

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. П. Г. ДЕМИДОВА

На правах рукописи

ШИТОВА АНАСТАСИЯ МИХАЙЛОВНА

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЙТРИНО  
СВЕРХВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ  
В ГОРЯЧЕЙ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ  
И СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физ.-мат. наук  
профессор каф. теор. физики  
КУЗНЕЦОВ А. В.

Ярославль — 2014

## Оглавление

Введение	4
<b>Глава I</b>	
<b>Собственно энергетический оператор нейтрино в плазме     в пределе сверхвысоких энергий</b>	<b>20</b>
1. Введение	20
2. Собственно энергетический оператор нейтрино в среде	23
2.1. Дополнительная энергия нейтрино в электронейтральной «холодной» плазме . . . . .	31
2.2. Кинематически возможные области для эффекта «нейтринного спинового света» в плазме . . . . .	40
2.2.1. Холодная электронная плазма . . . . .	41
2.2.2. Нейтронные звезды . . . . .	43
2.2.3. Горячая плазма, сверхновые . . . . .	45
<b>Глава II</b>	
<b>Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных     пар в пределе «умеренно» сильного магнитного поля</b>	<b>54</b>
1. Введение	54
2. Вероятность процесса нейтринного рождения электрон- позитронных пар в пределе «умеренно сильного» магнит- ного поля	58
2.1. Логарифмический вклад в вероятность процесса . . . . .	70
2.2. Область применения полученных результатов . . . . .	73
<b>Глава III</b>	
<b>Пропагаторы заряженных частиц в произвольной <math>\xi</math>- ка-     либровке в виде разложения по уровням Ландау</b>	<b>75</b>
1. Введение	75

<b>2. Пропагаторы в формализме собственного времени Фока</b>	<b>79</b>
2.1. Пропагаторы в разложении по слабому полю . . . . .	84
2.2. Пропагаторы в скрещенном поле . . . . .	85
2.3. Пропагатор электрона в разложении по уровням Ландау .	86
2.4. Пропагаторы заряженных $W$ и $\Phi$ -бозонов в разложении по уровням Ландау . . . . .	89
<b>Заключение</b>	<b>96</b>
<b>Литература</b>	<b>98</b>

# Введение

В конце прошлого века стало ясно, что развитие космологии напрямую связано с развитием представлений о взаимодействиях элементарных частиц. Сравнительно молодая наука, возникшая на стыке физики элементарных частиц и космологии, получила название «космомикрофизика» (в англоязычном варианте «cosmoparticle physics») [1]. Её составная часть, астрофизика элементарных частиц («astroparticle physics»), занимается исследованием элементарных частиц астрономической природы и их связью с астрофизикой и космологией. Неизменный интерес к этой науке поддерживается в том числе и в нашей стране, родине основоположников её важнейших постулатов.

Экстремальные физические условия в астрофизических объектах открывают широкие возможности для реализации экзотических и редких процессов с участием элементарных частиц. Гигантское поле для исследований делает космомикрофизику поистине привлекательной для учёных. В настоящее время благодаря росту наблюдательных данных эта наука бурно развивается.

Интересным примером активного взаимодействия астрофизики, космологии и физики элементарных частиц являются достижения физики нейтрино — слабовзаимодействующей частицы, играющей решающую роль в эволюции сверхновых, а также многих других астрофизических явлениях. Именно исследованию свойств и взаимодействий нейтрино посвящена основная часть настоящей диссертации.

Еще один пример плодотворного взаимодействия космологии и физики высоких энергий — проблема барионной асимметрии Вселенной:

наблюдательные данные указывают на преобладание вещества над антивеществом в видимой части Вселенной. Попытки объяснения данного факта привели к появлению новых моделей, расширяющих Стандартную (например, теорий Великого Объединения). В 1967 году А.Д. Сахаров [2] в числе трёх необходимых условий для возникновения барионной асимметрии из первоначально зарядово-симметричного состояния вещества горячей Вселенной высказал идею о необходимости нарушения  $CP$ -инвариантности в ранней Вселенной. Нарушение  $CP$ -симметрии в распадах нейтральных каонов было обнаружено в 1964 году, а в 1973 году при попытке объяснения нарушения  $CP$ -инвариантности М. Кобаяши и Т. Маскава предсказали существование  $b$ -кварка. Для сохранения  $CP$ -инвариантности в квантовой хромодинамике Р. Печчеи и Э. Куинн [3, 4] постулировали существование дополнительной симметрии, при нарушении которой появляется псевдоголдстоуновский бозон — аксион. Аксион, в свою очередь, является одним из главных кандидатов в частицы темной материи — ещё одной нерешенной проблемы космологии. Таким образом, начав с одной космологической проблемы и продвинувшись в область физики элементарных частиц, мы приходим вновь к нерешенным проблемам космологии. М.Ю. Хлопов [5] остроумно называет эту ситуацию проблемой Уробороса, мистической змеи, кусающей свой собственный хвост: достижения в области космологии опираются на физику элементарных частиц, которая в свою очередь, черпает информацию из космологических представлений.

Таким образом, космомикрoфизика замыкает микро- и макрокосмос, придавая науке полноту взгляда с вершины метауровня: в новой парадигме научного мышления физика не распадается на разномасштабные

уровни, но представляет собой сеть активно взаимодействующих и дополняющих друг друга разделов.

Прямые эксперименты по проверке предсказываемых теорией явлений зачастую невозможны, что сильно осложняет развитие космомикрорифизики, однако расширяет поле теоретически возможных эффектов. Комбинируя различные экспериментальные и наблюдательные данные, можно выделить теорию, наилучшим образом описывающую рассматриваемые явления.

Космос предоставляет уникальные возможности для исследования взаимодействий элементарных частиц. Колоссальные значения физических параметров, таких как плотность, температура, интенсивность магнитного поля, а также наличие разнообразного компонентного состава приводят к существованию нетривиальных эффектов, помогающих проверять и опровергать существующие теории. Такие экстремальные физические условия недостижимы в земных лабораториях, однако могут быть типичными для астрофизических объектов. Прежде всего, это относится к звёздам [6]: словосочетание «небесные лаборатории» прочно вошло в русский язык.

К примеру, по измеренному нейтринному спектру от Солнца было получено подтверждение идеи Понтекорво [7, 8] о наличии нейтринных осцилляций, которые возможны только в случае ненулевой массы нейтрино. Солнце и красные гиганты (имеющие температуру в ядрах  $10^7 - 10^8$  К, то есть до начала тройных гелиевых реакций [9]) предоставляют также уникальные возможности для исследования процессов в нерелятивистской «холодной» плазме.

Другим примером «небесных лабораторий» являются белые карлики

и нейтронные звезды. На этих конечных этапах эволюции звезд вещество находится в экстремальных физических условиях. В белых карликах гравитационному сжатию противодействует градиент давления вырожденного электронного газа, в нейтронных звездах — градиент давления вырожденного нейтронного вещества. Исследование внутреннего строения нейтронных звезд может привести к открытию нетривиальных эффектов в физике элементарных частиц. Так, например, до сих пор не определен состав и свойства вещества в нейтронных звездах; теоретические модели допускают возможность гиперонизации вещества, появление бозе-конденсата из коллективных возбуждений, имеющих свойства пионов или каонов [10]. Нельзя оставить без внимания и получившую в последнее время широкую известность идею о кварковом составе ядер нейтронных звезд [10], и предположение о существовании так называемых странных звёзд, полностью состоящих из кварков в свободном состоянии [11–13]. Если такие объекты будут обнаружены, это окажет существенное влияние на развитие квантовой хромодинамики.

Особого внимания заслуживают такие звёздные катастрофы как взрывы сверхновых. Коллапс ядра сверхновой — одно из самых замечательных событий в астрофизике. Взрыв означает смерть массивной звезды (с массой от восьми солнечных масс и выше) и начало существования более экзотических форм звезд. Вспышки сверхновых наблюдаются как внезапное увеличение блеска на 9-10 порядков. Взрывы сверхновых определяют также эволюцию галактик, поскольку именно в этих процессах образуются химические элементы, служащие материалом для новых звёзд. При исследовании взрывов сверхновых имеет место двусторонний эффект: экстремальные значения физических параметров, достигаемые

в сверхновых, позволяют анализировать процессы с участием элементарных частиц, тогда как с позиции физики элементарных частиц удается разгадывать тайны динамики взрыва самих сверхновых. Наиболее ярким примером может служить нейтринное охлаждение сверхновых: объяснение переноса излишков энергии из ядра к мантии слабовзаимодействующими с веществом нейтрино (механизм, предложенный Колгейтом и Уайтом в 1966 году [14]). Почти вся гравитационная энергия связи взорвавшейся сверхновой испускается в течение нескольких секунд в виде нейтрино [14–16]).

Другой пример — нейтринный подогрев остановившейся ударной волны — механизм стимулирования взрыва сверхновой с коллапсом ядра в условиях сильного магнитного поля. Основной проблемой моделирования взрыва сверхновой является неизбежный процесс затухания ударной волны при выходе в оболочку ядра. Механизм задержки взрыва является наиболее распространённым механизмом взрыва сверхновых с коллапсом ядра. После того, как формируется ударная волна, она останавливается на типичных расстояниях порядка 100-200 км, в то время как вещество продолжает падать на ядро; аккреция может длиться несколько сотен миллисекунд до тех пор, пока волна вновь не придет в движение. Трёх- и двумерные гидродинамические численные расчеты приводят к обнаружению конвективной неустойчивости, которая быстро растет и приводит к сильным дипольным осцилляциям нейтронной звезды (стоячие аккреционные ударные неустойчивости SASI [17]). До сих пор остается не до конца ясным механизм «оживления» остановленной ударной волны. К наиболее перспективным теоретическим моделям можно отнести следующие: нейтринный механизм, магнито-



ротационный или магнито-гидродинамический и акустический. Существуют подходы к решению этой задачи, основанные на учёте турбулентных движений при распространении ударной волны. Нейтринный механизм основан на «нейтринном подогреве»: гигантский нейтринный поток из ядра сверхновой, при некоторых обоснованных предположениях о свойствах нейтрино и параметрах оболочки ядра, может «оживить» затухающую ударную волну. В объяснении, предложенном впервые Дарром [18], важную роль играет процесс магнитно-индуцированной резонансной конверсии правых нейтрино с их последующим поглощением в ходе обратного бета-процесса вблизи области затухания волны. Благодаря взаимодействию нейтрино левой спиральности с виртуальным плазмоном, который может рождаться или поглощаться, возникают правоспиральные нейтрино, стерильные по отношению к слабому взаимодействию (речь идёт о нейтрино дираковского типа). Поток правых нейтрино свободно покидает ядро, унося с собой значительную энергию. Однако в случае слишком большого потока стерильных нейтрино, не удастся объяснить наблюдаемую нейтринную светимость сверхновой. Таким образом, сопоставляя реалистичную модель взрыва сверхновой с астрономическими данными можно найти ограничение на магнитный момент нейтрино [19]. Это ограничение на величину магнитного момента нейтрино в свою очередь позволило по-новому взглянуть на динамику взрыва сверхновой. Привлекая идею о двукратной конверсии спиральности нейтрино,  $\nu_L \rightarrow \nu_R \rightarrow \nu_L$ , можно объяснить механизм передачи энергии от гигантского нейтринного потока, выходящего из ядра сверхновой, звёздной среде в ту область оболочки ядра, где происходит затухание ударной волны. Это приводит к так называемому «нейтринному подогреву»

ударной волны. Первая стадия конверсии,  $\nu_L \rightarrow \nu_R$ , реализуется за счет взаимодействия магнитного момента нейтрино с электронами и протонами плазмы в ядре сверхновой [20]. Вторая стадия процесса конверсии,  $\nu_R \rightarrow \nu_L$ , реализуется за счет резонансного переворота спина нейтрино в магнитном поле оболочки. Рождающиеся при конверсии нейтрино с левой спиральностью,  $\nu_L$ , интенсивно поглощаются веществом за счёт слабого взаимодействия. Как показал конкретный анализ [20], при наличии у нейтрино магнитного момента порядка  $10^{-13}$  от магнетона Бора, и при условии, что в области между нейтриносферой и зоной стагнации ударной волны существует магнитное поле масштаба  $10^{13}$  Гс, за время стагнации ударной волны в эту область может инжектироваться дополнительная энергия масштаба  $10^{51}$  эрг. Именно такое количество энергии считается достаточным для стимулирования затухающей ударной волны.

Детектирование нейтринного сигнала от сверхновой стало также первой возможностью получить ограничение на массу нейтрино из астрономических данных: первое такое ограничение на массу нейтрино электронного типа было получено Бакалом и Глэшоу [15] вскоре после опубликования информации о взрыве сверхновой SN 1987 в Большом Магеллановом Облаке. Этот взрыв — самое яркое событие в истории наблюдения сверхновых, и до сих пор единственный пример детектирования нейтринного излучения от взрыва сверхновой [21]. Нейтринная вспышка, ассоциированная со взрывом, была зарегистрирована водночеренковскими детекторами Kamiokande II и Irvine-Michigan-Brookhaven (IMB) в 7:35 утра 23 февраля 1987 года [22]. Соответствующий сигнал был также зарегистрирован на сцинтилляционном телескопе Баксанской

нейтринной обсерватории. Этот уникальный опыт регистрации сигнала от звёздного коллапса открыл новую эру в физике нейтрино. Наблюдения нейтрино от сверхновой SN1987A подтвердили многие теоретические предположения о картине коллапса ядра и образования нейтронной звезды. Длительность сигнала составила около 10 секунд, что соответствует теоретическим предсказаниям для диффузного переноса нейтрино в горячей компактной звезде ядерной плотности. Энергии около десятка МэВ грубо соответствовали ожидаемым [22].

Регистрация нейтрино от сверхновой SN1987A позволила получить астрофизическое ограничение на массу аксионов [23] ( $< 10^{-3}$  эВ). Испускание аксионов должно было привести к ускорению процесса остывания, что привело бы к уменьшению количества событий и продолжительности сигнала. Интенсивность взаимодействия аксионов с веществом пропорциональна массе аксиона; таким образом, регистрация потока нейтрино приводит к ограничению на массу аксиона.

Гигантские потоки и слабый уровень взаимодействия делают нейтрино идеальным инструментом для изучения условий в глубине звёзд. Детектирование нейтрино и гравитационных волн позволит получить информацию о недрах звезды, очень важную для понимания механизма взрыва. Нейтрино выходят из звезды гораздо быстрее, чем фотоны, запертые первое время внутри. Следовательно, первым сигналом взрыва станут именно зарегистрированные нейтрино, тогда как оптический сигнал придет несколькими часами позже. Может оказаться, что сверхновая будет оптически непрозрачной, или в результате сформируется черная дыра; в этом случае детектирование нейтринного и гравитационного сигналов окажется единственной наблюдательной возможностью

обнаружения этого объекта. Поскольку нейтрино приходят быстрее, чем фотоны, регистрация нейтринного сигнала — прямое предсказание оптических наблюдений. Эта идея лежит в основе действия системы раннего оповещения о взрывах сверхновых (SNEWS — SuperNova Early Warning System) [24]. Для недоступных оптическому наблюдению сверхновых возможно определение их местонахождения с использованием только нейтринного сигнала.

Нейтринный сигнал от сверхновых содержит информацию об иерархии масс нейтрино, которую очень сложно определить в лабораторных условиях. Регистрация нейтрино от сверхновых может внести ясность в понимание механизма нейтринных осцилляций [25]. В жестких условиях плотного ядра сверхновой нейтрино, запертые внутри, и нейтрино, испускающиеся с поверхности, могут влиять друг на друга, что приводит к мало изученному эффекту коллективных осцилляций нейтрино. Существенный прорыв в области нейтринных осцилляций был совершён в последние годы в связи с получением нижнего ограничения и измерением с высокой точностью неизвестного ранее угла смешивания  $\theta_{13}$  (эксперименты T2K, MINOS, Double Chooz, Daya Bay, RENO) [26].

Успехи в развитии физики нейтрино могут привести к осуществлению важных практических приложений, таких как нейтринное зондирование (в частности, зондирование Земли [27]) и нейтринная связь. В 2012 году в Национальной ускорительной лаборатории им. Энрико Ферми был произведен первый успешный эксперимент по передаче информации с помощью нейтрино [28]. Нет сомнения, что это чрезвычайно перспективная технология.

Хотя в нашей галактике со времен открытия оптического телеско-

па не наблюдалось ни одного взрыва сверхновой (знаменитое событие SN 1987A произошло в карликовой галактике-спутнике Млечного Пути Большом Магеллановом Облаке), оптимистичные оценки частоты взрывов сверхновых в галактиках, подобных Млечному Пути, составляют несколько событий за век [29] (1-3 взрыва за столетие в нашей галактике и в её спутниках [22]). Безуспешные наблюдения за последние двадцать лет также приводят к выводу о том, что галактические сверхновые — редкое событие. Однако существуют галактики, где частота событий достаточно велика, так, например, в NGC 6946 за 1917-2004 годы наблюдалось 8 сверхновых, в NGC 5236 — 6 сверхновых [22]. Поскольку коллапс ядра сверхновой знаменует окончание жизни массивной звезды, такие события должны наблюдаться в областях с активным звездообразованием, например, спиральных рукавах галактик.

Поскольку в рамках Стандартной модели и масса, и магнитный момент нейтрино считаются строго равным нулю, информация от взрывов сверхновых предоставляет ученым уникальный шанс проверить предсказываемые эффекты за границами Стандартной модели. В настоящее время с открытием массы нейтрино, лептонного смешивания и флейворных осцилляций нейтрино возникли новые задачи. Экспериментаторы обращаются к более сложным проблемам  $CP$ -нарушения в слабых взаимодействиях, определению абсолютной массы нейтрино, числа поколений нейтрино, майорановской или дираковской природы нейтрино.

Сверхвысокие энергии принципиально недостижимы в рамках земных лабораторий, независимо от финансового обеспечения проектов: простая оценка размеров необходимого ускорителя элементарных частиц выводит не только за границы планеты, но и даже за рамки Солнечной Систе-

мы [5]. С другой стороны, звёзды предоставляют широкие возможности для таких исследований.

Сверхновые в целом представляют собой уникальные лаборатории для изучения физических свойств плазмы в условиях, в настоящее время недостижимых в наземных экспериментах. Наряду с плазмой существенные изменения в процессах взаимодействия элементарных частиц могут наблюдаться в магнитных полях большой интенсивности. Существует естественный масштаб магнитного поля, так называемое швингеровское значение  $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс, где  $e > 0$  – элементарный заряд (везде в диссертации, если не оговорено специально, используется естественная система единиц  $c = \hbar = 1$ , а также 4-метрика с сигнатурой  $(+ - - -)$ ). Выше этого значения становятся существенными квантовые эффекты. Для электрического поля значение  $B_e$  является критическим: поля выше этого значения невозможны из-за эффективной генерации электрон-позитронных пар из вакуума при таких полях. С другой стороны, магнитное поле не совершает работу, что приводит к устойчивости вакуума, так что для магнитного поля величина  $B_e$  не является предельной. Более того, магнитное поле играет стабилизирующую роль, если оно направлено перпендикулярно к электрическому. Детектирование протонной циклотронной линии у источника SGR-1806-20 показало наличие поля порядка  $10^{15}$  Гс [30]: это стало первым явным указанием на существование магнитных полей выше квантового критического значения. Существуют косвенные указания на существование в природе полей, значительно превышающих критическое. Примером таких полей могут служить поля магнитаров — особого класса нейтронных звезд.

Нейтронные звезды, как правило, являются сильно замагниченными

объектами с полями порядка  $10^{12}$  Гс [10], что в миллионы раз превышает поля обычных звезд. Но среди них существуют объекты с очень сильным рентгеновским излучением и необычными свойствами: аномальные рентгеновские пульсары (АРП) и источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (МППГ).

Периоды АРП и МППГ в отличие от периодов обычных рентгеновских пульсаров не показывают периодических колебаний. Основным источником энергии для процессов, протекающих в радиопульсарах, является энерговыделение, связанное с замедлением вращения нейтронной звезды, однако для объяснения наблюдаемых у МППГ и АРП рентгеновских светимостей этой энергии недостаточно. Для решения данной энергетической проблемы необходимо предположить, что основным источником энергии для таких объектов является магнитное поле. В этом случае типичные значения индукции в таких объектах должны быть много больше, чем в обыкновенных радиопульсарах. Именно поэтому такие объекты принято связывать с «магнитарами» [31], нейтронными звездами, ведущую роль в наблюдаемой активности которых играет магнитное поле. До недавнего времени оставалось загадкой, действительно ли объект SGR 0418+5729, проявляющий свойства магнитара, но с относительно слабым дипольным полем  $\sim 6 \cdot 10^{12}$  Гс [32] является магнитаром. Измерения, произведенные европейским спутником XMM-Newton, позволили сделать вывод о наличии на поверхности мультипольных компонентов поля с величиной от  $2 \cdot 10^{14}$  Гс до более чем  $10^{15}$  Гс [33]. Для объяснения явления магнитаров привлекают магнитные поля в ядре нейтронной звезды при ее рождении порядка  $10^{16}$ - $10^{17}$  Гс (как тороидального [34–36], так и полоидального типов [31]). Теоретический верхний предел магнит-

ного поля составляет  $10^{18}$  Гс (численный расчет максимального поперечного магнитного поля был произведен в статье [37], оценку можно получить на основе теоремы вириала [10]).

Тем не менее, надо сказать, что существуют модели, которые описывают явление «магнитаров» без привлечения полей таких масштабов (например, модель дрейфовых волн [38]).

Сильные магнитные поля, наблюдаемые в нейтронных звёздах, и тем более магнитарах могут оказывать существенное влияние на протекание процессов с участием элементарных частиц.

Можно предложить другой естественный масштаб интенсивности магнитного поля, играющий важную роль в электрослабых взаимодействиях с участием калибровочных  $W$ -бозонов:  $B_W = m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс. Поля такого масштаба больше максимально возможных полей магнитаров, поэтому в подавляющем большинстве задач можно использовать приближение  $\beta = eB \ll B_W$ . Тем не менее, существует узкий класс задач, где могут быть рассмотрены поля и такой сверхвысокой интенсивности. Прежде всего, речь идёт о полях в Ранней Вселенной.

Представления о ранней Вселенной являются одной из величайших научных загадок, и эти представления тесно связаны с физикой элементарных частиц. Предстоит ответить на вопросы: в чем причины однородности наблюдаемой части Вселенной, её расширения, барионной асимметрии и возникновения малых неоднородностей, развитие которых привело бы к образованию крупномасштабной структуры Вселенной. Ещё одна загадка — каковы были магнитные поля в Ранней Вселенной.

В настоящее время во Вселенной на различных масштабах от звёзд до скоплений Галактик наблюдаются магнитные поля (составляющие по



порядку величины от миллиГаусс – типичные поля скоплений Галактик – до Гаусс — поля планет) [39]. Открытым остаётся вопрос о причинах возникновения наблюдаемых крупномасштабных магнитных полей. С одной стороны, гидромагнитный динамо-механизм успешно объясняет величину наблюдаемых магнитных полей, однако для его реализации требуются начальные поля порядка  $10^{-21} - 10^{-19}$  Гс. В этом случае возникает вопрос, как и на каком этапе возникают, так называемые, «первичные» магнитные поля. В интервале между этапами фазового перехода КХД и нуклеосинтеза в принципе могли бы возникать сильные «первичные» магнитные поля величиной порядка  $10^{23}$  Гс [40] и даже более [41], эволюция которых в ходе расширения Вселенной могла бы обусловить существование на современной стадии когерентных крупномасштабных ( $\sim 100$  килопарсек) магнитных полей величиной  $\sim 10^{-21}$  Гс. Эти поля, в свою очередь, могли бы быть усилены за счет галактического динамо-механизма до наблюдаемых значений галактических магнитных полей  $\sim 10^{-6}$  Гс. Возможные причины возникновения сильных первичных магнитных полей и динамика их эволюции в расширяющейся Вселенной являются предметом интенсивного исследования (см., например, [42–45]).

Наконец, третий пример, где могут наблюдаться сверхсильные магнитные поля — современные ускорители элементарных частиц. Факт возможности достижения полей масштабов, характерных для пульсаров, в условиях земных лабораторий кажется удивительным. Тем не менее, такие поля действительно могут наблюдаться при нецентральных столкновениях тяжёлых ионов [46]. Поля, масштаба  $B_W$ , создают условия для образования  $W^\pm$  и  $Z^0$ -бозонного конденсата [46], распадающегося далее на лептоны.

На пороге XXI века В. Гинзбург, перечисляя проблемы, особенно важные и интересные в физике назвал в том числе следующие [47]: «поведение вещества в сверхсильных магнитных полях»; «нейтронные звезды и пульсары, сверхновые звезды»; «нейтринная физика и астрономия». Существуют задачи, тесно взаимосвязанные с решением всех вышеперечисленных проблем.

Настоящая диссертация посвящена исследованию процессов с участием нейтрино высоких энергий во внешней активной среде — магнитном поле и плазме. Структура данной диссертация следующая.

В первой главе исследован собственно энергетический оператор нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий нейтрино, получено общее выражение для данного оператора. Вычислена дополнительная энергия нейтрино в пределе сверхвысоких энергий в различных астрофизических ситуациях и произведены количественные оценки границ кинематически допустимой области для процесса «нейтринного спинового света».

Во второй главе диссертации проведен анализ вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар с учетом различных соотношений между характерными параметрами процесса. Получена формула для лидирующего вклада вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе умеренно сильного магнитного поля. Выполнено численное интегрирование полученного выражения, результат аппроксимирован аналитической функцией. Исследованы возможные астрофизические проявления процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар.

В третьей главе диссертации обсуждаются различные представления

для пропагаторов калибровочных частиц. Получены выражения для пропагаторов заряженных векторного  $W$ - и скалярного  $\Phi$ -бозонов стандартной модели в произвольной  $\xi$ -калибровке в виде разложения по уровням Ландау в постоянном однородном магнитном поле через полиномы Чебышёва-Лагерра. Представлены выражения для пропагаторов заряженных векторного  $W$ - и скалярного  $\Phi$ -бозонов стандартной модели в произвольной  $\xi$ -калибровке в скрещенном поле.

В диссертации для 4-векторов и их компонент используются обозначения:  $X^\mu = (t, x, y, z)$ ; цифровыми индексами обозначаются различные 4-векторы. В главах 1 и 3 подразумевается, что квадраты масс имеют бесконечно малые отрицательные мнимые части,  $m^2 \rightarrow m^2 - i\epsilon$ .

Объём диссертации: 112 страниц. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, содержит 7 рисунков и список литературы из 121 наименования.

## Глава I

# Собственно энергетический оператор нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий

## 1. Введение

В настоящее время актуальными становятся исследования взаимодействий элементарных частиц в экстремальных физических условиях, типичных для астрофизических объектов. Во внешней активной среде (сильных магнитных полях и плазме) существенным образом меняется характер взаимодействия частиц, дисперсионные соотношения. К примеру, эффект плазмы сказывается на приобретении нейтрино дополнительной энергии, на генерации эффективной массы фотона (плазмона). Это приводит к тому, что процессы, запрещенные в вакууме, становятся кинематически возможными при наличии сильного магнитного поля или плазмы. Однако следует отметить, что при анализе таких процессов необходимо рассматривать действие внешней активной среды на все взаимодействующие частицы. Учёт одних факторов влияния на одну из частиц и пренебрежение другими может привести к ошибочным выводам о кинематической возможности процесса. К примеру, при анализе возможности процесса  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  в плазме необходимо учитывать не только эффект генерации массы плазмона, но и возникновение поправок к массе электрона. Тем не менее, в работах [48, 49] не рассматривалось влияние плазмы на массу электрона; на эту ошибку указал Э. Браатен в более поздней работе [50]. Аналогичная ситуация имела место при исследовании нейтринного радиационного перехода  $\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma$ . Плазма изменяет

дисперсионные свойства только левого нейтрино, поэтому теоретически можно предположить существование переходов за счёт взаимодействия с изменением спиральности нейтрино. Именно такой эффект, получивший название «нейтринный спиновый свет» ( $SL\nu$ ), был предложен и детально исследовался в серии работ А. И. Студеникина и соавторов (см., например, [51], [52]). Однако при анализе данного эффекта авторы не учитывали влияние плазмы на дисперсию фотона. На этот факт указали Н. В. Михеев и А. В. Кузнецов в статьях [53, 54]. История получила продолжение: в последующих статьях авторы, исследовавшие процесс «нейтринного спинового света», согласились с необходимостью учёта явления генерации массы плазмона, однако их оценки влияния этого эффекта на процесс  $SL\nu$  оказались существенно занижены. Так, например, предполагалось, что нейтринный радиационный эффект возможен при высоких энергиях нейтрино [52]: при таком подходе дисперсионные свойства фотона могут рассматриваться как несущественные. Однако в этом случае переход к локальному пределу слабого взаимодействия, вообще говоря, неправилен. В статьях [54–57] нелокальный вклад в дополнительную энергию нейтрино учитывался путем удержания следующих членов в разложении в ряд пропагаторов  $W$ - и  $Z$ -бозонов по обратным степеням их масс. Однако в пределе сверхвысоких энергий нейтрино такое разложение неприменимо, и следует использовать точные выражения для пропагаторов  $W$ - и  $Z$ -бозонов. Именно такому анализу собственно энергетического оператора в пределе сверхвысоких энергий и посвящена настоящая глава. Анализ дополнительной энергии в плазме в пределе сверхвысоких энергий с учетом нелокальности слабого взаимодействия был проведен в серии статей [58–60] в применении к осцилляциям нейтри-

но. В работах [61–64] были проанализированы кинематические области возможного процесса «нейтринного спинового света» в пределе сверхвысоких энергий. Независимое вычисление было выполнено также в статье А. Григорьева и др. [65], но полученное ограничение оказалось более слабым, чем в указанных выше работах.

Ещё одна физическая ситуация, когда выражение для дополнительной энергии нейтрино в плазме, полученное в локальном пределе слабого взаимодействия, является недостаточным, реализуется в случае, когда плазма почти зарядово симметрична, например, в условиях ранней Вселенной. В этом случае локальный вклад в дополнительную энергию нейтрино стремится к нулю и становится существенной составляющей энергии нейтрино, обусловленная нелокальностью слабого взаимодействия. Эта дополнительная энергия была исследована в работе [55] (см. также [56]). В работе [54] отмечалось, в частности, что учёт нелокального вклада в дополнительную энергию нейтрино существенно изменяет кинематику процесса  $\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma$ .

В данной главе исследуется собственно энергетический оператор нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий. Анализируется выражение для дополнительной энергии нейтрино в плазме, построенное на основе использования точных пропагаторов калибровочных частиц. Полученная формула используется для оценки кинематических границ нейтринного радиационного перехода.

## 2. Собственно энергетический оператор нейтрино в среде

Развитие нейтринной физики в последние десятилетия, в частности, разрешение загадки солнечных нейтрино в эксперименте на Нейтринной обсерватории в Садбери, а также нейтринный мониторинг Галактики сетью детекторов, нацеленных на регистрацию нейтринного сигнала от ожидаемого взрыва галактической сверхновой, выводят не передний план физику нейтрино во внешней активной среде. Изучение влияния внешней среды на дисперсионные свойства нейтрино основывается на анализе собственно-энергетического оператора нейтрино  $\Sigma(p)$ . Его вычисление позволяет, в частности, определить дополнительную энергию, приобретаемую нейтрино в среде. Реальная астрофизическая среда несимметрична по ароматам: в ней имеется электрон-позитронная плазма, но отсутствуют мюоны и тау-лептоны. Вследствие этого нейтрино различных ароматов приобретают разную энергию, что, например, играет ведущую роль при исследовании нейтринных осцилляций в среде.

Собственно энергетический оператор нейтрино  $\Sigma(p)$  может быть определён через инвариантную амплитуду перехода  $\nu \rightarrow \nu$ , то есть когерентного рассеяния нейтрино «вперёд» [66], с помощью соотношения

$$\mathcal{M}(\nu \rightarrow \nu) = - [\bar{\nu}(p)\Sigma(p)\nu(p)] = -\text{Tr} [\Sigma(p)\rho(p)], \quad (1.1)$$

где  $p^\alpha = (E, \mathbf{p})$  – 4-импульс нейтрино,  $\rho(p) = \nu(p)\bar{\nu}(p)$  – матрица плотности нейтрино. Дополнительная энергия нейтрино во внешней активной среде также определяется через инвариантную амплитуду (1.1) и может быть выражена через собственно энергетический оператор  $\Sigma(p)$ :

$$\Delta E = \frac{1}{2E} \text{Tr}[\Sigma(p)\rho(p)]. \quad (1.2)$$

Следует заметить, что влияние среды на свойства нейтрино обусловлено в первую очередь дополнительной энергией, которую приобретает только левое нейтрино (со спином, ориентированным против направления импульса). Наличие нейтринных осцилляций, а значит, и отличных от нуля масс нейтрино, доказанное в ходе уже упомянутого эксперимента на Нейтринной обсерватории в Садбери, указывает на возможность существования правого нейтрино, стерильного относительно слабых взаимодействий. За счёт этого правое нейтрино не приобретает дополнительной энергии в среде. При наличии взаимодействия магнитного момента нейтрино с фотоном, которое приводит к перевороту спиральности нейтрино, появление дополнительной энергии левых нейтрино в плазме открывает новые кинематические возможности для нейтринного радиационного перехода:

$$\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma. \quad (1.3)$$

Рассмотрим рассеяние электронного нейтрино на электрон-позитронной составляющей газа без учета столкновений нейтрино. Лагранжиан взаимодействия имеет вид:

$$L = \frac{g}{2\sqrt{2}} [(\bar{e}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu_e)W^\alpha + (\bar{\nu}_e\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e)W^{*\alpha}], \quad (1.4)$$

где  $\gamma_5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ . Представим  $S$ - матричный элемент процесса рассеяния на электронах в стандартном виде:

$$S^{e^-} = \frac{i(2\pi)^4\delta^{(4)}(p' + k' - p - k)}{\sqrt{2EV} 2\varepsilon V 2E'V 2\varepsilon'V} M_{\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-}, \quad (1.5)$$



где  $p^\alpha = (E, \mathbf{p})$ ,  $p'^\alpha = (E', \mathbf{p}')$  – 4-импульсы начального и конечного нейтрино соответственно,  $k^\alpha = (\varepsilon, \mathbf{k})$ ,  $k'^\alpha = (\varepsilon', \mathbf{k}')$  – 4-импульсы начального и конечного электрона, а инвариантная амплитуда  $M$  имеет вид:

$$M_{\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}(k')\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e(k)] \times \\ \times [\bar{\nu}_e(p')\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)\nu_e(p)] \frac{m_W^2}{m_W^2 - q_1^2}, \quad (1.6)$$

где введено обозначение для импульса  $W^-$ :  $q_1 = k - p'$  (см. диаграмму а, рисунок 1). При получении этой формулы использовалось преобразование Фирца, а слагаемыми порядка  $(m_e/m_W)^2$  в пропагаторе  $W^-$  бозона пренебрегали.

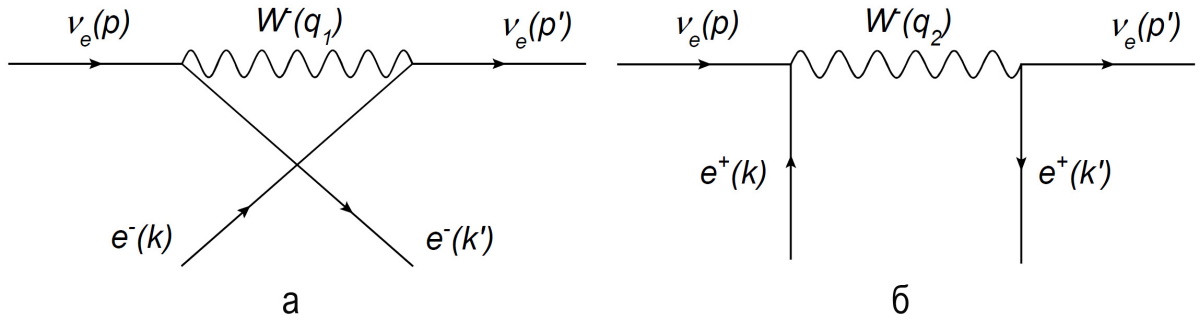


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие рассеяние нейтрино через  $W^-$  бозон на электронах и позитронах плазмы: а – рассеяние на электронах, б – рассеяние на позитронах.

К подобному виду можно привести и амплитуду процесса рассеяния нейтрино на позитронах (см. диаграмму б, рисунок 1):

$$M_{\nu_e e^+ \rightarrow \nu_e e^+} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}(-k)\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e(-k')] \times \\ \times [\bar{\nu}_e(p')\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)\nu_e(p)] \frac{m_W^2}{m_W^{*2} - q_2^2}, \quad (1.7)$$

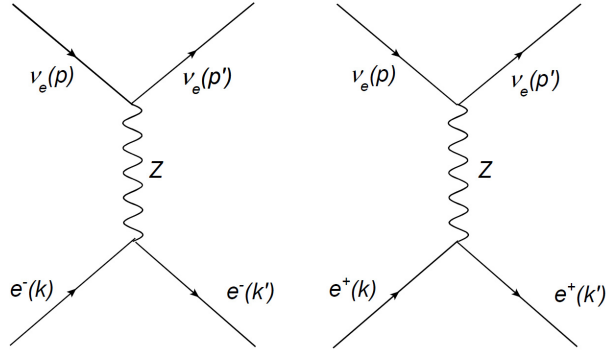


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие рассеяние нейтрино через  $Z$ -бозон на электронах и позитронах плазмы.

где импульс  $W^-$ :  $q_2 = -p - k$ .

Заметим, что амплитуды процессов (1.6) и (1.7), изображаемых диаграммами а и б на рисунке 1, имеют существенное различие. А именно, в  $s$ -канальном процессе рассеяния нейтрино на позитронах, имеем:  $q_2^2 > 0$ , то есть здесь будет присутствовать резонансное поведение пропагатора  $W$ -бозона. В  $u$ -канальном процессе рассеяния на электронах,  $q_1^2 < 0$ , и резонанса не возникает. Учет резонансного вклада производится путем введения комплексной массы  $W$ -бозона,  $m_W^* = m_W - (i/2) \Gamma_W$ , где  $\Gamma_W$  — полная ширина распада  $W$ -бозона.

Диаграммы рассеяния нейтрино всех ароматов на электронах и позитронах плазмы через  $Z$ -бозон (см. диаграммы на рисунке 2) имеют  $t$ -канальный характер, и, поскольку речь идёт о рассеянии «вперёд», то есть с нулевой передачей импульса, их вклад в энергию исчерпывается локальным пределом слабого взаимодействия [57].

Рассмотрим систему отсчёта, где среда движется как целое с 4-вектором скорости  $u$  (в системе покоя плазмы  $(pu) = E$ ). Суммарный вклад в собственно-энергетический оператор нейтрино аромата  $\ell$  от

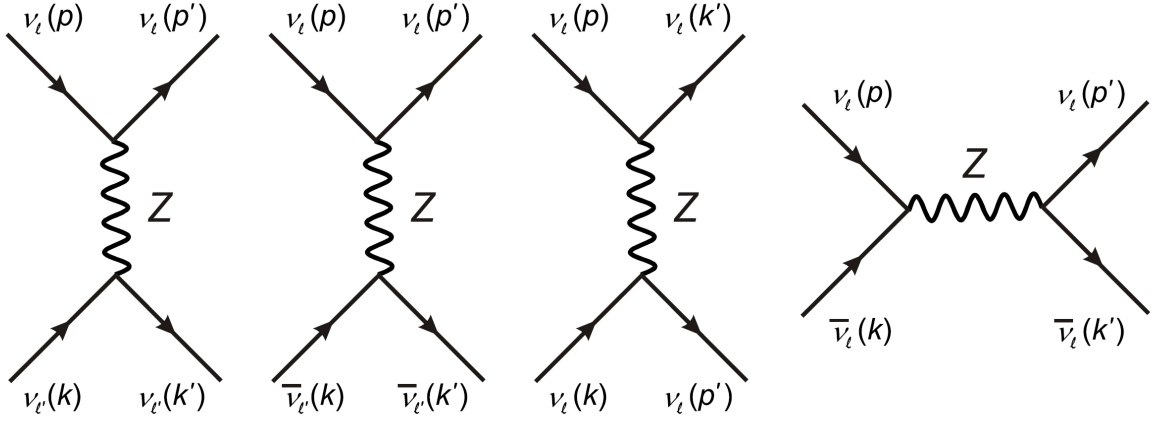


Рис. 3. Диаграммы рассеяния нейтрино на нейтрино и антинейтрино среды.

рассеяния на электрон-позитронной составляющей плазмы может быть представлен в виде

$$\Sigma^{\nu\ell}(p) = \sqrt{2}G_F [C_V^\mu(u\gamma)\gamma_L(N_e - \bar{N}_e) + \delta_{le}\gamma^\alpha\gamma_L m_W^2(j_\alpha^- - j_\alpha^+)], \quad (1.8)$$

где

$$j_\alpha^\mp = 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{k_\alpha}{\varepsilon} \left( e^{\frac{\varepsilon \mp \mu}{T}} + 1 \right)^{-1} (m_W^2 \pm 2(kp))^{-1}, \quad (1.9)$$

$\gamma_L = (1 + \gamma_5)/2$ , а  $N_e, \bar{N}_e = 2(2\pi)^{-3} \int d^3k (\exp((\varepsilon \mp \mu)/T) + 1)^{-1}$  — концентрация электронов и позитронов соответственно. Константа  $C_V^\mu$  есть не что иное, как константа, входящая в эффективный локальный лагранжиан взаимодействия мюонных и тау-нейтрино  $C_V^\mu = -1/2 + 2\sin^2 \theta_W$ , где  $\theta_W$  — угол Вайнберга. Для учета резонансного поведения знаменателя в интеграле  $j_\alpha^+$  вместо  $m_W$  следует подставить  $m_W^*$ .

Заметим, что первое слагаемое в выражении (1.8) соответствует дополнительной энергии  $\mu$  и  $\tau$ -нейтрино в электрон-позитронной плазме. Очевидно, что электрон-позитронная составляющая плазмы не даст вклада в нелокальном пределе в собственно энергетический оператор нейтрино ароматов  $\tau$  и  $\mu$ , поэтому второе слагаемое в выражении (1.8)

имеет место только для взаимодействия электронов и позитронов с нейтрино электронного типа.

В системе покоя плазмы следует положить  $(pu) = E$ . В соответствии с формулой (1.2), дополнительная энергия нейтрино в среде из электронов и позитронов принимает вид:

$$\Delta E_l^\nu = \sqrt{2}G_F [C_V^\mu(N_e^- - N_e^+) + \delta_{le}(F_1(\mu_e, m_W) - F_2(-\mu_e, m_W^*))], \quad (1.10)$$

где через  $F_{1,2}(\mu, m)$  обозначена функция

$$F_{1,2}(\mu, m) = \frac{2m^2}{(2\pi)^3 E} \int (pk) \frac{d^3k}{\varepsilon} \left( e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}} + 1 \right)^{-1} (m^2 \pm 2(pk))^{-1}. \quad (1.11)$$

Для того чтобы получить дополнительную энергию антинейтрино в среде из электронов и позитронов необходимо изменить знак перед разностью концентраций электронов и позитронов в правой части выражения и сделать формальную замену  $\mu_e \rightarrow -\mu_e$ . В первом слагаемом такая замена приведет просто к смене знака перед разностью концентраций.

При анализе дисперсионных свойств нейтрино в активной астрофизической среде наряду с электрон-позитронной плазмой необходимо в общем случае учитывать присутствие и других компонент. Вклад протонов и нейтронов оказывается полностью аналогичен локальному вкладу от электронов, при этом эффективный лагранжиан взаимодействия обусловлен только обменом  $Z$ - бозоном.

В плотной плазме ядра сверхновой существенным может быть также и вклад нейтринного газа, который приближенно можно считать равновесным. Аналогично рассеянию нейтрино на электрон-позитронной составляющей плазмы из всех диаграмм нейтрино-нейтринного взаимодействия две (см. диаграммы на рисунке 3) позволят рассчитать вклад от

нелокальности слабого взаимодействия. Заметим, что в этом случае процесс идет через  $Z$ - бозон.

С учетом всех составляющих плазмы, общее выражение для дополнительной энергии нейтрино будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta E_l^\nu = \sqrt{2}G_F \left\{ \left( -\frac{1}{2} + 2\sin^2 \theta_W \right) (N_e - \bar{N}_e) + \right. \\ \left. + \delta_{le} [F_1(\mu_e, m_W) - F_2(-\mu_e, m_W^*)] + \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{2} - 2\sin^2 \theta_W \right) (N_p - \bar{N}_p) - \frac{1}{2}(N_n - \bar{N}_n) + \right. \\ \left. + (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) + \right. \\ \left. + \delta_{l\nu} \frac{1}{2} [F_1(\mu_{\nu_e}, m_Z) - F_2(-\mu_{\nu_e}, m_Z^*)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

В этой формуле  $N_p, N_n, N_{\nu_l}$  — концентрации протонов, нейтронов и нейтрино, а  $\bar{N}_p, \bar{N}_n, \bar{N}_{\nu_l}$  — концентрации соответствующих античастиц.

Заметим, что концентрации нейтрино, антинейтрино, электронов и позитронов можно записать с помощью функций  $F_{1,2}$ , сделав формальную замену  $m \rightarrow \infty$ . Таким образом,  $N_e, \bar{N}_e = F_1(\pm\mu_e, \infty)$ ,  $N_{\nu_e}, \bar{N}_{\nu_e} = 1/2F_1(\pm\mu_{\nu_e}, \infty)$ . Следовательно, устремляя  $m_W$  и  $m_Z$  к бесконечности, можно получить дополнительную энергию нейтрино в локальном пределе слабого взаимодействия (в таком виде дополнительная энергия нейтрино была впервые получена в статье Вольфенштейна [66]). Энергия Вольфенштейна недостаточна для случая, когда плазма почти зарядово симметрична, например, в условиях ранней Вселенной. Кроме того,

выводы о кинематически запрещенных областях процессов, сделанные на основе этой формулы, могут оказаться несостоятельными. Необходимо учесть дополнительный вклад в энергию нейтрино, обусловленный нелокальностью слабого взаимодействия. Эта дополнительная энергия исследовалась в ряде работ [55–57]. Нелокальная поправка к энергии Вольфенштейна определялась в виде следующих членов разложения в ряд по степеням энергии  $E$ . Так, например, первая поправка имеет вид (см. например, [55]):

$$\begin{aligned} \Delta^{(nl)} E_l = & -\frac{16G_F E}{3\sqrt{2}} [m_Z^{-2} (E_{\nu_l} N_{\nu_l} + \bar{E}_{\nu_l} \bar{N}_{\nu_l}) + \\ & + \delta_{le} m_W^{-2} (E_e N_e + \bar{E}_e \bar{N}_e)], \end{aligned} \quad (1.13)$$

где  $E_{\nu_l}, \bar{E}_{\nu_l}, E_e, \bar{E}_e$  — средние энергии плазменных нейтрино, антинейтрино, электронов и позитронов соответственно. В частном случае зарядово-симметричной горячей плазмы выражение (1.13) переходит в следующее:

$$\Delta^{(nl)} E_l = -\frac{7\sqrt{2}\pi^2 G_F T^4}{45} \left( \frac{1}{m_Z^2} + \frac{2\delta_{le}}{m_W^2} \right) E. \quad (1.14)$$

Однако даже нелокальная поправка может оказаться недостаточной в случае, если нейтрино или антинейтрино обладают сверхвысокими энергиями. Поэтому представляет интерес задача о нахождении собственно-энергетического оператора нейтрино с использованием точного выражения для пропагаторов калибровочных бозонов. Ввиду вычислительной сложности, интегралы, входящие в функции  $F_{1,2}$ , в общем случае необходимо брать численно. Однако, есть и несколько частных, но важных астрофизических случаев, когда эти интегралы можно рассчитать аналитически.

## 2.1. Дополнительная энергия нейтрино в электронейтральной «холодной» плазме

Влияние внешней активной среды обуславливает появление у нейтрино дополнительной энергии, которая может быть выражена через собственно энергетический оператор  $\Sigma(p)$  (1.2).

При анализе дисперсионных свойств нейтрино в активной астрофизической среде наряду с электрон-позитронной плазмой необходимо в общем случае учитывать присутствие и других компонент, таких как вклад протонов и нейтронов, а в плотной плазме ядра сверхновой существенным может быть также и вклад нейтринного газа, который приближенно можно считать равновесным.

В наиболее общем случае электронейтральной плазмы дополнительная энергия нейтрино  $\nu_\ell$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_\ell$  может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \Delta E^{\nu_\ell, \bar{\nu}_\ell} = \sqrt{2}G_F \left\{ \mp \frac{1}{2}(N_n - \bar{N}_n) \pm (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) \pm \right. \\ \left. \pm (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) \pm (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) + \right. \\ \left. + \delta_{\ell e} [F_1(\pm\mu_e, m_W) - F_2(\mp\mu_e, m_W^*)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [F_1(\pm\mu_{\nu_\ell}, m_Z) - F_2(\mp\mu_{\nu_\ell}, m_Z^*)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

В этой формуле  $N_n, N_{\nu_\ell}$  – концентрации нейтронов и нейтрино, а  $\bar{N}_n, \bar{N}_{\nu_\ell}$  – концентрации соответствующих античастиц. Вклад протонов сократился с частью вклада электронов в силу электронейтральности плазмы.

В обеих функциях  $F_2$  за счет разности в знаменателе присутствует резонансное поведение, учёт которого производится путём введения комплексных масс  $W$  – и  $Z$  – бозонов [67],  $m_{W,Z}^* = m_{W,Z} - \frac{1}{2}i\Gamma_{W,Z}$ , где полная ширина распада  $Z$  – бозона  $\Gamma_Z \simeq 2.5$  ГэВ, а  $W$  – бозона  $\Gamma_W \simeq 2.1$  ГэВ.

В случае «холодной» плазмы ( $T \rightarrow 0$ ) электронный газ вырожден, а функция распределения электронов обращается в  $\theta$ -функцию Хевисайда. В результате интегралы, входящие в определение функций  $F_{1,2}(\mu, m)$  в уравнении (1.15), переходят в интегралы следующего вида:

$$F_{1,2}(\mu, m) = \frac{2m^2}{(2\pi)^3 E} \int \frac{d^3k}{\varepsilon} \theta(\mu - \varepsilon) \frac{(pk)}{(m^2 \pm 2(pk))}.$$

Вычислим вначале дополнительную энергию нейтрино, приобретаемую в «холодной» электронейтральной плазме. В этом случае вкладом позитронов и нейтрино можно пренебречь, и задача сводится к вычислению функции  $F_1(\mu_e, m_W)$ .

В общем случае скалярное произведение импульсов нейтрино и электронов имеет вид:  $(pk) = E\varepsilon(1 - a(\varepsilon)\cos\vartheta)$ , где  $\vartheta$  – угол между векторами, а  $a(\varepsilon) = \sqrt{1 - m_e^2/\varepsilon^2}$ . С учетом  $\theta$ -функции вычисление функции  $F_1$  сводится к определению интегралов по углу  $\vartheta$  и модулю вектора  $\vec{k}$ :  $|\vec{k}| = \sqrt{\varepsilon^2 - m_e^2}$ . Для удобства записи введём переменную  $A = 2E/m_W^2$ , имеющую размерность обратной массы. Таким образом,

$$F_1(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{m_e}^{\mu_e} a(\varepsilon)\varepsilon^2 d\varepsilon \int_0^\pi \frac{1 - a(\varepsilon)\cos\vartheta}{1 + A\varepsilon(1 - a(\varepsilon)\cos\vartheta)} \sin\vartheta d\vartheta. \quad (1.16)$$

Интеграл по углу  $\vartheta$  легко снимается:

$$F_1(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{m_e}^{\mu_e} \left( 2\varepsilon a(\varepsilon)/A + \frac{1}{A^2} \text{Ln} \left[ \frac{\varepsilon A + 1 - \varepsilon A a(\varepsilon)}{\varepsilon A + 1 + \varepsilon A a(\varepsilon)} \right] \right) d\varepsilon. \quad (1.17)$$



В результате интегрирования по энергии электронов  $\varepsilon$  после простых алгебраических преобразований получаем окончательно:

$$F_1(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \left( p_F \frac{(1 + A\mu_e)}{A^2} + \frac{\mu_e}{A^2} \text{Ln} \left[ \frac{(\mu_e - p_F)A + 1}{(\mu_e + p_F)A + 1} \right] + \frac{(A^2 m_e^2 + 1)}{2A^3} \text{Ln} \Omega \right), \quad (1.18)$$

где

$$\Omega \equiv \frac{m_e}{\mu_e + p_F} \left( 1 + \frac{\mu_e - m_e}{m_e} \frac{A^2 m_e^2 + 1}{(Am_e + 1)^2} + \frac{p_F}{m_e} \frac{1 - Am_e}{1 + Am_e} \right) \times \left( 1 + \frac{2A(\mu_e - m_e)}{(Am_e + 1)^2} \right)^{-1}, \quad \text{а } p_F = \sqrt{\mu_e^2 - m_e^2}. \quad (1.19)$$

Из общего выражения (1.18) можно получить два важных частных случая: релятивистской и нерелятивистской «холодной» плазмы.

Рассмотрим вначале случай релятивистской «холодной» плазмы. Соответствующие условия наблюдаются, например, в нейтронных звёздах. Вещество нейтронной звезды прозрачно для нейтринного излучения. Электроны в условиях огромных плотностей нейтронных звёзд являются ультрарелятивистскими, поэтому  $\mu_e \simeq p_F \simeq 120 (N_e / (0.05 N_0))^{1/3}$  МэВ, где  $p_F$  – электронный импульс Ферми, а  $N_0 = 0.16 \text{ фм}^{-3}$  – типичная ядерная объёмная плотность [10]. Поскольку по существующим оценкам температуры внутри нейтронных звёзд не превышают долей МэВ, электронный газ можно считать вырожденным, используя приближение  $T \rightarrow 0$ . В этом случае концентрация электронов  $N_e = \mu_e^3 / (3\pi^2)$ , квадрат эффективной массы плазмонов  $m_\gamma^2 = 2\alpha\mu_e^2 / \pi$  (отметим, что для ультрарелятивистской плазмы  $m_\gamma^2 = (3/2)\omega_p^2$ , где  $\omega_p$  – плазменная частота [68]).

Легко видеть, что функция  $F_1(\mu_e, m_W)$  для ультрарелятивистских электронов может быть получена из общего вида (1.18) в пределе  $m_e \rightarrow 0$

(соответствующий исходный интеграл в этом случае является частным случаем интеграла (1.16) при  $a(\varepsilon) = 0$ ). Таким образом,

$$F_1(\mu_e, m_W)^{rel} = \lim_{m_e \rightarrow 0} F_1(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \left( \frac{\mu_e(1 + A\mu_e)}{A^2} - \frac{1}{2A^3} (2A\mu_e + 1) \ln[2A\mu_e + 1] \right). \quad (1.20)$$

Дополнительная энергия электронного нейтрино, как следует из (1.15), принимает вид:

$$\Delta E^{\nu_e} = \frac{\sqrt{2}G_F m_W^2}{32\pi^2 E^3} \left[ 4E\mu_e(m_W^2 + 2E\mu_e) - (m_W^4 + 4E\mu_e m_W^2) \ln \left( 1 + \frac{4E\mu_e}{m_W^2} \right) \right]. \quad (1.21)$$

Перейдём теперь ко второму случаю — нерелятивистской «холодной» плазмы. Соответствующие условия могут быть, например, на Солнце и красных гигантах, где температура  $T \sim (10^7 - 10^8) \text{ К} \sim (10^{-3} - 10^{-2}) m_e$ , концентрация электронов  $N_e \sim 10^{26} \text{ см}^{-3}$ . Эффективная масса плазмона в таких условиях имеет вид  $m_\gamma = \sqrt{4\pi\alpha N_e/m_e}$ . Электроны в этом случае можно полагать нерелятивистскими,  $k^\mu \simeq (m_e, \mathbf{0})$ , так что  $(p-k)^2 \simeq -2m_e E$ . Для нейтринного излучения вещество звезды прозрачно, поэтому вклад в дополнительную энергию нейтрино от рассеяния на нейтринном газе можно не учитывать.

Математически, случай нерелятивистской «холодной» плазмы означает, что разница между химическим потенциалом и массой электронов много меньше массы электронов:  $(\mu_e - m_e)/m_e \ll 1$ . Частный случай нерелятивистской «холодной» плазмы может быть получен из общего решения (1.18) путём разложения этого решения в ряд по  $p_F$ , считая  $p_F$  малым параметром. Действительно,  $p_F = \sqrt{(\mu_e - m_e)(\mu_e + m_e)} \rightarrow 0$

при  $\mu_e \rightarrow m_e$ . При разложении выражения  $F_1(\sqrt{p_F^2 + m_e^2}, m_W)$  в ряд по степеням  $p_F$ , получаем следующие коэффициенты:

$$F_1(\sqrt{p_F^2 + m_e^2}, m_W) = 0 + 0 \cdot p_F + 0 \cdot p_F^2 + \frac{1}{3\pi^2(Am_e + 1)} p_F^3 + o(p_F^3). \quad (1.22)$$

В самом деле, в случае нерелятивистской «холодной» плазмы  $\vec{k} = \vec{0}$ , скалярное произведение  $(pk) = E\varepsilon$ , а интегралы в выражении (1.16) переходят в интеграл

$$F_1^{non-rel} = \frac{1}{\pi^2(1 + Am_e)} \int_{m_e}^{\mu_e} \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - m_e^2} d\varepsilon = \frac{p_F^3}{3\pi^2(Am_e + 1)} = N_e(Am_e + 1)^{-1}, \quad (1.23)$$

где  $N_e = Y_e N_B$ ,  $Y_e$  – фракция электронов, а  $N_B$  – концентрация барионов.

Следовательно, дополнительная энергия нейтрино в нерелятивистской плазме:

$$E^{\nu_i} = \sqrt{2} G_F N_B \{ (Am_e + 1)^{-1} Y_e \delta_{le} - 1/2(1 - Y_e) \}.$$

Определим теперь дополнительную энергию, приобретаемую антинейтрино в «холодной» плазме. По аналогии с выражением (1.16) можно записать

$$F_2(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{m_e}^{\mu_e} a(\varepsilon) \varepsilon^2 d\varepsilon \int_0^\pi \frac{1 - a(\varepsilon) \cos \vartheta}{1 - A\varepsilon(1 - a(\varepsilon) \cos \vartheta) - i\Gamma_W/m_W} \sin \vartheta d\vartheta. \quad (1.24)$$

Интеграл по углу легко снимается. Произведём замену переменной  $\varepsilon = \epsilon + m_e$ , где переменная  $\epsilon$  имеет смысл кинетической энергии электронов:

$$F_2(\mu_e, m_W) = \frac{2}{(2\pi)^2} \left[ \frac{m_e^2}{A} \text{Ln} \left( \frac{\mu_e + p_F}{m_e} \right) - \frac{\mu_e p_F}{A} + \frac{m_W - i\Gamma_W}{2m_W A^2} I_1 + \frac{\Gamma_W + im_W}{m_W A^2} I_2 \right], \quad (1.25)$$

где

$$I_1 \equiv \int_0^{\mu_e - m_e} d\epsilon \text{Ln} \left[ \frac{\Gamma_W^2 + m_W^2(-\epsilon A - Am_e + 1 + A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon})^2}{\Gamma_W^2 + m_W^2(\epsilon A + Am_e - 1 + A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon})^2} \right], \quad (1.26)$$

$$I_2 \equiv \int_0^{\mu_e - m_e} d\epsilon \left[ \text{arctg} \left( \frac{m_W}{\Gamma_W} (A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon} - A\epsilon - Am_e + 1) \right) + \text{arctg} \left( \frac{m_W}{\Gamma_W} (A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon} + A\epsilon + Am_e - 1) \right) \right]. \quad (1.27)$$

Заметим, что сумма арктангенсов в интеграле  $I_2$  может быть преобразована к арктангенсу одного аргумента, а именно:

$$I_2 = \int_0^{\mu_e - m_e} \text{arctg} \left[ \frac{2A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon}}{(Am_e - 1)^2 + (1 - 2A\epsilon)} \right] d\epsilon + Z\pi(\mu_e - m_e), \quad (1.28)$$

где  $Z = 0$ , если  $2A\epsilon - (Am_e - 1)^2 < 1$ , в противном случае  $Z = 1$  при  $2A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon} + A\epsilon + Am_e - 1 > 0$  и  $Z = -1$  при  $2A\sqrt{\epsilon^2 + 2m_e\epsilon} + A\epsilon + Am_e - 1 < 0$ .

Рассмотрим далее случай релятивистской «холодной» плазмы. Как и в ранее исследованном случае для нейтрино, полагаем  $m_e \rightarrow 0$ . В результате

$$\lim_{m_e \rightarrow 0} I_1 = \frac{2A\mu_e - 1}{2A} \text{Ln} \left[ \frac{\Gamma_W^2 + m_W^2}{\Gamma_W^2 + m_W^2(1 - 2A\mu_e)^2} \right] + 2\mu_e - \frac{1}{A} \frac{\Gamma_W}{m_W} \left( \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} + \text{arctg} \left\{ \frac{m_W}{\Gamma_W} (2A\mu_e - 1) \right\} \right), \quad (1.29)$$

$$\lim_{m_e \rightarrow 0} I_2 = \frac{2A\mu_e - 1}{2A} \left( \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} + \text{arctg} \left\{ \frac{m_W}{\Gamma_W} (2A\mu_e - 1) \right\} \right) + \frac{1}{4A} \frac{\Gamma_W}{m_W} \text{Ln} \left[ \frac{\Gamma_W^2 + m_W^2}{\Gamma_W^2 + m_W^2(1 - 2A\mu_e)^2} \right]. \quad (1.30)$$

Окончательно из выражения (1.25) получаем:

$$F_2(\mu_e)^{rel} = \frac{2}{(2\pi)^2} \left\{ \frac{J_1 + J_2}{2A^3} \left(1 - i \frac{\Gamma_W}{m_W}\right) + \frac{1}{4A^3} \left[ \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} + J_1 J_2 + i \frac{\Gamma_W}{m_W} (J_2 - J_1) \right] \times \right. \\ \left. \times \left( \text{Ln} \frac{\Gamma_W^2 + J_2^2 m_W^2}{\Gamma_W^2 + J_1^2 m_W^2} + 2i \left[ \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_1 + \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_2 \right] \right) \right\}, \quad (1.31)$$

где  $J_1 \equiv 2A\mu_e - 1$ ,  $J_2 \equiv 1$ .

Следовательно, в релятивистской «холодной» плазме электронное антинейтрино приобретает дополнительную энергию  $\Delta E^{\bar{\nu}_e} = -\sqrt{2}G_F F_2(\mu_e)^{rel}$ . Отметим важную особенность: мнимая часть дополнительной энергии антинейтрино в общем случае может быть отлична от нуля. Отличие от нуля мнимой части собственной энергии частицы говорит о её нестабильности, то есть электронное антинейтрино нестабильно по отношению к процессу  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-$  на электронах плазмы. Ширину этого процесса  $w$  можно легко найти, учитывая, что  $w = -2\text{Im}\Delta E$ . В данном случае

$$w_{\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-} = \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi^2 A^3} \left\{ -\frac{\Gamma_W}{m_W} A\mu_e + \frac{\Gamma_W}{m_W} \frac{(J_2 - J_1)}{4} \text{Ln} \frac{\Gamma_W^2 + J_2^2 m_W^2}{\Gamma_W^2 + J_1^2 m_W^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} + J_1 J_2 \right) \left[ \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_1 + \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_2 \right] \right\} \quad (1.32)$$

Это выражение значительно упрощается в пределе высоких энергий  $E \gg m_W \Gamma_W / \mu_e$  (или эквивалентно  $\Gamma_W / m_W \ll A\mu_e$ ):

$$w_{\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-} = \frac{G_F}{\sqrt{2}\pi A^3} J_1 J_2 \theta(J_1) = \frac{G_F m_W^4 \mu_e}{2\sqrt{2}\pi E^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{4E\mu_e}\right) \theta\left(E - \frac{m_W^2}{4\mu_e}\right). \quad (1.33)$$

Перейдем теперь к нерелятивистскому случаю. Поскольку в этом случае, как было показано ранее,  $\mu - m_e \ll m_e$ , переменная интегрирования

$\epsilon$  в интегралах  $I_1$  и  $I_2$  (1.26),(1.27) является малой величиной, что позволяет упростить интегрирование, пренебрегая  $\epsilon^2$  по сравнению с  $\epsilon$ :

$$I_1^{non-rel} \equiv \int_0^{\mu_e - m_e} d\epsilon \text{Ln} \left[ \frac{\Gamma_W^2 + m_W^2(-Am_e + 1 + A\sqrt{2m_e\epsilon})^2}{\Gamma_W^2 + m_W^2(Am_e - 1 + A\sqrt{2m_e\epsilon})^2} \right], \quad (1.34)$$

$$I_2^{non-rel} \equiv \int_0^{\mu_e - m_e} d\epsilon \left[ \text{arctg} \left( \frac{m_W}{\Gamma_W} (A\sqrt{2m_e\epsilon} - Am_e + 1) \right) + \right. \\ \left. + \text{arctg} \left( \frac{m_W}{\Gamma_W} (A\sqrt{2m_e\epsilon} + Am_e - 1) \right) \right]. \quad (1.35)$$

После несложных, но громоздких математических выкладок, получаем

$$I_1^{non-rel} = \frac{1}{2A^2m_e} \left\{ (J_2'^2 - J_1'^2) + \left( \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} + J_1'J_2' \right) \ln \frac{\Gamma_W^2 + J_2'^2m_W^2}{\Gamma_W^2 + J_1'^2m_W^2} + \right. \\ \left. + 2\frac{\Gamma_W}{m_W} (J_1' - J_2') \left[ \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_1' + \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_2' \right] \right\},$$

$$I_2^{non-rel} = \frac{1}{2A^2m_e} \left\{ -\frac{\Gamma_W}{m_W} (J_2' + J_1') + \frac{\Gamma_W}{m_W} (J_2' - J_1')/2 \ln \frac{\Gamma_W^2 + J_2'^2m_W^2}{\Gamma_W^2 + J_1'^2m_W^2} + \right. \\ \left. + \left( \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} + J_1'J_2' \right) \left[ \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_1' + \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J_2' \right] \right\},$$

где

$$J_1' \equiv A\sqrt{2m_e(\mu_e - m_e)} + Am_e - 1, \quad J_2' \equiv A\sqrt{2m_e(\mu_e - m_e)} - Am_e + 1. \quad (1.36)$$

Соответственно дополнительная энергия электронного антинейтрино в нерелятивистской плазме:

$$\Delta E^{\bar{\nu}_e} = -\frac{G_F}{\pi^2\sqrt{2}} \left[ \frac{m_e^2}{A} \text{Ln} \left( \frac{\mu_e + p_F}{m_e} \right) - \frac{\mu_e p_F}{A} + \frac{m_W - i\Gamma_W}{2m_W A^2} I_1 + \frac{\Gamma_W + im_W}{m_W A^2} I_2 \right] + \frac{G_F}{\sqrt{2}} (N_n - \bar{N}_n). \quad (1.37)$$

Так же как и в случае релятивистской «холодной» плазмы, мнимая часть собственной энергии антинейтрино отлична от нуля, что соответствует ширине распада:

$$w_{\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-} = \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi^2 A^3} \frac{1}{Am_e} \left\{ -\frac{\Gamma_W}{4m_W} (J'_1 + J'_2)(J'_2 - J'_1 + 2) - \frac{\Gamma_W}{4m_W} \left( \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} + J'_1 J'_2 + J'_1 - J'_2 \right) \ln \frac{\Gamma_W^2 + J'_2 m_W^2}{\Gamma_W^2 + J'_1 m_W^2} + \frac{1}{2} \left( J'_1 J'_2 + \frac{\Gamma_W^2}{m_W^2} [1 + J'_2 - J'_1] \right) \left[ \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J'_1 + \text{arctg} \frac{m_W}{\Gamma_W} J'_2 \right] \right\}. \quad (1.38)$$

Разлагая полученные решения (1.37) и (2.1) в ряд по  $p_F$ , получаем простые выражения для нерелятивистского предела:

$$\Delta E^{\bar{\nu}_e, non-rel} = \frac{G_F p_F^3 \sqrt{2}}{3\pi^2} \left( Am_e - 1 + i \frac{\Gamma_W}{m_W} \right)^{-1} + \frac{G_F}{\sqrt{2}} (N_n - \bar{N}_n), \quad (1.39)$$

$$w_{\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-}^{non-rel} = \frac{2\sqrt{2}G_F N_e E_0^2 \Gamma_W / m_W}{E_0^2 \Gamma_W^2 / m_W^2 + (E - E_0)^2}. \quad (1.40)$$

Из выражения (1.39) видно, что введённая комплексная добавка, пропорциональная ширине распада  $W$ -бозона, позволяет обойти полюс при  $E = E_0 = m_W^2 / (2m_e)$  ( $E_0 \sim 6 \cdot 10^6$  ГэВ). Оценка средней длины пробега по формуле (1.40) для  $N_e = 10^{26} \text{ см}^{-3}$  и  $E = 10^7$  ГэВ приводит к значению  $\lambda \sim 100$  км, тогда как минимальное значение длины свободного пробега при  $E = E_0$   $\lambda \sim 200$  м.

Заметим, что формулы (1.39) и (1.40) следуют непосредственно из определения функции  $F_2$  в нерелятивистском пределе:

$$F_2(\mu_e, m_e) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{m_e}^{\mu_e} \varepsilon^2 a(\varepsilon) \frac{2}{(1 - Am_e - i\frac{\Gamma_W}{m_W})} = \frac{1}{3\pi^2} \frac{p_F^3}{(1 - Am_e - i\frac{\Gamma_W}{m_W})}. \quad (1.41)$$

## 2.2. Кинематически возможные области для эффекта «нейтринного спинового света» в плазме

Рассмотрим процесс нейтринного радиационного перехода:  $\nu \rightarrow \nu + \gamma$ .

Как было показано выше, под влиянием внешней активной среды левое нейтрино приобретает дополнительную энергию  $\Delta E$ . С другой стороны, очевидно, следует также учитывать и влияние плазмы на дисперсию фотона. Динамика индуцирования плазмой массы у фотона (плазмона) обсуждалось во многих статьях, см. например [69, 70].

Теоретически, можно рассмотреть эффект «нейтринного спинового света»  $\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma$ , обусловленный только дисперсией нейтрино, если бы дисперсия фотона была такой, как в вакууме. Однако при рассмотрении подобного процесса необходимо учитывать дисперсионные свойства и нейтрино, и фотона.

Как было показано в работе [53] (см. также формулу (10) в статье [65]), границы кинематически разрешенной области для процесса «нейтринного спинового света» определяются неравенством:  $2E\Delta E > m_\gamma^2$ .

Для анализа кинематической возможности эффекта оценим масштабы дополнительной энергии нейтрино и эффективной массы фотона (плазмона) в ряде важных астрофизических случаев.



### 2.2.1. Холодная электронная плазма

Рассмотрим холодную электронную плазму при больших энергиях нейтрино. Такие условия могут иметь место внутри Солнца или красных гигантов. 4-Импульс электрона в этом случае можно считать равным  $k^\mu \simeq (m_e, \vec{0})$ , так что  $(p - k)^2 \simeq -2m_e E$ . Эффективная масса плазмона в таких условиях имеет вид  $m_\gamma = \sqrt{4\pi\alpha N_e/m_e}$ .

В условиях низких температур функция распределения Ферми-Дирака переходит в  $\theta$ -функцию Хевисайда. В результате определение функций  $F_{1,2}(\mu_e, m_W)$  сводится к вычислению концентрации электронов  $N_e = Y_e N_B$ , где  $Y_e$  — фракция электронов, а  $N_B$  — концентрация барионов.

В случае зарядово-симметричной плазмы слагаемые в формуле (1.15), содержащие концентрации электронов и позитронов и концентрации протонов и антипротонов, зануляются. Кроме того, в рассматриваемых условиях нет нейтринного и позитронного вкладов в энергию. В результате, дополнительная энергия нейтрино и антинейтрино определяется только двумя слагаемыми. Дополнительная энергия нейтрино  $\nu_\ell$  в нерелятивистской «холодной» плазме принимает вид:

$$\Delta E^{\nu_\ell} = \sqrt{2}G_F N_B \left( \frac{\delta_{\ell e} Y_e}{1 + 2m_e E (m_W)^{-2}} - \frac{1}{2}(1 - Y_e) \right). \quad (1.42)$$

Соответственно, дополнительная энергия антинейтрино  $\bar{\nu}_\ell$  в нерелятивистской «холодной» плазме записывается в виде:

$$\Delta E^{\bar{\nu}_\ell} = \sqrt{2}G_F N_B \left( \frac{-\delta_{\ell e} Y_e}{1 - 2m_e E (m_W)^{-2} - i\Gamma_W (m_W)^{-1}} + \frac{1}{2}(1 - Y_e) \right). \quad (1.43)$$

Отметим, что дополнительная энергия нейтрино мюонных и тауонных ароматов в этом случае окажется отрицательной, следовательно,

процесс «нейтринного спинового света» для нейтрино этих ароматов закрыт.

С другой стороны, для  $\mu$  и  $\tau$  антинейтрино дополнительная энергия положительна:

$$\Delta E^{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(1 - Y_e)N_B. \quad (1.44)$$

Определим границу кинематически разрешенной области для процесса «нейтринного спинового света» в этом случае. Пользуясь соотношением  $\pi\alpha = \sqrt{2}G_F m_W^2 \sin^2 \theta_W$ , получим следующее условие:

$$E > 4 \frac{m_W^2}{m_e} \sin^2 \theta_W \frac{Y_e}{1 - Y_e}. \quad (1.45)$$

Внутри Солнца  $Y_e \simeq 0.6$ , поэтому процесс кинематически разрешен только для сверхвысоких энергий, больших  $E_0 \simeq 2 \cdot 10^7$  ГэВ.

Рассмотрим теперь случай электронного нейтрино. С учетом формулы (1.42) получаем:

$$2\sqrt{2}EG_F \left[ \frac{Y_e}{1 + 2m_e E/m_W^2} - \frac{1}{2}(1 - Y_e) \right] > \frac{4\pi\alpha Y_e}{m_e}. \quad (1.46)$$

После простых алгебраических преобразований, получаем квадратное уравнение относительно энергии нейтрино.

Для того чтобы существовала кинематически разрешенная область для процесса «нейтринного спинового света», необходимо чтобы дискриминант был больше нуля. Из условия равенства нулю дискриминанта находим допустимые значения  $Y_e \leq 0.115$  или  $Y_e \geq 0.998$ . Внутри Солнца  $Y_e \simeq 0.6$ , что попадает практически в середину кинематически запрещенной области. Таким образом, внутри Солнца процесс «нейтринного спинового света» для нейтрино электронного типа кинематически

запрещен. Для антинейтрино электронного типа процесс кинематически возможен при энергиях, больших порогового значения:  $E_0 \simeq 6 \cdot 10^6$  ГэВ.

Длину свободного пробега антинейтрино по отношению к процессу «нейтринного спинового света» для энергий выше порогового значения можно оценить по формуле (56) в работе [54]:  $\lambda \sim 10^{37}$  м для характерной концентрации электронов  $N_e \sim 10^{26}$  см<sup>-3</sup>. Сопоставляя приведенные в предыдущем разделе оценки длины свободного пробега нейтрино по отношению к процессу рождения  $W$ -бозонов с оценкой длины свободного пробега нейтрино по отношению к процессу «нейтринного спинового света», приходим к выводу, что процесс рождения  $W$ -бозонов заведомо доминирует над процессом «нейтринного спинового света».

### 2.2.2. Нейтронные звезды

Вещество нейтронной звезды прозрачно для нейтринного излучения, поэтому химические потенциалы нейтрино и антинейтрино равны нулю. Электроны в условиях огромных плотностей нейтронных звезд являются ультрарелятивистскими, поэтому  $\mu_e \simeq cr_F \simeq 120(n_e/0.05n_0)^{1/3}$  МэВ, где  $r_F$  — электронный импульс Ферми, а  $n_0 = 0.16$  фм<sup>-3</sup> — нормальная ядерная объемная плотность [10]. Для получения аналитической формулы для дополнительной энергии нейтрино в среде из электронов в условиях нейтронной звезды устремим  $T \rightarrow 0$ . В этом случае концентрация электронов  $N_e = \mu_e^3/(3\pi^2)$ , квадрат эффективной массы плазмонов  $m_\gamma^2 = 2\alpha\mu_e^2/\pi$ , а дополнительная энергия электронного нейтрино равна

$$\Delta E^\nu = \sqrt{2}G_F \left( \frac{\mu_e^3}{3\pi^2} C_V^\mu + \frac{1}{2\pi^2} A(E, \mu_e) \right), \quad (1.47)$$

где введено обозначение

$$A(E, \mu_e) = \int_0^{\mu_e} y^2 dy \int_{-1}^1 \frac{(1-x)dx}{1 + 2Em_W^{-2}(1-x)y}. \quad (1.48)$$

В результате простого интегрирования, получаем

$$A(E, \mu) = \frac{1}{16E^3} [4Em_W^2 \mu_e (m_W^2 + 2E\mu_e) - (m_W^6 + 4E\mu_e m^4) \ln(1 + 4E\mu_e m_W^{-2})]. \quad (1.49)$$

Подобный анализ можно провести и для электронного антинейтрино. Дополнительная энергия в этом случае равна

$$\Delta E^{\bar{\nu}} = \sqrt{2}G_F \left( -\frac{\mu^3}{3\pi^2} C_V^\mu - \frac{1}{2\pi^2} \bar{A}(E, \mu) \right), \quad (1.50)$$

$$\bar{A}(E, \mu) = \int_0^{\mu_e} y^2 dy \operatorname{Re} \left[ \int_{-1}^1 \frac{m_W^2(1-x)dx}{m_W^2 - im_W\Gamma - 2E(1-x)y} \right]. \quad (1.51)$$

В зависимости от значений интеграла, дополнительная энергия может быть как отрицательной, так и положительной.

Для анализа кинематически допустимой области в случае нейтронных звезд, с учетом формул (1.47) и (1.49), можно построить график функции  $F(E) = 2E\Delta E - m_\gamma^2$  и найти точки пересечения с осью абсцисс. Для характерного химического потенциала электронов,  $\mu_e = 0.12$  ГэВ, график для нейтрино целиком лежит ниже оси абсцисс, точек пересечения нет. Следовательно, процесс «нейтринного спинового света» кинематически запрещен.

Оценка границ кинематически допустимой области для эффекта «нейтринного спинового света» в случае электронного антинейтрино для  $\mu_e \sim 60$  МэВ,  $Y_e \sim 0.1$  и  $N_e \sim 10^{37}$  см<sup>-3</sup> показывает, что процесс радиационного перехода разрешен при энергиях, бóльших порогового значения

$E_0 \simeq 30$  ТэВ. При тех же условиях, но без учета нелокальности слабого взаимодействия пороговое значение составляло 10 ТэВ [53, 54].

Для  $\mu$ - и  $\tau$ -нейтрино и антинейтрино корректен локальный предел слабого взаимодействия. Подставляя дополнительную энергию при  $\ell = \mu, \tau$  в пороговое неравенство, получаем, что для  $\nu_\mu, \nu_\tau$  эффект радиационного перехода закрыт. Для  $\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$  процесс кинематически разрешен при энергиях

$$E > E_0 = \frac{2 \sin^2 \theta_W}{1 - Y_e} \left( \frac{3 Y_e}{\pi} \right)^{2/3} \frac{m_W^2}{N_B^{1/3}}. \quad (1.52)$$

Принимая для оценки  $Y_e \simeq 0.1$ ,  $N_B \simeq 10^{37} \text{ см}^{-3}$ , получаем  $E_0 \simeq 20$  ТэВ.

Так же, как и в случае нерелятивистской плазмы, мнимая часть  $\Delta E^{\bar{\nu}_e}$  означает нестабильность электронного антинейтрино по отношению к процессу  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-$  на электронах плазмы. Оценка средней длины пробега  $\lambda = 1/w$  согласно формуле (1.33) для  $\mu_e \simeq 120$  МэВ,  $E \simeq 30$  ТэВ приводит к значению  $\lambda \sim 10^{-5}$  см. Этот результат следует сравнить с оценкой длины свободного пробега нейтрино по отношению к процессу «нейтринного спинового света», проведенной в работе [54]. Для типичных параметров нейтронных звёзд согласно [54] длина свободного пробега нейтрино  $\lambda \sim 10^{19}$  см. Таким образом, процесс  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-$  заведомо доминирует над процессом нейтринного радиационного перехода в нейтронных звездах.

### 2.2.3. Горячая плазма, сверхновые

Определим вклад в дополнительную энергию нейтрино электронного типа от рассеяния на электрон-позитронной плазме в наиболее общем случае. Для удобства вычисления интегралов, входящих в функции  $F_{1,2}(\mu, m)$ , перейдём к безразмерным переменным интегрирования

$y = \varepsilon/T$ ,  $x = \cos \vartheta$  и введём новое обозначение  $B(\mu, m, T, E)$  для интеграла:

$$B(\mu, m, T, E) = \int_0^{\infty} dy \left( e^{y-\mu/T} + 1 \right)^{-1} \operatorname{Re} \left[ \int_{-1}^1 \frac{m^2(1-x)dx}{m^2 + 2ETy(1-x)} \right]. \quad (1.53)$$

С учетом такого обозначения дополнительная энергия нейтрино и антинейтрино электронного типа соответственно в среде из электронов и позитронов представляет собой следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta E^{\nu_e, \bar{\nu}_e} = \sqrt{2}G_F \frac{T^3}{2\pi^2} \{ & C_V^\mu [B(\pm\mu_e, \infty, T, E) - B(\mp\mu_e, \infty, T, E)] + \\ & + B(\pm\mu_e, m_W, T, E) - B(\pm\mu_e, m_W^*, -T, E) \}, \end{aligned} \quad (1.54)$$

где  $m_W^* = m_W - \frac{1}{2}i\Gamma_W$ ,  $\Gamma_W$  — полная ширина распада  $W$ –бозона,  $\Gamma_W = 2.085 \pm 0.042$  ГэВ. Введение комплексной массы такого вида связано с необходимостью учитывать полюс (см., например, [67]), появляющийся из явного вида пропагатора  $W$ –бозона (см. рисунок 1б). Формальная замена  $T \rightarrow -T$  позволяет записать выражение (1.54) в компактном виде.

Для численного интегрирования удобно использовать интегральное представление функции  $B(\mu, m, T, E)$  именно в виде (1.53). Однако для аналитического исследования асимптотического поведения  $\Delta E$  необходимо вычислить интеграл по косинусу угла  $\vartheta$ , входящего в выражение для  $B(\mu, m, T, E)$ . После простых алгебраических вычислений получаем

$$B(\mu, m, T, E) = -\frac{m^2}{ET} \left[ \operatorname{Li}_2 \left( e^{-\frac{\mu}{T}} \right) + \int_0^{\infty} \frac{b dy}{\exp(y - \mu/T) + 1} \ln \left( 1 + \frac{y}{b} \right) \right] \quad (1.55)$$

где  $b$  — безразмерная переменная вида  $b = m^2/4ET$ .

Рассмотрим предел не очень высоких энергий нейтрино  $m_W^2 \gg 4ET$  ( $b \gg 1$ ), не переходя при этом к приближению вырожденного газа, то есть подразумевая, что  $\mu \sim T$ . В этом пределе логарифм, входящий в подынтегральное выражение, можно разложить в ряд, а интеграл соответственно разбить на сумму интегралов:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \frac{dy}{e^{-\mu/T} e^y + 1} \ln\left(1 + \frac{y}{b}\right) = \\ & = \frac{1}{b} \int_0^\infty \frac{y dy}{e^{-\mu/T} e^y + 1} - \frac{1}{2b^2} \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{e^{-\mu/T} e^y + 1} + \frac{1}{3b^3} \int_0^\infty \frac{y^3 dy}{e^{-\mu/T} e^y + 1} - \dots \end{aligned} \quad (1.56)$$

Учитывая, что вычисление интеграла Ферми сводится к вычислению полилогарифма, расчет разности функций  $B(\mu_e, m_W, T, E)$  и  $B(\mu_e, m_W, -T, E)$  подразумевает вычисление суммы или разности полилогарифмов соответствующих порядков от  $\exp(\mu/T)$  и  $\exp(-\mu/T)$ . Между полилогарифмами  $\text{Li}_n(x)$  и  $\text{Li}_n(x^{-1})$  существуют рекуррентные соотношения, позволяющие свести сумму полилогарифмов одного и того же четного порядка и разность полилогарифмов одного и того же нечетного порядка к вычислению  $\ln(-x)$  и  $\text{Li}_{n-1}(-1)$  (см., например, [71]). Используя эти соотношения, окончательно получаем:

$$\begin{aligned} \Delta E^{\nu_e} &= \sqrt{2} G_F \left[ C_V^e \frac{\mu_e}{3\pi^2} (\mu_e^2 + \pi^2 T^2) - \frac{2}{3\pi^2} \frac{E}{m_W^2} \times \right. \\ & \times \left. \left( \mu_e^4 + 2\pi^2 \mu_e^2 T^2 + \frac{7\pi^4}{15} T^4 \right) + \frac{8}{5\pi^2} \frac{E^2 \mu_e}{m_W^4} \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left( \mu_e^4 + \frac{10\pi^2}{3} \mu_e^2 T^2 + \frac{7\pi^4}{3} T^4 \right) - \frac{64}{15\pi^2} \frac{E^3 \mu_e}{m_W^6} \times \\ & \times \left( \mu_e^6 + 5\pi^2 \mu_e^4 T^2 + 7\mu_e^2 \pi^4 T^4 + \frac{31}{21} \pi^6 T^6 \right) + \dots \end{aligned} \quad (1.57)$$

Для антинейтрино электронного типа можно получить аналогичную формулу; отличие будет только в знаках перед слагаемыми, стоящими на нечетных местах. На рисунке (4) приведены графики зависимости  $\Delta E(E)$  для случаев, когда из всей суммы (1.57) можно ограничиться лишь нулевым (локальный вклад) и несколькими первыми слагаемыми, а также график точной зависимости, полученный в результате численного интегрирования (1.53). Рисунок демонстрирует, что использование только нескольких членов в разложении дополнительной энергии в ряд по степеням начальной энергии приводит либо к завышенному, либо к заниженному значению результата.

Легко видеть, что выражение (1.57) содержит в себе как частный случай электронную часть уравнения (1.14).

В условиях ядер сверхновых влияние на дисперсию нейтрино могут оказывать и нейтринные, и антинейтринные компоненты плазмы.

С помощью функций  $B(\mu, m, T, E)$  вклад в дополнительную энергию от рассеяния нейтрино (и соответственно антинейтрино) на нейтрино и антинейтрино среды можно записать в виде (1.54), если заменить химический потенциал электронов на химический потенциал нейтрино, массу  $W$ -бозона на массу  $Z$ -бозона и внести дополнительный общий множитель  $1/2$ .

В условиях зарядово-симметричной плазмы (что имеет место, например, для ранней Вселенной) полная дополнительная энергия нейтрино



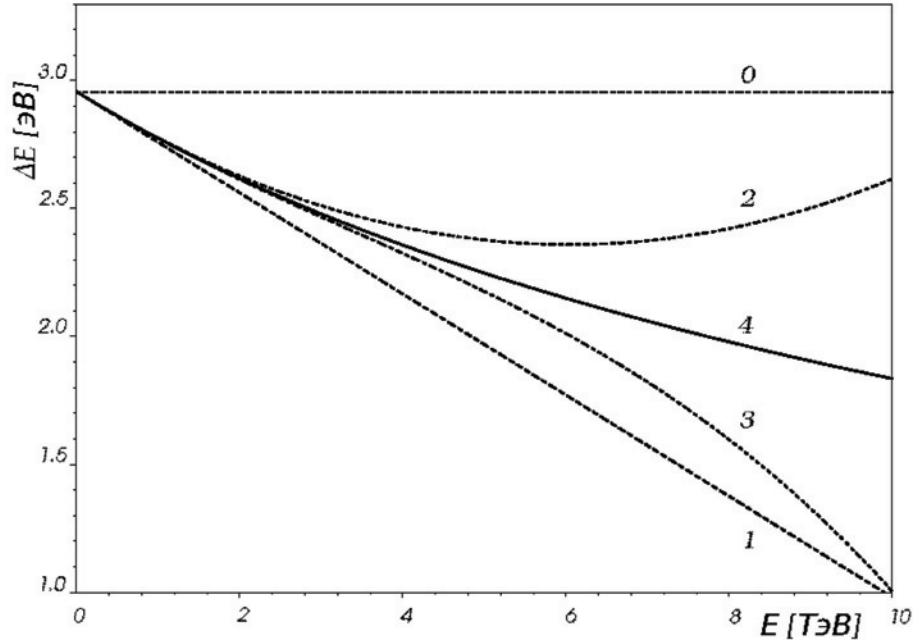


Рис. 4. Дополнительная энергия нейтрино в среде из электронов и позитронов в виде разложения в ряд по начальной энергии нейтрино (0 — локальный вклад, 1, 2, 3 — поправки с последовательным учётом слагаемых, пропорциональных  $\sim E$ ,  $\sim E^2$  и  $\sim E^3$ , 4 — точное значение функции).

и антинейтрино соответственно определяется вкладом от нелокального предела слабого взаимодействия:

$$\Delta E_i^{\nu, \bar{\nu}} = \sqrt{2} G_F \frac{T^3}{2\pi^2} \left\{ \delta_{le} \left( B(\pm\mu_e, m_W, T, E) - B(\pm\mu_e, m_W^i, -T, E) \right) + \frac{1}{2} \left( B(\pm\mu_{\nu_l}, m_Z, T, E) - B(\pm\mu_{\nu_l}, m_Z^i, -T, E) \right) \right\} (1.58)$$

Из полученной формулы следует, что дополнительная энергия нейтрино и антинейтрино электронного типа определяется двумя слагаемыми, тогда как для нейтрино и антинейтрино других ароматов первое слагаемое исключается. Таким образом, следует рассмотреть 4 случая определения кинематически допустимых областей: 1) для нейтрино электронного типа, 2) для антинейтрино электронного типа, 3) для  $\mu$  или  $\tau$  нейтрино, 4) для  $\mu$  или  $\tau$  антинейтрино. Для численной оценки границ области

положим  $\mu_e \simeq 0.16$  ГэВ,  $\mu_\nu \simeq \mu_e/4 \simeq 0.04$  ГэВ,  $T = 30$  МэВ. Выбранные значения соответствуют средним значениям этих величин на расстоянии  $R \sim 10$  км от центра сверхновой, полученным в результате моделирования коллапса кислородно-неоново-магниевого ядра сверхновой в момент времени  $t = 1$  с после взрыва. Моделирование проводилось группой ученых во главе с Х.-Т.Янкой (Гархинг, Германия) (см. работы [72, 73] и более поздние). Оценка границ кинематической возможности нейтринного радиационного перехода позволяет сделать вывод о том, что рассматриваемый процесс запрещен для нейтрино любых энергий и возможен для антинейтрино с энергиями, большими  $E_0 \simeq 20$  ГэВ (для различных лептонных ароматов антинейтрино получаются близкие значения энергии).

Вероятность процесса нейтринного рождения  $W$  бозонов в условиях горячей плотной плазмы,  $\mu_e \sim T \gg m_e$ , при больших энергиях нейтрино,  $E \gg m_W \Gamma_W/\mu_e$ , принимает вид:

$$w(\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-) = \frac{G_F m_W^4 T}{2\sqrt{2} \pi E^2} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{4\mu_e E - m_W^2}{4ET} \right) \right]. \quad (1.59)$$

В пределе  $T \rightarrow 0$  получаем из (1.59) соответствующее выражение (1.33) для условий «холодной» плазмы. Вероятность процесса рождения  $W^+$  в результате рассеяния нейтрино электронного типа  $\nu_e$  на позитронах плазмы можно получить из выражения (1.59), сделав замену  $\mu_e \rightarrow -\mu_e$ .

Поскольку в плотной плазме ядер сверхновых присутствуют термальные нейтрино и антинейтрино всех ароматов, следует также рассмотреть процесс рождения  $Z$ -бозонов. Вероятность данного процесса при рассеянии высокоэнергичных антинейтрино аромата  $\ell$  на термальных нейтрино того же аромата  $\nu_\ell$  имеет вид:

$$w(\bar{\nu}_\ell + \nu_\ell \rightarrow Z) = \frac{G_F m_Z^4 T}{4\sqrt{2} \pi E^2} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{4\mu_{\nu_\ell} E - m_Z^2}{4ET} \right) \right]. \quad (1.60)$$

Аналогичное выражение для вероятности рождения  $Z$ -бозона при рассеянии высокоэнергичных нейтрино на термальных антинейтрино можно получить из выражения (1.60), сделав замену  $\mu_{\nu_\ell} \rightarrow -\mu_{\nu_\ell}$ . Следует отметить, что в условиях ядер сверхновых  $\mu_{\nu_\ell} \simeq 0$  для  $\ell = \mu, \tau$ .

Оценка длин свободного пробега нейтрино (антинейтрино) по отношению к процессам рождения  $W^-$ ,  $W^+$  и  $Z$  бозонов для приведенных выше значений физических параметров приводит к значениям:  $\lambda_{W^-} \simeq 2 \cdot 10^{-6}$  см,  $\lambda_{W^+} \simeq 2 \cdot 10^{-2}$  см,  $\lambda_Z^\nu \simeq 3 \cdot 10^{-5}$  см,  $\lambda_Z^{\bar{\nu}} \simeq 4 \cdot 10^{-4}$  см для электронного нейтрино и антинейтрино. Для  $\mu$ - и  $\tau$  антинейтрино  $\lambda_Z \simeq 10^{-4}$  см. Результат оценки следует сопоставить с длиной свободного пробега нейтрино по отношению к процессу нейтринного радиационного перехода. Расчет по формуле, приведенной в работе [54], с учётом характерных для ядер сверхновых параметров, приводит к значению  $\lambda \simeq 10^{17}$  см. Как и в случае «холодной» плазмы нейтронных звезд, для антинейтрино процесс рождения  $W$ -бозона  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-$  на позитронах плазмы заведомо доминирует.

В работах [54, 74, 75] была исследована возможность «нейтринного спинового света» в реальных астрофизических условиях на основании локальной энергии Вольфенштейна и первой нелокальной поправки. Было показано, что значение рассматриваемого эффекта преувеличено, поскольку этот процесс кинематически запрещен практически во всех реальных астрофизических условиях (ранняя Вселенная, нейтронные звезды, Солнце и красные гиганты...). Открытым оставался единственный вопрос о возможности эффекта в случае сверхвысоких энергий, поскольку именно в этом случае нельзя ограничиваться только одной нелокальной поправкой к дополнительной энергии. Результаты, полученные в

данной главе, ликвидируют этот пробел. Получена формула для точного вычисления собственно-энергетического оператора нейтрино, а следовательно, и дополнительной энергии нейтрино и антинейтрино в плазме. При условии не слишком больших энергий нейтрино, формула допускает разложение в ряд по энергии нейтрино: первое постоянное слагаемое соответствует локальной поправке (энергия Вольфенштейна), второе слагаемое соответствует первой нелокальной поправке и т.д.

В работе [65] авторы приняли во внимание наличие кинематического порога по энергии нейтрино, обусловленного эффективной массой фотона (плазмона). Однако в этой работе сделано некорректное утверждение о неоправданности учета нелокальности слабого взаимодействия высокоэнергетичных нейтрино. Как показано в настоящей главе, учёт эффекта нелокальности в условиях нейтронной звезды в разы меняет пороговое значение энергии нейтрино, тогда как в релятивистской «холодной» плазме учет нелокальности качественно меняет условия реализации процесса. Кроме того, в работе [65] имеется ошибочное утверждение об исчезновении порога реакции при рассеянии нейтрино на нейтринной среде, образующейся при коллапсе сверхновой. В этом случае нейтринный газ действительно дает исчезающе малый вклад в массу плазмона, однако все остальные компоненты плотной среды формируют массу плазмона масштаба 10 МэВ внутри ядра сверхновой [53, 54], и масштаба 0.1 МэВ в области нейтринного гало в оболочке сверхновой [76], так что порог реакции имеет место.

Проведенный анализ кинематически допустимой области для процесса «нейтринного спинового» света показал, что процесс запрещен практически для всех реальных астрофизических условий, за исключением

нескольких частных случаев сверхвысоких энергий (при этом нужно отметить, что возможность существования таких огромных энергий у нейтрино и антинейтрино требует отдельного рассмотрения).

## Глава II

# Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе «умеренно» сильного магнитного поля

### 1. Введение

Исследование вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар имеет длинную историю. Данная проблема может быть разделена на несколько самостоятельных задач, соответствующих различным соотношениям между тремя ключевыми параметрами: энергией начального нейтрино  $E$ , параметром  $\beta = eB$ , пропорциональным индукции магнитного поля  $B$ , и массой электрона  $m_e$ . Эти соотношения могут быть сформулированы в релятивистски-инвариантной форме (относительно преобразований Лоренца вдоль поля). Действительно, из тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$ , 4-импульса нейтрино  $P^\mu = (E, \vec{p})$  и массы электрона можно составить безразмерную комбинацию, т.н. динамический инвариант

$$\chi = \frac{(e^2 P_\mu F^{\mu\nu} F_{\nu\sigma} P^\sigma)^{1/2}}{m_e^3} \equiv \frac{(e^2 (PFFP))^{1/2}}{m_e^3}, \quad (2.1)$$

где  $e$  – элементарный заряд. С другой стороны, полевой инвариант в магнитном поле без электрического будет иметь вид:

$$e^2 F^{\mu\nu} F_{\nu\mu} \equiv e^2 FF \equiv -2\beta^2, \quad (2.2)$$

где  $\beta = eB$ . С помощью полученных ковариантов, условие сильного по сравнению с  $E^2$  поля запишется в виде:

$$[e^2 (FF)]^{3/2} \gg e^2 (pFFp). \quad (2.3)$$

В этом случае электроны находятся только на основном уровне Ландау. Поскольку для таких электронов движение в поперечном к полю направлении становится ненаблюдаемым, это также упрощает вычисления. Значительный вклад в развитие техники вычислений в сильном поле сделали В.В. Скобелев и Ю.М. Лоскутов, построившие так называемую «двумерную электродинамику» [77, 78], см. также, например, [79] и цитированные там работы. В работах Н.В. Михеева с сотрудниками была развита ковариантная техника вычислений, позволяющая единообразно исследовать как случай сильного поля, так и более общий, когда условие (2.3) не выполняется, см. например [80]. Вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе сильного поля впервые была получена в статье [81].

Условия для другого предельного случая — слабого относительно  $E^2$  поля — в инвариантной форме могут быть сформулированы следующим образом:

$$[e^2(FF)]^{3/2} \ll e^2(pFFp). \quad (2.4)$$

Легко видеть, что условие (2.4) автоматически выполняется в случае скрещенного поля, в котором полевой инвариант строго равен нулю,  $(FF) = 0$ . Это позволяет производить вычисления в пределе (2.4), используя приближение скрещенного поля. Даже в сильном магнитном поле  $B \gg B_e$ , но при условии, что  $\chi \gg B/B_e$ , результат, полученный в скрещенном поле, будет правильно описывать лидирующий вклад в вероятность процесса в чисто магнитном поле. Техника вычислений в скрещенном поле была детально разработана А.И. Никишовым и В.И. Ритусом, см. например [82].

Впервые корректная зависимость лидирующего вклада в вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$  была получена в статье [83]. В более поздних статьях других авторов [84–87] этот результат был воспроизведен, однако численные коэффициенты, полученные разными авторами, не совпадали. Связанное с этим недоразумение, вероятно, удалось устранить в одной из последних работ на эту тему [88].

Интересно, что асимптотическая формула для вероятности нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе скрещенного поля содержит логарифмическую сингулярность (слагаемое  $\sim m_e^6 \chi^2 \ln \chi$ ). Вероятность обращается в бесконечность при стремлении массы электрона к нулю. Следовательно, невозможно осуществить предельный переход от этой формулы в приближении скрещенного поля к соответствующей формуле в пределе «умеренно сильного» поля, когда квадрат массы электрона много меньше полевого параметра  $\beta$ . С другой стороны, именно предел «умеренно сильного» поля следует рассматривать, например, при оценке эффективности излучения нейтрино с сильно замагниченного диска керровской черной дыры. Таким образом, вычисление вероятности процесса в пределе «умеренно сильного» поля представляет самостоятельный интерес. Отметим, что результаты вычислений могут быть обобщены на другие нейтрино-лептонные процессы.

В докладе [89] был представлен правильный вид зависимости, однако конкретные численные данные требовали дополнительных расчетов. Недавно такой расчет был проведен в пределе сверхвысоких импульсов начального нейтрино [90]. Интересно, что множитель перед логарифмическим вкладом в вероятность процесса оказался в 4 раза превосходящим соответствующий множитель в пределе скрещенного поля. В настоящей



диссертации мы продемонстрируем, что оба рассматриваемых предела — сверхвысоких импульсов и скрещенного поля — могут быть получены из одного более общего выражения, численный расчет которого позволяет получить значение вероятности в случае сверхвысоких импульсов и слабых полей  $E^2 \gg \beta \sim m_e^2$ , когда нельзя пренебречь массой электрона. Соответствующая область для вычислений схематически изображена на диаграмме (см. рис. 5).

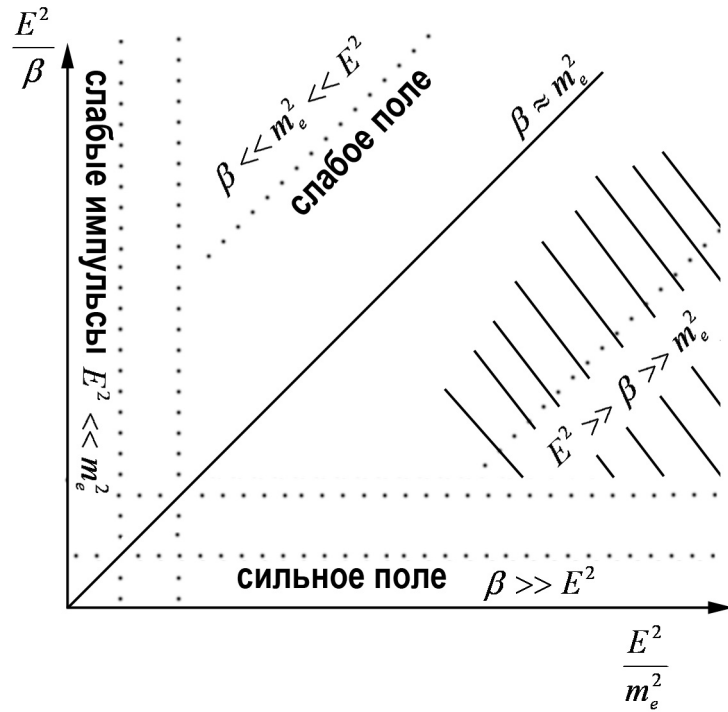


Рис. 5. Схематическая иллюстрация параметров рассматриваемой области вычислений.

## 2. Вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе «умеренно сильного» магнитного поля

Процесс нейтринного рождения лептонных пар  $\nu \rightarrow \nu l^- l^+$ , ( $l = e, \mu, \tau$ ) кинематически запрещён в вакууме, однако наличие интенсивного магнитного поля может привести к тому, что этот процесс станет возможным. При энергиях нейтрино ниже порога рождения  $W$ -бозонов, процесс нейтринного рождения лептонных пар может рассматриваться как эффективный механизм потери энергии нейтрино. В силу специфической кинематики заряженной частицы в электромагнитном поле лептонная пара может иметь достаточно большой по абсолютной величине пространственно-подобный суммарный импульс, так что массой нейтрино в данном процессе можно пренебречь, а следовательно, и смешиванием в лептонном секторе, благодаря чему процесс эффективно диагонализруется по ароматам нейтрино [74].

При исследовании процесса нейтринного-рождения электрон-позитронных пар  $\nu(P) \rightarrow \nu(P') + e^-(p) + e^+(p')$  можно пользоваться приближением локального взаимодействия при условии относительно малых передач импульса:  $|q^2| \ll m_W^2$ . Эффективный локальный лагранжиан взаимодействия имеет вид:

$$\mathcal{L} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}\gamma_\alpha(C_V + C_A\gamma_5)e] [\bar{\nu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)\nu], \quad (2.5)$$

где  $G_F$  — постоянная Ферми, а  $C_V, C_A$  константы взаимодействия, различные для разных нейтринных ароматов. К примеру, для электронного нейтрино

$$C_V = +\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A = +\frac{1}{2}, \quad (2.6)$$

а для мюонного и тауонного:

$$C_V = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A = -\frac{1}{2}, \quad (2.7)$$

где  $\theta_W$  — угол Вайнберга,  $\sin \theta_W = e/g$ .

Для локализации лагранжиана (2.5) следует добавить следующие условия на энергию нейтрино  $E$  и масштаб индукции поля  $B$  [74]:

$$E \ll \frac{m_W^3}{eB} \simeq 10^{10} \text{ ГэВ} \left( \frac{10^{16} \text{ Гс}}{B} \right),$$

$$B \ll \frac{m_W^2}{e} \simeq 10^{24} \text{ Гс},$$

где  $m_W$  — масса  $W$ -бозона,  $e$  — элементарный заряд.

Полная вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар может быть вычислена непосредственно из Лагранжиана на основе точных решений уравнения Дирака для электрона и позитрона в магнитном поле. В частности, в сильном магнитном поле  $eB \gg E^2, m_e^2$ , электроны и позитроны рождаются только в состояниях, соответствующих основному уровню Ландау, поэтому следует использовать соответствующие ему решения.

Другой способ вычисления вероятности процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар заключается в использовании соотношения унитарности. Суть этого способа в следующем.

Реакция превращения нейтрино-антинейтринной пары в электрон-позитронную пару  $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$  является кроссинг-процессом нейтринного рождения электрон-позитронной пары. С другой стороны, сечение реакции превращения связано соотношением унитарности с мнимой частью амплитуды перехода  $\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}$ :

$$\sigma(\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+) = \frac{1}{q^2} \text{Im } \mathcal{M}(\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}), \quad (2.8)$$

где  $q^\alpha$  – 4-импульс нейтрино-антинейтринной пары. Произведя в соотношении (2.8) дополнительное интегрирование по фазовому объёму конечного нейтрино, находим вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар:

$$w(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) E = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d^3 P'}{E'} \text{Im } \mathcal{M}(\nu \bar{\nu} \rightarrow \nu \bar{\nu}). \quad (2.9)$$

В этом выражении  $P^\alpha = (E, \mathbf{P})$ ,  $P'^\alpha = (E', \mathbf{P}')$  – 4-импульсы начального и конечного нейтрино, а  $q$  – разность импульсов:  $q = P - P'$ .

Обобщенные амплитуды типа вектор-вектор, аксиал-аксиал и вектор-аксиал позволяют получить часть амплитуды процесса, индуцированную внешним полем. При этом следует использовать амплитуды типа вектор-вектор, аксиал-аксиал и вектор-аксиал с соответствующими подстановками обобщенных токов [74]:

$$j_{V\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_V j_\alpha, \quad j_{A\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_A j_\alpha, \quad (2.10)$$

где  $j_\alpha$  – нейтринный ток. Следует также учесть, что  $(jq) = 0$  (в пренебрежении нейтринными массами). В результате для магнитного поля получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{M}_{j \rightarrow j} = & \frac{G_F^2}{8\pi^2} \left\{ \left( C_V^2 Y_{VV}^{(1)} + C_A^2 Y_{AA}^{(1)} \right) \frac{|q\varphi j|^2}{q_\perp^2} + \right. \\ & + \left( C_V^2 Y_{VV}^{(2)} + C_A^2 Y_{AA}^{(2)} \right) \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_\parallel^2} + \left( C_V^2 Y_{VV}^{(3)} + C_A^2 Y_{AA}^{(3)} \right) \frac{q^2 |q\varphi\varphi j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} + \\ & \left. + 2C_V C_A eB \left( Y_{VA}^{(1)} + \frac{q^2}{q_\perp^2} Y_{VA}^{(2)} \right) \frac{\text{Re}[(q\tilde{\varphi} j)(q\varphi\varphi j^*)]}{q_\parallel^2} \right\}. \quad (2.11) \end{aligned}$$

В этом выражении  $Y^{VV}$ ,  $Y^{VA}$  и  $Y^{AA}$  – функции  $(q\varphi\varphi q)$  и  $(q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)$ , входящие в обобщенные вектор-векторные, вектор-аксиальные и аксиал-аксиальные амплитуды процесса  $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$  [91].

Нужно отметить, что последнее слагаемое в выражении (2.11) связано с нарушением чётности и асимметрией разлёта вдоль и против направления поля и не может давать вклад в конечное выражение для вероятности процесса. Тем не менее, это слагаемое может быть существенно при вычислении асимметрии средней потери импульса нейтрино (к примеру, в связи с возможным объяснением начальных толчков пульсаров [92–96]).

Предварительный анализ показывает, что в пределе  $\chi \gg 1$  выражение для полной вероятности содержит только слагаемые, пропорциональные сумме констант  $C_V^2 + C_A^2$ . Таким образом, при исследовании логарифмического вклада в пределе «умеренно сильного» поля можно ограничиться рассмотрением только функции  $Y^{VV}$ , полагая что множитель при  $C_A^2$  восстановится аналогичным образом. Кроме того, в пределе «умеренно сильного поля» при вычислении интегралов можно считать, что  $q_\perp^2/\beta \gg 1$ , поэтому основной вклад в величину значений  $Y^{VV}$ ,  $Y^{VA}$  и  $Y^{AA}$  будет вносить область малых значений переменной интегрирования  $z$ , соответствующей собственному времени.

Вычисление функций  $Y^{VV}$  в общем случае сопряжено со значительными трудностями. Стоит отметить, что через аналогичную функцию вычисляется поляризационный оператор фотона в магнитном поле. Существует несколько подходов для анализа подобных интегралов. Например, в работе [97] производится разложение функций в ряды, содержащие функции Бесселя, с помощью которых мнимая часть поляризационного оператора фотона приводится к относительно простому виду, содержащему обобщенные полиномы Лагерра.

В пределе «умеренно сильного» магнитного поля вычисление функ-

ций  $Y^{VV}$  сводится к расчету интегралов от функции Харди-Стокса и её производной. Подынтегральная функция в выражении для  $Y^{VV}$  содержит множитель вида  $\exp(-i\Omega)$  [91], где

$$\Omega = \frac{z}{\beta} \left( m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{2} \right) + \frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \left( \frac{\cos zu - \cos z}{\sin z} - \frac{1-u^2}{2} z \right), \quad (2.12)$$

где  $u$  – переменная интегрирования, меняющаяся в пределах от 0 до 1. Разложим функцию  $\Omega$  в ряд по  $z$ :

$$\begin{aligned} \Omega = z \left( \frac{m^2}{\beta} - \frac{q^2}{\beta} \frac{1-u^2}{4} \right) + z^3 \left( \frac{q_{\perp}^2}{\beta} \frac{(1-u^2)^2}{48} \right) + \\ + z^5 \left( \frac{q_{\perp}^2}{\beta} \frac{(3-u^2)(1-u^2)^2}{1440} \right) + O(z^7). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Все слагаемые, начиная со второго, содержат одинаковый множитель  $q_{\perp}^2/\beta(1-u^2)^2$ , поэтому отношение коэффициента, стоящего перед  $(n+1)$  слагаемым к коэффициенту перед  $n$ -ым является конечным числом. При этом при  $u \rightarrow 1$  коэффициенты стремятся к нулю. При условии быстрой сходимости интеграла, это означает, что для расчета в первом приближении можно ограничиться только двумя первыми слагаемыми.

Для численного анализа интеграла  $Im[Y_{VV}^i]$  необходимо найти способы обхода особых точек  $z = \pi n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Важно помнить, что переменная интегрирования имеет смысл собственного времени, а потому в общем случае является комплексной. Для численного интегрирования функций  $Y_{VV}$ , учитывая их быстроосциллирующий характер, бесконечный предел интегрирования по переменной  $z$  следует ограничить некоторым (возможно, очень большим) числом  $M$ . Предварительный численный анализ показал, что в случае корректного выбора параметров задачи, интегралы в функциях  $Y^{VV}$  действительно достаточно быстро сходятся, таким образом, указанное ограничение является оправданным.

Можно предложить несколько вариантов контуров для интегрирования по переменной  $z$ . Например, можно использовать прямоугольный контур ширины  $a$  и длины  $\pi m$  ( $M = \pi/2 + \pi m$ ), так что интеграл по  $dz$  представится в следующем виде:

$$\int_0^{\infty} F(z)dz = \int_0^{\pi/2} F(z)dz + \lim_{a \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \left( -i \int_0^a F(\pi/2 - iy)dy + \int_{\pi/2}^{\pi/2 + \pi m} F(y - ia)dy + i \int_0^a F(\pi/2 + \pi m - iy)dy \right). \quad (2.14)$$

Либо можно обходить особые точки по полуокружности радиуса  $\rho$ :

$$\int_0^{\infty} F(z)dz = \int_0^{\pi/2} F(z)dz + \sum_{n=1}^{\infty} \lim_{\rho \rightarrow 0} \left( \int_{-\pi/2 + \pi n}^{\pi n - \rho} F(y)dy - i\rho \int_0^{\pi} e^{i\varphi} F(\pi n - \rho e^{i\varphi})dy + \int_{\rho + \pi n}^{\pi/2 + \pi n} F(y)dy \right). \quad (2.15)$$

В общем случае для достижения приемлемого уровня точности параметр  $m$  должен быть очень большим. Благодаря наличию суммирования время вычисления интеграла с использованием второго контура значительно превосходит соответствующее время вычисления интеграла первым способом. Таким образом, прямоугольный контур интегрирования оказывается удобней для дальнейшего анализа. При этом необходимо использовать конечные значения малого параметра  $a$  и большого параметра  $m$ . Использование слишком маленьких, равно как и чрезмерно больших значений этих параметров приводит либо к высокой ошибке интегрирования, либо к сглаживанию особенностей осцилляций функции.

Предварительный численный расчет интеграла  $Im[Y_{VV}^i]$  не показал существенных отличий от значений интеграла, полученного из соответствующей функции путём разложения стоящей в экспоненте функции в ряд по  $z$  и отбрасывании членов порядка  $z^5$  и более.

Таким образом из общего вида выражений  $Y^{VV}$ ,  $Y^{VA}$  и  $Y^{AA}$  обобщенной двухточечной петлевой амплитуды  $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow j'$  [91] после замены переменной можно получить более простые выражения:

$$\begin{aligned} Y_{VV}^{(1)} &= -\int_0^1 du \left[ \frac{1}{6} q_{\perp}^2 \frac{\beta^{2/3}}{q_{\perp}^{4/3}} \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} \left( 3 + \left( 2 \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} - 1 \right) u^2 \right) \frac{df(x)}{dx} - q^2 \frac{1-u^2}{2} f_1(x) \right], \\ Y_{VV}^{(2)} &= -\int_0^1 du \left[ \frac{1}{3} q_{\perp}^2 \frac{\beta^{2/3}}{q_{\perp}^{4/3}} \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} \left( 3 \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} - u^2 \right) \frac{df(x)}{dx} - q^2 \frac{1-u^2}{2} f_1(x) \right], \\ Y_{VV}^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \int_0^1 du (1-u^2) f_1(x), \end{aligned} \quad (2.16)$$

где использованы обозначения:  $q_{\perp}^2 = (q\varphi\varphi q)$ ,  $q_{\parallel}^2 = (q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)$ ,

$$x = \left( \frac{4}{\chi(1-u^2)} \right)^{2/3} \left( 1 - \frac{q^2}{4m^2}(1-u^2) \right),$$

$f(x)$  – функция Харди – Стокса,

$$\begin{aligned} f(x) &= i \int_0^{\infty} dt e^{-i(tx + \frac{t^3}{3})}, \\ f_1(x) &= \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \left( e^{-i(tx + \frac{t^3}{3})} - e^{-itx} \right) = \\ &= -\int_0^x f(z) dz + \ln x + \frac{1}{3} \ln 3 + \frac{2}{3} \gamma_E + \frac{i\pi}{3}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Обратим внимание, что мнимая часть производной от функции Харди – Стокса с точностью до множителя  $\pi$  равна производной функции



Эйри  $\text{Im} f'(x) = \pi Ai'(x)$ , а мнимая часть функции  $f_1(x)$  — интегралу от функции Эйри:

$$\text{Im} f_1(x) = \pi \int_x^{\infty} Ai(x) dx. \quad (2.18)$$

В скрещенном поле инвариант поля строго равен нулю:  $(FF) = 0$ , поэтому  $q_{\perp}^2 = q_{\parallel}^2$ .

При переходе к пределу «умеренно сильного» поля может возникнуть вопрос о правомерности использования функции Харди – Стокса. Заметим, что существенной в этом случае является область  $\delta \equiv 1 - u \rightarrow 0$ , поскольку при  $u = 1$  замена переменной, приводящая к функции Харди-Стокса некорректна (знаменатель выражения для новой переменной содержит  $1 - u^2$ ). Таким образом, могут потребоваться дополнительные численные расчеты в области интегрирования, соответствующей  $\delta \rightarrow 0$ . При этом могут возникнуть существенные поправки к конечному результату. Ниже, однако, мы будем предполагать, что использование функции Харди-Стокса в этой области не вносит существенных изменений в конечное выражение для вероятности процесса.

И производная функции Эйри, и интеграл от функции Эйри экспоненциально стремятся к нулю при больших значениях аргумента, следовательно, можно ограничиться  $x \sim 1$ . Отсюда можно получить условие, существенно упрощающее вычисление: отношение  $-q^2/(e^2(PFFP))^{1/3}$  должно быть малым параметром.

Полная вероятность процесса может быть получена интегрированием по импульсу конечного нейтрино. В наиболее общем случае можно использовать безразмерные цилиндрические координаты в пространстве вектора импульса конечного нейтрино  $P'$ . При этом расчет производится

в выделенной системе отсчета, где импульс начального нейтрино перпендикулярен полю  $P_z = 0$ . В этом случае переменные для интегрирования представляются следующим образом:

$$\rho = \sqrt{P_x'^2 + P_y'^2}/E_\perp, \quad \text{tg } \varphi = P_y'/P_x', \quad \zeta = P_z'/E_\perp. \quad (2.19)$$

Не представляет сложности выразить инварианты  $|q\varphi j|^2$ ,  $|q\tilde{\varphi}j|^2$ ,  $|q\varphi\varphi j|^2$ , входящие в выражение для вычисления амплитуды (2.11), через описанные выше переменные:

$$\begin{aligned} |q\varphi j|^2 &= 8E_\perp^4(\sqrt{\zeta^2 + \rho^2}(\rho^2 + 1) + 2\rho^2 - \rho \cos \varphi(1 + 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)), \\ |q\tilde{\varphi}j|^2 &= 8E_\perp^4(\sqrt{\zeta^2 + \rho^2}(\rho^2 + 1) - 2\rho^2 - \rho \cos \varphi(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)), \\ |q\varphi\varphi j|^2 &= 8E_\perp^4(\sqrt{\zeta^2 + \rho^2}(\rho^2 + 1) - 2\rho^2 + \rho \cos \varphi(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)), \end{aligned} \quad (2.20)$$

Корректность полученных выражений может быть проверена, если принять во внимание существование базисных ковариантов:

$$e_1^\alpha = \frac{q^\alpha}{\sqrt{q^2}}, \quad e_2^\alpha = \frac{(q\varphi)^\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad e_3^\alpha = \frac{(q\tilde{\varphi})^\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}, \quad e_4^\alpha = \frac{(q\varphi\varphi)^\alpha q^2 - q^\alpha(q\varphi\varphi q)}{\sqrt{q^2 q_\perp^2 q_\parallel^2}}. \quad (2.21)$$

В базисе из таких векторов нейтринный ток будет иметь вид:

$$j_\alpha = \frac{(q\varphi j)}{\sqrt{q_\perp^2}} e_2^\alpha + \frac{(q\tilde{\varphi} j)}{\sqrt{q_\parallel^2}} e_3^\alpha + \frac{(q\varphi\varphi j) q^2}{\sqrt{q^2 q_\perp^2 q_\parallel^2}} e_4^\alpha. \quad (2.22)$$

Свёртка нейтринного тока может быть представлена следующим образом:

$$j_\alpha j^{*\alpha} = -\frac{|q\varphi j|^2}{q_\perp^2} - \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_\parallel^2} - \frac{|q\varphi\varphi j|^2 q^4}{q^2 q_\perp^2 q_\parallel^2}. \quad (2.23)$$

С другой стороны,  $j_\alpha j^{*\alpha} = -16P'_\alpha P^\alpha$ .

Область интегрирования по переменным  $\rho$ ,  $\zeta$  и  $\varphi$  существенным образом деформируется в зависимости от рассматриваемого предела исследования и в общем случае заслуживает отдельного анализа. В пределе сильного поля  $\beta \gg q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2, m_e^2$  соответствующая полная вероятность процесса была получена в работе [81].

В пределах скрещенного и «умеренно сильного» полей удобно использовать следующие лоренц-инвариантные переменные:

$$\kappa = -\frac{q^2}{[4e^2(PFFP)]^{1/3}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{(qFFq)}{(PFFP)}}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{(PFP')}{(P\tilde{F}P')}. \quad (2.24)$$

Угол  $\varphi$  в системе отсчёта, где импульс начального нейтрино  $\mathbf{P} \perp \mathbf{B}$ , имеет смысл азимутального угла в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{P}$ , между проекцией вектора  $\mathbf{P}'$  на эту плоскость и направлением магнитного поля:

$$\cos \varphi = \frac{(P\varphi P')}{\sqrt{(P\tilde{\varphi}P')^2 + (P\varphi P')^2}}. \quad (2.25)$$

Пределы интегрирования в выражении (2.9) в случае «умеренно сильного» поля заслуживают отдельного внимания. Рассмотрим систему отсчета, в которой начальное нейтрино движется поперечно направлению вектора  $\mathbf{B}$  (можно показать, что в такую систему всегда можно перейти, используя преобразования Лоренца вдоль вектора магнитной индукции поля). Выбирая направление оси  $z$  согласно направлению вектора  $\mathbf{B}$ , можно записать координаты 4-импульсов начального и конечного нейтрино следующим образом:

$$P^\mu = \{E, E, 0, 0\}; \quad P'^\mu = \{E', E' \cos \theta, E' \sin \theta \sin \varphi, E' \sin \theta \cos \varphi\}, \quad (2.26)$$

где  $E$  и  $E'$  — энергии начального и конечного нейтрино соответственно, а  $\theta$  — угол между импульсами начального и конечного нейтрино, так что  $PP' = EE'(1 - \cos \theta)$ .

При таком выборе координат, переменные  $\kappa$  и  $\xi$  имеют вид:

$$\kappa = \frac{2^{1/3} E^{4/3} E'}{\beta^{2/3} E} (1 - \cos \theta); \quad \xi^2 = \left(1 - \frac{E'}{E} \cos \theta\right)^2 + \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi. \quad (2.27)$$

В общем случае условие для получения пределов интегрирования по переменным  $\xi$  и  $\kappa$  содержит полевой параметр  $\beta$ . В случае, если электроны занимают основной уровень Ландау, в выражении для вероятности процесса получается  $\theta$ -функция, накладывающая ограничение на  $q_0$  и  $q_z$ . При условии  $q_0^2 > q_z^2$  получаем ограничение на  $E'/E$ :

$$\frac{E'}{E} < \frac{1}{1 + \sin \theta \cos \varphi}. \quad (2.28)$$

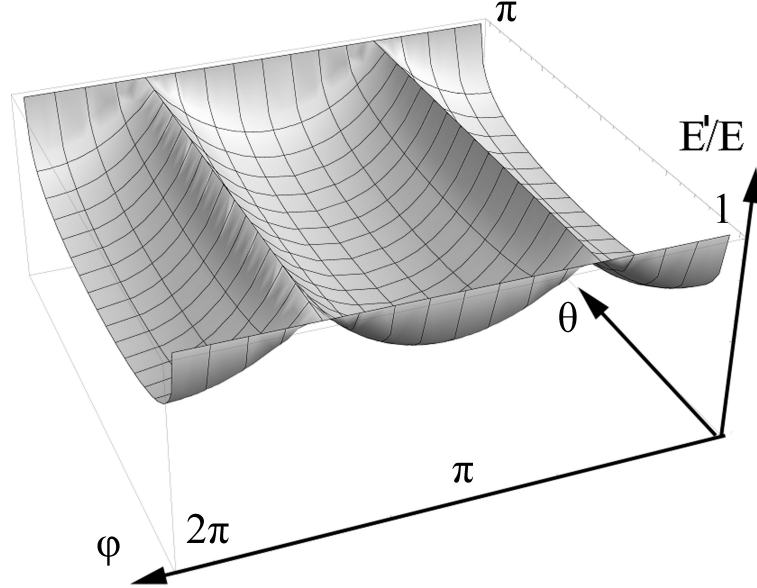


Рис. 6. Область допустимых значений отношений энергий конечного и начального нейтрино.

Менее жесткое естественное ограничение на величину  $E'/E$  получается из закона сохранения энергии:  $E'/E < 1$ . Наконец, надо учесть

положительную определенность величин  $E$  и  $E'$ :  $E'/E > 0$ . Все три вышеперечисленные условия выполняются в области ниже поверхности, показанной на рисунке 6.

Соответствующая область интегрирования в терминах  $\xi$ ,  $\kappa$  и  $\varphi$  с учетом описанных выше приближений будет иметь вид:

$$\int \frac{d^3 P'}{E'} = 4\pi m_e^2 \left(\frac{\chi}{4}\right)^{2/3} \left( \int_0^1 d\xi \int_0^{\xi^{2A}} d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} + \int_1^2 d\xi \int_{4(\xi-1)^A}^{\xi^{2A}} d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \right), \quad (2.29)$$

где  $A$  — безразмерная комбинация полевого параметра и энергии  $A = 4^{-1/3} E^{4/3} \beta^{-2/3}$ . В пределе скрещенного поля вместо  $A$  следует подставить бесконечность, а второй интеграл положить равным нулю. Если изменить последовательность интегрирования, сумма интегралов перейдет в один интеграл вида:

$$\int \frac{d^3 P'}{E'} = 4\pi m_e^2 \left(\frac{\chi}{4}\right)^{2/3} \int_0^{4A} d\kappa \int_{\kappa/A}^{(1+\kappa/(4A))^2} \frac{d\xi^2}{2\xi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi}. \quad (2.30)$$

Таким образом, полная вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе «умеренно сильного» поля имеет вид:

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) 2^{-1/3} E^{2/3} \beta^{2/3}}{128\pi^5} \left(\frac{\chi}{4}\right)^{2/3} \int_0^{4A} d\kappa \int_{\kappa/A}^{(1+\kappa/(4A))^2} \frac{d\xi^2}{2\xi} \int_0^{2\pi} d\phi \times \\ \times \text{Im} \left[ Y_{VV}^{(1)} \frac{|q\varphi j|^2}{q_{\perp}^2} + Y_{VV}^{(2)} \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_{\parallel}^2} + Y_{VV}^{(3)} \frac{q^2 |q\varphi\varphi j|^2}{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^2} \right]. \quad (2.31)$$

## 2.1. Логарифмический вклад в вероятность процесса

Перейдем к вычислению логарифмического слагаемого в формуле для полной вероятности процесса. Представим динамический параметр  $\chi$  в виде отношения двух новых параметров:

$$\chi = \frac{x_1}{x_2^{3/2}}, \quad (2.32)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  параметры задачи по отношению к энергии начального нейтрино:

$$x_1 = \frac{\beta}{E^2}, \quad x_2 = \frac{m_e^2}{E^2}. \quad (2.33)$$

В терминах таких параметров аргумент функции Эйри будет иметь вид:

$$U[\xi, u, k, x_1, x_2] = \left( \frac{4}{\xi(1-u^2)} \right)^{2/3} \left( \frac{x_2}{x_1^{2/3}} + 4^{-2/3} k(1-u^2) \right). \quad (2.34)$$

В пределе  $\ln \chi \gg 1$  вероятность процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе скрещенного поля может быть представлена в виде [74] (формула (5.68)):

$$W^{\text{скр}} = \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)\beta^2 E^2}{27\pi^3} \left( \ln x_1 - \frac{3}{2} \ln x_2 - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} \right), \quad (2.35)$$

где  $\gamma_E \simeq 0.577$  — постоянная Эйлера. Эта формула неприменима в пределе  $x_2 \rightarrow 0$  ( $m_e \rightarrow 0$  или  $k_\perp \gg m_e$ ). С другой стороны, в этом пределе можно получить вероятность процесса, не переходя непосредственно к пределу скрещенного поля, однако пользуясь упрощенными выражениями для  $Y^{VV}$ ,  $Y^{AA}$  и  $Y^{VA}$  для скрещенного поля.

Рассмотрим слагаемое, обеспечивающее полюсный вклад:

$$W^{\text{п}}(x_1, x_2) = -\frac{G_{\text{F}}^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{16\pi^3 E} \int_0^1 du \int_0^1 d\xi \times \\ \int_0^{4^{-1/3}x_1^{-2/3}\xi^2} k \frac{2 - 2\xi + \xi^2}{3\xi^{4/3}} \frac{8}{(1 - u^2)^{1/3}} \text{Ai}'(U) dk. \quad (2.36)$$

В пределе скрещенного поля  $x_1 \rightarrow 0$  и выражение (2.36) переходит в следующее [88]:

$$W^{\text{скр}}(x_1, x_2) = \frac{G_{\text{F}}^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \left( \ln x_1 - \frac{3}{2} \ln x_2 - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} \right) \quad (2.37)$$

В другом пределе  $m_e \rightarrow 0$ , выражение (2.36) имеет вид, совпадающий в лидирующей части с результатом [90]:

$$W^{m_e=0}(x_1) = 2 \frac{G_{\text{F}}^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \left( -\ln x_1 - \frac{47}{12} + \gamma_E + \frac{1}{2} \ln 3 \right). \quad (2.38)$$

Необходимо заметить, что в данном пределе полюсный вклад вида (2.36) определяет правильную зависимость лидирующего вклада в вероятность от параметра  $x_1$ , однако для корректного вычисления постлогарифмической части полной вероятности нейтринного рождения электронных пар следует добавить еще один вклад, соответствующий области интегрирования  $1 < \xi < 2$  [90].

Результаты численного анализа интеграла (2.36) представлены на рисунке 7. График соответствует зависимости интеграла от переменных  $x_1$  и  $x_2$  (общий множитель  $G_{\text{F}}^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)\pi^{-3}E^{-1}$  не учитывался). Полученное выражение объединяет два предельных случая.

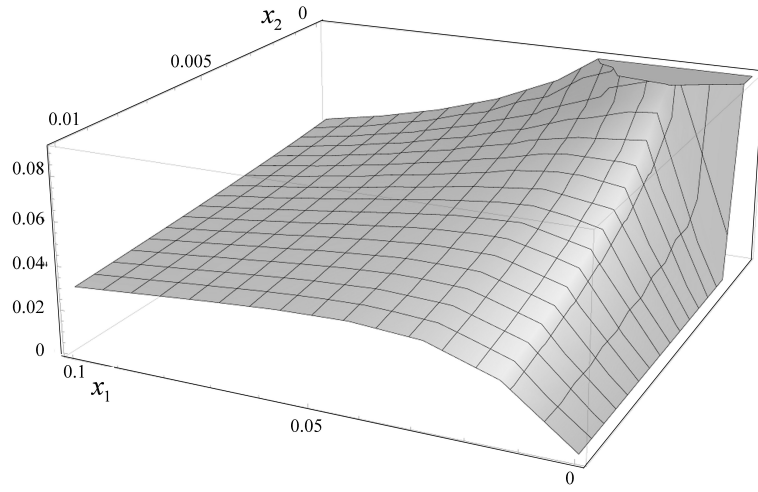


Рис. 7. Зависимость приведенного значения вероятности процесса от параметров  $x_1$  и  $x_2$ .

Зависимость (2.36) от параметров  $x_1$  и  $x_2$  может быть аппроксимирована формулой вида [98]:

$$W(x_1, x_2) = \frac{2G_F^2(C_V^2 + C_A^2)e^2(PFFP)}{27\pi^3 E} \ln \left( \frac{x_1^{1/2}}{x_2^{3/4} + \alpha x_1^{3/2}} \right), \quad (2.39)$$

где  $\alpha$  — численный коэффициент порядка единицы. Данная формула позволяет получать конечную величину в результате предельного перехода от выражения для скрещенного поля к соответствующему выражению в пределе  $m_e \rightarrow 0$ .

Значение полной вероятности при конкретно заданных параметрах может быть получено численным интегрированием формулы (2.36) с учетом числового значения интеграла, соответствующего области  $1 < \xi < 2$ .

Полученный результат может иметь важное прикладное значение в астрофизике.



## 2.2. Область применения полученных результатов

Среди астрофизических процессов, для исследования которых может оказаться важным знание вероятности процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$ , следует назвать, в первую очередь, слияние нейтронных звёзд. В этом случае можно пренебречь эффективным влиянием плазмы на ход процесса.

Другой интересный случай применения полученных результатов — изучение нейтринного излучения с сильно замагниченного диска керровской черной дыры [99, 100]. Использование предела скрещенного поля в этом случае некорректно. Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар также может вносить вклад в дополнительное нагревание вещества ударной волны при магниторотационном взрыве сверхновой [101, 102].

Наряду с вероятностью процесса  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$ , определяющей его вклад в среднюю длину пробега нейтрино в магнитном поле, практический интерес для астрофизики может представлять средняя потеря энергии и импульса нейтрино в умеренно сильном магнитном поле. Среднюю потерю энергии и импульса нейтрино в сильном магнитном поле можно определить 4-вектором [74]:

$$Q^\alpha = E \int dW q^\alpha = (L, \mathbf{F})E. \quad (2.40)$$

Нулевая компонента этого вектора связана со средней энергией, теряемой нейтрино за единицу времени,  $L = -dE/dt$ . Пространственные компоненты вектора связаны аналогичным образом с потерей импульса нейтрино за единицу времени,  $\mathbf{F} = -d\mathbf{p}/dt$ .

В пределе скрещенного поля при условии  $\ln \chi \gg 1$ , выражение для

4-вектора потери энергии и импульса имеет особенно простой вид [74]:

$$Q^\alpha \sim \frac{7}{16} E W P^\alpha, \quad (2.41)$$

где вероятность  $W$  следует подставлять из формулы (2.37), а численный коэффициент  $\sim 7/16 = 0.4375$ .

Результаты численного интегрирования, проведенного в пределе умеренно сильного поля с учётом выражения (2.31), позволяют сделать вывод возможности использования аппроксимационной формулы, аналогичной (2.41), с численным коэффициентом  $\sim 1/2$ .

Для астрофизических следствий принципиально важным является факт, что вышеприведенные формулы для вероятности и энергетических потерь являются справедливыми и для процесса с участием антинейтрино в силу CP-инвариантности слабого взаимодействия.

Отметим также, что при наличии достаточно сильного магнитного поля за счет процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар могла бы быть решена известная проблема FOE («Fifty One Erg»), заключающаяся в том, что для самосогласованного описания динамики взрыва сверхновой необходимо, чтобы выходящий нейтринный поток оставлял в оболочке  $\sim 10^{51}$  эрг [74].

## Глава III

# Пропагаторы заряженных частиц в произвольной $\xi$ -калибровке в виде разложения по уровням Ландау

## 1. Введение

При решении ряда принципиальных задач о взаимодействии заряженных частиц с электромагнитным полем большое значение приобрел метод, в котором влияние внешнего поля учитывается не посредством теории возмущений, а на основе точных решений волновых уравнений во внешнем электромагнитном поле. В этом случае диаграмматика Фейнмана обобщается следующим образом: в начальном и конечном состояниях заряженная частица находится во внешнем поле и описывается решением волнового уравнения в этом поле, а внутренние линии заряженных частиц соответствуют точным пропагаторам, построенным на основе этих решений. Пропагатор описывает распространение виртуальной частицы между двумя элементарными актами взаимодействия и по своей сути является причинной функцией Грина для волнового уравнения. С помощью данного метода можно анализировать процессы в полях большой напряженности, когда учет влияния поля по теории возмущений уже невозможен. В силу устойчивости вакуума в сверхсильном магнитном поле можно рассматривать процессы в полях с напряженностью, значительно превышающей критическое значение  $B_e$ . В этой связи достаточно логично использовать другой естественный масштаб магнитного поля, играющий важную роль в электрослабых взаимодействиях с участием калибровочных  $W$ -бозонов:  $B_W = m_W^2/e \simeq 1.09 \cdot 10^{24}$  Гс.

Для доказательства перенормируемости калибровочных теорий электрослабого взаимодействия с хиггсовским механизмом генерации масс векторных бозонов 'т Хофт и Вельтман [103] использовали  $R_\xi$ -калибровки, зависящие от параметра  $\xi$  [104]. При этом слагаемое в лагранжиане, фиксирующее калибровку векторных бозонов обеспечивает перенормируемость теории. В пределе  $\xi \rightarrow \infty$  пропагатор векторной частицы становится пропагатором массивного векторного поля. В этой калибровке, называемой унитарной, становятся известны значения масс калибровочных бозонов. Чаще всего при расчете процессов используется калибровка 'т Хофта-Фейнмана  $\xi = 1$ , в которой выражение для пропагаторов имеет наиболее простой вид, а также калибровка 'т Хофта-Ландау (в ней пропагатор фотона поперечен).

Выражение для точного пропагатора электрона в постоянном однородном магнитном поле было получено Дж. Швингером [105] в формализме собственного времени Фока [106] (в этом формализме уравнение Дирака расширяется в пятимерное пространство, при этом пятой компоненте придается смысл собственного времени, что обеспечивает единственность задачи Коши и релятивистскую инвариантность [107]). Существует ряд работ, где приведены другие представления пропагатора. Так, в статье [78] был рассмотрен случай сверхсильного поля и записан вклад в пропагатор электрона основного уровня Ландау. В статье [108] пропагатор преобразован из вида [105] в форму, где он записан как сумма по всем уровням Ландау. В работе [109] приведено также разложение пропагатора электрона в степенной ряд по интенсивности магнитного поля. В работе [110] выполнен прямой вывод стандартными методами квантовой теории поля точного пропагатора электрона во внешнем магнитном

поле в виде суммы по уровням Ландау из точных решений уравнения Дирака в поле.

Знание различных представлений пропагаторов заряженных частиц во внешнем магнитном поле и условий их применимости является весьма важным. Имеются примеры, когда непонимание таких условий привело к появлению ошибочных статей. Так, в работах [111, 112] проводилось вычисление собственно-энергетического оператора нейтрино в магнитном поле путем анализа однопетлевой диаграммы  $\nu \rightarrow e^- W^+ \rightarrow \nu$ , причем авторы ограничились вкладом основного уровня Ландау в пропагатор электрона. В работе [75] показано, что в данной задаче, в силу большой виртуальности электрона, вклад основного уровня Ландау не является доминирующим, и следующие уровни дают вклады того же порядка. Игнорирование этого факта привело авторов [111, 112] к ошибочному результату. Еще одним примером подобного рода является попытка повторного анализа вероятности распада нейтрино ультравысоких энергий  $\nu \rightarrow e^- W^+$  во внешнем магнитном поле, вычисляемой через мнимую часть однопетлевой амплитуды того же перехода  $\nu \rightarrow e^- W^+ \rightarrow \nu$ . Первоначально данная вероятность была вычислена в работе [113], затем другие авторы [114] провели повторное вычисление, настаивая на ином результате. Третье вычисление [115] подтвердило результат работы [113]. Наиболее вероятная причина ошибки расчета [114] состоит в том, что авторы использовали пропагатор  $W$ -бозона во внешнем поле в разложении по тензору  $F^{\mu\nu}$  и ограничились при этом только линейными членами, в то время как квадратичные члены в данном случае также существенны.

Среди работ, посвященных исследованию пропагаторов частиц во внешнем поле, следует выделить статью [116], где проведено вычисле-

ние собственно-энергетического оператора нейтрино в магнитном поле в произвольной  $\xi$ -калибровке. Продемонстрировано, что, хотя собственно-энергетический оператор зависит от калибровочного параметра  $\xi$ , наблюдаемые характеристики нейтрино, вытекающие из его закона дисперсии, как и следовало ожидать, являются калибровочно инвариантными.

Как показал анализ, в литературе отсутствуют методически важные выражения для пропагаторов заряженных  $W$  и  $\Phi$ -бозонов в виде разложения по уровням Ландау. В настоящей диссертации приводятся различные представления пропагаторов заряженных частиц в постоянном однородном магнитном поле, которые необходимы для анализа электро-слабых процессов в сильном внешнем поле. Осуществлены полезные с методической точки зрения преобразования от одного представления к другому.

В данной главе представлен общий вид пропагаторов электрона и заряженных  $W$  и  $\Phi$ -бозонов в формализме собственного времени Фока, сделаны важные замечания относительно трансляционно и калибровочно неинвариантных фаз пропагаторов. Приводится разложение пропагаторов по слабому полю, воспроизводится процедура преобразования пропагатора электрона в форму, где он записан как сумма по всем уровням Ландау. Аналогично разложению электронного пропагатора, выполнено разложение пропагаторов заряженных  $W$  и  $\Phi$ -бозонов по уровням Ландау в произвольной  $\xi$ -калибровке.

## 2. Пропагаторы в формализме собственного времени Фока

Пропагатор электрона в постоянном однородном магнитном поле в формализме собственного времени Фока может быть представлен в форме

$$S^{(e)}(X_1, X_2) = e^{i\Phi(X_1, X_2)} S(X_1 - X_2). \quad (3.1)$$

Здесь  $S(X)$  – трансляционно и калибровочно инвариантная часть пропагатора:

$$\begin{aligned} S(X) = & -\frac{i\beta}{2(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s \sin(\beta s)} \left\{ \frac{1}{s} \left[ \cos(\beta s)(X\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}\gamma) + i \sin(\beta s)(X\tilde{\varphi}\gamma)\gamma_5 \right] - \right. \\ & \left. -\frac{\beta}{\sin(\beta s)}(X\varphi\varphi\gamma) + m_e \left[ 2 \cos(\beta s) - \sin(\beta s)(\gamma\varphi\gamma) \right] \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -i \left[ m_e^2 s + \frac{(X\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}X)}{4s} - \frac{\beta}{4 \operatorname{tg}(\beta s)}(X\varphi\varphi X) \right] \right\}, \quad (3.2) \end{aligned}$$

где  $\beta = eB$ ,  $e$  – элементарный заряд,  $m_e$  – масса электрона,  $X_\mu = (X_1 - X_2)_\mu$ ,  $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$  – безразмерный тензор внешнего магнитного поля,  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varphi^{\mu\nu}$  – дуальный безразмерный тензор ( $\varepsilon^{0123} = -\varepsilon_{0123} = +1$ ); у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например:  $(X\varphi\varphi\gamma) = X^\alpha \varphi_{\alpha\beta} \varphi^{\beta\mu} \gamma_\mu$ .

Интегрирование по переменной  $s$  (фоковскому собственному времени) в формуле (3.2) требует доопределения, поскольку подынтегральное выражение имеет полюса в точках  $s = \pi k/\beta$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Предполагается, что интегрирование выполняется в комплексной плоскости  $s$  по контуру, начинающемуся в точке  $s = 0$  и лежащему ниже вещественной оси вблизи нее. Контур может также быть развернут на отрицательную

мнимую полуось.

Фаза  $\Phi(X_1, X_2)$  в формуле (3.1) трансляционно и калибровочно инвариантна и может быть определена через криволинейный интеграл:

$$\Phi(X_1, X_2) = -e \int_{X_1}^{X_2} dX_\mu K^\mu(X), \quad (3.3)$$

$$K^\mu(X) = A^\mu(X) + \frac{1}{2} F^{\mu\nu}(X - X_2)_\nu. \quad (3.4)$$

Аналогично выражению (3.1) можно определить пропагатор  $W$ -бозона и заряженного скалярного  $\Phi$ -бозона в магнитном поле (мы считаем частицами отрицательно заряженные  $W^-$ - и  $\Phi^-$ -бозоны):

$$G_{\mu\nu}^{(W)}(X_1, X_2) = e^{i\Phi(X_1, X_2)} G_{\mu\nu}(X_1 - X_2), \quad (3.5)$$

$$D^{(\Phi)}(X_1, X_2) = e^{i\Phi(X_1, X_2)} D(X_1 - X_2), \quad (3.6)$$

где фаза  $\Phi(X_1, X_2)$  определяется теми же формулами (3.3), (3.4).

Часто бывает удобно использовать фурье-образы трансляционно инвариантных частей пропагаторов:

$$S(X) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(q) e^{-iqX}, \quad (3.7)$$

$$G_{\mu\nu}(X) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G_{\mu\nu}(q) e^{-iqX}, \quad (3.8)$$

$$D(X) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} D(q) e^{-iqX}. \quad (3.9)$$

Из (3.2) и (3.7) получаем фурье-образ электронного пропагатора в виде:



$$S(q) = \int_0^{\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} \exp \left[ -is \left( m_e^2 - q_{\parallel}^2 + q_{\perp}^2 \frac{\text{tg}(\beta s)}{\beta s} \right) \right] \times \left\{ [(q\gamma)_{\parallel} + m_e] \left[ \cos(\beta s) - \frac{(\gamma\varphi\gamma)}{2} \sin(\beta s) \right] - \frac{(q\gamma)_{\perp}}{\cos(\beta s)} \right\}, \quad (3.10)$$

где введены такие же, как во второй главе, обозначения для произведений «продольных» и «поперечных» 4-векторов:  $(q\gamma)_{\parallel} = (q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}\gamma)$ ,  $(q\gamma)_{\perp} = (q\varphi\varphi\gamma)$ . В системе координат, где пространственная 3-я ось направлена вдоль вектора внешнего магнитного поля  $\vec{B}$ , 4-векторы с индексами  $\perp$  и  $\parallel$  принадлежат евклидову  $\{1, 2\}$ -подпространству и  $\{0, 3\}$ -подпространству Минковского соответственно. Например,  $p_{\perp} = (0, p_1, p_2, 0)$  и  $p_{\parallel} = (p_0, 0, 0, p_3)$ .

Фурье-образы пропагаторов  $W$ -бозона (3.5), (3.8) и заряженного скалярного  $\Phi$ -бозона (3.6), (3.9) зависят от выбора калибровки. В произвольной  $\xi$ -калибровке они имеют вид [116]:

$$G_{\mu\nu}(q) = - \int_0^{\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{is(q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2 \text{tg}(\beta s)/(\beta s))} \left\{ e^{-ism_W^2} \left[ g_{\mu\nu} + (\varphi\varphi)_{\mu\nu} (1 - \cos(2\beta s)) - \varphi_{\mu\nu} \sin(2\beta s) \right] - \frac{1}{m_W^2} \left[ \left( q_{\mu} + (\varphi q)_{\mu} \text{tg}(\beta s) \right) \times \left( q_{\nu} + (q\varphi)_{\nu} \text{tg}(\beta s) \right) + i \frac{\beta}{2} \left( \varphi_{\mu\nu} - (\varphi\varphi)_{\mu\nu} \text{tg}(\beta s) \right) \right] \left( e^{-ism_W^2} - e^{-is\xi m_W^2} \right) \right\}, \quad (3.11)$$

$$D(q) = \int_0^{\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{-is(\xi m_W^2 - q_{\parallel}^2 + q_{\perp}^2 \text{tg}(\beta s)/(\beta s))}. \quad (3.12)$$

В фейнмановской калибровке,  $\xi = 1$ , фурье-образ пропагатора  $W$ -бозона

существенно упрощается [117]:

$$G_{\mu\nu}(q) = - \int_0^{\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{-is(m_W^2 - q_{\parallel}^2 + \text{tg}(\beta s)/(\beta s) q_{\perp}^2)} \times \\ \times \left[ g_{\mu\nu} + (\varphi\varphi)_{\mu\nu} (1 - \cos(2\beta s)) - \varphi_{\mu\nu} \sin(2\beta s) \right]. \quad (3.13)$$

Фурье-образ пропагатора заряженного скалярного  $\Phi$ -бозона в фейнмановской калибровке имеет вид:

$$D(q) = \int_0^{\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} \exp \left[ -is \left( m_W^2 - q_{\parallel}^2 + \frac{\text{tg}(\beta s)}{\beta s} q_{\perp}^2 \right) \right]. \quad (3.14)$$

Необходимо сделать важное замечание о неинвариантной фазе [74]. На первый взгляд, записанное в ковариантной форме (3.3), (3.4) выражение для трансляционно и калибровочно неинвариантной фазы  $\Phi(X_1, X_2)$  выглядит достаточно громоздким. Некоторые авторы предпочитают, фиксируя калибровку выбором 4-потенциала  $A^\mu(X) = (0, 0, xB, 0)$ , записывать фазу в более компактном виде:

$$\Phi(X, X') = - \frac{eB}{2} (x + x')(y - y'). \quad (3.15)$$

Однако именно ковариантную форму фазы (3.3), (3.4) целесообразно использовать при анализе замкнутых петель, содержащих несколько пропагаторов заряженных частиц. Заметим, что, благодаря свойству 4-вектора (3.4)  $\partial_\mu K_\nu - \partial_\nu K_\mu = 0$ , путь интегрирования от  $X_1$  до  $X_2$  в (3.3) произволен. В случае двухвершинной петли в амплитуду войдет сумма фаз, которая равна нулю:

$$\Phi(X_1, X_2) + \Phi(X_2, X_1) = 0. \quad (3.16)$$

При наличии в петле трех или более вершин возникает ненулевая суммарная фаза от всех пропагаторов, которая, однако, является трансляционно и калибровочно инвариантной. Это несложно показать, представляя 4-потенциал постоянного однородного внешнего поля в произвольной калибровке в следующей форме:

$$A^\mu(X) = \frac{1}{2} X_\nu F^{\nu\mu} + \partial^\mu \chi(X), \quad (3.17)$$

где  $\chi(X)$  – произвольная функция. Из (3.17) автоматически следует, что  $\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = F^{\mu\nu}$ . Интегрируя (3.3) с учетом соотношения (3.17), получаем

$$\Phi(X_1, X_2) = -\frac{e}{2} (X_1 F X_2) - e [\chi(X_2) - \chi(X_1)]. \quad (3.18)$$

Из формулы (3.18) видно, что при суммировании фаз в замкнутой петле члены, содержащие функцию  $\chi$ , полностью сократятся, что и обеспечивает калибровочную инвариантность. Нетрудно проверить, что сумма выражений (3.18) в замкнутой петле будет также и трансляционно инвариантной. Например, для трех и четырех пропагаторов в петле сумма фаз имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi(X_1, X_2) + \Phi(X_2, X_3) + \Phi(X_3, X_1) = \\ -\frac{e}{2} (X_1 - X_2)_\mu F^{\mu\nu} (X_2 - X_3)_\nu, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \Phi(X_1, X_2) + \Phi(X_2, X_3) + \Phi(X_3, X_4) + \Phi(X_4, X_1) = \\ = -\frac{e}{2} (X_1 - X_3)_\mu F^{\mu\nu} (X_2 - X_4)_\nu. \end{aligned} \quad (3.20)$$

В общем случае сумма  $n$  фаз может быть представлена в виде [74]:

$$\Phi_{tot} = -\frac{e}{2} \sum_{i=1}^n (X_i F X_{i+1}) \Big|_{X_{n+1} \equiv X_1} = -\frac{e}{2} \sum_{l=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{l-1} (Z_k F Z_l), \quad (3.21)$$

где  $Z_i = X_i - X_{i+1}$ .

## 2.1. Пропагаторы в разложении по слабому полю

Использование точных выражений (3.10) и (3.13) приводит к достаточно громоздким вычислениям. В то же время существующие в природе магнитные поля, за исключением, быть может, ранней Вселенной, всегда являются слабыми по сравнению с критическим полем для  $W$ -бозона,  $B_W = m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс. Следовательно, Пропагаторы  $W$ -бозона и заряженного скалярного  $\Phi$ -бозона могут быть разложены в ряд по степеням  $\beta = eB$  как малого параметра. Удерживая члены до второго порядка, для пропагатора  $W$ -бозона в фейнмановской калибровке находим:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}(q) = & -i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2 - m_W^2} - \beta \frac{2\varphi_{\mu\nu}}{(q^2 - m_W^2)^2} + \\ & + i\beta^2 \left[ g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{(q^2 - m_W^2)^3} + \frac{2q_{\perp}^2}{(q^2 - m_W^2)^4} \right) + \right. \\ & \left. + 4(\varphi\varphi)_{\mu\nu} \frac{1}{(q^2 - m_W^2)^3} \right] + \mathcal{O}(\beta^3). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Нетрудно произвести аналогичное разложение для пропагатора  $W$ -бозона в произвольной  $\xi$ -калибровке, однако получающееся выражение имеет достаточно громоздкий вид.

Сравнивая (3.13) и (3.14), легко видеть, что пропагатор  $\Phi$ -бозона  $D(q)$  отличается только знаком от коэффициента при  $g_{\mu\nu}$  в разложении пропагатора  $G_{\mu\nu}(q)$  по трем независимым тензорным структурам, откуда

$$D(q) = \frac{i}{q^2 - m_W^2} - i\beta^2 \left( \frac{1}{(q^2 - m_W^2)^3} + \frac{2q_{\perp}^2}{(q^2 - m_W^2)^4} \right) + \mathcal{O}(\beta^3). \quad (3.23)$$

Аналогично можно рассмотреть асимптотическое выражение для пропагатора электрона  $S(q)$  в случае, если интенсивность поля является наименьшим размерным параметром задачи,  $\beta \ll m_e^2 \ll m_W^2$ . В таком «приближении слабого поля» разложение для пропагатора электрона может быть записано в виде [109]:

$$S(q) = i \frac{(q\gamma) + m_e}{q^2 - m_e^2} + \beta \frac{(q\gamma)_{\parallel} + m_e}{2(q^2 - m_e^2)^2} (\gamma\varphi\gamma) + \\ + \beta^2 \frac{2i \left[ (q_{\parallel}^2 - m_e^2) (q\gamma)_{\perp} - q_{\perp}^2 ((q\gamma)_{\parallel} + m_e) \right]}{(q^2 - m_e^2)^4} + \mathcal{O}(\beta^3). \quad (3.24)$$

Можно видеть, что в таком разложении вклад области малых виртуальных импульсов  $q^2 \sim m_e^2 \ll m_W^2$  в каждом последующем члене усиливается. При этом в случае «умеренного поля»  $m_e^2 \ll \beta \ll m_W^2$  разложение (3.24) неприменимо и необходимо использовать точное выражение (3.10) для пропагатора.

## 2.2. Пропагаторы в скрещенном поле

Приведем для полноты выражения для Фурье-образов трансляционно-инвариантных частей пропагаторов  $W$  и  $\Phi$  бозонов в произвольной  $\xi$ -калибровке в скрещенном поле. Эти выражения нетрудно получить из (3.11), (3.12) предельным переходом, при котором инвариант  $\beta$  стремится к нулю, а ковариант  $\beta\varphi_{\alpha\beta}$  остается конечным:

$$G_{\mu\nu}(q) = - \int_0^{\infty} ds e^{is(q^2 - \frac{1}{3}s^2 e^2(qFFq))} \left[ g_{\mu\nu} + 2s^2 e^2 (FF)_{\mu\nu} - 2seF_{\mu\nu} \right] - \\ - \frac{1}{m_W^2} \left( e^{-ism_W^2} - e^{-is\xi m_W^2} \right) \left[ q_\mu q_\nu + seq_\mu (Fq)_\nu + se(Fq)_\mu q_\nu + \right. \\ \left. + s^2 e^2 (Fq)_\mu (Fq)_\nu + \frac{i}{2} (eF_{\mu\nu} - e^2 (FF)_{\mu\nu}) \right], \quad (3.25)$$

$$D(q) = \int_0^{\infty} \exp(-is(\xi m_W^2 - q^2 + s^2 e^2(qFFq)/2)) ds. \quad (3.26)$$

### 2.3. Пропагатор электрона в разложении по уровням Ландау

Перепишем фурье-образ (3.10) трансляционно и калибровочно инвариантной части электронного пропагатора, вводя новую переменную интегрирования  $v = \beta s$ , в виде:

$$S(q) = \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} dv \exp(-i\rho v) \left\{ [(q\gamma)_{\parallel} + m_e] f_1(v) - \right. \\ \left. - [(q\gamma)_{\parallel} + m_e] \frac{(\gamma\varphi\gamma)}{2} f_2(v) - (q\gamma)_{\perp} f_3(v) \right\}, \quad (3.27)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} f_1(v) &= \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \\ f_2(v) &= \operatorname{tg} v \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \\ f_3(v) &= \frac{1}{\cos^2 v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \end{aligned} \quad (3.28)$$

а также  $\rho = (m_e^2 - q_{\parallel}^2)/\beta$ ,  $\alpha = q_{\perp}^2/\beta$ .

Поскольку функции  $f_j(v)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) являются периодическими,  $f_j(v) = f_j(v + n\pi)$ , разбивая область интегрирования  $(0, \infty)$  на отрезки  $(0, \pi), (\pi, 2\pi), \dots, (n\pi, (n+1)\pi) \dots$  и делая на каждом отрезке замену переменной  $v \rightarrow v + n\pi$ , можем записать:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dv \exp(-i\rho v) f_j(v) &= \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-i\rho n\pi) \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) f_j(v) = \\ &= \frac{1}{1 - \exp(-i\rho\pi)} A_j, \end{aligned} \quad (3.29)$$

где

$$A_j = \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) f_j(v). \quad (3.30)$$

Достаточно вычислить интеграл  $A_1$ , поскольку два других интеграла могут затем быть найдены по формулам:

$$\begin{aligned} A_2 &= i \frac{\partial}{\partial \alpha} A_1, \\ A_3 &= -\frac{i}{\alpha} (1 - e^{-i\rho\pi}) - \frac{\rho}{\alpha} A_1. \end{aligned} \quad (3.31)$$

В справедливости последнего соотношения легко убедиться, представляя интеграл  $A_3$  в виде:

$$A_3 = \frac{i}{\alpha} \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) \frac{d}{dv} \left( \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) \right) \quad (3.32)$$

и производя интегрирование по частям. Для вычисления  $A_1$  перепишем  $f_1(v)$  в виде

$$f_1(v) = \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) = \exp\left(\alpha \frac{-e^{-2iv} + 1}{-e^{-2iv} - 1}\right). \quad (3.33)$$

Правую часть этого равенства можно преобразовать, выразив через полиномы Чебышева–Лагерра:

$$L_n(x) = \frac{1}{n!} e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}). \quad (3.34)$$

Производящая функция для полиномов Чебышева–Лагерра определяется выражением

$$\frac{1}{1-t} \exp\left(-\frac{xt}{1-t}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n(x) t^n \quad (3.35)$$

для  $|t| < 1$ , откуда можно получить

$$\exp\left(-\frac{xt}{1-t}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [L_n(x) - L_{n-1}(x)] t^n \quad (3.36)$$

с доопределением  $L_{-1}(x) \equiv 0$ . Обозначая в правой части формулы (3.33)  $-e^{-2iv} = t$ ,  $2\alpha = x$  и используя тождество

$$\exp\left(\frac{x}{2} \frac{t+1}{t-1}\right) = \exp\left(-\frac{xt}{1-t}\right) \exp\left(-\frac{x}{2}\right), \quad (3.37)$$

преобразуем выражение для  $A_1$  к виду

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^{\pi} dv e^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ L_n(2\alpha) - L_{n-1}(2\alpha) \right] (-1)^n e^{-2in v} e^{-i\rho v} = \\ &= e^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n [L_n(2\alpha) - L_{n-1}(2\alpha)] \int_0^{\pi} dv \exp[-i(\rho + 2n)v] = \\ &= -ie^{-\alpha} (1 - e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\rho + 2n} \left[ L_n(2\alpha) - L_{n-1}(2\alpha) \right]. \end{aligned} \quad (3.38)$$



Используя соотношения (3.27), (3.29), (3.30), (3.31) и (3.38), окончательно записываем фурье-образ трансляционно и калибровочно инвариантной части электронного пропагатора в виде

$$S(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i}{q_{\parallel}^2 - m_e^2 - 2n\beta} \left\{ [(q\gamma)_{\parallel} + m_e] \times \right. \\ \left. \times \left[ d_n(\alpha) - \frac{i}{2} (\gamma\varphi\gamma) d'_n(\alpha) \right] - (q\gamma)_{\perp} 2n \frac{d_n(\alpha)}{\alpha} \right\}, \quad (3.39)$$

где  $\alpha = q_{\perp}^2/\beta$  и введены функции:

$$d_n(\alpha) = (-1)^n e^{-\alpha} [L_n(2\alpha) - L_{n-1}(2\alpha)]. \quad (3.40)$$

#### 2.4. Пропагаторы заряженных $W$ и $\Phi$ -бозонов в разложении по уровням Ландау

В случае если магнитное поле достаточно велико,  $B \gtrsim B_e = m_e^2/e$ , оказывается удобным использовать выражение для пропагатора электрона в виде разложения по уровням Ландау. Процедура получения такого выражения описана в статье [108] (см. также [109, 110]). Следует отметить, что в выражении для пропагатора, полученном в работе [108], содержится ошибка, а именно, слагаемое во второй строке формулы (4.33) должно содержать дополнительный множитель  $(-i)$ . Эта ошибка была исправлена в работе [109] (формулы (39) и (40)).

Аналогично электронному пропагатору, пропагаторы  $W$  и  $\Phi$ -бозонов также могут быть представлены в виде разложения по уровням Ландау. Как уже отмечалось во введении, в условиях ранней Вселенной могли существовать магнитные поля масштаба критического значения поля для

$W$ -бозона,  $B_W = m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс. В этом случае при исследовании процессов в ранней Вселенной знание пропагатора векторного бозона, представленного в виде разложения по уровням Ландау, может быть полезным.

Фурье-образ трансляционно инвариантной части пропагатора  $W$ -бозона (3.8) в произвольной  $\xi$ -калибровке представлен в формуле (3.11). Перепишем (3.11) в более удобном для вычислений виде:

$$\begin{aligned}
 G_{\mu\nu}(q) = & -\frac{1}{\beta} \int_0^\infty dv e^{-i\rho v} \left[ (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} f_1(v) - (\varphi\varphi)_{\mu\nu} f_2(v) - \varphi_{\mu\nu} f_3(v) \right] + \\
 & + \frac{1}{\beta m_W^2} \int_0^\infty dv (e^{-i\rho v} - e^{-i\rho_\xi v}) \left[ \left( q_\mu q_\nu + i \frac{\beta}{2} \varphi_{\mu\nu} \right) f_1(v) + \right. \\
 & \left. + \left( (\varphi q)_\mu q_\nu + q_\mu (q\varphi)_\nu - i \frac{\beta}{2} (\varphi\varphi)_{\mu\nu} \right) f_4(v) + (\varphi q)_\mu (q\varphi)_\nu f_5(v) \right], \tag{3.41}
 \end{aligned}$$

где введены функции:

$$\begin{aligned}
 f_1(v) &= \frac{1}{\cos v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \\
 f_2(v) &= \frac{\cos(2v)}{\cos v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \\
 f_3(v) &= \frac{\sin(2v)}{\cos v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v), \\
 f_4(v) &= \frac{\operatorname{tg} v}{\cos v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) = i \frac{\partial}{\partial \alpha} f_1(v), \\
 f_5(v) &= \frac{\operatorname{tg}^2 v}{\cos v} \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) = -\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} f_1(v), \tag{3.42}
 \end{aligned}$$

а также обозначено  $\rho = (m_W^2 - q_\parallel^2)/\beta$ ,  $\rho_\xi = (\xi m_W^2 - q_\parallel^2)/\beta$ ,  $\alpha = q_\perp^2/\beta$ .

Учитывая, что  $f_j(v + \pi n) = (-1)^n f_j(v)$  ( $j = 1, 2, 3, 4, 5$ ), разбивая область интегрирования  $(0, \infty)$  на отрезки  $(0, \pi)$ ,  $(\pi, 2\pi)$ ,  $\dots$  ( $n\pi, (n +$

1) $\pi$ )... и делая на каждом отрезке замену переменной  $v \rightarrow v + n\pi$ , можем записать:

$$\int_0^{\infty} dv \exp(-i\rho v) f_j(v) = \frac{1}{1 + \exp(-i\rho\pi)} A_j, \quad (3.43)$$

где введены интегралы:

$$A_j = \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) f_j(v), \quad (j = 1, 2, 3, 4, 5). \quad (3.44)$$

Целесообразно ввести вспомогательные интегралы:

$$C(\alpha) = \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) \cos v,$$

$$S(\alpha) = \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) \sin v,$$

$$\begin{aligned} E^{(\pm)}(\alpha) &= C(\alpha) \pm iS(\alpha) = \\ &= \int_0^{\pi} dv \exp[-i(\rho \mp 1)v] \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v). \end{aligned}$$

Интеграл  $A_1$  можно представить в виде:

$$A_1 = \frac{i}{\alpha} \int_0^{\pi} dv \exp(-i\rho v) \cos v \frac{d}{dv} \left( \exp(-i\alpha \operatorname{tg} v) \right) \quad (3.45)$$

и далее, производя интегрирование по частям, записать:

$$A_1 = \frac{i}{\alpha} \left[ -1 - \exp(-i\rho\pi) + i\rho C(\alpha) + S(\alpha) \right]. \quad (3.46)$$

Интегралы  $A_2$  и  $A_3$  выражаются через  $A_1$ ,  $C(\alpha)$  и  $S(\alpha)$ :

$$A_2 = 2C(\alpha) - A_1, \quad (3.47)$$

$$A_3 = 2S(\alpha). \quad (3.48)$$

Для того чтобы найти интегралы  $C(\alpha)$  и  $S(\alpha)$ , вычислим  $E^{(\pm)}(\alpha)$  и применим соотношения:

$$C(\alpha) = \frac{1}{2} \left[ E^{(+)}(\alpha) + E^{(-)}(\alpha) \right], \quad (3.49)$$

$$S(\alpha) = \frac{1}{2i} \left[ E^{(+)}(\alpha) - E^{(-)}(\alpha) \right]. \quad (3.50)$$

Интеграл  $E^{(\pm)}(\alpha)$  равен

$$E^{(\pm)}(\alpha) = -i [1 + \exp(-i\rho\pi)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d_n(\alpha)}{\rho + 2n \mp 1}. \quad (3.51)$$

Функции  $d_n(\alpha)$  определяются выражением:

$$d_n(\alpha) = (-1)^n e^{-\alpha} [L_n(2\alpha) - L_{n-1}(2\alpha)], \quad (3.52)$$

где  $L_n(x)$  — полиномы Чебышева–Лагерра:

$$L_n(x) = \frac{1}{n!} e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}). \quad (3.53)$$

Интегралы  $C(\alpha)$  и  $S(\alpha)$  получаем в виде:

$$C(\alpha) = -\frac{i}{2} [1 + \exp(-i\rho\pi)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d_n(\alpha) + d_{n-1}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}, \quad (3.54)$$

$$S(\alpha) = -\frac{1}{2} [1 + \exp(-i\rho\pi)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d_n(\alpha) - d_{n-1}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}. \quad (3.55)$$

При получении окончательных выражений для  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  необходимо использовать соотношение  $\sum_{n=0}^{\infty} d_n(\alpha) = 1$  (предполагается, что  $L_{-1}(x) \equiv 0$ ). Результаты могут быть представлены в более компактной форме, если выразить их через функции

$$\begin{aligned}
 \ell_n(\alpha) &= \frac{(n+1)d_{n+1}(\alpha) + nd_n(\alpha)}{2\alpha} = \\
 &= (-1)^n e^{-\alpha} L_n(2\alpha).
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

Интегралы записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= -2i(1 + e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ell_{n-1}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}, \\
 A_2 &= -i(1 + e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ell_n(\alpha) + \ell_{n-2}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}, \\
 A_3 &= -(1 + e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ell_n(\alpha) - \ell_{n-2}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}, \\
 A_4 &= 2(1 + e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ell'_{n-1}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}, \\
 A_5 &= 2i(1 + e^{-i\rho\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ell''_{n-1}(\alpha)}{\rho + 2n - 1}.
 \end{aligned}$$

Подставляя значения интегралов  $A_1 - A_5$  в выражение для пропада-

тора (3.41), находим [118–120]:

$$\begin{aligned}
 G_{\mu\nu}(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-i}{q_{\parallel}^2 - m_W^2 - \beta(2n-1)} & \left\{ 2(\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} \ell_{n-1}(\alpha) - \right. \\
 - (\varphi\varphi)_{\mu\nu} \left( \ell_n(\alpha) + \ell_{n-2}(\alpha) \right) & + i\varphi_{\mu\nu} \left( \ell_n(\alpha) - \ell_{n-2}(\alpha) \right) + \\
 + \frac{\xi-1}{q_{\parallel}^2 - \xi m_W^2 - \beta(2n-1)} & \left[ \left( 2q_{\mu}q_{\nu} + i\beta\varphi_{\mu\nu} \right) \ell_{n-1}(\alpha) + \right. \\
 + i \left( 2(\varphi q)_{\mu}q_{\nu} + 2q_{\mu}(q\varphi)_{\nu} - i\beta(\varphi\varphi)_{\mu\nu} \right) & \left. \ell'_{n-1}(\alpha) - 2(\varphi q)_{\mu}(q\varphi)_{\nu} \ell''_{n-1}(\alpha) \right] \left. \right\}. \tag{3.57}
 \end{aligned}$$

Следует отметить особенность, которую содержит вклад основного уровня  $n = 0$  в пропагатор  $W$ -бозона, в отличие от вклада основного уровня Ландау в пропагатор электрона. Для  $W$ -бозона этот вклад не зависит от калибровки и имеет вид:

$$G_{\mu\nu}^{(0)}(q) = \frac{-i}{q_{\parallel}^2 - m_W^2 + \beta} e^{-q_{\perp}^2/\beta} [ -(\varphi\varphi)_{\mu\nu} + i\varphi_{\mu\nu} ], \tag{3.58}$$

то есть содержит полюс при  $q_{\parallel}^2 = m_W^2 - \beta$ .

Таким образом, если магнитное поле приближается к критическому значению поля для  $W$ -бозона,  $B_W = m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс, возникает так называемая неустойчивость теории возмущений  $W$ -бозонного вакуума (см., например, [121]).

Пропагатор  $\Phi$ -бозона в  $\xi$ -калибровке,  $D(q)$ , как и в случае слабого поля, восстанавливается из (3.57) в виде:

$$D(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i\ell_{n-1}(\alpha)}{q_{\parallel}^2 - \xi m_W^2 - \beta(2n-1)}. \tag{3.59}$$

Нужно заметить, что суммирование по  $n$  в формуле (3.59) формально начинается с  $n = 0$ , но фактически с  $n = 1$ , т.к. по определению  $\ell_{-1}(\alpha) = 0$ , поэтому пропагатор  $\Phi$ -бозона, как и следовало ожидать, не содержит полюса при  $q_{\parallel}^2 = \xi m_W^2 - \beta$ .

## Заключение

В настоящей диссертации исследуются процессы распространения нейтрино в горячей плотной плазме и магнитном поле. Проанализированы возможные проявления рассматриваемых процессов в условиях, характерных для астрофизических объектов, таких как сверхновые, нейтронные звёзды (в первую очередь, магнитары), красные гиганты. В диссертации решены также несколько сопутствующих задач, получено выражение для собственно энергетический оператора нейтрино в пределе сверхвысоких энергий, найдены различные представления пропагаторов заряженных частиц в магнитном поле.

В диссертации представлены следующие результаты:

- 1) Получены формулы для вычисления собственно энергетического оператора нейтрино, а, следовательно, и дополнительной энергии нейтрино и антинейтрино в «холодной» и горячей плазме, основанные на использовании точных выражений для пропагаторов  $W$ - и  $Z$ -бозонов, при сверхвысоких энергиях нейтрино.
- 2) Проанализированы кинематически допустимые области для процесса нейтринного радиационного перехода с переворотом спиральности. Показано, что для нейтрино и антинейтрино сверхвысоких энергий процессы рождения  $W$ - и  $Z$ -бозонов в плазме являются доминирующими, тогда как процесс «нейтринного спинового света» кинематически запрещён практически во всех реальных астрофизических ситуациях.
- 3) Проведен анализ формулы для вероятности процесса нейтринного



рождения электрон-позитронных пар в пределе умеренно сильного магнитного поля. Получена формула для лидирующего вклада в вероятность процесса в рассматриваемом пределе. Выполнено численное интегрирование полученного выражения, результат аппроксимирован аналитической функцией.

- 4) Получены выражения для пропагаторов заряженных векторного  $W$ - и скалярного  $\Phi$ -бозонов стандартной модели в постоянном однородном магнитном поле в произвольной  $\xi$ -калибровке в виде разложения по уровням Ландау. Описаны различные представления пропагаторов заряженных частиц в постоянном однородном магнитном поле, которые следует использовать при анализе электрослабых процессов в сильном внешнем поле.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [61–64, 98, 118–120].

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Кузнецову Александру Васильевичу за неизменную поддержку и внимание к работе. Автор признателен за полезные дискуссии Н. В. Михееву, Е. В. Осокиной и А. А. Округину.

## Литература

- [1] Khlopov M. Yu. *Cosmoparticle Physics* // Singapore: World Scientific Publ. Company, 1999, 596 pp.
- [2] Сахаров А. Д. Нарушение CP-инвариантности. C-асимметрия и барионная асимметрия Вселенной // *ЖЭТФ, Письма в редакцию*, 1967. Т. 5, В. 1.
- [3] Peccei R. D., Quinn H. R. CP conservation in the presence of pseudoparticles. // *Phys. Rev. Lett.*, 1977. V. 38, № 25, P. 1440 – 1443.
- [4] Peccei R. D., Quinn H. R. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. // *Phys. Rev. D*, 1977. V. 16, № 6, P. 1791 – 1797.
- [5] Хлопов М. Ю. *Основы космомикрoфизики* // М.: Едиториал УРСС, 2004. 368 С.
- [6] Raffelt G. G. *Stars as laboratories for fundamental physics*. // Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 P.
- [7] Понтекoрво Б. М. Мезоний и антимезоний // *Журн. эксперим. и теор. физики*, 1957. Т. 33, Вып. 2, С. 549 – 551.
- [8] Понтекoрво Б. М. Обратные  $\beta$ -процессы и несохранение лептонного заряда // *Журн. эксперим. и теор. физики*, 1958. Т. 34, Вып. 1, С. 247 – 249.
- [9] Epelbaum E., Krebs H., Lihde T. A. *et al.* Dependence of the triple-alpha process on the fundamental constants of nature // *Eur. Phys. J. A*, 2013. P. 49 – 82.

- [10] Потехин А. Ю. Физика нейтронных звёзд / УФН, 2010. Вып. 180, С. 1279—1304.
- [11] Bodmer A. R. Collapsed Nuclei // Phys. Rev. D, 1971. V. 4, P. 1601.
- [12] Witten E. Cosmic separation of phases// Phys. Rev. D, 1984. V. 30, P. 272.
- [13] Bombaci I. Strange star candidates // eConf C010815, 2002. P. 29 – 35.
- [14] Janka H. -Th., Marek A., Mueller B. *et al.* Supernova explosions and the birth of neutron stars // AIP Conf.Proc., 2008. V. 983, P. 369 – 378.
- [15] Bahcall J. N., Glashow S. L., Upper limit on the mass of the electron neutrino // Nature, 1987. V. 326, P. 476 – 477.
- [16] Martinez-Pinedo G., Fischer T., Huther L. Supernova neutrinos and nucleosynthesis // E-print: arXiv:astro-ph.HE/1309.5477
- [17] Lund T., Marek A., Lunardini C. *et al.* Fast time variations of supernova neutrino fluxes and their detectability // E-print: arXiv:astro-ph.HE:1006.1889
- [18] Dar A. Neutrino magnetic moment may solve the supernovae problem. Princeton: Inst. Advanced Study Preprint-87-0178, 1987.
- [19] Кузнецов А. В., Михеев Н. В., Округин А. А. Магнитный момент дираковского нейтрино и динамика взрыва сверхновой // Письма в ЖЭТФ, 2009. Т. 89, В. 3, С. 115 – 120.
- [20] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Okrugin A. A. Reexamination of a bound on the dirac neutrino magnetic moment from the Supernova neutrino luminosity // Int. J. Mod. Phys. A, 2009. V. 24, P. 5977 – 5989.

- [21] Имшенник В. С., Надежин Д. К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // Успехи физ. наук. 1988. Т. 156, В. 4, С. 561 – 651.
- [22] Raffelt G. G. Supernova neutrino observations: What can we learn? // Nuclear Physics B (Proc. Suppl.) 2011. V. 221, P. 218 – 229.
- [23] Keil W., Janka H. -T., Schramm D. N. *et al.* Fresh Look at Axions and SN 1987A // Phys.Rev. D, 1997. V. 56, P. 2419 – 2432.
- [24] Antonioli P., Fienberg R. T., Fleurot F. *et al.* SNEWS: The Supernova Early Warning System // New J.Phys., 2004. P.6 – 114.
- [25] Basudeb D. Physics and Astrophysics Opportunities with Supernova neutrinos // PoS ICHEP. 2010. P. 294.
- [26] Куденко Ю. Г., Нейтринная физика: год угла смешивания Q13 // Природа. 2012. № 11., С. 3 – 13.
- [27] Fields B. D., Hochmuth K. A. Imaging the Earth’s Interior: the Angular Distribution of Terrestrial neutrinos // Earth Moon Planets, 2006. V. 99, P. 155 – 181.
- [28] Stancil D. D., Adamson P., Alania M. *et al.* Demonstration of Communication using neutrinos // Mod. Phys. Lett. A, 2012. V. 27, P. 1250077.
- [29] Ando S., Beacom J. F., Yuksel H. Detection of neutrinos from Supernovae in Nearby Galaxies // Phys. Rev. Lett., 2005. V. 95, P. 171101.

- [30] Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W. New Evidence for Proton Cyclotron Resonance in a Magnetar Strength Field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J.*, 2003. V. 584, P. L17 – L22.
- [31] Duncan R. C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.*, 1992. V. 392, № 1, P. L9 – L13.
- [32] McGill Pulsar Group SGR/AXP Online Catalog, Доступно по адресу: [<http://www.physics.mcgill.ca/~pulsar/magnetar/main.html>](дата обращения 30.09.2013)
- [33] Tiengo A., Esposito P., Mereghetti S. *et al.* A variable absorption feature in the X-ray spectrum of a magnetar // *Nature*, 2013. V. 500, P. 312.
- [34] Бисноватый-Коган Г. С. О механизме взрыва вращающейся звезды как сверхновой // *Астрон. журн.*, 1970. Т. 47, С. 813.
- [35] Бисноватый-Коган Г. С. Физические вопросы теории звездной эволюции. // М.: Наука, 1989. 487 С.
- [36] Dall’Osso S., Shore S. N., Stella L. Early evolution of newly born magnetars with a strong toroidal field // *Mon. №t. R. Astron. Soc.*, 2009. V. 398, P. 1869.
- [37] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field. // *Astron. Astrophys.*, 1995. V. 301, № 9, P. 757 – 775.
- [38] Малов И.Ф., Радиопульсары // М.: Наука, 2004. 191 С.

- [39] Kunze K.E. Cosmological Magnetic Fields // E-print: arXiv:astro-ph.CO:1307.2153
- [40] Vachaspati T. Magnetic fields from cosmological phase transitions // Phys. Lett. B, 1991. V. 265, № 3 – 4, P. 258 – 261.
- [41] Ambjørn J., Olesen P. Electroweak magnetism,  $W$ -condensation and anti-screening // In: Proc. of 4th Hellenic School on Elementary Particle Physics, Corfu, 1992.
- [42] Grasso D., Rubinstein H.R. Magnetic fields in the early Universe // Phys. Rep., 2001. V. 348, № 3, P. 163 – 266.
- [43] Grasso D., Rubinstein H.R. Revisiting Nucleosynthesis Constraints on Primordial Magnetic Fields // Phys.Lett. B, 1996. V. 379, P. 73 – 79.
- [44] Cheng B., Olinto A.V., Schramm D.N. *et al.* Constraints on the Strength of Primordial Magnetic Fields from Big Bang Nucleosynthesis Revisited // Phys.Rev. D, 1996. V. 54, P. 4714 – 4718.
- [45] Kawasaki M., Kusakabe M. Updated constraint on a primordial magnetic field during big bang nucleosynthesis and a formulation of field effects // Phys.Rev. D, 2012. V. 86, P. 063003.
- [46] Тернов И. М., Дорофеев О. Ф. Квантовые эффекты в экстремально сильном магнитном поле // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1994. Т. 25, В. 1.
- [47] Гинзбург В. Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными (тридцать лет спустя,

причем уже на пороге XXI века)? // Успехи физ. наук, 1999. Т. 169, В. 4, С. 419 – 441.

- [48] Munakata H., Kohiyama Y., Itoh N. Neutrino energy loss in stellar interiors // *Astrophys. J.*, 1985. V. 296, № 1, P. 197 – 203.
- [49] Schinder P. J., Schramm D. N., Wiita P. J. *et al.* Neutrino emission by the pair, plasma, and photo processes in the Weinberg-Salam model // *Astrophys. J.*, 1987. V. 313, № 2, P. 531 – 542.
- [50] Braaten E. Emissivity of a hot plasma from photon and plasmon decay // *Phys. Rev. Lett.*, 1991. V. 66, № 13, P. 1655 – 1658.
- [51] Studenikin A. Quantum treatment of neutrino in background matter // *J. Phys. A: Math. Gen.*, 2006. V. 39, P. 6769 – 6776.
- [52] Studenikin A. Method of wave equations exact solutions in studies of neutrinos and electrons interaction in dense matter // *J. Phys. A: Math. Gen.*, 2008. V. 41, P. 164047 (1 – 17).
- [53] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Plasma induced neutrino radiative decay instead of neutrino spin light // *Mod. Phys. Lett. A*, 2006. V. 21, № 23, P. 1769 – 1775.
- [54] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Plasma induced fermion spin-flip conversion  $f_L \rightarrow f_R + \gamma$  // *Int. J. Mod. Phys. A*, 2007. V. 22, № 19, P. 3211 – 3227.
- [55] Notzold D., Raffelt G. G. Neutrino dispersion at finite temperature and density // *Nucl. Phys. B*, 1988. V. 307, N 4, P. 924 – 936.

- [56] Elmfors P., Grasso D., Raffelt G. Neutrino dispersion in magnetized media and spin oscillations in early Universe // Nucl. Phys. B, 1996. V. 479, № 1 – 2, P. 3 – 24.
- [57] Langacker P., Liu J. Standard model contributions to the neutrino index of refraction in the Early Universe // Phys. Rev. D, 1992. V. 46, № 10, P. 4140 – 4160.
- [58] Lunardini C., Smirnov A. Yu. The minimum width condition for neutrino conversion in matter // Nucl. Phys. B, 2000. V. 583, P. 260 – 290.
- [59] Lunardini C., Smirnov A. Yu. High-energy neutrino conversion and the lepton asymmetry in the universe // Phys. Rev. D, 2001. V. 64, № 7, P. 073006 (1 – 21).
- [60] Sahu S., Hwang W.-Y.P. Effective potential for highly relativistic neutrinos in a weakly magnetized medium and their oscillation // Eur. Phys. J. C, 2008. V. 58, P. 609 – 615.
- [61] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Шитова А.М. Собственно-энергетический оператор нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий // Вестник Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, 2011. № 1, С. 22 – 28.
- [62] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Shitova A. M. Ultra-high energy neutrino dispersion in plasma and radiative transition  $\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma$  // International Journal of Modern Physics A, 2011. V. 26, № 27, 28, P. 4773 – 4784.



- [63] Кузнецов А. В., Михеев Н. В., Шитова А. М. Собственно энергетический оператор нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий // Ядер. Физика, 2013. Т. 76, Вып. 11, С. 1425 – 1432.
- [64] Шитова А. М. Дополнительная энергия нейтрино в плазме в пределе сверхвысоких энергий и радиационный переход  $\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma$  // Путь в науку. Физика: Материалы Международной молодежной научно-практической конференции/Гл. ред. С.П. Зимин. Ярославль: ЯрГУ, 2013. 115 с. С. 39.
- [65] Grigoriev A., Lokhov A., Studenikin A., Ternov A. The effect of plasmon mass on spin light of neutrino in dense matter // Phys.Lett. B, 2012. V. 718, P. 512 – 515.
- [66] Wolfenstein L., neutrino oscillations in matter// Phys. Rev. D, 1978. V. 17, № 9, P. 2369 – 2374.
- [67] Комминс Ю., Буксбаум Ф., Слабые взаимодействия лептонов и кварков // М.: Энергоатомиздат, 1987. 422 С.
- [68] Braaten E., Segel D., Neutrino energy loss from the plasma process at all temperatures and densities // Phys. Rev. D, 1993. V. 48, № 4, P. 1478.
- [69] Ораевский В. Н., Семикоз В. Б., Смородинский Я. А. Поляризационные потери и индуцированный электрический заряд нейтрино в плазме // Письма в ЖЭТФ, 1986. Т. 43, Вып. 12, С. 549 – 551.
- [70] Nieves J. F., Pal P. B. Electromagnetic properties of neutrinos in a medium // Phys. Rev. D, 1989. V. 40, P. 1693.

- [71] Lewin L., Polylogarithms and Associated Functions. // New York: North-Holland, 1981, 359 pp.
- [72] Janka H. -Th., Langanke K., Marek A. *et al.* Theory of core-collapse Supernovae // Phys.Rept., 2007. V.442, № 1 – 6, P. 38 – 74.
- [73] Kitaura F.S., Janka H.-Th., Hillebrandt W. Explosions of O-Ne-Mg cores, the Crab Supernova, and subluminous Type II-P Supernovae // Astron. Astrophys., 2006. V. 450, № 1, P. 345 350.
- [74] Кузнецов А. В, Михеев Н. В. Электрослабые процессы во внешней активной среде // Ярославль: ЯрГУ, 2010, 336 с.
- [75] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Raffelt G. G., Vassilevskaya L. A. Neutrino dispersion in external magnetic fields // Phys. Rev. D, 2006. V. 73, № 2, P. 023001 (1 – 8).
- [76] Sarikas S., Tamborra I., Raffelt G. G. *et al.* Supernova neutrino halo and the suppression of self-induced flavor conversion // Phys. Rev. D, 2012. V. 85, P. 113007.
- [77] Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика, 1975. № 10. С. 142 – 143.
- [78] Loskutov Yu. M., Skobelev V. V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. A, 1976. V. 56. № 3. P. 151 – 152.
- [79] Скобелев В. В. Фотогенерация нейтрино и аксионов на при стимулирующем влиянии сильного магнитного поля // Журн. эксперим. и теор. физики, 2001. Т. 120, В. 4, С. 786 – 796.

- [80] Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields // *Phys. Rev. D*, 1996. V. 54, N 9, P. 5674 – 5685.
- [81] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. neutrino energy and momentum loss through the process  $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$  in a strong magnetic field // *Phys. Lett. B*, 1997. V. 394, N 1,2, P. 123 – 126.
- [82] Ритус В. И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // *Тр. ФИАН СССР «Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле»*. М.: Наука, 1979. Т. 111, С. 5 – 151.
- [83] Чобан Э. А., Иванов А. Н. Рождение лептонных пар высокоэнергетическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны // *Журн. эксперим. и теор. физики*, 1969. Т. 56, В. 1, С. 194 – 200.
- [84] Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Лысов Б. А. Рождение электрон позитронной пары нейтрино в магнитном поле // *Изв. вузов. Физика*, 1983. № 8, С. 30 – 34.
- [85] Книжников М. Ю., Татаринцев А. В. Рождение электрон позитронной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // *Вестн. МГУ. Серия «Физика, астрономия»*, 1984. Т. 25. № 3, С. 26 – 30.
- [86] Borisov A. V., Ternov A. I., Zhukovsky V. Ch. Electron positron pair production by a neutrino in an external electromagnetic field // *Phys. Lett. B*, 1993. V. 318, № 3, P. 489 – 491.

- [87] Борисов А. В., Заморин Н. Б. Рождение электрон позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // Ядер. физика, 1999. Т. 62, В. 9, С. 1647 – 1656.
- [88] Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Нейтринное рождение электрон позитронных пар в магнитном поле // Ядер. физика, 1997. Т. 60, В. 11, С. 2038 – 2047.
- [89] Михеев Н. В., устный доклад на научной сессии-конференция Секции ядерной физики Отделения физических наук РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», Москва, 5-9 декабря, 2005.
- [90] Гвоздев А. А., Осокина Е. В., Эффективность рождения электрон-позитронной плазмы в процессах взаимодействия нейтрино с сильно замагниченной средой, презентация доклада на Международной сессии-конференции Секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», НИЯУ МИФИ, 2012г. Доступно по адресу: [http://www.icssnp.mephi.ru/content/file/section9/9\\_09\\_osokina.pdf](http://www.icssnp.mephi.ru/content/file/section9/9_09_osokina.pdf) (дата обращения 30.09.2013)
- [91] Боровков М. Ю., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Однопетлевая амплитуда перехода  $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow j'$  во внешнем электромагнитном поле // Ядер. физика, 1999. Т. 62, В. 9, С. 1714 – 1722.
- [92] Чугай Н. Н. Спиральность нейтрино и пространственные скорости пульсаров // Письма в астрон. журн., 1984. Т. 10, В. 3, С. 210 – 213.

- [93] Дорофеев О. Ф., Родионов В. Н., Тернов И. М. Анизотропное излучение нейтрино от бета-распада в сильном магнитном поле // Письма в астроном. журн., 1985. Т. 11, В. 4. С. 302 – 309.
- [94] Vilenkin A. Parity Nonconservation and neutrino transport in magnetic fields // *Astrophys. J.*, 1995. V. 451, № 10, P. 700 – 702.
- [95] Horowitz C. J., Piekarewicz J. Macroscopic parity violation and Supernova asymmetries // *Nucl. Phys. A*, 1998. V. 640, № 2, P. 281 – 290.
- [96] Horowitz C. J., Gang Li. Cumulative parity violation in Supernovae // *Phys. Rev. Lett.*, 1998. V. 80, № 17, P. 3694 – 3697.
- [97] Baier V. N., Katkov V. M. Pair creation by a photon in a strong magnetic field // *Physical Review D*, 2007. V. 75, P. 073009.
- [98] Шитова А. М. Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар в пределе «умеренно сильного» магнитного поля // *Ярославский педагогический вестник*, 2013. Т. 3, № 4, С. 72 – 77.
- [99] Гвоздев А. А. Огнев И. С. Эффективность рождения электрон-позитронных пар нейтринным потоком с аккреционного диска керровской черной дыры // *Письма в ЖЭТФ*, 2001. Т. 74, С. 330-334.
- [100] Zalamea I., Beloborodov A. M., Neutrino heating near hyper-accreting black holes // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2011. V. 410, P. 2302 – 2309.
- [101] Bisnovaty-Kogan G. S. Asymmetric neutrino emission and formation of rapidly moving pulsars // *Astron. Astrophys. Trans.*, 1993. V. 3, № 4. P. 287 – 294.

- [102] Гвоздев А. А., Огнев И. С. Влияет ли сильное магнитное поле на нейтринное нагревание ударной волны сверхновой? // Письма в Астрон. Ж., 2005. Т.31, С. 496 – 499.
- [103] 't Hooft G., Veltman M. J. G. Regularization and Renormalization of Gauge Fields // Nucl. Phys. B, 1972. V. 44, P. 189 – 213.
- [104] Высоцкий М. И. Лауреаты Нобелевской премии 1999 года по физике Г. 'т Хофт и М. Велтман // Природа, 2000. № 1, С. 75.
- [105] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev., 1951. V. 82, N 5, P. 664 – 679.
- [106] Фок В.А. Собственное время в классической и квантовой механике // Изв. Акад. Наук СССР (физ.), 1937. Вып. 4–5. С. 551 -- 568.
- [107] Новожилов Ю. В., Новожилов В. Ю. Владимир Александрович Фок (к столетию со дня рождения) // Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2000. Т. 31, Вып. 1, С. 5.
- [108] Chodos A., Everding K., Owen D. A., QED with a chemical potential: The case of a constant magnetic field // Phys. Rev. D, 1990. V. 42, № 8. P. 2881 – 2892.
- [109] Chyi T. K., Hwang C.-W., Kao W. F. *et al.* The weak-field expansion for processes in a homogeneous background magnetic field // Phys. Rev. D, 2000. V. 62, № 10, P. 105014 (1 – 13).
- [110] Kuznetsov A. V., Okrugin A. A. The exact electron propagator in a magnetic field as the sum over Landau levels on a basis of the Dirac

equation exact solutions // Int. J. Mod. Phys. A, 2011. V. 26, № 16, P. 2725 – 2733.

- [111] Elizalde E., Ferrer E. J., de la Incera V. Neutrino self-energy and index of refraction in strong magnetic field: A new approach // Ann. of Phys., 2002. V. 295, № 1, P. 33 – 49.
- [112] Elizalde E., Ferrer E. J., de la Incera V. neutrino propagation in a strongly magnetized medium // Phys. Rev. D, 2004., V. 70, № 4, P. 043012 (1 – 19).
- [113] Erdas A., Lissia M. High-energy neutrino conversion into an electron- $W$  pair in a magnetic field and its contribution to neutrino absorption // Phys. Rev. D., 2003. V. 67, № 3, P. 033001 (1 – 6).
- [114] Bhattacharya K., Sahu S. Neutrino absorption by  $W$  production in the presence of a magnetic field // Eur. Phys. J. C., 2009, V. 62, № 3, P. 481 – 489.
- [115] Kuznetsov A. V., Mikheev N., V., Serghienko A. V. High energy neutrino absorption by  $W$  production in a strong magnetic field // Phys. Lett. B, 2010. V. 690, № 4, P. 386 – 389.
- [116] Erdas A., Isola C. Neutrino self-energy in a magnetized medium in arbitrary  $\xi$ -gauge // Phys. Lett. B, 2000. V. 494, № 3 – 4. P. 262 – 272.
- [117] Erdas A., Feldman G. Magnetic field effects on Lagrangians and neutrino self-energies in the Salam-Weinberg theory in arbitrary gauges // Nucl. Phys. B, 1990. V. 343, № 3, P. 597 – 621.

- [118] Кузнецов А. В., Округин А. А., Шитова А. М. Пропагаторы заряженных частиц во внешнем магнитном поле в разложении по уровням Ландау // Вестник Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, 2012. № 2, С. 40 – 47.
- [119] Шитова А. М. Пропагаторы W-бозона и скалярного  $\Phi$ -бозона в произвольной  $\xi$ -калибровке в разложении по уровням Ландау // Путь в науку. Физика: Материалы Международной молодежной научно-практической конференции/Гл. ред. С.П. Зимин. Ярославль: ЯрГУ. 2013, 115 с., С. 40.
- [120] Кузнецов А. В., Округин А. А., Шитова А. М. Пропагаторы заряженных частиц во внешнем магнитном поле в разложении по уровням Ландау // Тезисы докладов Международной Сессии-Конференции Секции Ядерной Физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» 2012. М.: НИЯУ МИФИ, 2012, 152 с., С. 148.
- [121] Скалозуб В. В. Структура вакуума в теории Вайнберга Салама // Ядер. физ., 1987. Т. 45, Вып. 6, С. 1708 – 1718.