

Отзыв официального оппонента **Белавина Александра Абрамовича**

на диссертацию Зенкевича Егора Андреевича

«Спектральная дуальность в калибровочных теориях, конформной теории поля и интегрируемых системах»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02- теоретическая физика.

В диссертационной работе Е.А. Зенкевича рассмотрены несколько актуальных вопросов, касающихся связи квантовых суперсимметричных калибровочных теорий, интегрируемых систем и двумерной конформной теории поля.

В первая глава диссертации посвящена исследованию связи между четырехмерной $N=2$ калибровочной теорией с полями материи в фундаментальном представлении и конечномерной интегрируемой системой — XXX цепочкой спинов. Согласно работам Зайберга и Виттена, многообразие вакуумов такой калибровочной теории описывается с помощью спектральной кривой интегрируемой системы, т. е. с помощью производящей функции ее интегралов движения. Существует естественная двухпараметрическая деформация калибровочной теории, сохраняющая суперсимметрию, однако нарушающая симметрию Лоренца — это так называемая некрасовская деформация. Статсумма деформированной теории может быть вычислена точно, и оказывается равна некоторой явной функции — функции Некрасова. В первой главе диссертации показано, что при одном ненулевом параметре деформации статсумма Некрасова равна монодромии волновой функции квантовой интегрируемой системы. Таким образом, оказывается, что некрасовская деформация (с одним ненулевым параметром) эквивалентна квантованию интегрируемой системы.

Во второй и третьей главах полученный результат рассматривается в контексте дуальности АГТ. Утверждение дуальности АГТ состоит в том, что некрасовская статсумма для четырехмерной теории, при простой замене параметров, равна конформному блоку двумерной конформной теории поля. С конформным блоком связана интегрируемая система Годена: ее волновая функция равна конформному блоку со вставкой вырожденного примарного поля. Однако, эта система, на первый взгляд, не совпадает с системой Зайберга-Виттена (XXX цепочкой), возникающей со стороны калибровочной теории. В диссертации Е.А. Зенкевича показано, что это различие только кажущееся, и две системы в действительности полностью эквивалентны (спектрально дуальны): на классическом уровне имеется пуассоново отображение между фазовыми пространствами, а на квантовом уровне — изоморфизм алгебр операторов. Также найдено соответствие между параметрами двух систем.

В четвертой главе диссертации этот результат обобщен на случай пятимерных калибровочных теорий. Таким теориям соответствует анизотропная (XXZ) спиновая цепочка. В диссертации показано, что спектрально дуальная система в этом случае также является XXZ цепочкой, однако с другими параметрами: алгеброй спинов, числом узлов и параметрами неоднородности. Для доказательства этой дуальности в диссертации выведен ряд нетривиальных тождеств для производящих функций квантовых интегралов движения XXZ цепочек. Дуальной цепочке соответствует дуальная калибровочная теория, с другой группой и составом материи, однако с тем же низкоэнергетическим эффективным действием. Таким образом спектральную дуальность в этом случае можно понимать, как соответствие между двумя различными калибровочными теориями.

В двух заключительных главах полученные результаты распространяются на случай некрасовских статсумм с двумя ненулевыми

параметрами деформации. В этом случае соотношения АГТ можно понимать как разложение конформного блока по некоторому специальному базису промежуточных состояний. В пятой главе такой базис найден явно для случая калибровочной теории с группой $SU(3)$, а в шестой главе — для пятимерной калибровочной теории. В пятимерном случае полученные специальные базисные вектора оказываются неожиданным образом связаны с представлением Доценко-Фатеева. Дело в том, что в пятимерном (или, по-другому, q -деформированном) случае интегральное представление для конформного блока оказывается в действительности представлением в виде суммы по полюсам подинтегрального выражения. Такая структура воспроизводит сумму по базисным векторам специального базиса, и, как показано в диссертации, действительно связана с ней простой заменой параметров. Итак, представление Доценко-Фатеева для q -деформированного конформного блока оказывается связано с разложением по специальному базису, связанному с разложением по инстантонам в калибровочной теории.

Все полученные результаты являются новыми, и представляют большой интерес для исследования суперсимметричных квантовых теорий поля. Также, используя соображения из калибровочных теорий, были получены новые нетривиальные соотношения для интегрируемых систем, и двумерных конформных теорий поля.

В диссертации разрабатывается математический аппарат, который может служить заделом для будущих исследований в области физики элементарных частиц, а также в приложениях квантовой теории поля к физике конденсированного состояния вещества.

Полученные в диссертации результаты хорошо обоснованы и изложены в шести публикациях в российских и зарубежных рецензируемых журналах. Результаты докладывались на российских и международных конференциях, а также на научных семинарах в ряде институтов.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа полностью отвечает всем требованиям Положения о присуждении учёных степеней , утверждённого Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842, а сам автор, Зенкевич Егор Андреевич , заслуживает присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Главный научный сотрудник
Института теоретической физики
им. Л.Д. Ландау Российской академии наук,
доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН

Белавин А.А.

08 декабря 2015г.

Московская обл., 142432 Черноголовка,
Просп. академика Семенова 1А,
Тел. (495) 7029317, E-mail: belavin@itp.ac.ru

Подпись А.А. Белавина удостоверяю.

Ученый секретарь Института теоретической
физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук,
кандидат химических наук

Крашаков С.А.

Белавин Александр Абрамович

член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор,
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук,
Сектор квантовой теории поля, главный научный сотрудник.

Основные публикации по теме защиты:

1. A. Belavin, V. Belavin, AGT conjecture and Integrable structure of Conformal field theory for $c=1$ // Nucl.Phys.B,B850:199-213,2011, arXiv:1102.0343
2. A. Belavin, V. Belavin, M. Bershtein, Instantons and 2d Superconformal field theory // JHEP09(2011),117, arXiv:1106.4001
3. A. Belavin, M. Bershtein, B. Feigin, A. Litvinov, G. Tarnopolsky, Instanton moduli spaces and bases in coset conformal field theory // Comm.Math.Phys.319 1,pp 269-301 (2013), arXiv:1111.2803
4. A. Belavin, B. Mukhametzhanov, N=1 superconformal blocks with Ramond fields from AGT correspondence // JHEP 01 (2013) 178, arXiv:1210.7454
5. A. A. Belavin, M. A. Bershtein, G. M. Tarnopolsky, Bases in coset conformal field theory from AGT correspondence and Macdonald polynomials at the roots of unity // JHEP 1303:019, 2013, arXiv : 2011.2788
6. Alexander Belavin, Doron Gepner. Generalized Rogers Ramanujan Identities from AGT Correspondence // Lett. Math. Phys. , 103, 12 (2013), 1399-1407 arXiv:1212.6600