M_1) - \frac{8}{3}g_3^2 g_1'^2 (M_3 + M_1') \\
& - 2g_2^2 g_1^2 (M_2 + M_1) - 3g_2^2 g_1'^2 (M_2 + M_1') + \frac{7}{15}g_1^2 g_1'^2 (M_1 + M_1'),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{A_\tau}^{(2)} = & -36h_b^4 A_b - 6h_t^2 h_b^2 (A_t + A_b) - 18h_b^2 h_\tau^2 (A_b + A_\tau) - 40h_\tau^4 A_\tau \\
& -2\lambda^2 \left[\left(2\lambda^2 + \sigma^2 + 3h_t^2 + 3h_\tau^2 + 2\Sigma_\lambda + 3\Sigma_\kappa \right) A_\lambda + \sigma^2 A_\sigma + 3h_t^2 A_t \right. \\
& \left. + 3h_\tau^2 A_\tau + 2\Sigma_{A_\lambda} + 3\Sigma_{A_\kappa} \right] + 32g_3^2 h_b^2 (-M_3 + A_b) + 12g_2^2 h_\tau^2 (-M_2 + A_\tau) \\
& + 4g_1^2 \left[- \left(-\frac{1}{5}h_b^2 + \frac{3}{5}h_\tau^2 \right) M_1 - \frac{1}{5}h_b^2 A_b + \frac{3}{5}h_\tau^2 A_\tau \right] \\
& + 2g_1'^2 \left[- \left(\lambda^2 - \frac{3}{5}h_b^2 + \frac{13}{10}h_\tau^2 \right) M_1' + \lambda^2 A_\lambda - \frac{3}{5}h_b^2 A_b + \frac{13}{10}h_\tau^2 A_\tau \right] \\
& - 66g_2^4 M_2 - \frac{378}{5}g_1^4 M_1 - \frac{154}{5}g_1'^4 M_1' - \frac{18}{5}g_2^2 g_1^2 (M_2 + M_1) \\
& - \frac{39}{10}g_2^2 g_1'^2 (M_2 + M_1') - \frac{3}{10}g_1^2 g_1'^2 (M_1 + M_1'),
\end{aligned}$$

$$\Pi_{A_\lambda} = \lambda_1^4 A_{\lambda_1} + \lambda_2^4 A_{\lambda_2} + \lambda_3^4 A_{\lambda_3}, \quad \Pi_{A_\kappa} = \kappa_1^4 A_{\kappa_1} + \kappa_2^4 A_{\kappa_2} + \kappa_3^4 A_{\kappa_3}.$$

Эволюция параметров B_L и ξ в потенциале взаимодействия скалярных полей (С.5) описывается двухпетлевыми уравнениями ренормгруппы:

$$\begin{aligned}
\frac{dB_L}{dt} = & \frac{1}{(4\pi)^2} \left[6g_2^2 M_2 + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 + \frac{4}{5}g_1'^2 M_1' - \frac{1}{(4\pi)^2} \left(66g_2^4 M_2 + \frac{594}{25}g_1^4 M_1 \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{434}{25}g_1'^4 M_1' + \frac{18}{5}g_2^2 g_1^2 (M_1 + M_2) + \frac{12}{5}g_2^2 g_1'^2 (M_2 + M_1') \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{36}{25}g_1^2 g_1'^2 (M_1 + M_1') \right) \right], \tag{C.9}
\end{aligned}$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4\kappa^2 A_\kappa + 2\sigma^2 A_\sigma + \frac{1}{(4\pi)^2} \left(-32\kappa^4 A_\kappa + \sigma^2 A_\sigma \left(5g_1'^2 - 8\kappa^2 - 8\sigma^2 - 4\Sigma_\lambda - 6\Sigma_\kappa \right) - \sigma^2 \left(5g_1'^2 M_1' + 8\kappa^2 A_\kappa + 4\Sigma_{A_\lambda} + 6\Sigma_{A_\kappa} \right) \right) \right].$$

Двухпетлевые уравнения ренормгруппы, описывающие эволюцию масс скалярных частиц в рассматриваемой модификации E₆SSM, можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dm_\phi^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4\kappa^2(3m_\phi^2 + A_\kappa^2) + 2\sigma^2(m_\phi^2 + m_S^2 + m_{\bar{S}}^2 + A_\sigma^2) + \frac{\beta_{m_\phi^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_S^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\sigma^2(m_\phi^2 + m_S^2 + m_{\bar{S}}^2 + A_\sigma^2) + 4\lambda^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 + m_S^2 + A_\lambda^2 \right) + \sum_\alpha 4\lambda_\alpha^2 \left(m_{H_\alpha^u}^2 + m_{H_\alpha^d}^2 + m_S^2 + A_{\lambda_\alpha}^2 \right) + \sum_j 6\kappa_j^2 \left(m_S^2 + m_{D_j}^2 + m_{\bar{D}_j}^2 + A_{\kappa_j}^2 \right) - 5g_1'^2 M_1'^2 + \frac{g_1'^2}{4} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_S^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{\bar{S}}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\sigma^2(m_\phi^2 + m_S^2 + m_{\bar{S}}^2 + A_\sigma^2) - 5g_1'^2 M_1'^2 - \frac{g_1'^2}{4} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{\bar{S}}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{H_u}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 + m_S^2 + A_\lambda^2 \right) + 6h_t^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{u_3^c}^2 + A_t^2 \right) - 6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5}g_1'^2 M_1'^2 + \frac{3}{5}g_1^2 \Sigma_1 - \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{H_u}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{H_d}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 + m_S^2 + A_\lambda^2 \right) + 6h_b^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{d_3^c}^2 + A_b^2 \right) + 2h_\tau^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{L_3}^2 + m_{e_3^c}^2 + A_\tau^2 \right) - 6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 - \frac{9}{5}g_1'^2 M_1'^2 - \frac{3}{5}g_1^2 \Sigma_1 - \frac{3}{20}g_1'^2 \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{H_d}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{H_\alpha^u}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda_\alpha^2 \left(m_{H_\alpha^u}^2 + m_{H_\alpha^d}^2 + m_S^2 + A_{\lambda_\alpha}^2 \right) - 6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5}g_1'^2 M_1'^2 + \frac{3}{5}g_1^2 \Sigma_1 - \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{H_\alpha^u}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{H_\alpha^d}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\lambda_\alpha^2 \left(m_{H_\alpha^u}^2 + m_{H_\alpha^d}^2 + m_S^2 + A_{\lambda_\alpha}^2 \right) - 6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 - \frac{9}{5}g_1'^2 M_1'^2 - \frac{3}{5}g_1^2 \Sigma_1 - \frac{3}{20}g_1'^2 \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{H_\alpha^d}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\ \frac{dm_{S_i}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[\frac{g_1'^2}{4} \Sigma_1' - 5g_1'^2 M_1'^2 + \frac{\beta_{m_{S_i}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dm_{D_i}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\kappa_i^2 \left(m_S^2 + m_{D_i}^2 + m_{\overline{D}_i}^2 + A_{\kappa_i}^2 \right) - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{8}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5} g_1'^2 M_1'^2 - \frac{2}{5} g_1^2 \Sigma_1 - \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{D_i}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{\overline{D}_i}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2\kappa_i^2 \left(m_S^2 + m_{D_i}^2 + m_{\overline{D}_i}^2 + A_{\kappa_i}^2 \right) - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{8}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{9}{5} g_1'^2 M_1'^2 + \frac{2}{5} g_1^2 \Sigma_1 - \frac{3}{20} g_1'^2 \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{\overline{D}_i}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{Q_i}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2h_t^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{u_3}^2 + A_t^2 \right) \delta_{i3} \right. \\
&\quad \left. + 2h_b^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{d_3}^2 + A_b^2 \right) \delta_{i3} - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 - 6g_2^2 M_2^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{1}{5} g_1'^2 M_1'^2 + \frac{1}{5} g_1^2 \Sigma_1 + \frac{g_1'^2}{20} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{Q_i}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{u_i^c}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4h_t^2 \left(m_{H_u}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{u_3}^2 + A_t^2 \right) \delta_{i3} - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{32}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{1}{5} g_1'^2 M_1'^2 - \frac{4}{5} g_1^2 \Sigma_1 + \frac{g_1'^2}{20} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{u_i^c}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{d_i^c}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4h_b^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{Q_3}^2 + m_{d_3}^2 + A_b^2 \right) \delta_{i3} - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{8}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5} g_1'^2 M_1'^2 + \frac{2}{5} g_1^2 \Sigma_1 + \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{d_i^c}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{L_i}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[2h_\tau^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{L_3}^2 + m_{e_3}^2 + A_\tau^2 \right) \delta_{i3} - 6g_2^2 M_2^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{6}{5} g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5} g_1'^2 M_1'^2 - \frac{3}{5} g_1^2 \Sigma_1 + \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{L_i}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{e_i^c}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[4h_\tau^2 \left(m_{H_d}^2 + m_{L_3}^2 + m_{e_3}^2 + A_\tau^2 \right) \delta_{i3} - \frac{24}{5} g_1^2 M_1^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{5} g_1'^2 M_1'^2 + \frac{6}{5} g_1^2 \Sigma_1 + \frac{g_1'^2}{20} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{e_i^c}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{L_4}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[-6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5} g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5} g_1'^2 M_1'^2 - \frac{3}{5} g_1^2 \Sigma_1 \right. \\
&\quad \left. + \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{L_4}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right], \\
\frac{dm_{\overline{L}_4}^2}{dt} &= \frac{1}{(4\pi)^2} \left[-6g_2^2 M_2^2 - \frac{6}{5} g_1^2 M_1^2 - \frac{4}{5} g_1'^2 M_1'^2 + \frac{3}{5} g_1^2 \Sigma_1 - \frac{g_1'^2}{10} \Sigma_1' + \frac{\beta_{m_{\overline{L}_4}^2}^{(2)}}{(4\pi)^2} \right],
\end{aligned} \tag{C.10}$$

где

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &= \sum_{i=1}^3 \left(m_{Q_i}^2 - 2m_{u_i^c}^2 + m_{d_i^c}^2 + m_{e_i^c}^2 - m_{L_i}^2 + m_{\overline{D}_i}^2 - m_{D_i}^2 \right) \\
&+ \sum_{\alpha=1,2} \left(m_{H_\alpha^u}^2 - m_{H_\alpha^d}^2 \right) + m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2 - m_{L_4}^2 + m_{\overline{L}_4}^2, \\
\Sigma'_1 &= \sum_{i=1}^3 \left(6m_{Q_i}^2 + 3m_{u_i^c}^2 + 6m_{d_i^c}^2 + m_{e_i^c}^2 + 4m_{L_i}^2 + 5m_{S_i}^2 - 9m_{\overline{D}_i}^2 - 6m_{D_i}^2 \right) \\
&- \sum_{\alpha=1,2} \left(4m_{H_\alpha^u}^2 + 6m_{H_\alpha^d}^2 \right) - 4m_{H_u}^2 - 6m_{H_d}^2 + 5m_S^2 - 5m_{\overline{S}}^2 + 4m_{L_4}^2 - 4m_{\overline{L}_4}^2,
\end{aligned}$$

а выражения для $\beta_{m_\phi}^{(2)}$, $\beta_{m_S}^{(2)}$, $\beta_{m_{\overline{S}}}^{(2)}$, $\beta_{m_{H_u}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{H_d}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{H_\alpha^u}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{H_\alpha^d}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{S_i}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{D_i}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{\overline{D}_i}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{Q_i}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{u_i^c}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{d_i^c}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{L_i}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{e_i^c}^2}^{(2)}$, $\beta_{m_{L_4}^2}^{(2)}$ и $\beta_{m_{\overline{L}_4}^2}^{(2)}$ приведены в работе [91].

Литература

- [1] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 1 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]]; G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], ATLAS-CONF-2012-162.
- [2] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 30 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]]; S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], CMS-PAS-HIG-12-045.
- [3] D. de Florian *et al.* [LHC Higgs Cross Section Working Group], arXiv:1610.07922 [hep-ph].
- [4] М. Б. Волошин, К. А. Тер-Мартirosян, Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц, М.: Энергоатомиздат, 1984.
- [5] К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, Квантовая теория поля, М.: Мир, 1984.
- [6] Л. Б. Окунь, Лептоны и кварки, М.: Наука, 1990.
- [7] П. Рамон, Теория поля, М.: Мир, 1984.
- [8] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, Введение в квантовую теорию калибровочных полей, М.: Наука, 1988.
- [9] Т. П. Ченг, Л. Ф. Ли, Калибровочные теории элементарных частиц, М.: Мир, 1987.
- [10] E. Gildener, S. Weinberg, Phys.Rev. **D13** (1976) 3333.
- [11] S. Weinberg, Rev.Mod.Phys. **61** (1989) 1.
- [12] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **148** (2003) 175 [arXiv:astro-ph/0302209].
- [13] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], Astrophys. J. **517** (1999) 565 [arXiv:astro-ph/9812133].
- [14] A. C. Pope *et al.* [The SDSS Collaboration], Astrophys. J. **607** (2004) 655 [arXiv:astro-ph/0401249].
- [15] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team Collaboration], Astrophys. J. **607** (2004) 665 [arXiv:astro-ph/0402512].
- [16] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, Phys. Rept. **405** (2005) 279 [arXiv:hep-ph/0404175].

- [17] S. R. Coleman, J. Mandula, Phys. Rev. **159** (1967) 1251.
- [18] J. Wess and B. Zumino, Nucl. Phys. B **78** (1974) 1.
- [19] Ю. А. Гольфанд, Е. П. Лихтман, Письма ЖЭТФ **13** (1971) 452.
- [20] Д. В. Волков, В. П. Акулов, Письма ЖЭТФ **16** (1972) 621.
- [21] J. Wess, B. Zumino, Phys.Lett. **B49** (1974) 52.
- [22] P. Nath, R. L. Arnowitt, Phys. Lett. B **56** (1975) 177.
- [23] D. Z. Freedman, P. van Nieuwenhuizen, S. Ferrara, Phys. Rev. D **13** (1976) 3214.
- [24] S. Deser, B. Zumino, Phys. Lett. B **62** (1976) 335.
- [25] D. Bailin, A. Love, "Supersymmetric gauge field theory and string theory Institute of Physics Publishing, 1994.
- [26] J. Wess, J. Bagger, "Supersymmetry and supergravity," Princeton, USA: Univ. Pr., 1992.
- [27] P. C. West, "Introduction to Supersymmetry and Supergravity," Singapore, Singapore: World Scientific, 1986.
- [28] S. Weinberg, "The quantum theory of fields. Vol. 3: Supersymmetry," Cambridge, UK: Univ. Pr., 2000.
- [29] H. Baer, X. Tata, "Weak scale supersymmetry: From superfields to scattering events," Cambridge, UK: Univ. Pr., 2006.
- [30] S. J. Gates, M. T. Grisaru, M. Rocek, W. Siegel, "Superspace, or one thousand and one lessons in supersymmetry," Front. Phys. **58** (1983) 1 [arXiv:hep-th/0108200].
- [31] В. И. Огиевецкий, Л. Мезинческу, УФН **117** (1975) 637.
- [32] P. Fayet, S. Ferrara, Phys. Rep. **32** (1977) 249.
- [33] H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1.
- [34] H. E. Haber, G. L. Kane, Phys. Rept. **117** (1985) 75.
- [35] M. F. Sohnius, Phys. Rep. **128** (1985) 41.
- [36] М. И. Высоцкий, УФН **146** (1985) 591.
- [37] A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos, Phys. Rept. **145** (1987) 1.
- [38] С. Л. Дубовский, Д. С. Горбунов, С. В. Троицкий, УФН **169** (1999) 705.

- [39] D. J. H. Chung, L. L. Everett, G. L. Kane, S. F. King, J. D. Lykken, L. T. Wang, Phys. Rept. **407** (2005) 1 [arXiv:hep-ph/0312378].
- [40] S. P. Martin, arXiv:hep-ph/9709356.
- [41] D. I. Kazakov, arXiv:hep-ph/0012288; arXiv:hep-ph/0411064.
- [42] A. V. Gladyshev, D. I. Kazakov, Phys. Atom. Nucl. **70** (2007) 1553 [arXiv:hep-ph/0606288].
- [43] A. Signer, J. Phys. G **36** (2009) 073002 [arXiv:0905.4630 [hep-ph]].
- [44] M. E. Peskin, arXiv:0801.1928 [hep-ph].
- [45] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, arXiv:hep-th/9902018.
- [46] N. Polonsky, Lect. Notes Phys. **M68** (2001) 1 [arXiv:hep-ph/0108236].
- [47] M. A. Luty, arXiv:hep-th/0509029.
- [48] G. L. Kane, arXiv:hep-ph/0202185.
- [49] K. A. Olive, arXiv:hep-ph/9911307.
- [50] I. J. R. Aitchison, arXiv:hep-ph/0505105.
- [51] M. Drees, arXiv:hep-ph/9611409.
- [52] J. D. Lykken, arXiv:hep-th/9612114.
- [53] M. Dine, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **192-193** (2009) 40 [arXiv:0901.1713 [hep-ph]].
- [54] R. Nevzorov, arXiv:1201.0115 [hep-ph].
- [55] K. A. Intriligator, N. Seiberg, Class. Quant. Grav. **24** (2007) S741 [arXiv:hep-ph/0702069].
- [56] L. O’Raifeartaigh, Nucl. Phys. **B96** (1975) 331.
- [57] P. Fayet, J. Iliopoulos, Phys. Lett. **B51** (1974) 461.
- [58] S. Coleman, E. Weinberg, Phys. Rev. **D7** (1973) 1888.
- [59] M. T. Grisaru, in Unification of the fundamental particle interactions II (eds. S.Ferrara, J.Ellis), Plenum Press, New York, 1983, p.329.
- [60] P. Howe, A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos, H. Nicolai, Phys. Lett. **B117** (1982) 395.
- [61] M. Dine, W. Fischler, Phys. Lett. **B110** (1982) 227; L. Alvarez–Gaume, M. Claudson, M. B. Wise, Nucl. Phys. **B207** (1982) 96; C. Nappi, B. Ovrut, Phys. Lett. **B113** (1982) 175.

- [62] S. Ferrara, L. Girardello, F. Palumbo, Phys. Rev. **D20** (1979) 403.
- [63] P. Fayet, Phys. Lett. **B84** (1979) 416.
- [64] N. Sakai, Z. Phys. **C11** (1981) 153; S. Dimopoulos, H. Georgi, Nucl. Phys. **B193** (1981) 150.
- [65] P. Fayet, Phys. Lett. **B69** (1977) 489.
- [66] S. Weinberg, Phys. Rev. **D26** (1982) 187; A. B. Lahanas, T. R. Taylor, Phys. Lett. **B114** (1982) 132; L. J. Hall, I. Hinchliffe, Phys. Lett. **B112** (1982) 351.
- [67] E. Witten, Nucl. Phys. B **188** (1981) 513; N. Sakai, Z. Phys. C **11** (1981) 153; S. Dimopoulos, H. Georgi, Nucl. Phys. B **193** (1981) 150; R. K. Kaul, P. Majumdar, Nucl. Phys. B **199** (1982) 36.
- [68] L. Girardello, M. T. Grisaru, Nucl. Phys. B **194** (1982) 65.
- [69] S. F. King, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Rev. D **73** (2006) 035009 [arXiv:hep-ph/0510419].
- [70] S. F. King, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Lett. B **634** (2006) 278 [arXiv:hep-ph/0511256].
- [71] R. Nevzorov, Phys. Rev. D **87** (2013) 015029 [arXiv:1205.5967 [hep-ph]].
- [72] S. F. King and R. Nevzorov, JHEP **1603** (2016) 139 [arXiv:1601.07242 [hep-ph]].
- [73] S. F. King, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Lett. B **650** (2007) 57 [arXiv:hep-ph/0701064].
- [74] M. I. Vysotsky, R. B. Nevzorov, Phys. Usp. **44** (2001) 919 [Usp. Fiz. Nauk **44** (2001) 939].
- [75] R. B. Nevzorov, K. A. Ter-Martirosyan, M. A. Trusov, Phys. Atom. Nucl. **65** (2002) 285 [Yad. Fiz. **65** (2002) 311] [hep-ph/0105178].
- [76] D. J. Miller, R. Nevzorov, P. M. Zerwas, Nucl. Phys. B **681** (2004) 3 [arXiv:hep-ph/0304049].
- [77] S. F. King, M. Muhlleitner, R. Nevzorov, Nucl. Phys. B **860** (2012) 207 [arXiv:1201.2671 [hep-ph]].
- [78] S. F. King, M. Mühlleitner, R. Nevzorov, K. Walz, Nucl. Phys. B **870** (2013) 323 [arXiv:1211.5074 [hep-ph]].
- [79] S. F. King, M. Mühlleitner, R. Nevzorov, K. Walz, Phys. Rev. D **90** (2014) 095014 [arXiv:1408.1120 [hep-ph]].
- [80] P. Athron, M. Mühlleitner, R. Nevzorov and A. G. Williams, JHEP **1501** (2015) 153 [arXiv:1410.6288 [hep-ph]].
- [81] R. Nevzorov, Phys. Rev. D **89** (2014) no.5, 055010 [arXiv:1309.4738 [hep-ph]].

- [82] R. B. Nevzorov, M. A. Trusov, Phys. Atom. Nucl. **65** (2002) 335 [Yad. Fiz. **65** (2002) 359] [arXiv:hep-ph/0301179].
- [83] S. Hesselbach, D. J. Miller, G. Moortgat-Pick, R. Nevzorov, M. Trusov, Phys. Lett. B **662** (2008) 199 [arXiv:0712.2001 [hep-ph]].
- [84] J. P. Hall, S. F. King, R. Nevzorov, S. Pakvasa, M. Sher, Phys. Rev. D **83** (2011) 075013 [arXiv:1012.5114 [hep-ph]].
- [85] R. Nevzorov, S. Pakvasa, Phys. Lett. B **728** (2014) 210 [arXiv:1308.1021 [hep-ph]].
- [86] P. Athron, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Lett. B **681** (2009) 448 [arXiv:0901.1192 [hep-ph]].
- [87] P. Athron, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Rev. D **80** (2009) 035009 [arXiv:0904.2169 [hep-ph]].
- [88] P. Athron, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Rev. D **84** (2011) 055006 [arXiv:1102.4363 [hep-ph]].
- [89] P. Athron, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, Phys. Rev. D **86** (2012) 095003 [arXiv:1206.5028 [hep-ph]].
- [90] P. Athron, D. Harries, R. Nevzorov and A. G. Williams, Phys. Lett. B **760** (2016) 19 [arXiv:1512.07040 [hep-ph]].
- [91] P. Athron, D. Harries, R. Nevzorov and A. G. Williams, JHEP **1612** (2016) 128 [arXiv:1610.03374 [hep-ph]].
- [92] S. F. King, R. Luo, D. J. Miller, R. Nevzorov, JHEP **0812** (2008) 042 [arXiv:0806.0330 [hep-ph]].
- [93] R. Nevzorov, Phys. Lett. B **779** (2018) 223 [arXiv:1710.11533 [hep-ph]].
- [94] R. Nevzorov and A. W. Thomas, Phys. Rev. D **92** (2015) 075007 [arXiv:1507.02101 [hep-ph]].
- [95] R. Nevzorov and A. W. Thomas, J. Phys. G **44** (2017) 075003 [arXiv:1605.07313 [hep-ph]].
- [96] R. Nevzorov and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **774** (2017) 123 [arXiv:1706.02856 [hep-ph]].
- [97] C. Froggatt, L. Laperashvili, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, Phys. Atom. Nucl. **67** (2004) 582 [Yad. Fiz. **67** (2004) 601] [arXiv:hep-ph/0310127].
- [98] C. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **743** (2006) 133 [arXiv:hep-ph/0511259].

- [99] C. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, *Int. J. Mod. Phys. A* **27** (2012) 1250063 [arXiv:1103.2146 [hep-ph]].
- [100] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen and A. W. Thomas, *Phys. Lett. B* **737** (2014) 167 [arXiv:1403.1001 [hep-ph]].
- [101] C. D. Froggatt, H. B. Nielsen, R. Nevzorov and A. W. Thomas, *Int. J. Mod. Phys. A* **32** (2017) no.17, 1730013 [arXiv:1704.08453 [hep-ph]].
- [102] C. D. Froggatt, L. Laperashvili, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, M. Sher, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 095005 [arXiv:hep-ph/0602054].
- [103] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, D. Thompson, *Phys. Lett. B* **657** (2007) 95 [arXiv:0708.2903 [hep-ph]].
- [104] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, D. Thompson, *Int. J. Mod. Phys. A* **24** (2009) 5587 [arXiv:0806.3190 [hep-ph]].
- [105] S. F. King, S. Moretti, R. Nevzorov, in Proceedings of the 33rd International Conference on High Energy Physics (ICHEP'06), Moscow, Russia, 2006, edited by A. Sissakian, G. Kozlov and E. Kolganova, *Conf. Proc. C* **060726** (2006) 1125 [arXiv:hep-ph/0610002].
- [106] S. F. King, S. Moretti, R. Nevzorov, in Proceedings of the 12th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, 2005 (World Scientific Company, Hackensack, 2006), edited by A. I. Studenikin, p.371 [arXiv:hep-ph/0601269].
- [107] P. Athron, J. P. Hall, S. F. King, S. Moretti, D. J. Miller, R. Nevzorov, S. Pakvasa, M. Sher, in Proceedings of the 2011 Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, Providence, Rhode Island, USA, 2011, edited by T. Speer, eConf C110809 (2011) [arXiv:1109.6373 [hep-ph]].
- [108] P. Athron, S. F. King, R. Luo, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, in Proceedings of the 17th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY09), Boston, USA, 2009, edited by P. Nath, G. Alverson and B. Nelson, *AIP Conf. Proc.* **1200** (2010) 466 [arXiv:0909.4530 [hep-ph]].
- [109] R. Nevzorov, in Proceedings of the 19th International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2010), Golitsyno, Moscow region, Russia, 2010, edited by N. Nikitin, *PoS QFTHEP* **2010** (2010) 015 [arXiv:1103.2141 [hep-ph]].
- [110] D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, in Proceedings of the 18th International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2004), St. Petersburg, Russia, 2004 (Moscow State University, Moscow, 2004), edited by M. N. Dubinin and V. I. Savrin, p. 212 [arXiv:hep-ph/0501139].

- [111] R. Nevzorov, D. J. Miller, in Proceedings of the 7th workshop "What Comes beyond the Standard model? Bled, Slovenia, 2004 (DMFA – ZALOZNISTVO, Ljubljana, 2004), edited by N. M. Borstnik, H. B. Nielsen, C. D. Froggatt and D. Lukman, p.107 [arXiv:hep-ph/0411275].
- [112] S. Hesselbach, D. J. Miller, G. Moortgat-Pick, R. Nevzorov, M. Trusov, in Proceedings of the 15th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY07), Karlsruhe, Germany, 2007 (University of Karlsruhe, Karlsruhe, 2008), edited by W. de Boer and I. Gebauer, p.918 [arXiv:0710.2550 [hep-ph]].
- [113] S. Hesselbach, G. Moortgat-Pick, D. J. Miller, R. Nevzorov, M. Trusov, in Proceedings of the 13th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, 2007 (World Scientific Company, Singapore, 2008), edited by A. I. Studenikin, p.370 [arXiv:0712.2014[hep-ph]].
- [114] S. Hesselbach, D. J. Miller, G. Moortgat-Pick, R. Nevzorov, M. Trusov, in Proceedings of the 34th International Conference in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008, eConf C080730 [arXiv:0810.0511 [hep-ph]].
- [115] J. P. Hall, S. F. King, R. Nevzorov, S. Pakvasa, M. Sher, in Proceedings of the 19th International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2010), Golitsyno, Moscow region, Russia, 2010, edited by N. Nikitin, PoS QFTHEP **2010** (2010) 069 [arXiv:1012.5365 [hep-ph]].
- [116] J. P. Hall, S. F. King, R. Nevzorov, S. Pakvasa, M. Sher, in Proceedings of the 2011 Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, Providence, Rhode Island, USA, 2011, edited by T. Speer, eConf C110809 (2011) [arXiv:1109.4972 [hep-ph]].
- [117] J. P. Hall, S. F. King, R. Nevzorov, S. Pakvasa and M. Sher, AIP Conf. Proc. **1560** (2013) 303.
- [118] R. Nevzorov and S. Pakvasa, Nucl. Part. Phys. Proc. **273-275** (2016) 690 [arXiv:1411.0386 [hep-ph]].
- [119] R. Nevzorov, PoS EPS **-HEP2015** (2015) 381 [arXiv:1510.05387 [hep-ph]].
- [120] P. Athron, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, in Proceedings of the 34th International Conference in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008, eConf C080730 [arXiv:0810.0617 [hep-ph]].
- [121] P. Athron, M. Muhlleitner, R. Nevzorov and A. G. Williams, in Proceedings of the 17th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia, 2015 (World Scientific Company, Singapore, 2017), edited by A. I. Studenikin, p.487 [arXiv:1602.04453 [hep-ph]].

- [122] S. F. King, R. Luo, D. J. Miller, R. Nevzorov, in Proceedings of the 34th International Conference in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008, eConf C080730 [arXiv:0810.0516 [hep-ph]].
- [123] C. Froggatt, L. Laperashvili, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 7th workshop "What Comes beyond the Standard model? Bled, Slovenia, 2004 (DMFA – ZALOZNISTVO, Ljubljana, 2004), edited by N. M. Borstnik, H. B. Nielsen, C. D. Froggatt and D. Lukman, p.17 [arXiv:hep-ph/0411273].
- [124] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 2007 Europhysics Conference on High Energy Physics (EPS-HEP 2007), Manchester, UK, 2007, edited by R. Barlow, J. Phys. Conf. Ser. **110** (2008) 072012 [arXiv:0708.2907 [hep-ph]].
- [125] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 34th International Conference in High Energy Physics (ICHEP08), Philadelphia, USA, 2008, eConf C080730 [arXiv:0810.0524 [hep-th]].
- [126] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 17th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY09), Boston, USA, 2009, edited by P. Nath, G. Alverson and B. Nelson, AIP Conf. Proc. **1200** (2010) 1093 [arXiv:0909.4703 [hep-ph]].
- [127] C. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 35th International Conference in High Energy Physics (ICHEP 2010), Paris, France, 2010, edited by B. Pire, M. Cirelli, P. Colas, A. Djouadi, A. Lounis, F. Machefert and G. Wormser, PoS ICHEP **2010** (2010) 442 [arXiv:1012.5121 [hep-ph]].
- [128] C. D. Froggatt, R. Nevzorov and H. B. Nielsen, AIP Conf. Proc. **1560** (2013) 300.
- [129] R. Nevzorov, H. B. Nielsen, A. Thomas and C. Froggatt, PoS EPS **-HEP2015** (2015) 380 [arXiv:1510.05379 [hep-ph]].
- [130] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen and A. W. Thomas, Nucl. Part. Phys. Proc. **273-275** (2016) 1465 [arXiv:1410.6620 [hep-ph]].
- [131] C. D. Froggatt, L. V. Laperashvili, R. B. Nevzorov, H. B. Nielsen, M. Sher, in Proceedings of the 7th workshop "What Comes beyond the Standard model? Bled, Slovenia, 2004 (DMFA – ZALOZNISTVO, Ljubljana, 2004), edited by N. M. Borstnik, H. B. Nielsen, C. D. Froggatt and D. Lukman, p.28 [arXiv:hep-ph/0412333].
- [132] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 2007 Europhysics Conference on High Energy Physics (EPS-HEP 2007), Manchester, UK, 2007, edited by R. Barlow, J. Phys. Conf. Ser. **110** (2008) 062010 [arXiv:0708.2905 [hep-ph]].

- [133] C. D. Froggatt, R. Nevzorov, H. B. Nielsen, in Proceedings of the 15th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY07), Karlsruhe, Germany, 2007 (University of Karlsruhe, Karlsruhe, 2008), edited by W. de Boer and I. Gebauer, p.710 [arXiv:0710.2457 [hep-ph]].
- [134] R. Nevzorov, A. W. Thomas, EPJ. Web Conf. **191** (2018) 02004 [arXiv:1808.01982 [hep-ph]].
- [135] R. Nevzorov and A. W. Thomas, EPJ Web Conf. **125** (2016) 02021 [arXiv:1608.00320 [hep-ph]].
- [136] P. Fayet, Nucl. Phys. B **90** (1975) 104; Phys. Lett. B **64** (1976) 159; Phys. Lett. B **69** (1977) 489; Phys. Lett. B **84** (1979) 416; H. P. Nilles, M. Srednicki, D. Wyler, Phys. Lett. B **120** (1983) 346; J. M. Frere, D. R. Jones and S. Raby, Nucl. Phys. B **222** (1983) 11; J. P. Derendinger and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **237** (1984) 307; A. I. Veselov, M. I. Vysotsky and K.A. Ter-Martirosian, Sov. Phys. JETP **63** (1986) 489; J. R. Ellis, J. F. Gunion, H. E. Haber, L. Roszkowski and F. Zwirner, Phys. Rev. D **39** (1989) 844; M. Drees, Int. J. Mod. Phys. A **4** (1989) 3635; L. Durand and J. L. Lopez, Phys. Lett. B **217** (1989) 463.
- [137] U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **315** (1993) 331; Z. Phys. C **67** (1995) 665; Nucl. Phys. B **492** (1997) 307; U. Ellwanger, Phys. Lett. B **303** (1993) 271; P. Pandita, Z. Phys. C **59** (1993) 575; T. Elliott, S. F. King and P. L. White, Phys. Rev. D **49** (1994) 2435; S. F. King and P. L. White, Phys. Rev. D **52** (1995) 4183; F. Franke and H. Fraas, Int. J. Mod. Phys. A **12** (1997) 479.
- [138] U. Ellwanger, C. Hugonie, A. M. Teixeira, Phys. Rept. **496** (2010) 1 [arXiv:0910.1785 [hep-ph]].
- [139] U. Ellwanger, Eur. Phys. J. C **71** (2011) 1782 [arXiv:1108.0157 [hep-ph]].
- [140] M. Maniatis, Int. J. Mod. Phys. A **25** (2010) 3505 [arXiv:0906.0777 [hep-ph]].
- [141] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 1440; Phys. Rev. D **16** (1977) 1791.
- [142] F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40** (1978) 279.
- [143] D. A. Dicus, E. W. Kolb, V. L. Teplitz and R. V. Wagoner, Phys. Rev. D **18** (1978) 1829; J. A. Grifols and E. Masso, Phys. Lett. B **173** (1986) 237; J. R. Ellis and K. A. Olive, Phys. Lett. B **193** (1987) 525; G. Raffelt and D. Seckel, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 1793; J. A. Grifols, E. Masso and S. Peris, Mod. Phys. Lett. A **4** (1989) 311; G. G. Raffelt, Phys. Rept. **198** (1990) 1; G. Raffelt and A. Weiss, Phys. Rev. D **51** (1995) 1495 [arXiv:hep-ph/9410205].

- [144] Y. B. Zeldovich, I. Y. Kobzarev and L. B. Okun, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **67** (1974) 3 [Sov. Phys. JETP **40** (1974) 1].
- [145] A. Vilenkin, Phys. Rep. **121** (1985) 263;
- [146] S. A. Abel, S. Sarkar and P. L. White, Nucl. Phys. B **454** (1995) 663.
- [147] C. Panagiotakopoulos and K. Tamvakis, Phys. Lett. B **446** (1999) 224 [arXiv:hep-ph/9809475].
- [148] C. Panagiotakopoulos and K. Tamvakis, Phys. Lett. B **469** (1999) 145 [arXiv:hep-ph/9908351].
- [149] A. Dedes, C. Hugonie, S. Moretti and K. Tamvakis, Phys. Rev. D **63** (2001) 055009 [arXiv:hep-ph/0009125]; C. Panagiotakopoulos and A. Pilaftsis, Phys. Rev. D **63** (2001) 055003 [arXiv:hep-ph/0008268]; A. Menon, D. E. Morrissey and C. E. M. Wagner, Phys. Rev. D **70** (2004) 035005 [arXiv:hep-ph/0404184]; C. Balazs, M. S. Carena, A. Freitas and C. E. M. Wagner, JHEP **0706** (2007) 066 [arXiv:0705.0431 [hep-ph]].
- [150] S. F. King and P. L. White, Phys. Rev. D **53** (1996) 4049 [hep-ph/9508346]; R. B. Nevzorov and M. A. Trusov, J. Exp. Theor. Phys. **91** (2000) 1079 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **91** (2000) 1251] [hep-ph/0106351]; G. G. Ross, K. Schmidt-Hoberg and F. Staub, JHEP **1208** (2012) 074 [arXiv:1205.1509 [hep-ph]]; G. G. Ross and K. Schmidt-Hoberg, Nucl. Phys. B **862** (2012) 710 [arXiv:1108.1284 [hep-ph]].
- [151] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten, Superstring Theory (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987).
- [152] P. Horava, E. Witten, Nucl. Phys. **B460** (1996) 506; Nucl. Phys. **B475** (1996) 94.
- [153] F. del Aguila, G. A. Blair, M. Daniel, G. G. Ross, Nucl. Phys. B **272** (1986) 413.
- [154] P. Langacker, Rev. Mod. Phys. **81** (2009) 1199 [arXiv:0801.1345 [hep-ph]].
- [155] J. L. Hewett, T. G. Rizzo, Phys. Rept. **183** (1989) 193.
- [156] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, S. Dawson, “The Higgs Hunter’s Guide” (Westview Press, 2000) [Erratum arXiv:hep-ph/9302272]; P. Binetruy, S. Dawson, I. Hinchliffe, M. Sher, Nucl. Phys. B **273** (1986) 501; J. R. Ellis, K. Enqvist, D. V. Nanopoulos, F. Zwirner, Mod. Phys. Lett. A **1** (1986) 57. L. E. Ibanez, J. Mas, Nucl. Phys. B **286** (1987) 107; J. F. Gunion, L. Roszkowski, H. E. Haber, Phys. Lett. B **189** (1987) 409; H. E. Haber, M. Sher, Phys. Rev. D **35** (1987) 2206; J. R. Ellis, D. V. Nanopoulos, S. T. Petcov, F. Zwirner, Nucl. Phys. B **283** (1987) 93; M. Drees, Phys. Rev. D **35** (1987) 2910; J. F. Gunion, L. Roszkowski, H. E. Haber, Phys. Lett. B **189** (1987) 409; H. Baer, D. Dicus, M. Drees, X. Tata, Phys. Rev. D **36** (1987) 1363; J. F. Gunion, L. Roszkowski, H. E. Haber, Phys. Rev. D **38** (1988) 105.

- [157] E. Accomando, A. Belyaev, L. Fedeli, S. F. King, C. Shepherd-Themistocleous, Phys. Rev. D **83** (2011) 075012 [arXiv:1010.6058 [hep-ph]].
- [158] J. Kang, P. Langacker, B. D. Nelson, Phys. Rev. D **77** (2008) 035003 [arXiv:0708.2701 [hep-ph]].
- [159] P. Langacker, J. Wang, Phys. Rev. D **58** (1998) 115010.
- [160] M. Cvetič, P. Langacker, Phys. Rev. D **54** (1996) 3570; M. Cvetič, P. Langacker, Mod. Phys. Lett. A **11** (1996) 1247; M. Cvetič, D. A. Demir, J. R. Espinosa, L. L. Everett and P. Langacker, Phys. Rev. D **56** (1997) 2861 [Erratum-ibid. D **58** (1998) 119905].
- [161] D. Suematsu, Y. Yamagishi, Int. J. Mod. Phys. A **10** (1995) 4521.
- [162] E. Keith, E. Ma, Phys. Rev. D **56** (1997) 7155.
- [163] Y. Daikoku, D. Suematsu, Phys. Rev. D **62** (2000) 095006.
- [164] J. H. Kang, P. Langacker, T. J. Li, Phys. Rev. D **71** (2005) 015012.
- [165] E. Ma, Phys. Lett. B **380** (1996) 286.
- [166] B. Stech and Z. Tavartkiladze, Phys. Rev. D **77**, 076009 (2008) [arXiv:0802.0894 [hep-ph]].
- [167] T. Hambye, E. Ma, M. Raidal, U. Sarkar, Phys. Lett. B **512** (2001) 373.
- [168] E. Ma, M. Raidal, J. Phys. G **28** (2002) 95; J. Kang, P. Langacker, T.-J. Li, T. Liu, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 061801.
- [169] J. A. Grifols, J. Sola, A. Mendez, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 2348; D. A. Morris, Phys. Rev. D **37** (1988) 2012.
- [170] D. Suematsu, Mod. Phys. Lett. A **12** (1997) 1709.
- [171] A. Gutierrez-Rodriguez, M. A. Hernandez-Ruiz and M. A. Perez, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 3493 (2007) [arXiv:hep-ph/0611235].
- [172] D. Suematsu, Phys. Lett. B **416** (1998) 108.
- [173] S. W. Ham, J. O. Im, E. J. Yoo and S. K. Oh, JHEP **0812**, 017 (2008) [arXiv:0810.4194 [hep-ph]].
- [174] D. Suematsu, Phys. Rev. D **57** (1998) 1738.
- [175] E. Keith, E. Ma, Phys. Rev. D **54** (1996) 3587.

- [176] S. Hesselbach, F. Franke, H. Fraas, Eur. Phys. J. C **23** (2002) 149; V. Barger, P. Langacker, H. S. Lee, Phys. Lett. B **630** (2005) 85; S. Y. Choi, H. E. Haber, J. Kalinowski, P. M. Zerwas, Nucl. Phys. B **778** (2007) 85; V. Barger, P. Langacker, I. Lewis, M. McCaskey, G. Shaughnessy and B. Yencho, Phys. Rev. D **75** (2007) 115002.
- [177] T. Gherghetta, T. A. Kaeding, G. L. Kane, Phys. Rev. D **57** (1998) 3178 [hep-ph/9701343].
- [178] V. Barger, P. Langacker, G. Shaughnessy, New J. Phys. **9** (2007) 333.
- [179] V. Barger, P. Langacker, H. S. Lee, G. Shaughnessy, Phys. Rev. D **73** (2006) 115010.
- [180] R. Howl, S. F. King, JHEP **0801** (2008) 030 [arXiv:0708.1451 [hep-ph]]; P. Athron, J. P. Hall, R. Howl, S. F. King, D. J. Miller, S. Moretti, R. Nevzorov, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **200-202** (2010) 120.
- [181] J. Rich, M. Spiro, J. Lloyd–Owen, Phys. Rept. **151** (1987) 239; P. F. Smith, Contemp. Phys. **29** (1988) 159; T. K. Hemmick et al. , Phys. Rev. D **41** (1990) 2074.
- [182] S. Wolfram, Phys. Lett. B **82** (1979) 65; C. B. Dover, T. K. Gaisser, G. Steigman, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 1117.
- [183] R. Hempfling, Phys. Lett. B **351** (1995) 206 [arXiv:hep-ph/9502201].
- [184] G. F. Giudice, A. Masiero, Phys. Lett. B **206** (1988) 480; J. A. Casas, C. Muñoz, Phys. Lett. B **306** (1993) 288.
- [185] H. Georgi, S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438.
- [186] J. Ellis, S. Kelley, D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **260** (1991) 131; P. Langacker, M. Luo, Phys. Rev. D **44** (1991) 817; U. Amaldi, W. de Boer, H. Furstenuau, Phys. Lett. B **260** (1991) 447; F. Anselmo, L. Cifarelli, A. Peterman, A. Zichichi, Nuovo Cimento A **104** (1991) 1817, **105** (1992) 581.
- [187] D.R.T. Jones, Nucl. Phys. B **87** (1975) 127; K. Inoue, A. Kakuto, S. Takeshita, Prog. Theor. Phys. **67** (1982) 1889; *ibid.* **68** (1982) 927; D.R.T. Jones, L. Mezincescu, Phys. Lett. B **136** (1984) 242; P. West, Phys. Lett. B **137** (1984) 371; A. Parkes, P. West, Phys. Lett. B **138** (1984) 99; D.R.T. Jones, L. Mezincescu, Phys. Lett. B **138** (1984) 293; M.E. Machacek, M.T. Vaughn, Nucl. Phys. B **236** (1984) 221.
- [188] S.P. Martin, M.T. Vaughn, Phys. Rev. D **50** (1994) 2282.
- [189] P.H. Chankowski, Z. Pluciennik, S. Pokorski, C.E. Vayonakis, Phys. Lett. B **358** (1995) 264.
- [190] W.Siegel, Phys.Lett. **B84** (1979) 193; D.M.Capper, D.R.T.Jones, P.van Nieuwenhuizen, Nucl.Phys. **B167** (1980) 479.

- [191] G.'t Hooft, Nucl.Phys. **B61** (1973) 455; W.A.Bardeen, A.Buras, D.Duke, T.Muta, Phys.Rev. **D18** (1978) 3998.
- [192] I. Antoniadis, C. Kounnas, K. Tamvakis, Phys.Lett. **B119** (1982) 377; I. Antoniadis, C. Kounnas, R. Lacaze, Nucl. Phys. B **211** (1983) 216.
- [193] M. Carena, S. Pokorski, C.E.M. Wagner, Nucl. Phys. B **406** (1993) 59.
- [194] P. Langacker, N. Polonsky, Phys. Rev. D **52** (1995) 3081.
- [195] P. Langacker, N. Polonsky, Phys. Rev. D **47** (1993) 4028.
- [196] G.G. Ross, R.G. Roberts, Nucl. Phys. B **377** (1992) 571; V.D. Barger, M.S. Berger, P. Ohmann, Phys. Rev. D **47** (1993) 1093; P. Langacker, N. Polonsky, Phys. Rev. D **49** (1994) 1454.
- [197] W. de Boer and C. Sander, Phys. Lett. B **585** (2004) 276; W. de Boer, C. Sander, V. Zhukov, A. V. Gladyshev and D. I. Kazakov, Phys. Lett. B **636** (2006) 13.
- [198] J. Bagger, K. Matchev, D. Pierce, Phys. Lett. B **348** (1995) 443.
- [199] B. Holdom, Phys. Lett. B **166** (1986) 196.
- [200] K. S. Babu, C. Kolda, J. March–Russell, Phys. Rev. D **54** (1996) 4635; P. Langacker, J. Wang, Phys. Rev. D **58** (1998) 115010; T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **59** (1999) 015020.
- [201] D. Suematsu, Phys. Rev. D **59** (1999) 055017.
- [202] A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis, T. Yanagida, Phys. Lett. B **115** (1982) 380; B. Grinstein, Nucl. Phys. B **206** (1982) 387; J. E. Kim, M. Ozer, Phys. Lett. B **134** (1984) 425; H. Murayama, Y. Okada, T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **88** (1992) 791; Z. Berezhiani, Z. Tavartkiladze, Phys. Lett. **B396** (1997) 150-160 [hep-ph/9611277].
- [203] G. Altarelli, F. Feruglio, I. Masina, JHEP **0011** (2000) 040 [hep-ph/0007254].
- [204] Y. Kawamura, Prog. Theor. Phys. **105** (2001) 999 [hep-ph/0012125].
- [205] L. J. Hall, Y. Nomura, Phys. Rev. D **64** (2001) 055003 [hep-ph/0103125].
- [206] G. Altarelli, F. Feruglio, Phys. Lett. B **511** (2001) 257 [hep-ph/0102301];
- [207] A. Hebecker, J. March-Russell, Nucl. Phys. B **613** (2001) 3 [hep-ph/0106166].
- [208] R. Barbieri, L. J. Hall, Y. Nomura, Phys. Rev. D **66** (2002) 045025 [hep-ph/0106190]; N. Haba, Y. Shimizu, T. Suzuki, K. Ukai, Prog. Theor. Phys. **107** (2002) 151 [hep-ph/0107190]; S. M. Barr, I. Dorsner, Phys. Rev. D **66** (2002) 065013 [hep-ph/0205088]; A. Hebecker, J. March-Russell, Phys. Lett. B **541** (2002) 338 [hep-ph/0205143]; F. Paccetti

- Correia, M. G. Schmidt, Z. Tavartkiladze, , Phys. Lett. B **545** (2002) 153 [hep-ph/0206307]; A. Hebecker, J. March-Russell, T. Yanagida, Phys. Lett. B **552** (2003) 229 [hep-ph/0208249]; H. D. Kim, S. Raby, JHEP **0307** (2003) 014 [hep-ph/0304104]; G. Bhattacharyya, G. C. Branco, J. I. Silva-Marcos, Phys. Rev. D **77** (2008) 011901 [arXiv:0709.1848 [hep-ph]].
- [209] A. B. Kobakhidze, Phys. Lett. B **514** (2001) 131 [hep-ph/0102323]; A. Hebecker, J. March-Russell, Phys. Lett. B **539** (2002) 119 [hep-ph/0204037]; Q. Shafi, Z. Tavartkiladze, Nucl. Phys. B **665** (2003) 469 [hep-ph/0303150].
- [210] Y. Nomura, Phys. Rev. D **65** (2002) 085036 [hep-ph/0108170]; L. J. Hall, Y. Nomura, Phys. Rev. D **65** (2002) 125012 [hep-ph/0111068]; R. Dermisek, A. Mafi, Phys. Rev. D **65** (2002) 055002 [hep-ph/0108139]; L. J. Hall, Y. Nomura, Phys. Rev. D **66** (2002) 075004 [hep-ph/0205067]; H. D. Kim, S. Raby, JHEP **0301** (2003) 056 [hep-ph/0212348]; I. Dorsner, Phys. Rev. D **69** (2004) 056003 [hep-ph/0310175].
- [211] H. -D. Kim, J. E. Kim, H. M. Lee, Eur. Phys. J. C **24** (2002) 159 [hep-ph/0112094]; F. P. Correia, M. G. Schmidt, Z. Tavartkiladze, , Nucl. Phys. B **649** (2003) 39 [hep-ph/0204080].
- [212] L. J. Hall, Y. Nomura, D. Tucker-Smith, Nucl. Phys. B **639** (2002) 307 [hep-ph/0107331]; L. J. Hall, J. March-Russell, T. Okui, D. Tucker-Smith, JHEP **0409** (2004) 026 [hep-ph/0108161]; K. S. Babu, S. M. Barr, B. -s. Kyae, Phys. Rev. D **65** (2002) 115008 [hep-ph/0202178]; H. D. Kim, S. Raby, L. Schradin, JHEP **0505** (2005) 036 [hep-ph/0411328]; S. Forste, H. P. Nilles, A. Wingerter, Phys. Rev. D **72** (2005) 026001 [hep-th/0504117].
- [213] F. Braam, A. Knochel, J. Reuter, JHEP **1006** (2010) 013 [arXiv:1001.4074 [hep-ph]].
- [214] T. -j. Li, Phys. Lett. B **520** (2001) 377 [hep-th/0107136]; T. -j. Li, Nucl. Phys. **B619** (2001) 75 [hep-ph/0108120]; N. Haba, T. Kondo, Y. Shimizu, Phys. Lett. B **531** (2002) 245 [hep-ph/0112132]; T. Watari, T. Yanagida, Phys. Lett. B **532** (2002) 252 [hep-ph/0201086]; N. Haba, T. Kondo, Y. Shimizu, Phys. Lett. B **535** (2002) 271 [hep-ph/0202191]; T. Watari, T. Yanagida, Phys. Lett. **B544** (2002) 167 [hep-ph/0205090]; T. Asaka, W. Buchmuller, L. Covi, Phys. Lett. B **540** (2002) 295 [hep-ph/0204358]; A. Hebecker, M. Ratz, Nucl. Phys. B **670** (2003) 3 [hep-ph/0306049]; T. Asaka, W. Buchmuller, L. Covi, Phys. Lett. B **563** (2003) 209 [hep-ph/0304142]; W. Buchmuller, J. Kersten, K. Schmidt-Hoberg, JHEP **0602** (2006) 069 [hep-ph/0512152]; W. Buchmuller, L. Covi, D. Emmanuel-Costa, S. Wiesenfeldt, JHEP **0712** (2007) 030 [arXiv:0709.4650 [hep-ph]].
- [215] L. J. Hall, Y. Nomura, T. Okui, D. Tucker-Smith, Phys. Rev. D **65** (2002) 035008 [hep-ph/0108071]; H. M. Lee, Phys. Rev. D **75** (2007) 065009 [hep-ph/0611196].
- [216] T. Asaka, W. Buchmuller, L. Covi, Phys. Lett. B **523** (2001) 199 [hep-ph/0108021].

- [217] W. Buchmuller, L. Covi, D. Emmanuel-Costa, S. Wiesenfeldt, JHEP **0409** (2004) 004 [hep-ph/0407070].
- [218] P. Candelas, G. T. Horowitz, A. Strominger, E. Witten, Nucl. Phys. B **258** (1985) 46; E. Witten, Nucl. Phys. B **258** (1985) 75; L. J. Dixon, J. A. Harvey, C. Vafa, E. Witten, Nucl. Phys. B **261** (1985) 678; J. D. Breit, B. A. Ovrut, G. C. Segre, Phys. Lett. B **158** (1985) 33; L. J. Dixon, J. A. Harvey, C. Vafa, E. Witten, Nucl. Phys. B **274** (1986) 285; A. Sen, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 33; L. E. Ibanez, J. E. Kim, H. P. Nilles, F. Quevedo, Phys. Lett. B **191** (1987) 282.
- [219] T. Kobayashi, S. Raby, R. -J. Zhang, Phys. Lett. B **593** (2004) 262 [hep-ph/0403065]; T. Kobayashi, S. Raby, R. -J. Zhang, Nucl. Phys. B **704** (2005) 3 [hep-ph/0409098]; W. Buchmuller, K. Hamaguchi, O. Lebedev, M. Ratz, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 121602 [hep-ph/0511035]; O. Lebedev, H. P. Nilles, S. Raby, S. Ramos-Sanchez, M. Ratz, P. K. S. Vaudrevange, A. Wingerter, Phys. Lett. **B645** (2007) 88 [hep-th/0611095]; W. Buchmuller, K. Hamaguchi, O. Lebedev, M. Ratz, Nucl. Phys. **B785** (2007) 149 [hep-th/0606187]; W. Buchmuller, C. Ludeling, J. Schmidt, JHEP **0709** (2007) 113 [arXiv:0707.1651 [hep-ph]]; O. Lebedev, H. P. Nilles, S. Raby, S. Ramos-Sanchez, M. Ratz, P. K. S. Vaudrevange, A. Wingerter, Phys. Rev. **D77** (2008) 046013 [arXiv:0708.2691 [hep-th]].
- [220] J. R. Ellis, M. K. Gaillard, Phys. Lett. B **88** (1979) 315; H. Georgi, C. Jarlskog, Phys. Lett. B **86** (1979) 297; S. Dimopoulos, L. J. Hall, S. Raby, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 1984; S. Dimopoulos, L. J. Hall, S. Raby, Phys. Rev. D **45** (1992) 4192.
- [221] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, H. Georgi, Phys. Lett. B **516** (2001) 395-402 [hep-th/0103135]; C. A. Scrucca, M. Serone, L. Silvestrini, F. Zwirner, Phys. Lett. B **525** (2002) 169-174. [hep-th/0110073]; R. Barbieri, R. Contino, P. Creminelli, R. Rattazzi, C. A. Scrucca, Phys. Rev. D **66** (2002) 024025 [hep-th/0203039];
- [222] T. Asaka, W. Buchmuller, L. Covi, Nucl. Phys. B **648** (2003) 231 [hep-ph/0209144]; G. von Gersdorff, M. Quiros, Phys. Rev. D **68** (2003) 105002 [hep-th/0305024]; C. A. Scrucca, M. Serone, Int. J. Mod. Phys. **A19** (2004) 2579-2642. [hep-th/0403163].
- [223] J. R. Ellis, M. K. Gaillard, D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **88** (1979) 320.
- [224] S. L. Adler, Phys. Rev. **177** (1969) 2426; S. L. Adler, W. A. Bardeen, Phys. Rev. **182** (1969) 1517; J. S. Bell, R. Jackiw, Nuovo Cim. A **60** (1969) 47.
- [225] N. Borghini, Y. Gouverneur, M. H. G. Tytgat, Phys. Rev. D **65** (2002) 025017 [hep-ph/0108094]; G. von Gersdorff, JHEP **0703** (2007) 083 [hep-th/0612212].
- [226] L. J. Schradin, PhD Thesis, Ohio State University (2006).

- [227] M. B. Green, J. H. Schwarz, Phys. Lett. B **149** (1984) 117.
- [228] B. A. Dobrescu, E. Poppitz, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 031801 [hep-ph/0102010]; A. Hebecker, J. March-Russell, Nucl. Phys. B **625** (2002) 128 [hep-ph/0107039].
- [229] J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, Phys. Lett. **B262** (1991) 477; A. V. Gladyshev, D. I. Kazakov, W. De Boer, G. Burkart, R. Ehret, Nucl. Phys. B **498** (1997) 3.
- [230] M. Carena, M. Quiros, C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **461** (1996) 407.
- [231] A. Brignole, Phys. Lett. B **281** (1992) 284; A. Dabelstein, Z. Phys. C **67** (1995) 495.
- [232] M. Drees, M. Nojiri, Phys. Rev. D **45** (1992) 2482.
- [233] K. Sasaki, M. Carena, C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **381** (1992) 66; H. E. Haber, R. Hempfling, Phys. Rev. D **48** (1993) 4280; M. Carena, J. R. Espinosa, M. Quiros, C. E. M. Wagner, Phys. Lett. B **355** (1995) 209; A. V. Gladyshev, D. I. Kazakov, Mod. Phys. Lett. A **10** (1995) 3129.
- [234] P. H. Chankowski, S. Pokorski, J. Rosiek, Phys. Lett. B **274** (1992) 191; A. Yamada, Z. Phys. C **61** (1994) 247; P. H. Chankowski, S. Pokorski, J. Rosiek, Nucl. Phys. B **423** (1994) 437; D. M. Pierce, J. A. Bagger, K. Matchev, R. Zhang, Nucl. Phys. B **491** (1997) 3.
- [235] A. Brignole, J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, Phys. Lett. B **271** (1991) 123; M. A. Diaz, H. E. Haber, Phys. Rev. D **45** (1992) 4246; A. Brignole, Phys. Lett. B **277** (1992) 313.
- [236] P. A. Kovalenko, R. B. Nevzorov and K. A. Ter-Martirosian, Phys. Atom. Nucl. **61** (1998) 812 [Yad. Fiz. **61** (1998) 898].
- [237] Y. Okada, M. Yamaguchi, T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **85** (1991) 1; J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, Phys. Lett. B **257** (1991) 83; R. Barbieri, M. Frigeni, Phys. Lett. B **258** (1991) 395; D. M. Pierce, A. Papadopoulos, S. Johnson, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 3678.
- [238] R. Barbieri, M. Frigeni, F. Caravaglios, Phys. Lett. B **258** (1991) 167; Y. Okada, M. Yamaguchi, T. Yanagida, Phys. Lett. B **262** (1991) 54.
- [239] H. E. Haber, R. Hempfling, A. H. Hoang, Z. Phys. C **75** (1997) 539.
- [240] H. E. Haber, R. Hempfling, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 1815.
- [241] R. Hempfling, A. H. Hoang, Phys. Lett. B **331** (1994) 99; R. Zhang, Phys. Lett. B **447** (1999) 89; J. R. Espinosa, R. J. Zhang, JHEP **0003** (2000) 026; J. R. Espinosa, R. J. Zhang, hep-ph/0003246.
- [242] J. R. Espinosa, M. Quiros, Phys. Lett. B **266** (1991) 389; J. Kodaira, Y. Yasui, K. Sasaki, Phys. Rev. D **50** (1994) 7035; J. A. Casas, J. R. Espinosa, M. Quiros, A. Riotto, Nucl. Phys. B **436** (1995) 3.

- [243] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Phys. Rev. D **58** (1998) 091701; S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Phys. Lett. B **440** (1998) 296; S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Phys. Lett. B **455** (1999) 179; S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Eur. Phys. J. C **9** (1999) 343.
- [244] M. Carena, H. E. Haber, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. E. M. Wagner, G. Weiglein, Nucl. Phys. B **580** (2000) 29.
- [245] K. Inoue, A. Kakuto, H. Komatsu, S. Takeshita, Prog. Theor. Phys. **67** (1982) 1889; R. Flores, M. Sher, Annals. Phys. **148** (1983) 95; S. P. Li, M. Sher, Phys. Lett. B **140** (1984) 339.
- [246] A. Pomarol, Phys. Rev. D **47** (1993) 273; K. S. Babu, S. M. Barr, Phys. Rev. D **49** (1994) 2156; G. M. Asatrian, G. K. Egjian, Mod. Phys. Lett. A **10** (1995) 2943; G. M. Asatrian, G. K. Egjian, Mod. Phys. Lett. A **11** (1996) 2771; N. Haba, M. Matsuda, M. Tanimoto, Phys. Rev. D **54** (1996) 6928.
- [247] S. W. Ham, S. K. Oh, H. S. Song, Phys. Rev. D **61** (2000) 055010.
- [248] T. Elliott, S. F. King, P. L. White, Phys. Lett. B **314** (1993) 56; U. Ellwanger, Phys. Lett. B **303** (1993) 271; T. Elliott, S. F. King, P. L. White, Phys. Rev. D **49** (1994) 2435; S. F. King, P. L. White, Phys. Rev. D **52** (1995) 4183; S. W. Ham, S. K. Oh, B. R. Kim, Phys. Lett. B **414** (1997) 305.
- [249] P. N. Pandita, Phys. Lett. B **318** (1993) 338; U. Ellwanger, M. Lindner, Phys. Lett. B **301** (1993) 365; P. N. Pandita, Z. Phys. C **59** (1993) 575; S. W. Ham, S. K. Oh, B. R. Kim, J. Phys. G **22** (1996) 1575.
- [250] L. Durand, J. L. Lopez, Phys. Lett. B **217** (1989) 463; M. Drees, Int. J. Mod. Phys. A **4** (1989) 3635.
- [251] U. Ellwanger, J.F. Gunion and C. Hugonie, JHEP **0502** (2005) 066; U. Ellwanger and C. Hugonie, Comput. Phys. Commun. **175** (2006) 290.
- [252] U. Ellwanger and C. Hugonie, Comput. Phys. Commun. **177** (2007) 399; G. Chalons and F. Domingo, Phys. Rev. D **86** (2012) 115024 [arXiv:1209.6235 [hep-ph]].
- [253] J. Baglio, R. Gröber, M. Mühlleitner, D. T. Nhung, H. Rzehak, M. Spira, J. Streicher and K. Walz, Comput. Phys. Commun. **185** (2014) 3372 [arXiv:1312.4788 [hep-ph]].
- [254] A. Djouadi, M. Spira and P.M. Zerwas, Phys. Lett. B **264** (1991) 440 and Z. Phys. C **70** (1996) 427; M. Spira *et al.*, Nucl. Phys. B **453** (1995) 17; A. Djouadi, J. Kalinowski and M. Spira, Comput. Phys. Commun. **108** (1998) 56; J. M. Butterworth, A. Arbey, L. Basso, S. Belov, A. Bharucha, F. Braam, A. Buckley and M. Campanelli *et al.*, arXiv:1003.1643 [hep-ph].

- [255] A. Djouadi, M. M. Muhlleitner and M. Spira, *Acta Phys. Polon.* **B38** (2007) 635 [hep-ph/0609292].
- [256] The ATLAS Collaboration, ATLAS-CONF-2013-034.
- [257] The CMS Collaboration, CMS-PAS-HIG-13-005.
- [258] J. R. Espinosa, M. Muhlleitner, C. Grojean and M. Trott, *JHEP* **1209** (2012) 126 [arXiv:1205.6790 [hep-ph]].
- [259] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, *Comput. Phys. Commun.* **149** (2002) 103 [hep-ph/0112278]; G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, *Comput. Phys. Commun.* **174** (2006) 577 [hep-ph/0405253]; G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, *Comput. Phys. Commun.* **180** (2009) 747 [arXiv:0803.2360 [hep-ph]]; G. Belanger et al., *Comput. Phys. Commun.* **182** (2011) 842 [arXiv:1004.1092 [hep-ph]].
- [260] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO].
- [261] The ATLAS Collaboration, ATLAS-CONF-2013-017; The CMS Collaboration, CMS-PAS-EXO-12-061.
- [262] P. Athron, J. -h. Park, D. Stöckinger and A. Voigt, *Comput. Phys. Commun.* **190** (2015) 139 [arXiv:1406.2319 [hep-ph]].
- [263] F. Staub, W. Porod and B. Herrmann, *JHEP* **1010** (2010) 040 [arXiv:1007.4049 [hep-ph]]; F. Staub, *Comput. Phys. Commun.* **181** (2010) 1077 [arXiv:0909.2863 [hep-ph]]; F. Staub, *Comput. Phys. Commun.* **182** (2011) 808 [arXiv:1002.0840 [hep-ph]]; F. Staub, *Comput. Phys. Commun.* **184** (2013) 1792 [arXiv:1207.0906 [hep-ph]]; F. Staub, *Comput. Phys. Commun.* **185** (2014) 1773 [arXiv:1309.7223 [hep-ph]].
- [264] B. C. Allanach, *Comput. Phys. Commun.* **143** (2002) 305 [hep-ph/0104145]; B. C. Allanach, P. Athron, L. C. Tunstall, A. Voigt and A. G. Williams, *Comput. Phys. Commun.* **185** (2014) 2322 [arXiv:1311.7659 [hep-ph]].
- [265] R. Contino, M. Ghezzi, C. Grojean, M. Muhlleitner and M. Spira, *JHEP* **1307** (2013) 035 [arXiv:1303.3876 [hep-ph]]; R. Contino, M. Ghezzi, C. Grojean, M. Muhlleitner and M. Spira, arXiv:1403.3381 [hep-ph].
- [266] N. Arkani-Hamed, A. Delgado and G. F. Giudice, *Nucl. Phys. B* **741** (2006) 108 [hep-ph/0601041]; G. Chalons, M. J. Dolan and C. McCabe, *JCAP* **1302** (2013) 016 [arXiv:1211.5154 [hep-ph]].
- [267] J. A. Casas, J. R. Espinosa and H. E. Haber, *Nucl. Phys. B* **526** (1998) 3; G. K. Yeghiyan, M. Jurčišin and D. I. Kazakov, *Mod. Phys. Lett. A* **14** (1999) 601;

- [268] S. Codoban, M. Jurcisin and D. Kazakov, Phys. Lett. B **477** (2000) 223 [hep-ph/9912504].
- [269] B. Brahmachari, Mod. Phys. Lett. A **12** (1997) 1969.
- [270] M. Carena, S. Pokorski, C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **406** (1993) 59; V. Barger, M. S. Berger, P. Ohmann, Phys. Rev. D **49** (1994) 4908; M. Carena, M. Olechowski, S. Pokorski, C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **426** (1994) 269.
- [271] B. Pendleton, G. G. Ross, Phys. Lett. B **98** (1981) 291; D. I. Kazakov, Preprint of JINR., Dubna (1982) no. E2-82-880; M. Lanzagorta, G. G. Ross, Phys. Lett. B **349** (1995) 319; Phys. Lett. B **364** (1995) 163; M. Bando, J. Sato, K. Yoshioka, Prog. Theor. Phys. **98** (1997) 169; B. C. Allanach, G. Amelino-Camelia, O. Philipsen, Phys. Lett. B **393** (1997) 349; B. C. Allanach, S. F. King, Phys. Lett. B **407** (1997) 124; S. A. Abel, B. C. Allanach, Phys. Lett. B **415** (1997) 371; I. Jack, D. R. T. Jones, Phys. Lett. B **443** (1998) 177.
- [272] C. T. Hill, Phys. Rev. D **24** (1981) 691.
- [273] P. Binetruy, C. A. Savoy, Phys. Lett. B **277** (1992) 453.
- [274] B. Schrempp, F. Schrempp, Phys. Lett. B **299** (1993) 321; B. Schrempp, Phys. Lett. B **344** (1995) 193; B. Schrempp, M. Wimmer, Prog. Part. Nucl. Phys. **37** (1996) 1.
- [275] U. Ellwanger, C. Hugonie, Eur. Phys. J. C **25** (2002) 297.
- [276] A. Djouadi, J. -L. Kneur, G. Moultaka, Comput. Phys. Commun. **176** (2007) 426 [hep-ph/0211331].
- [277] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Comput. Phys. Commun. **124** (2000) 76 [hep-ph/9812320]; S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, Eur. Phys. J. C **9** (1999) 343 [hep-ph/9812472]; G. Degrandi, S. Heinemeyer, W. Hollik, P. Slavich, G. Weiglein, Eur. Phys. J. C **28** (2003) 133 [hep-ph/0212020]; M. Frank, T. Hahn, S. Heinemeyer, W. Hollik, H. Rzehak and G. Weiglein, JHEP **0702** (2007) 047 [hep-ph/0611326].
- [278] M. Masip, R. Munoz-Tapia, A. Pomarol, Phys. Rev. D **57** (1998) 5340 [hep-ph/9801437].
- [279] J. P. Hall and S. F. King, JHEP **0908** (2009) 088 [arXiv:0905.2696 [hep-ph]].
- [280] S. F. King and A. Merle, JCAP **1208** (2012) 016 [arXiv:1205.0551 [hep-ph]].
- [281] J. P. Vega and G. Villadoro, JHEP **1507** (2015) 159 [arXiv:1504.05200 [hep-ph]].
- [282] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, Comput. Phys. Commun. **185** (2014) 960 [arXiv:1305.0237 [hep-ph]].
- [283] D. S. Akerib *et al.* [LUX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **118** (2017) 021303 [arXiv:1608.07648 [astro-ph.CO]].

- [284] X. Cui *et al.* [PandaX-II Collaboration], Phys. Rev. Lett. **119** (2017) 181302 [arXiv:1708.06917 [astro-ph.CO]].
- [285] E. Aprile *et al.* [XENON Collaboration], Phys. Rev. Lett. **119** (2017) 181301 [arXiv:1705.06655 [astro-ph.CO]].
- [286] L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri and T. Nihei, JHEP **0108** (2001) 024 [hep-ph/0106334].
- [287] E. Aprile *et al.* [XENON Collaboration], JCAP **1604** (2016) 027 [arXiv:1512.07501 [physics.ins-det]].
- [288] D. S. Akerib *et al.* [LUX-ZEPLIN Collaboration], arXiv:1802.06039 [astro-ph.IM].
- [289] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv:0803.0547 [astro-ph].
- [290] A. Yu. Ignatiev, N. V. Krasnikov, V. A. Kuzmin, and A. N. Tavkhelidze, Phys. Lett. B **76** (1978) 436; M. Yoshimura, Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 281; D. Toussaint, S. B. Treiman, F. Wilczek, and A. Zee, Phys. Rev. D **19** (1979) 1036; Steven Weinberg, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 850; M. Yoshimura, Phys. Lett. B **88** (1979) 294; S. M. Barr, G. Segre and H. A. Weldon, Phys. Rev. D **20** (1979) 2494; D. V. Nanopoulos, S. Weinberg, Phys. Rev. D **20** (1979) 2484; A. Yildiz, P. Cox, Phys. Rev. D **21** (1980) 906.
- [291] A. Riotto and M. Trodden, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. (1999) **49** 35; S. J. Huber and M. G. Schmidt, Nucl. Phys. B **606** (2001) 183; J. M. Cline. hep-ph/0609145.
- [292] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett. B **174** (1986) 45.
- [293] S. Davidson, E. Nardi and Y. Nir, Phys. Rept. **466** (2008) 105 [arXiv:0802.2962 [hep-ph]].
- [294] I. Affleck and M. Dine. Nucl. Phys. B **249** (1985) 361; M. Dine, L. Randall and S. D. Thomas, Nucl. Phys. B **458** (1996) 291.
- [295] P. Minkowski, Phys. Lett. B **67** (1977) 421; M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *Proceedings of the Supergravity Stony Brook Workshop*, New York 1979, eds. P. Van Nieuwenhuizen and D. Freedman; T. Yanagida, *Proceedings of the Workshop on Unified Theory and Baryon Number in the Universe*, Tsukuba, Japan 1979, eds. A. Sawada and A. Sugamoto; R. N. Mohapatra, G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 912.
- [296] A. D. Sakharov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5** (1967) 32 [JETP Lett. **5** (1967) 24].
- [297] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **155** (1985) 36; V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Usp. Fiz. Nauk, **166** (1996) 493.
- [298] M. A. Luty, Phys. Rev. D **45** (1992) 455; M. Flanz, E. A. Paschos and U. Sarkar, Phys. Lett. B **345** (1995) 248 [Erratum-ibid. B **382** (1996) 447]; M. Plumacher, Z. Phys. C **74** (1997) 549; W. Buchmuller and M. Plumacher, Phys. Lett. B **431** (1998) 354.

- [299] B. A. Campbell, S. Davidson and K. A. Olive, Nucl. Phys. B **399** (1993) 111; L. Covi, E. Roulet and F. Vissani, Phys. Lett. B **384** (1996) 169; M. Plumacher, Nucl. Phys. B **530** (1998) 207.
- [300] G. F. Giudice, A. Notari, M. Raidal, A. Riotto, and A. Strumia, Nucl. Phys. B **685** (2004) 89; W. Buchmuller, P. Di Bari, and M. Plumacher, Ann. Phys. **315** (2005) 305.
- [301] R. Barbieri, P. Creminelli, A. Strumia, and N. Tetradis, Nucl. Phys. B **575** (2000) 61; T. Endoh, T. Morozumi, and Z. h. Xiong, Prog. Theor. Phys. **111** (2004) 123; O. Vives, Phys. Rev. D **73** (2006) 073006; A. Abada, S. Davidson, F. X. Josse-Michaux, M. Losada and A. Riotto, JCAP **0604** (2006) 004; E. Nardi, Y. Nir, E. Roulet and J. Racker, JHEP **0601** (2006) 164; A. Abada, S. Davidson, A. Ibarra, F. X. Josse-Michaux, M. Losada and A. Riotto, JHEP **0609** (2006) 010; A. De Simone and A. Riotto, JCAP **0702** (2007) 005; S. Blanchet, P. Di Bari and G. G. Raffelt, JCAP **0703** (2007) 012.
- [302] S. Antusch, S. F. King and A. Riotto, JCAP **0611** (2006) 011.
- [303] E. Ma and U. Sarkar, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 5716; T. Hambye, E. Ma, and U. Sarkar, Nucl. Phys. B **602** (2001) 23; E. J. Chun and S. K. Kang, Phys. Rev. D **63** (2001) 097902; A. S. Joshipura, E. A. Paschos, and W. Rodejohann, *Nucl. Phys.*, B611:227–238, 2001; B. Brahmachari, E. Ma, and U. Sarkar, Phys. Lett. B **520** (2001) 152; T. Hambye and G. Senjanovic, Phys. Lett. B **582** (2004) 73; W. I. Guo, Phys. Rev. D **70** (2004) 053009; S. Antusch and S. F. King, Phys. Lett. B **597** (2004) 199; S. Antusch and S. F. King, JHEP **0601** (2006) 117; T. Hambye, M. Raidal, and A. Strumia, Phys. Lett. B **632** (2006) 667; E. J. Chun and S. Scopel, Phys. Rev. D **75** (2007) 023508; S. Antusch, Phys. Rev. D **76** (2007) 023512; W. Chao, S. Luo and Z. z. Xing, Phys. Lett. B **659** (2008) 281; T. Hallgren, T. Konstandin and T. Ohlsson, JCAP **0801** (2008) 014.
- [304] G. D’Ambrosio, T. Hambye, A. Hektor, M. Raidal, and A. Rossi, Phys. Lett. B **604** (2004) 199; E. J. Chun and S. Scopel, Phys. Lett. B **636** (2006) 278.
- [305] K. Dick, M. Lindner, M. Ratz, and D. Wright, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4039; H. Murayama and A. Pierce, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 271601; M. Boz and N. K. Pak, Eur. Phys. J. C **37** (2004) 507; D. G. Cerdeno, A. Dedes, and T. E. J. Underwood, JHEP **0609** (2006) 067; B. Thomas and M. Toharia, Phys. Rev. D **73** (2006) 063512; B. Thomas and M. Toharia, Phys. Rev. D **75** (2007) 013013.
- [306] S. Davidson and A. Ibarra, Phys. Lett. B **535** (2002) 25; K. Hamaguchi, H. Murayama and T. Yanagida, Phys. Rev. D **65** (2002) 043512.
- [307] M. Yu. Khlopov and A. D. Linde, Phys. Lett. B **138** (1984) 265; J. R. Ellis, J. E. Kim, and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **145** (1984) 181.

- [308] M. Y. Khlopov, Yu. L. Levitan, E. V. Sedelnikov and I. M. Sobol, *Phys. Atom. Nucl.* **57** (1994) 1393 [*Yad. Fiz.* **57** (1994) 1466]; M. Kawasaki, K. Kohri and T. Moroi, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 083502; K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 123511.
- [309] Y. Grossman, T. Kashti, Y. Nir and E. Roulet, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 251801; G. D'Ambrosio, G. F. Giudice and M. Raidal, *Phys. Lett. B* **575** (2003) 75; Y. Grossman, T. Kashti, Y. Nir and E. Roulet, *JHEP* **0411** (2004) 080; E. J. Chun, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 117303; L. Boubekour, T. Hambye and G. Senjanovic, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 111601; M. C. Chen and K. T. Mahanthappa, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 113013; T. Kashti, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 013008; Y. Grossman, R. Kitano and H. Murayama, *JHEP* **0506** (2005) 058; A. D. Medina and C. E. M. Wagner, *JHEP* **0612** (2006) 037; J. Garayoa, M. C. Gonzalez-Garcia and N. Rius, *JHEP* **0702** (2007) 021; E. J. Chun and L. Velasco-Sevilla, *JHEP* **0708** (2007) 075. S. Dar, S. J. Huber, V. N. Senoguz and Q. Shafi, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 077701;
- [310] A. Pilaftsis and T. E. J. Underwood, *Nucl. Phys. B* **692** (2004) 303; T. Hambye, J. March-Russell and S. M. West, *JHEP* **0407** (2004) 070; C. H. Albright and S. M. Barr, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 033013; S. Dar, S. J. Huber, V. N. Senoguz and Q. Shafi, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 077701; A. Pilaftsis and T. E. J. Underwood, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 113001; A. Pilaftsis, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 081602; A. Anisimov, A. Broncano and M. Plumacher, *Nucl. Phys. B* **737** (2006) 176; S. M. West, *Mod. Phys. Lett. A* **21** (2006) 1629; Z. z. Xing and S. Zhou, *Phys. Lett. B* **653** (2007) 278; A. De Simone and A. Riotto, *JCAP* **0708** (2007) 013; V. Cirigliano, A. De Simone, G. Isidori, I. Masina and A. Riotto, *JCAP* **0801** (2008) 004.
- [311] T. Hambye, *Nucl. Phys. B* **633** (2002) 171; A. Abada and M. Losada, *Nucl. Phys. B* **673** (2003) 319; A. Abada, H. Aissaoui and M. Losada, *Nucl. Phys. B* **728** (2005) 55; A. Abada, G. Bhattacharyya and M. Losada, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 033006; D. Atwood, S. Bar-Shalom and A. Soni, *Phys. Lett. B* **635** (2006) 112; M. Frigerio, T. Hambye and E. Ma, *JCAP* **0609** (2006) 009; E. Ma, N. Sahu and U. Sarkar, *J. Phys. G* **34** (2007) 741; M. Hirsch, J. W. F. Valle, M. Malinsky, J. C. Romao and U. Sarkar, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 011701; N. Sahu and U. Sarkar, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 045014.
- [312] G. Lazarides and Q. Shafi, *Phys. Lett. B* **258** (1991) 305; T. Asaka, K. Hamaguchi, M. Kawasaki and T. Yanagida, *Phys. Lett. B* **464** (1999) 12.
- [313] G. F. Giudice, M. Peloso, A. Riotto and I. Tkachev, *JHEP* **9908** (1999) 014.
- [314] M. Bolz, W. Buchmuller and M. Plumacher, *Phys. Lett. B* **443** (1998) 209; J. L. Feng, S. Su and F. Takayama, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 075019; T. Kanzaki, M. Kawasaki, K. Kohri and T. Moroi, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 025011.
- [315] M. Ibe, R. Kitano, H. Murayama and T. Yanagida, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 075012.

- [316] B. A. Campbell, S. Davidson, J. R. Ellis and K. A. Olive, Phys. Lett. B **256** (1991) 484; S. Davidson and R. Hempfling, Phys. Lett. B **391** (1997) 287; R. N. Mohapatra, Phys. Scripta **90** (2015) 088004 [arXiv:1503.06478 [hep-ph]].
- [317] H. Terazawa, K. Akama, Y. Chikashige, Phys. Rev. D **15** (1977) 480; H. Terazawa, Phys. Rev. D **22** (1980) 184.
- [318] S. Dimopoulos, J. Preskill, Nucl. Phys. B **199** (1982) 206; D. B. Kaplan, H. Georgi, Phys. Lett. B **136** (1984) 183; D. B. Kaplan, H. Georgi, S. Dimopoulos, Phys. Lett. B **136** (1984) 187; H. Georgi, D. B. Kaplan, P. Galison, Phys. Lett. B **143** (1984) 152; T. Banks, Nucl. Phys. B **243** (1984) 125; H. Georgi, D. B. Kaplan, Phys. Lett. B **145** (1984) 216; M. J. Dugan, H. Georgi, D. B. Kaplan, Nucl. Phys. B **254** (1985) 299; H. Georgi, Nucl. Phys. B **266** (1986) 274.
- [319] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, H. Georgi, Phys. Lett. B **513** (2001) 232 [hep-ph/0105239]; N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz, A. E. Nelson, T. Gregoire, J. G. Wacker, JHEP **0208** (2002) 021 [hep-ph/0206020]; N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz, A. E. Nelson, JHEP **0207** (2002) 034 [hep-ph/0206021]; M. Schmaltz and D. Tucker-Smith, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55** (2005) 229 [hep-ph/0502182].
- [320] R. Contino, Y. Nomura, A. Pomarol, Nucl. Phys. B **671** (2003) 148 [hep-ph/0306259];
- [321] K. Agashe, R. Contino and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **719** (2005) 165 [hep-ph/0412089].
- [322] K. Agashe, A. Delgado, M. J. May, R. Sundrum, JHEP **0308** (2003) 050 [hep-ph/0308036].
- [323] R. Contino, T. Kramer, M. Son, R. Sundrum, JHEP **0705** (2007) 074 [hep-ph/0612180].
- [324] D. B. Kaplan, Nucl. Phys. B **365** (1991) 259.
- [325] K. Agashe, G. Perez, A. Soni, Phys. Rev. D **71** (2005) 016002 [hep-ph/0408134].
- [326] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D **2** (1970) 1285.
- [327] K. Agashe, R. Contino, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 171804 [hep-ph/0502222].
- [328] M. Frigerio, J. Serra, A. Varagnolo, JHEP **1106** (2011) 029 [arXiv:1103.2997 [hep-ph]].
- [329] J. Barnard, T. Gherghetta, T. S. Ray, A. Spray, JHEP **1501** (2015) 067 [arXiv:1409.7391 [hep-ph]].
- [330] B. Bellazzini, C. Csáki, J. Serra, Eur. Phys. J. C **74** (2014) 5, 2766 [arXiv:1401.2457 [hep-ph]].
- [331] P. Sikivie, L. Susskind, M. B. Voloshin and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B **173** (1980) 189.
- [332] M. E. Peskin and T. Takeuchi, Phys. Rev. D **46** (1992) 381.

- [333] G. Marandella, C. Schappacher, A. Strumia, Phys. Rev. D **72** (2005) 035014 [hep-ph/0502096]; G. Cacciapaglia, C. Csaki, G. Marandella, A. Strumia, Phys. Rev. D **74** (2006) 033011 [hep-ph/0604111]; M. Ciuchini, E. Franco, S. Mishima, L. Silvestrini, JHEP **1308** (2013) 106 [arXiv:1306.4644 [hep-ph]].
- [334] K. Agashe, R. Contino, Nucl. Phys. B **742** (2006) 59 [hep-ph/0510164]; K. Agashe, R. Contino, L. Da Rold, A. Pomarol, Phys. Lett. B **641** (2006) 62 [hep-ph/0605341]; G. F. Giudice, C. Grojean, A. Pomarol, R. Rattazzi, JHEP **0706** (2007) 045 [hep-ph/0703164]; R. Barbieri, B. Bellazzini, V. S. Rychkov, A. Varagnolo, Phys. Rev. D **76** (2007) 115008 [arXiv:0706.0432 [hep-ph]]; P. Lodone, JHEP **0812** (2008) 029 [arXiv:0806.1472 [hep-ph]]; M. Gillioz, Phys. Rev. D **80** (2009) 055003 [arXiv:0806.3450 [hep-ph]]; C. Anastasiou, E. Furlan, J. Santiago, Phys. Rev. D **79** (2009) 075003 [arXiv:0901.2117 [hep-ph]]; G. Panico, A. Wulzer, JHEP **1109** (2011) 135 [arXiv:1106.2719 [hep-ph]]; S. De Curtis, M. Redi, A. Tesi, JHEP **1204** (2012) 042 [arXiv:1110.1613 [hep-ph]]; D. Marzocca, M. Serone, J. Shu, JHEP **1208** (2012) 013 [arXiv:1205.0770 [hep-ph]]; A. Orgogozo, S. Rychkov, JHEP **1306** (2013) 014 [arXiv:1211.5543 [hep-ph]]; D. Pappadopulo, A. Thamm, R. Torre, JHEP **1307** (2013) 058 [arXiv:1303.3062 [hep-ph]]; C. Grojean, O. Matsedonskyi, G. Panico, JHEP **1310** (2013) 160 [arXiv:1306.4655 [hep-ph]].
- [335] M. Carena, E. Ponton, J. Santiago and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **759** (2006) 202 [hep-ph/0607106]; A. Pomarol, J. Serra, Phys. Rev. D **78** (2008) 074026 [arXiv:0806.3247 [hep-ph]]; D. Pappadopulo, A. Thamm and R. Torre, JHEP **1307** (2013) 058 [arXiv:1303.3062 [hep-ph]].
- [336] B. Bellazzini, C. Csaki, J. Hubisz, J. Serra, J. Terning, JHEP **1211** (2012) 003 [arXiv:1205.4032 [hep-ph]].
- [337] M. Gillioz, R. Grober, C. Grojean, M. Muhlleitner, E. Salvioni, JHEP **1210** (2012) 004 [arXiv:1206.7120 [hep-ph]]; A. Azatov, J. Galloway, Int. J. Mod. Phys. A **28** (2013) 1330004 [arXiv:1212.1380]; A. Falkowski, F. Riva and A. Urbano, JHEP **1311** (2013) 111 [arXiv:1303.1812 [hep-ph]]; A. Azatov, R. Contino, A. Di Iura, J. Galloway, Phys. Rev. D **88** (2013) 7, 075019 [arXiv:1308.2676 [hep-ph]]; M. Gillioz, R. Gröber, A. Kapuvari, M. Mühlleitner, JHEP **1403** (2014) 037 [arXiv:1311.4453 [hep-ph]].
- [338] R. Barbieri, G. Isidori, D. Pappadopulo, JHEP **0902** (2009) 029 [arXiv:0811.2888 [hep-ph]]; O. Matsedonskyi, JHEP **1502** (2015) 154 [arXiv:1411.4638 [hep-ph]].
- [339] R. Barbieri, D. Buttazzo, F. Sala, D. M. Straub, A. Tesi, JHEP **1305** (2013) 069 [arXiv:1211.5085 [hep-ph]].
- [340] C. Csaki, A. Falkowski, A. Weiler, JHEP **0809** (2008) 008 [arXiv:0804.1954 [hep-ph]]; K. Agashe, A. Azatov, L. Zhu, Phys. Rev. D **79** (2009) 056006 [arXiv:0810.1016 [hep-ph]].

- [341] N. Vignaroli, Phys. Rev. D **86** (2012) 115011 [arXiv:1204.0478 [hep-ph]].
- [342] M. Redi, A. Weiler, JHEP **1111** (2011) 108 [arXiv:1106.6357 [hep-ph]].
- [343] M. Blanke, A. J. Buras, B. Duling, S. Gori, A. Weiler, JHEP **0903** (2009) 001 [arXiv:0809.1073 [hep-ph]]; O. Gedalia, G. Isidori, G. Perez, Phys. Lett. B **682** (2009) 200 [arXiv:0905.3264 [hep-ph]].
- [344] R. Barbieri, D. Buttazzo, F. Sala, D. M. Straub, JHEP **1207** (2012) 181 [arXiv:1203.4218 [hep-ph]].
- [345] M. Redi, JHEP **1309** (2013) 060 [arXiv:1306.1525 [hep-ph]].
- [346] K. Agashe, A. E. Blechman, F. Petriello, Phys. Rev. D **74** (2006) 053011 [hep-ph/0606021]; C. Csaki, Y. Grossman, P. Tanedo, Y. Tsai, Phys. Rev. D **83** (2011) 073002 [arXiv:1004.2037 [hep-ph]].
- [347] C. Csaki, C. Delaunay, C. Grojean, Y. Grossman, JHEP **0810** (2008) 055 [arXiv:0806.0356 [hep-ph]]; F. del Aguila, A. Carmona, J. Santiago, JHEP **1008** (2010) 127 [arXiv:1001.5151 [hep-ph]].
- [348] G. Cacciapaglia, C. Csaki, J. Galloway, G. Marandella, J. Terning, A. Weiler, JHEP **0804** (2008) 006 [arXiv:0709.1714 [hep-ph]]; M. Redi, Eur. Phys. J. C **72** (2012) 2030 [arXiv:1203.4220 [hep-ph]]; M. König, M. Neubert, D. M. Straub, Eur. Phys. J. C **74** (2014) 7, 2945 [arXiv:1403.2756 [hep-ph]].
- [349] B. Gripaios, A. Pomarol, F. Riva, J. Serra, JHEP **0904** (2009) 070 [arXiv:0902.1483 [hep-ph]]; J. Mrazek, A. Pomarol, R. Rattazzi, M. Redi, J. Serra, A. Wulzer, Nucl. Phys. B **853** (2011) 1 [arXiv:1105.5403 [hep-ph]]; M. Redi, A. Tesi, JHEP **1210** (2012) 166 [arXiv:1205.0232 [hep-ph]]; E. Bertuzzo, T. S. Ray, H. de Sandes, C. A. Savoy, JHEP **1305** (2013) 153 [arXiv:1206.2623 [hep-ph]]; M. Montull, F. Riva, JHEP **1211** (2012) 018 [arXiv:1207.1716 [hep-ph]]; M. Chala, JHEP **1301** (2013) 122 [arXiv:1210.6208 [hep-ph]].
- [350] M. Frigerio, A. Pomarol, F. Riva, A. Urbano, JHEP **1207** (2012) 015 [arXiv:1204.2808 [hep-ph]].
- [351] R. Contino, C. Grojean, M. Moretti, F. Piccinini, R. Rattazzi, JHEP **1005** (2010) 089 [arXiv:1002.1011 [hep-ph]]; I. Low, A. Vichi, Phys. Rev. D **84** (2011) 045019 [arXiv:1010.2753 [hep-ph]]; R. Contino, D. Marzocca, D. Pappadopulo, R. Rattazzi, JHEP **1110** (2011) 081 [arXiv:1109.1570 [hep-ph]]; A. Azatov, J. Galloway, Phys. Rev. D **85** (2012) 055013 [arXiv:1110.5646 [hep-ph]]; R. Contino, M. Ghezzi, M. Moretti, G. Panico, F. Piccinini, A. Wulzer, JHEP **1208** (2012) 154 [arXiv:1205.5444 [hep-ph]]; R. Contino, M. Ghezzi, C. Grojean, M. Muhlleitner, M. Spira, JHEP **1307** (2013) 035 [arXiv:1303.3876 [hep-ph]]; C. Delaunay, C. Grojean, G. Perez, JHEP **1309** (2013) 090 [arXiv:1303.5701 [hep-ph]].

- [hep-ph]]; A. Banfi, A. Martin, V. Sanz, JHEP **1408** (2014) 053 [arXiv:1308.4771 [hep-ph]]; M. Montull, F. Riva, E. Salvioni, R. Torre, Phys. Rev. D **88** (2013) 095006 [arXiv:1308.0559 [hep-ph]]; R. Contino, C. Grojean, D. Pappadopulo, R. Rattazzi, A. Thamm, JHEP **1402** (2014) 006 [arXiv:1309.7038 [hep-ph]]; T. Flacke, J. H. Kim, S. J. Lee, S. H. Lim, JHEP **1405** (2014) 123 [arXiv:1312.5316 [hep-ph]]; C. Grojean, E. Salvioni, M. Schlaffer, A. Weiler, JHEP **1405** (2014) 022 [arXiv:1312.3317 [hep-ph]]; M. Carena, L. Da Rold, E. Pontón, JHEP **1406** (2014) 159 [arXiv:1402.2987 [hep-ph]]; A. Carmona, F. Goertz, JHEP **1505** (2015) 002 [arXiv:1410.8555 [hep-ph]]; G. Buchalla, O. Cata, C. Krause, Nucl. Phys. B **894** (2015) 602 [arXiv:1412.6356 [hep-ph]].
- [352] A. Pomarol, F. Riva, JHEP **1208** (2012) 135 [arXiv:1205.6434 [hep-ph]]; O. Matsedonskyi, G. Panico, A. Wulzer, JHEP **1301** (2013) 164 [arXiv:1204.6333 [hep-ph]].
- [353] K. Agashe, A. Delgado, R. Sundrum, Annals Phys. **304** (2003) 145 [hep-ph/0212028]; T. Gherghetta, Phys. Rev. D **71** (2005) 065001 [hep-ph/0411090].
- [354] M. Asano and R. Kitano, JHEP **1409** (2014) 171 [arXiv:1406.6374 [hep-ph]].
- [355] K. Agashe, A. Belyaev, T. Krupovnickas, G. Perez, J. Virzi, Phys. Rev. D **77** (2008) 015003 [hep-ph/0612015]; B. Lillie, L. Randall and L. T. Wang, JHEP **0709** (2007) 074 [hep-ph/0701166]; K. Agashe, H. Davoudiasl, S. Gopalakrishna, T. Han, G. Y. Huang, G. Perez, Z. G. Si, A. Soni, Phys. Rev. D **76** (2007) 115015 [arXiv:0709.0007 [hep-ph]]; M. Carena, A. D. Medina, B. Panes, N. R. Shah, C. E. M. Wagner, Phys. Rev. D **77** (2008) 076003 [arXiv:0712.0095 [hep-ph]]; R. Contino, G. Servant, JHEP **0806** (2008) 026 [arXiv:0801.1679 [hep-ph]]; K. Agashe, S. Gopalakrishna, T. Han, G. Y. Huang, A. Soni, Phys. Rev. D **80** (2009) 075007 [arXiv:0810.1497 [hep-ph]]; J. Mrazek, A. Wulzer, Phys. Rev. D **81** (2010) 075006 [arXiv:0909.3977 [hep-ph]]; K. Agashe, A. Azatov, T. Han, Y. Li, Z. G. Si, L. Zhu, Phys. Rev. D **81** (2010) 096002 [arXiv:0911.0059 [hep-ph]]; G. Dissertori, E. Furlan, F. Moortgat, P. Nef, JHEP **1009** (2010) 019 [arXiv:1005.4414 [hep-ph]]; N. Vignaroli, Phys. Rev. D **86** (2012) 075017 [arXiv:1207.0830 [hep-ph]]; G. Cacciapaglia, A. Deandrea, L. Panizzi, S. Perries, V. Sordini, JHEP **1303** (2013) 004 [arXiv:1211.4034 [hep-ph]]; A. De Simone, O. Matsedonskyi, R. Rattazzi, A. Wulzer, JHEP **1304** (2013) 004 [arXiv:1211.5663 [hep-ph]]; J. Li, D. Liu, J. Shu, JHEP **1311** (2013) 047 [arXiv:1306.5841 [hep-ph]]; M. Redi, V. Sanz, M. de Vries, A. Weiler, JHEP **1308** (2013) 008 [arXiv:1305.3818 [hep-ph]]; C. Delaunay, T. Flacke, J. Gonzalez-Fraile, S. J. Lee, G. Panico, G. Perez, JHEP **1402** (2014) 055 [arXiv:1311.2072 [hep-ph]]; O. Matsedonskyi, F. Riva, T. Vantalón, JHEP **1404** (2014) 059 [arXiv:1401.3740 [hep-ph]]; H. C. Cheng, J. Gu, JHEP **1410** (2014) 002 [arXiv:1406.6689 [hep-ph]]; B. Gripaios, T. Müller, M. A. Parker, D. Sutherland, JHEP **1408** (2014) 171 [arXiv:1406.5957 [hep-ph]]; A. Azatov, G. Panico, G. Perez, Y. Soreq, JHEP **1412** (2014) 082 [arXiv:1408.4525 [hep-ph]]; M. Backović, T. Flacke, J. H. Kim, S. J. Lee, JHEP **1504** (2015) 082 [arXiv:1410.8131 [hep-ph]]; S. Kanemura, K. Kaneta,

- N. Machida, T. Shindou, Phys. Rev. D **91** (2015) 11, 115016 [arXiv:1410.8413 [hep-ph]]; A. Thamm, R. Torre, A. Wulzer, arXiv:1502.01701 [hep-ph]; A. Azatov, D. Chowdhury, D. Ghosh, T. S. Ray, arXiv:1505.01506 [hep-ph]; J. Serra, arXiv:1506.05110 [hep-ph].
- [356] J. Barnard, T. Gherghetta, T. S. Ray, JHEP **1402** (2014) 002 [arXiv:1311.6562 [hep-ph]]; G. Ferretti, D. Karateev, JHEP **1403** (2014) 077 [arXiv:1312.5330 [hep-ph]]; G. Cacciapaglia, F. Sannino, JHEP **1404** (2014) 111 [arXiv:1402.0233 [hep-ph]]; A. Hietanen, R. Lewis, C. Pica, F. Sannino, JHEP **1407** (2014) 116 [arXiv:1404.2794 [hep-lat]]; G. Ferretti, JHEP **1406** (2014) 142 [arXiv:1404.7137 [hep-ph]]; A. Parolini, Phys. Rev. D **90** (2014) 11, 115026 [arXiv:1405.4875 [hep-ph]]; M. Geller, O. Telem, Phys. Rev. Lett. **114** (2015) 191801 [arXiv:1411.2974 [hep-ph]]; B. Gripaios, M. Nardecchia, S. A. Renner, JHEP **1505** (2015) 006 [arXiv:1412.1791 [hep-ph]]; M. Low, A. Tesi, L. T. Wang, Phys. Rev. D **91** (2015) 095012 [arXiv:1501.07890 [hep-ph]]; M. Golterman, Y. Shamir, Phys. Rev. D **91** (2015) 094506 [arXiv:1502.00390 [hep-ph]].
- [357] H. C. Cheng, B. A. Dobrescu, J. Gu, JHEP **1408** (2014) 095 [arXiv:1311.5928 [hep-ph]].
- [358] K. Agashe, G. Servant, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 231805 [hep-ph/0403143]; K. Agashe, G. Servant, JCAP **0502** (2005) 002 [hep-ph/0411254].
- [359] M. R. Buckley, D. Hooper, J. Kumar, Phys. Rev. D **88** (2013) 063532 [arXiv:1307.3561].
- [360] R. Barbieri, D. Pappadopulo, JHEP **0910** (2009) 061 [arXiv:0906.4546 [hep-ph]]; G. L. Kane, E. Kuflik, R. Lu, L. T. Wang, Phys. Rev. D **84** (2011) 095004 [arXiv:1101.1963 [hep-ph]].
- [361] R. Franceschini *et al.*, JHEP **1603** (2016) 144 [arXiv:1512.04933 [hep-ph]].
- [362] M. Low, A. Tesi and L. T. Wang, JHEP **1603** (2016) 108 [arXiv:1512.05328 [hep-ph]]; B. Bellazzini, R. Franceschini, F. Sala and J. Serra, JHEP **1604** (2016) 072 [arXiv:1512.05330 [hep-ph]].
- [363] K. S. Babu *et al.*, arXiv:1311.5285 [hep-ph]; D. G. Phillips, II *et al.*, Phys. Rept. **612** (2016) 1 [arXiv:1410.1100 [hep-ex]].
- [364] A. S. Kronfeld *et al.*, arXiv:1306.5009 [hep-ex].
- [365] The ATLAS collaboration [ATLAS Collaboration], ATLAS-CONF-2017-025.
- [366] J. M. Cline and S. Raby, Phys. Rev. D **43** (1991) 1781; R. J. Scherrer, J. M. Cline, S. Raby and D. Seckel, Phys. Rev. D **44** (1991) 3760; E. Ma and M. Raidal, J. Phys. G **28** (2002) 95 [hep-ph/0012366]; E. Ma, Phys. Lett. B **661** (2008) 273 [arXiv:0710.1102 [hep-ph]]; E. Ma, Phys. Rev. D **78** (2008) 047701 [arXiv:0804.3978 [hep-ph]]; E. Ma, Mod. Phys. Lett. A **24** (2009) 1335 [arXiv:0806.4386 [hep-ph]]; K. Kohri, A. Mazumdar and N. Sahu, Phys. Rev. D **80** (2009) 103504 [arXiv:0905.1625 [hep-ph]]; Y. Cui and R. Sundrum, Phys. Rev. D **87**

- (2013) 116013 [arXiv:1212.2973 [hep-ph]]; L. M. Krauss, A. J. Long and S. Sabharwal, Phys. Rev. D **89** (2014) 043503 [arXiv:1309.1454 [hep-ph]]; F. Rompineve, JHEP **1408** (2014) 014 [arXiv:1310.0840 [hep-ph]]; S. M. Boucenna and S. Morisi, Front. in Phys. **1** (2014) 33 [arXiv:1310.1904 [hep-ph]]; K. Ishiwata, K. S. Jeong and F. Takahashi, JHEP **1402** (2014) 062 [arXiv:1312.0954 [hep-ph]]; M. Dhuria, C. Hati and U. Sarkar, Phys. Rev. D **93** (2016) 015001 [arXiv:1507.08297 [hep-ph]]; Y. Cui, Mod. Phys. Lett. A **30** (2015) 1530028 [arXiv:1510.04298 [hep-ph]]; M. Farina, A. Monteux and C. S. Shin, Phys. Rev. D **94** (2016) 035017 [arXiv:1604.08211 [hep-ph]]; Y. Cui, T. Okui and A. Yunesi, Phys. Rev. D **94** (2016) no.11, 115022 [arXiv:1605.08736 [hep-ph]].
- [367] D. Buttazzo, G. Degrassi, P. P. Giardino, G. F. Giudice, F. Sala, A. Salvio and A. Strumia, JHEP **1312** (2013) 089 [arXiv:1307.3536 [hep-ph]].
- [368] C.D.Froggatt, H.B.Nielsen, Phys.Lett. **B368** (1996) 96.
- [369] D.L.Bennett, H.B.Nielsen, Int.J.Mod.Phys. A **9**, 5155 (1994); *ibid* **14**, 3313 (1999); D.L.Bennett, C.D.Froggatt, H.B.Nielsen, in *Proceedings of the 27th International Conference on High energy Physics, Glasgow, Scotland, 1994*, p.557.
- [370] K. Inoue, A. Kakuto, Y. Nakano, Prog. Theor. Phys. **63** (1980) 234; H. Komatsu, Prog. Theor. Phys. **67** (1982) 1177; D. Komiris, R. S. Chivukula, Phys. Lett. B **304** (1993) 152; H. E. Haber, R. Hempfling, Phys. Rev. D **48** (1993) 4280.
- [371] C. T. Hill, C. N. Leung and S. Rao, Nucl. Phys. B **262** (1985) 517.
- [372] M. Ciuchini, G. Degrassi, P. Gambino, G.F. Giudice, Nucl. Phys. **B527** (1998) 21; P. Gambino, M. Misiak, Nucl. Phys. **B611** (2001) 338.
- [373] S. Kanemura, T. Kasai and Y. Okada, Phys. Lett. B **471** (1999) 182.
- [374] J. Bagger, S. Dimopoulos and E. Masso, Phys. Lett. B **156** (1985) 357; C. D. Froggatt, I. G. Knowles and R. G. Moorhouse, Phys. Lett. B **249** (1990) 273; C. D. Froggatt, I. G. Knowles and R. G. Moorhouse, Nucl. Phys. B **386** (1992) 63.
- [375] Z. Z. Xing, H. Zhang and S. Zhou, Phys. Rev. D **77** (2008) 113016 [arXiv:0712.1419 [hep-ph]].
- [376] E. Gremmer, S. Ferrara, L. Girardello, A. Van Proeyen, Phys. Lett. **B116** (1982) 231; Nucl. Phys. **B212** (1983) 413.
- [377] P. Van Nieuwenhuizen, Phys. Rep. **68** (1981) 189.
- [378] S. Deser, B. Zumino, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 1433; E. Gremmer, B. Julia, J. Scherk, P. van Nieuwenhuizen, S. Ferrara, L. Girardello, Phys. Lett. **B79** (1978) 231; Nucl. Phys. **B147** (1979) 105.

- [379] H. P. Nilles, M. Srednicki, D. Wyler, Phys. Lett. **B120** (1983) 345.
- [380] L. Hall, J. Lykken, S. Weinberg, Phys. Rev. **D27** (1983) 2359; S. K. Soni, H. A. Weldon, Phys. Lett. **B126** (1983) 215.
- [381] H. P. Nilles, Int. J. Mod. Phys. **A5** (1990) 4199.
- [382] M. T. Grisaru, M. Rocek, A. Karlhede, Phys. Lett. **B120** (1983) 110.
- [383] V. S. Kaplunovsky, J. Louis, Phys. Lett. **B306** (1993) 269.
- [384] A. Brignole, L. E. Ibañez, C. Muñoz, Nucl. Phys. **B422** (1994) 125 [Erratum: **B436** (1995) 747].
- [385] C. Muñoz, arXiv:hep-th/9507108.
- [386] A. Brignole, L. E. Ibañez, C. Muñoz, arXiv:hep-ph/9707209.
- [387] B. Zumino, Phys. Lett. **B87** (1979) 203; J. Bagger, E. Witten, Phys. Lett. **B115** (1982) 202; Phys. Lett. **B118** (1982) 103.
- [388] J. E. Kim, H. P. Nilles, Phys. Lett. **B138** (1984) 150; Phys. Lett. **B263** (1991) 79; E. J. Chun, J. E. Kim, H. P. Nilles, Nucl. Phys. **B370** (1992) 105.
- [389] Y. Kawamura, T. Kobayashi, T. Komatsu, Phys. Lett. **B400** (1997) 284.
- [390] R. Barbieri, S. Ferrara, C. Savoy, Phys. Lett. **B119** (1982) 343.
- [391] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt, P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970.
- [392] E. Gremmer, S. Ferrara, C. Kounnas, D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. **B133** (1983) 61; J. Ellis, M.K. Gaillard, M. Günaydin and B. Zumino, Nucl. Phys. **B224** (1983) 427; J. Ellis, A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis, Phys. Lett. **B134** (1984) 429; J. Ellis, C. Kounnas, D. V. Nanopoulos, Nucl. Phys. **B241** (1984) 406; Nucl. Phys. **B247** (1984) 373.
- [393] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, JHEP **0506** (2005) 073 [arXiv:hep-th/0405159].
- [394] S. V. Demidov and D. S. Gorbunov, JHEP **0702** (2007) 055 [hep-ph/0612368]; S. V. Demidov, D. S. Gorbunov and D. V. Kirpichnikov, JHEP **1611** (2016) 148 Erratum: [JHEP **1708** (2017) 080] [arXiv:1608.01985 [hep-ph]]; S. V. Demidov, D. S. Gorbunov and D. V. Kirpichnikov, Phys. Lett. B **779** (2018) 191 [arXiv:1712.00087 [hep-ph]].
- [395] G. F. Giudice, A. Romanino, Nucl. Phys. B **699** (2004) 65 [Erratum-ibid. B **706** (2005) 65] [arXiv:hep-ph/0406088].
- [396] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. F. Giudice and A. Romanino, Nucl. Phys. B **709** (2005) 3 [arXiv:hep-ph/0409232].

- [397] A. Pierce, Phys. Rev. D **70** (2004) 075006 [arXiv:hep-ph/0406144]; A. Masiero, S. Profumo and P. Ullio, Nucl. Phys. B **712** (2005) 86 [arXiv:hep-ph/0412058].
- [398] I. Antoniadis and S. Dimopoulos, Nucl. Phys. B **715** (2005) 120 [arXiv:hep-th/0411032]; B. Kors and P. Nath, Nucl. Phys. B **711** (2005) 112 [arXiv:hep-th/0411201]; K. S. Babu, T. Enkhbat and B. Mukhopadhyaya, Nucl. Phys. B **720** (2005) 47 [arXiv:hep-ph/0501079].
- [399] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2607.
- [400] V. Agrawal, S. M. Barr, J. F. Donoghue and D. Seckel, Phys. Rev. D **57** (1998) 5480 [arXiv:hep-ph/9707380]; C. J. Hogan, Rev. Mod. Phys. **72** (2000) 1149 [arXiv:astro-ph/9909295]; M. J. Rees, arXiv:astro-ph/0401424.
- [401] S. Kachru, R. Kallosh, A. D. Linde and S. P. Trivedi, Phys. Rev. D **68** (2003) 046005 [arXiv:hep-th/0301240]; L. Susskind, arXiv:hep-th/0302219; T. Banks, M. Dine and E. Gorbatov, JHEP **0408** (2004) 058 [arXiv:hep-th/0309170]; M. Dine, E. Gorbatov, S. D. Thomas, JHEP **0808** (2008) 098 [arXiv:hep-th/0407043].
- [402] R. Bousso and J. Polchinski, JHEP **0006** (2000) 006 [arXiv:hep-th/0004134].
- [403] M. R. Douglas, JHEP **0305** (2003) 046 [arXiv:hep-th/0303194]; S. Ashok and M. R. Douglas, JHEP **0401** (2004) 060 [arXiv:hep-th/0307049]; A. Giryavets, S. Kachru and P. K. Tripathy, JHEP **0408** (2004) 002 [arXiv:hep-th/0404243]; J. P. Conlon and F. Quevedo, JHEP **0410** (2004) 039 [arXiv:hep-th/0409215].
- [404] F. Denef and M. R. Douglas, JHEP **0405** (2004) 072 [arXiv:hep-th/0404116]; M. R. Douglas, Comptes Rendus Physique **5** (2004) 965 [arXiv:hep-th/0409207].
- [405] L. Susskind, arXiv:hep-th/0405189.
- [406] L. Randall, R. Sundrum, Nucl. Phys. B **557** (1999) 79 [hep-th/9810155]; G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama, R. Rattazzi, JHEP **9812** (1998) 027 [hep-ph/9810442]; M. Dine, N. Seiberg, JHEP **0703** (2007) 040 [hep-th/0701023].
- [407] S. Dawson, E. Eichten and C. Quigg, Phys. Rev. D **31** (1985) 1581.
- [408] J. L. Hewett, B. Lillie, M. Masip and T. G. Rizzo, JHEP **0409** (2004) 070 [arXiv:hep-ph/0408248].
- [409] A. Arvanitaki, C. Davis, P. W. Graham, A. Pierce and J. G. Wacker, Phys. Rev. D **72** (2005) 075011 [arXiv:hep-ph/0504210]; L. Anchordoqui, H. Goldberg and C. Nunez, Phys. Rev. D **71** (2005) 065014 [arXiv:hep-ph/0408284]; W. Kilian, T. Plehn, P. Richardson and E. Schmidt, Eur. Phys. J. C **39** (2005) 229 [arXiv:hep-ph/0408088].
- [410] D. I. Kazakov, Phys. Lett. B **449** (1999) 201.