Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН)

На правах рукописи

Лучук Станислав Владимирович

Квазиупругое взаимодействие мюонных нейтрино заряженным током в экспериментах MiniBooNE и NOvA

1.3.15 — Физика атомных ядер и элементарных частиц,

физика высоких энергий

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук Анатолий Викторович Буткевич

Mockba - 2023

Оглавление

Вве	дение	4
Глан	ва 1. Рассеяние лептонов на ядрах	24
1.1	Сечения квазиупругого рассеяния электронов и нейтрино на ядрах .	24
1.2	Нуклоны на внемассовой поверхности	29
1.3	Форм-факторы нуклона	32
1.4	Вклады токов обменных мезонов	34
Глан	ва 2. Модели взаимодействия лептонов с ядрами	38
2.1	Волновые функции связанных в ядре нуклонов	38
2.2	Релятивистская модель искаженных волн в импульсном приближении	43
2.3	Параметризации 2p-2h MEC	46
2.4	Определение аксиального форм-фактора $F_A(Q^2)$ из распределения	
	$d\sigma/dQ^2$	49
Глан	ва 3. Проверка RDWIA+MEC модели на данных по рассеянию электро-	
	НОВ	52
3.1	Электромагнитные функции отклика	52
3.2	Двойные дифференциальные сечения рассеяния ${ m ^{12}C}(e,e')$	56
3.3	Эффекты большой аксиальной массы M_A и двух-частичных токов	
	2p-2h MEC в рассеянии нейтрино	64
Глан	ва 4. Определение аксиальной массы и оценка сечений при энергиях экс-	
	перимента NOvA	71
4.1	Аксиальная масса в модели RDWIA+MEC	71
4.2	Сравнение сечений, полученных в RDWIA+MEC, RPA+MEC и SuSAv2-	
	МЕС моделях	81

4.3 КУ подобные сечения при энергиях эксперимента NOvA	83
Заключение	95
Литература	98

Введение

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

Современные эксперименты с солнечными [1-8], атмосферными [9-12], реакторными [13] и ускорительными [14, 15] нейтрино доказывают существование их осцилляций, т. е. переходов нейтрино из одного флейворного состояния в другое. Так называемым флейворным состояниям отвечают электронные, мюонные и тау-нейтрино. Осцилляции нейтрино не могут быть объяснены в рамках Стандартной Модели, согласно которой они являются безмассовыми частицами. Таким образом, для объяснения физики нейтрино необходимо расширение Стандартной Модели. Существование осцилляций говорит о том, что нейтрино обладают массами и их флейворные состояния α являются суперпозицией массовых состояний u_i (i = 1, 2, 3) с массами m_i , т.е. $u_{lpha} = \sum U_{lpha i}
u_i$, где $U_{lpha i}$ элементы матрицы смешивания Понтекорво-Маки-Накагава-Саката. Гипотеза о возможном смешивании была предложена Б.М. Понтекорво [16, 17], З. Маки, М. Накагава и С.Саката [18] до начала экспериментов с солнечными нейтрино, в которых измеренный поток оказался в три раза меньше ожидаемого. Такое несоответствие стали называть: "Проблема солнечных нейтрино". Результаты этих экспериментов удалось объяснить в рамках гипотезы осцилляций нейтрино с учетом эффекта вещества [19–21]. В эксперименте СуперКамиоканде [1] с атмосферными нейтрино, который начался гораздо позднее экспериментов с солнечными нейтрино, также наблюдался дефицит исходных мюонных нейтрино. Этот дефицит удалось объяснить с помощью осцилляций в вакууме. Матрица смешивания $U_{\alpha i}$ зависит от трех углов смешивания θ_{ij} , фазы нарушения CP - инвариантности δ и трех разностей квадратов масс $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ (i = 1, 2, 3). Из экспериментов с атмосферными, ускорительными и реакторными (анти)нейтрино получены следующие результаты для нормальной иерархии масс $m_1 < m_2 < m_3$ (НИ): $|\Delta m_{23}^2| = (2.453 \pm 0.033) \cdot 10^{-3} \ \mathrm{sB}^2$ (НИ), $\sin^2 \theta_{23} = 0.546 \pm 0.021 (HII)$ и для обратной иерархии масс $m_3 < m_1 < m_2 (OII)$: $|\Delta m_{23}^2| = (2.536 \pm 0.034) \cdot 10^{-3} \ \text{эB}^2(\text{OH}), \ \sin^2\theta_{23} = 0.539 \pm 0.022(\text{OH}).$ Из результатов экспериментов с солнечными и реакторными (анти)нейтрино следует, что $|\Delta m_{21}^2| = 7.50^{+0.22}_{-0.20} \cdot 10^{-5} \ \text{эB}^2, \ \sin^2\theta_{21} = 0.318 \pm 0.016.$ В экспериментах с реакторными (анти)нейтрино получены значения: $\sin^2\theta_{13} = 2.200^{+0.069}_{-0.062} \cdot 10^{-2}(\text{HH}), \ \sin^2\theta_{13} = 2.225^{+0.064}_{-0.070} \cdot 10^{-2}(\text{OH}).$ И из экспериментов с ускорительными (анти)нейтрино следует, что $\delta/\pi = 1.08^{+0.13}_{-0.12}(\text{HH}), \ \delta/\pi = 1.58^{+0.15}_{-0.16}(\text{OH}).$

В настоящее время продолжается изучение свойств нейтрино. Одной из важных целей действующих и планируемых [22–24] нейтринных экспериментов является определение значения угла θ_{23} ($\theta_{23} > \pi/4$ или $\theta_{23} < \pi/4$), фазы нарушения *CP* инвариантности δ и определение иерархии масс нейтрино. При прохождении нейтрино через вещество физика осцилляций изменяется из-за, так называемого, эффекта вещества. Эффект вещества зависит от упорядочивания массовых состояний нейтрино и, таким образом, чувствителен к иерархии масс нейтрино. Благодаря эффекту вещества в Солнце мы знаем, что ν_1 легче, чем ν_2 . Для секторов $\nu_1(\nu_2)$ и ν_3 , эффекты вещества в Земной коре значительны(около 30%) для энергий нейтрино $\varepsilon_{\nu} \sim 1 \div 5$ ГэВ и длин траекторий нейтрино $L \sim 10^3$ км.

Осцилляции изучают в экспериментах с ускорительными нейтрино [22, 25], в которых используются пучки нейтрино с большими мощностями, достигающими несколько сотен киловатт. Это позволяет существенно снизить статистические ошибки. Энергии нейтрино в пучке варьируются в диапазоне от 0.6 до 5 ГэВ. Для уменьшения систематических ошибок, которые в основном обусловлены неопределенностями в потоках нейтрино, калибровкой детектора и сечениями взаимодействия нейтрино с ядрами, используется два детектора: ближний и дальний (по расстоянию от источника пучка нейтрино). Расстояния между детекторами составляют от 300 до 800 км. Энергия пучка нейтрино и расстояние между детекторами выбираются так, чтобы эксперимент был наиболее чувствителен к эффектам осцилляций, которые проявляются при энергиях $E_{\nu} \approx \Delta m^2 L$, где L - расстояние между детекторами. На ближнем детекторе измеряются спектры событий от взаимодействия пучка мюонных нейтрино без эффектов осцилляций, а на дальнем - от пучка нейтрино искаженного эффектами осцилляций. Таким образом, можно определить вероятность осцилляций, взависимости от энергии нейтрино, что позволяет найти значения параметров осцилляций. Восстановление энергии нейтрино является основной проблемой ускорительных осцилляционных экспериментов.

В энергетическом диапазоне 0.6 - 5 ГэВ основной вклад в сечение рассеяния нейтрино на ядрах дают взаимодействия заряженным током (3T): квазиупругие (КУ) с учетом вклада токов обменных мезонов (ОМ), процессы с рождением резонансов (РЕЗ) и глубоко неупругие процессы. В экспериментах с энергиями нейтрино меньше 1 ГэВ, где доминируют КУ и ОМ процессы, используется кинематический метод восстановления энергии нейтрино. В квазиупругом взаимодействии рождаются две частицы: мюон и протон. Простая кинематика КУ процессов позволяет восстановить энергии нейтрино по измеренным углу вылета и энергии мюона. Точность этого метода обусловлена точностью восстановления угла и импульса мюона, а также чистотой отбора КУ событий. Возможность хорошо восстанавливать траектории частиц, в свою очередь, зависит от характеристик детектора. Помимо этого, точность кинематического метода ограничена ядерными эффектами и точностью их моделирования. При энергиях нейтрино $\varepsilon_{\nu} \geq 2$ ГэВ вклад КУ рассеяния меньше 40% и, следовательно, оценка энергии налетающего нейтрино производится с помощью калориметрического метода восстановления энергии, который активно используется в экспериментах. Сохранение полной энергии в ЗТ нейтринных взаимодействиях означает, что $\varepsilon_{\nu} = \varepsilon_f + \varepsilon_h$, где ε_f и ε_h - лептонная и адронная энергии соответственно. Энергия мюона восстанавливается по измеренной длине трека в детекторе. Адронная энергия находится калориметрическим способом, основанном на суммировании всей видимой в детекторе энергии не принадлежащей мюону. Однако, невозможно определить энергию всех адронов из-за поглощения адронов в ядре и вылетающих из детектора нейтронов. При восстановлении

энергии нейтрино сопоставляют видимую энергию с истинной адронной энергией, которая определяется из результатов моделирования. Моделирования взаимодействия нейтрино имеют систематические неопределенности, которые влияют на определение энергии налетающего нейтрино. Например, в эксперименте NOvA точность восстановления мюонной и адронной энергий равны 3.5% и 25%, соответственно, при этом суммарное энергетическое разрешение для отобранного набора ν_{μ} -ЗТ событий составляет около 7% [22]. Систематическая неопределенность в сечениях нейтрино это одна из ключевых проблем современных нейтринных экспериментов.

Сечения рассеяния нейтрино измерялись на разных мишенях [26–36]: алюминий, пропан, вода, неон, а также на свободных нуклонах в диапазоне энергий от 0.2 до 300 ГэВ. Результаты измерений имеют существенные, как статистические, так и систематические ошибки (до 40%). Значения КУ сечения взаимодействия нейтрино в сцинтилляторе, железе и воде, полученные в более поздних экспериментах [37–41], не уменьшили ошибки измерения существенным образом. Точность измерения обусловлена тем, что энергии нейтрино не известны, а также погрешностями потока нейтрино и отбора изучаемого типа событий.

Восстановление кинематических переменных и отбор КУ событий затруднен наличием ядерных эффектов. Нуклоны в ядре, в отличие от свободных, имеют сложный характер взаимодействия друг с другом, который для тяжелых ядер не поддается точным расчетам, поэтому для его описания используют различные приближенные модели. Нуклоны в ядре находятся в связанном состоянии и имеют некоторое распределение по импульсам, таким образом, рассеяние нейтрино на движущимся нуклоне усложняет кинематику изучаемых процессов. Помимо этого, нуклоны коррелируют друг с другом. На маленький промежуток времени нуклоны могут сблизиться на короткие расстояния и образовать коррелированную нуклон-нуклонную пару с большой энергией связи и большими относительными импульсами. Исследования [42] по рассеянию электронов указывают, что в ядрах углерода 20% нуклонов находятся в коррелированных парах на коротких расстояниях. Помимо взаимодействия с нуклонами в коррелированных парах, рассеяния нейтрино происходят на ОМ, связывающих два нуклона. Эти процессы являются примером двух-частичного тока (2p-2h - две частицы - две дырки в конечном состоянии). Они дают основной вклад в области энергий между КУ и РЕЗ пиками. Адронная энергия в ОМ событиях больше, чем в КУ взаимодействиях за счет выбивания двух нуклонов. Расчеты сечений этого процесса довольно сложные, поэтому их проводят, используя различные приближения. Другим важным ядерным эффектом являются взаимодействия в конечном состоянии (FSI), в котором продукты реакции взаимодействуют с остаточным ядром. Прохождение этих частиц в ядре сопровождается их рассеянием и поглощением в нем, что меняет состав частиц вылетающих из ядра и их кинематику. Это приводит к одинаковой топологии событий, обусловленных различными типами взаимодействий. Например, события с одним или двумя восстановленными треками принадлежат квазиупругим взаимодействиям, 2p-2h и резонансным. Идентификация истинных KУ процессов, таким образом, усложняется. При энергиях порядка 1 ГэВ отобранный набор событий состоит преимущественно из истинных КУ процессов и ОМ. Такой набор называют КУ-подобные события. При энергиях порядка 2 ГэВ в отобранных событиях появляются вклады РЕЗ с поглощением пиона в ядре. Такой набор называют безпионные события (СС0рі). Таким образом, правильность определения вкладов ОМ является приорететной задачей при изучении КУ-подобных и безпионных процессов и в конечном итоге влияет на точность определения параметров осцилляций нейтрино.

Ядерные эффекты широко изучались (Saclay [43], NIKHEP [44], MIT [45]) и продолжают изучаться (Jlab) [46] в экспериментах по рассеянию электронов на ядрах. В таких экспериментах известна начальная энергия электронов, что приводит к уменьшению неопределенностей при изучении ядерных эффектов. Процессы рассеяния электронов происходят, благодаря, электромагнитным векторным токам, что позволило хорошо изучить электромагнитные векторные форм-факторы нуклонов. В экспериментах по изучению электромагнитного квазиупругого процесса рассеяния электронов были измерены распределения связанных в ядре нуклонов по энергии-импульсу, эффекты взаимодействия выбитых нуклонов с остаточными ядрами, также изучались вклады взаимодействия с токами обменных мезонов.

Для описания квазиупругого взаимодействия нейтрино с ядрами необходимо знать аксиальный форм-фактор нуклона, поскольку слабый ток, описывающий рассеяние нейтрино, состоит из векторной и аксиальной частей. В ранних экспериментах он был определен при изучении квазиупругого рассеяния нейтрино на легких ядрах. Результаты этих исследований имеют большие ошибки измерения, поэтому современные нейтринные эксперименты продолжают изучать вклады аксиально-векторного тока в квазиупругие процессы рассеяния нейтрино на ядрах.

Для аксиального форм-фактора часто используется дипольное приближение со свободным параметром - аксиальной массой. Значение M_A получают исходя из наблюдаемого распределения событий по Q^2 , дифференциального и полного КУ сечений. Результаты определения M_A разнятся от эксперимента к эксперименту и их значение, усредненное по мировым данным рассеяния на легких ядрах, составляет $M_A = 1.026 \pm 0.021$ ГэВ. В современных эксперимент тах значения M_A были получены на различных тяжелых ядрах. В эксперименте NOMAD из анализа данных о полных сечениях рассеяния нейтрино на углероде при энергии пучка нейтрино около 25.9 ГэВ получили, примерно, такое же значение $M_A = (1.05 \pm 0.02(\text{стат.}) \pm 0.06(\text{сист.}))$ ГэВ. В эксперименте K2K исследования проводились на кислороде с максимумом в области энергий 1.2 ГэВ. Значение M_A , полученное в результате применения совместного фита к двум наборам данных, которые собраны на разных детекторах, равно $M_A = 1.2 \pm 0.12$ ГэВ.

В эксперименте MiniBooNE [39] измерялись двойные-дифференциальные сечения, распределения по Q^2 и полные сечения КУ взаимодействий нейтрино

9

и антинейтрино на углероде при энергиях пучка в области 1 ГэВ. Детектор заполнен жидким сцинтиллятором. Регистрация событий происходила благодаря Черенковскому и сцинтилляционному излучению заряженных частиц. Сигнатурой КУ взаимодействий считалось отсутствие пиона в конечном состоянии. Идентификация таких событий основана на регистрации мюона и образовавшегося при его распаде Мишелевского электрона. События с одним π^+ считались основным источником фона. Они определялись из моделирования взаимодействий и были вычтены из набора данных, поэтому основной вклад в сигнал давали квазиупругие и ОМ процессы. Двойные дифференциальные сечения измерялись в широком диапазоне углов и энергий мюона $-1 < \cos \theta_{\mu} < 1$ и $0.2 < T_{\mu} < 2.0$ ГэВ. Из анализа Q^2 распределений было получено значение $M_A^{eff} = 1.35 \pm 0.17$ ГэВ, а полные сечения оказались на 30% больше чем в ранних экспериментах.

В ранних работах коллаборации MINERvA [40, 47] измерялись Q^2 распределения во взаимодействии (анти)нейтрино со средней энергией, примерно, 4 ГэВ с углеродом. Результаты согласуются со значением $M_A = 0.99$ ГэВ. В последующем коллаборация уточнила потоки нейтрино, уменьшив их. Сейчас для расчетов используют значения $M_A = 1$ - 1.2 ГэВ. Так в генераторе нейтринных событий Genie значение $M_A = 1.1 \pm 0.1$ ГэВ [48], а в генераторе NEUT значение $M_A = 1.13 \pm 0.08$ ГэВ [49]. В эксперименте Т2К [50] исследовались безпионные взаимодействия на углероде при энергиях около 0.6 ГэВ. Анализ данных указывает на присутствие 2p-2h вкладов. Результаты [50] и измерения MiniBooNE согласуются в пределах систематических ошибок. В этом эксперименте также изучалось рассеяние нейтрино на кислороде [51] в кинематической области $\cos \theta_{\mu} \geq 0$ и $p_{\mu} \leq 5$ ГэВ. Дважды дифференциальные по импульсу и углу вылета мюона сечения этих рассеяний согласуются в пределах систематических неопределенностей с результатами рассеяния на C₈H₈, хотя имеются отличия в области больших углов рассеяния, в которых сечение на воде выше. При анализе результатов экспериментов K2K, NOMAD, MiniBooNE [37, 39] не

учитывались вклады рассеяния нейтрино на обменных мезонах. В рассмотренных экспериментах эти вклады невозможно отличить от КУ взаимодействия. Стало понятно, что в действительности измеряются КУ-подобные или безпионные процессы. Они имеют разный отклик в детекторах разного типа: в одном детекторе событие выглядит как одно-трековое, а в более гранулированном детекторе с низким порогом регистрации частиц оно было бы двух-трековым. Это означает, что выбор изучаемого сигнала обусловлен в том числе и способностью детектора к его регистрации. Впоследствии [52–54] вклады двух-частичных токов и ядерных эффектов были включены в генераторы нейтринных событий и измеренные сечения стали использоваться для проверки различных моделей взаимодействия нейтрино.

Для описания КУ рассеяния современные генераторы широко используют релятивистскую модель Ферми газа (RFGM) [55]. В этой модели нуклоны представлены, как система невзаимодействующих друг с другом частиц. При рассеянии лептона на ядре предполагается, что он взаимодействует только с одним нуклоном этого ядра, и такое приближение называют импульсным приближением (ИП). Протоны и нейтроны находятся в двух отдельных потенциальных ямах и имеют равномерное распределение по импульсам. Эта модель содержит два параметра: импульс Ферми - максимальный импульс нуклона и энергия связи нуклона в ядре. Энергия нуклона в ядре связана с его импульсом p_m соотношением $\epsilon_m = \sqrt{p_m^2 + m^2} - \epsilon_b$, где ϵ_b - усредненная энергия связи в ядре, которая считается одинаковой для всех нуклонов ядра. Согласно принципу Паули, в каждом квантовом состоянии находится только один нуклон. Поскольку все состояния в ядре заняты, необходимо, чтобы импульс выбитого нуклона был больше импульса Ферми. Это условие, в некоторой степени, учитывает эффект взаимодействия нуклонов в конечном состоянии и уменьшает фазовый объем внутриядерных нуклонов, которые учавствуют во взаимодействии при данном переданном импульсе. Из данных по рассеянию электронов следует, что распределение нуклонов по импульсам в действительности не является равномерным, кроме того, эта модель не учитывает нуклон-нуклонные корреляции и оболочечную структуру ядра.

В оболочечной модели ядра полагается, что каждый нуклон движется в общем самосогласованном сферически симмеричном поле ядерных сил, которое создается всеми остальными нуклонами ядра. Энергетические уровни нуклонов, имеющие близкие значения, объединяются в оболочки, т.е. энергетические интервалы между оболочками значительно превышают расстояния между уровнями. Каждой оболочки соответствует своя энергия связи. Согласно принципу Паули, нуклоны поочередно занимают уровни начиная с низшего. По аналогии с моделью атома учитывается и спин-орбитальное взаимодействие, что приводит к расщеплению оболочек. Оболочечная модель относится к одночастичным моделям, т. е. нуклоны двигаются свободно и в первом приближении не взаимодействуют друг с другом.

Для более точного описания ядерной среды учитывают остаточные взаимодействия между нуклонами. Они включают корреляции на близких и дальних расстояниях. Корреляции на близких расстояних это локальные эффекты, поэтому они одинаковы для разных ядер. Напротив, корреляции на дальних расстояниях чувствительны к структуре ядра. В современных исследованиях влияние структуры ядра, нуклонных корреляций, а также π , Δ степеней свободы учитываются в приближении случайных фаз (RPA) [56, 57], в котором возбужденное состояние ядра представляется линейной комбинацией частица (p) - дырка (h) (1p-1h). Этот подход дает поправки порядка 10 МэВ к энергии связи нуклона, которые существенны при малых переданных энергиях. В рамках этой модели импульсное распределение связанных в ядре нуклонов вычисляется в приближении локальльной модели фермиевского газа, а взаимодействие нуклонов в конечном состоянии не учитывается.

Существуют и другие подходы [58] к описанию нейтринных взаимодействий с ядрами. Из экспериментальных данных по рассеянию электронов следует, что эти процессы подчиняются закону Суперскейлинга. На основе этих

12

исследований из сравнения данных об инклюзивных сечениях рассеяния электронов на ядрах с сечениями, вычисленными в рамках различных моделей, например RFGM, была получена феноменологическая скейлингованя функция, которая описывает динамику ядерных эффектов начального и конечного состояний и используется для вычисления ядерных функций отклика. Эта функция зависит только от одной скейлинговой переменной и не зависит от переданного импульса и массы ядра. Кинематика рассеяния электронов и нейтрино похожа, поэтому такую функцию полагают одинаковой для обоих процессов. Так, в модели SuSA [59, 60] для электронов и нейтрино (SuperScaling Approximation) скейлинговую функцию используют для предсказания инклюзивных сечений рассеяния летпонов на ядрах углерода.

Для описания эксклюзивных и инклюзивных поцессов КУ рассеяния необходимо учитывать взаимодействие в конечном состоянии, т. е. взаимодействие выбитого нуклона с остаточным ядром. Одним из подходов в этом направлении является релятивистский метод искаженных волн в импульсном приближении(RDWIA) [61, 62]. В импульсном приближении налетающий лептон взаимодействует только с одним нуклоном, в то время как оставшиеся (А-1) нуклоны в мишени являются наблюдателями. Релятивистские волновые функции связанных нуклонных состояний вычисляются в оболочечной модели ядра в приближении среднего поля. Волновая функция выбитого нуклона находится как решение уравнений Дирака с оптическим комплексным потенциалом. Реальная часть потенциала соответствует упругому рассеянию выбитого нуклона в ядерной среде, а мнимая описывает его поглощение. Такой подход хорошо объясняет эксклюзивные КУ процессы для различных ядер от углерода до свинца. Подход RDWIA применим для кинетической энергии протона до ≈ 1 ГэВ, поскольку при более высоких энергиях характер рассения нуклонов становится дифракционным и сильно неупругим. Для описания инклюзивных процессов используют только реальную часть потенциала, а проблема самосогласованного учета взаимодействия нуклонов в инклюзивных реакциях еще не решена в рамках этой модели.

Метод функций Грина [63], который также используется для решения уравнений Дирака, позволяет самосогласованно описать эксклюзивные и инклюзивные процессы с использованием оптических потенциалов. Полученные этим методом волновые функции конечных состояний используют для описания ядерных функций отклика. Спектральное представление одночастичных функций Грина позволяет описать эффекты взаимодействия нуклонов в конечном состоянии.

При энергиях вторичных нуклонов больше 1 ГэВ пользуются моделью Глаубера (RMSGA) [64], в которой рассеяние протона происходит последовательно на нуклонах мишени, считающихся неподвижными. Модель использует эйкональное приближение и перестает работать при малых переданных импульсах < 0.5 ГэВ.

Для описания вкладов обменных мезонов в сечение рассеяния лептонов на ядрах были предложены различные феноменологические модели. Увеличение поперечной функции отклика КУ процессов было предложено в работе [65], а модели с переменной аксиальной массой рассматривались в работах [66]. Более полные теоретические описания вкладов токов обменных мезонов были предложены в работах [67–69]. В этих работах для описания импульсного распределения нуклонов в основном ядерном состоянии используется модель Ферми газа [70, 71]. Нуклонный электромагнитный адронный тензор представляется в виде билинейной формы матричных элементов двух-частичного электромагнитного или слабого (содержатся векторный и аксиальный компоненты) операторов тока обменных мезонов. Оператор двух-частичного тока определяют из амплитуды рождения пиона в электрослабом процессе на нуклоне [72]. Амплитуды рождения пиона вычисляют в рамках нелинейной σ -модели для $\gamma(W)N$ \rightarrow $N'\pi$ реакции совместно с электрослабым возбуждением $\Delta(1232)$ резонанса и его последующего распада в πN . Окончательный МЕС оператор может быть записан как сумма вкладов взаимодействий на

обменных мезонах и рождения дельта резонанса. Основной вклад в сечение рождения пиона вносит Δ -пик. Внутри ядра Δ может провзаимодействовать с нуклоном $\Delta + N \rightarrow N + N$, образуя два вылетающих нуклона без пионов. В приближении двух-частичного тока помимо NN-корреляций существуют интерференции между 1p - 1h и 2p - 2h каналами. Точные расчеты 2p - 2hпроцессов крайне затруднены, поэтому применяют различные приближения. Эффекты NN-корреляций учитываются в работах [67, 68], а в работе [69] ими пренебрегают. Точность таких расчетов трудно оценить, поскольку невозможно выделить модельно независимым образом вклады обменных мезонов в инклюзивные сечения рассеяния лептонов на ядрах.

Цели и задачи работы

Целью данной работы является изучение КУ-подобных взаимодействий нейтрино заряженным током при энергиях нейтринного эксперимента NOvA с ядрами углерода и хлора. Исследование проводится в рамках объединенной модели искаженных волн в импульсном приближении с учетом вкладов 2-х частичных токов обменных мезонов (RDWIA+MEC модель). Для достижения данной цели были выполнены следующие задачи:

1) Предложена объединенная модель искаженных волн в импульсном приближении с учетом вкладов 2-х частичных токов обменных мезонов.

2) Проведено тестирование RDWIA+MEC модели на данных по рассеянию ${}^{12}C(e,e')$ в различных кинематических областях, чтобы показать что эта модель хорошо описывает инклюзивные сечения рассеяния электронов на ядрах и оценить точность расчетов этих сечений.

3) Вычислены интегрированные по спектру нейтрино КУ-подобные дифференциальные сечения рассеяния нейтрино на ядрах углерода и проведены сравнения их с данными эксперимента MiniBooNE, чтобы определить:

а) зависимость аксиального форм-фактора нуклона от Q^2

б) значение аксиальной массы нуклона, в случае дипольной параметризации

аксиального форм-фактора.

4) Проведен расчет интегрированных по спектру нейтрино дифференциальных сечений КУ подобных процессов при энергиях эксперимента NOvA.

Научная новизна работы

1) Предложена объединенная модель искаженных волн в импульсном приближении и вкладов 2-х частичных токов обменных мезонов для описания КУ-подобных процессов рассеяния нейтрино на ядрах. Учет вкладов двухчастичных токов позволяет точнее описать сечения в области между КУ и РЕЗ пиками.

2) Впервые проведено сравнение сечений рассеяния нейтрино $d\sigma/d\varepsilon_{\mu}$, $d\sigma/dQ^2$ и $d\sigma/dW$, где ε_{μ} - энергия мюона, Q^2 - квадрат переданного 4-х импульса и W- инвариантная масса, вычисленных в RDWIA+MEC и RDWIA (с $M_A = 1.35$ ГэВ) подходах для $\varepsilon_{\nu} = 2$ ГэВ, т. е. средней энергии нейтрино в эксперименте NOvA. Распределение по $d\sigma/dW$ лучше позволяет различить эффекты, обусловленные большой аксиальной массой и вкладами ОМ.

3) Впервые определена зависимость аксиального форм-фактора нуклона F_A от Q^2 и КУ-подобные сечения нейтрино в рамках модели RDWIA+MEC на данных эксперимента MiniBooNE.

4) Для эксперимента MiniBooNE вычислены интегрированные по спектру нейтрино дифференциальные и двойные дифференциальные сечения квазиупруго подобных процессов. Из сравнения результатов расчета с данными этого эксперимента определено значение аксиальной массы нуклона равное 1.2 ГэВ для дипольного приближения аксиального форм фактора нуклона. Это значение аксиальной массы согласуется с мировыми данными.

5) Для эксперимента NOvA вычислены интегральные по спектру нейтрино дифференциальные и двойные дифференциальные сечения квазиупруго подобных процессов рассеяния в ближнем детекторе. Определен вклад двух-частичных токов обменных мезонов.

Теоретическая и практическая значимость работы

1) В диссертации проведено детальное сравнение сечений рассеяния лептонов на ядрах с экспериментальными данными. Показано, что объединенная модель искаженных волн в импульсном приближении с учетом вкладов двухчастичных токов, обусловленных рассеянием на обменных мезонах, способна правильно описать эти данные. Была проведена оценка точности расчетов квазиупруго подобных сечений, которая составила порядка 8 - 12%. Вычислен вклад MEC в эксперименте NOvA, который оказался равным 30%. Точность расчета этого вклада сильно влияет на систематическую ошибку в параметрах осцилляций.

2) Хорошее согласие результатов, полученных в рамках предложенной RDWIA+MEC модели с данными эксперимента MiniBooNE позволяет определить зависимость аксиального форм-фактора нуклона от Q^2 и значение аксиальной массы нуклона (дипольное приближение) равное $M_A = 1.20 \pm 0.06$ ГэВ, что согласуется с современными оценками этого параметра $1.0 < M_A < 1.2$ ГэВ.

Методология и методы исследования

В данной работе для описания квазиупругих процессов используется метод искаженных волн в импульсном приближении. Волновые функции связанных в ядре нуклонов вычисляются в приближении среднего поля. Волновые функции выбитых из ядра нуклонов являются решениями уравнения Дирака с комплексными оптическими потенциалами, описывающими процессы рассеяния и поглощения нуклонов в ядре. Для вычисления двух-частичных 2p-2h MEC токов используются параметризации ядерных функций отклика для взаимодействия на обменных мезонах. Значение аксиальной массы нуклона определяется из сравнения вычисленых и измеренных сечений КУ рассеяния на ядрах с использованием метода наименьших квадратов.

Положения, выносимые на защиту

1) Предложена объединенная модель искаженных волн в импульсном приближении с учетом вкладов 2-х частичных токов обменных мезонов (RDWIA+MEC).

2) В модели RDWIA+MEC вычислены продольная и поперечная электромагнитные ядерные функции отклика и инклюзивные сечения рассеяния электронов на ядрах. Показано, что точность расчетов этих сечений оценивается на уровне 8 - 12%.

3) Проведено сравнение дифференциальных сечений рассеяния нейтрино как функций энергии мюона, квадрата переданного 4-х импульса и инвариантной массы, вычисленных в RDWIA + MEC и RDWIA (с большой аксиальной массой нуклона порядка 1.35 ГэВ) подходах. Показано, что распределение по инвариантной массе позволяет лучше различить эффекты, обусловленные большой аксиальной массой и вкладами обменных мезонов.

4) В модели RDWIA+MEC вычислены инклюзивные квазиупруго (КУ) подобные сечения рассеяния нейтрино для кинематики эксперимента MiniBooNE. Показано хорошее согласие вычисленных сечений с сечениями КУ-подобных событий, измеренных в эксперименте MiniBooNE.

5) Из данных по дифференциальным сечениям эксперимента MiniBooNE определены зависимость аксиального форм фактора нуклона от квадрата переданного 4-х импульса и аксиальная масса нуклона равная 1.2 ГэВ.

6) Вычислены интегральные по спектру нейтрино в эксперименте NOvA дифференциальные и двойные дифференциальные сечения квазиупруго подобных процессов рассеяния в ближнем детекторе. Вклад двух-частичных токов обменных мезонов оценивается как 30-35%.

Личный вклад

Вклад автора в полученные результаты является определяющим. Автор принимал непосредственное участие в решении следующих задач:

a) разработка и тестирование всех программных компонентов для расчета сечений

б) анализ эффектов, обусловленных большой аксиальной массой и вкладами обменных мезонов

в) определение значений аксиального форм фактора нуклона и аксиальной массы нуклона

г) расчет интегрированных по спектру нейтринного пучка дифференциальных сечений рассеяния нейтрино в ближнем детекторе NOvA и оценка точности проведенных расчетов.

Публикации по теме диссертации

Материалы диссертации опубликованы в 4 печатных работах, их них 3 статьи в рецензируемых журналах:

A. V. Butkevich, S. V. Luchuk. Quasielastic neutrino charged-current scattering off ¹²C: Effects of the meson exchange currents and large nucleon axial mass // -Phys. Rev. C. -2018. -97. -p.045502.

A. V. Butkevich, S. V. Luchuk. Testing of quasi-elastic neutrino chargedcurrent and two-body meson exchange current models with the MiniBooNE neutrino data and analysis of these processes at energies available at the NOvA experiment // -Phys. Rev. D. -2019. -99. -p.093001.

A. V. Butkevich, S. V. Luchuk. Inclusive electron scattering off ¹²C, ⁴⁰Ca, and ⁴⁰Ar: Effects of the meson exchange currents // -Phys. Rev. C. -2020. -102. -p.024602.

и 1 статья в сборнике трудов конференций:

S. V. Luchuk. Study of the ν_{μ} charged current quasielastic-like interactions in the NO ν A near detector // -18th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics -2019. -p.98–100.

Степень достоверности и апробация диссертации

Достоверность полученных результатов подтверждается хорошим согласием результатов расчетов полученных в рамках RDWIA+MEC модели с данными по рассеянию электронов на ядрах углерода, кальция и аргона, т.е. основных ядрах-мишенях в нейтринных экспериментах. Значение аксиальной массы нуклона 1.2 ГэВ, полученное из анализа данных эксперимента MiniBooNE согласуется с мировыми данными. Достоверность результатов расчета наглядно продемонстрирована в диссертации.

Результаты были представлены на

- 18 Международная Ломоносовская конференция "Физика элементарных частиц", Москва, МГУ им. М.В.Ломоносова, 24.08 30.08 2017 г.
- Семинар "Десятые Зацепинские чтения", Москва, ФИАН, 07.06 2019 г.
- 29 Международная конференция по нейтринной физике и астрофизике "Neutrino 2020", Фермилаб, США, 22.06 - 02.07 2020 г.
- 30 Международная конференция по нейтринной физике и астрофизике "Neutrino 2022", Сеул, Корея, 30.05 - 04.06 2022 г.
- на семинарах ИЯИ и ОИЯИ и ряде совещаний группы по исследованию физики на ближнем детекторе эксперимента NOvA.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Объем диссертации составляет 109 страниц, 31 рисунок. Список литературы содержит 139 наименований.

В первой главе приводится теоретическое описание КУ и вкладов 2p-2h MEC в процессы рассеяния лептонов на ядрах. В разделе 1.1 рассматривается феноменология инклюзивных дифференциальных сечений рассеяния электронов и нейтрино как на свободных нуклонах, так и на ядрах. Дается описание кинематики КУ рассеяния и вкладов электромагнитных и слабых токов. Представлен общий вид лептонного и адронного тензоров, а также продольные и

поперечные ядерные функции отклика. В разделе 1.2 рассматривается рассеяние электронов и нейтрино на нуклонах, находящихся на внемассовой поверхности. Приведены три эквивалентных представления ядерного тока в случае свободных и связанных нуклонов и метод экстраполяции на внемассовую поверхность, позволяющий описать взаимодействие со связанным нуклоном. В разделе 1.3 приведено детальное описание электромагнитных и слабых формфакторов нуклона, их связь с матричными элементами электромагнитного и слабого токов, а также дипольное приближение для их параметризации. В разделе 1.4 описаны вклады двух-частичных токов в квазиупругое рассеяние лептонов, приведен MEC оператор, описывающий рассеяние на обменных мезонах. Представлен вид адронного тензора, определенный в модели Ферми-газа, а также вклады двух-частичных токов в однопионном приближении.

Во второй главе дается описание RDWIA+MEC модели в рамках которой проводится расчет КУ-подобных сечений рассеяния нейтрино на ядрах. В разделе 2.1 рассматриваются волновые функции связанных в ядре нуклонов и импульсные распределения нуклонов в ядре. Обсуждаются заполненности орбиталей в оболочечной модели ядра и вклады нуклон-нуклонных корреляций на коротких расстояниях в импульсное и энергетическое распределение связанных в ядре нуклонов. Раздел 2.2 посвящен модели искаженных волн в импульсном приближении RDWIA. Показано, как в RDWIA подходе учитываются взаимодействия в конечном состоянии вылетающего нуклона с остаточным ядром. Описывается метод вычисления искаженной волновой функции выбитого нуклона как решение уравнений Дирака, содержащих феноменологический релятивистский оптический потенциал. Приведено, также, описание вычислений сечений рассеяния лептонов с учетом вклада нуклон-нуклонных корреляций в ядре. В разделе 2.3 приводится описание аппроксимаций результатов точных расчетов электрослабых функций отклика 2p-2h MEC процессов, которые в дальнейшем используются в расчете сечений. В разделе 2.4 дано описание метода определения $F_A(Q^2)$ из данных о $d\sigma/dQ^2$. Рассматривается представление инклюзивного КУ сечения с помощью векторного σ^V , аксиального σ^A , и вектор-аксиального σ^{VA} сечений.

В третьей главе приводятся результаты расчетов электромагнитных функций отклика и дифференциальных сечений рассеяния электронов на углероде. Приводится сравнение с данными экспериментов. Это позволяет проверить, по крайней мере, точность расчета вклада векторных электрослабых токов. В разделе 3.1 показано сравнение продольной R_L и поперечной R_T функций отклика с экспериментальными данными. Сравнение приведено для различных значений переданного импульса с данными Saclay и мировыми данными. Также рассмотрены вклады в $R_L(|\boldsymbol{q}|,\omega)$ от NN - коррелированных пар и вклады в $R_T(|\boldsymbol{q}|,\omega)$ от 2p-2h MEC. Представлено сравнение продольной и поперечной функций отклика с экспериментальными данными в диапазоне переданных импульсов $300 < |\boldsymbol{q}| < 570$ МэВ/с. В разделе 3.2 представлены результаты вычислений двойных дифференциальных сечений рассеяния электронов на ядрах углерода как функций переданной ядру энергии в сравнении с данными. Сравнения проведены в широкой кинематической области. Отдельно показаны вклады КУ и МЕС процессов. В разделе 3.3 представлено сравнение двух подходов для вычисления двойных дифференциальных сечений рассеяния нейтрино при энергиях эксперимента MiniBooNE. Один из подходов RDWIA+MEC учитывает вклады двух-частичных токов со значением аксиальной массы порядка 1 ГэВ. Во втором подходе RDWIA эти вклады не учитываются, но используется большое значение аксиальной массы ($M_A = 1.35$ ГэВ). Для сравнения были вычислены нейтринные и антинейтринные сечения $(d\sigma/dx)_{QE+MEC}$ в модели RDWIA+MEC с аксиальной массой $M_A = 1.03$ ГэВ и сечения $(d\sigma/dx)_{M_A,QE}$ в модели RDWIA с аксиальной массой $M_A = 1.35$ ГэВ, как функции кинематических переменных х = $\{\varepsilon_{\mu}, Q^2, W\}$ при энергиях налетающего нейтрино $\varepsilon_{\nu} = 2$ ГэВ. Также, сравниваются полные сечения рассеяния нейтрино и антинейтрино.

В четвертой главе определяется аксиальный форм-фактор нуклона и значение его аксиальной массы из сравнения результатов модели RDWIA+MEC

с данными эксперимента MiniBooNE по рассеянию нейтрино на ядрах углерода. При найденном значении аксиальной массы оцениваются интегрированные по спектру нейтрино сечения КУ рассеяния и рассеяния на обменных мезонах при энергиях эксперимента NOvA.

В разделе 4.1 приводится описание метода, который применяется для определения аксиального форм-фактора нуклона $F_A(Q^2)$ как функции Q^2 . Для этого используются интегрированные по спектру измеренные сечения нейтрино $< d\sigma/dQ^2 >$, а также вычисленные значения вкладов векторного тока $<\sigma^V>,$ аксиального тока $<\sigma^A>,$ интерференции V и A токов $<\sigma^{VA}>$ и $< d\sigma_{MEC}/dQ^2 >$. Измеренные и вычисленные сечения сравниваются с помощью метода наименьших квадратов с одним свободным параметром RDWIA+MEC модели, а именно аксиальной массой нуклона M_A . В результате подгонки (метод наименьших квадратов) находится значение $M_A = 1.2$ ГэВ. Наблюдается хорошее согласие результатов RDWIA+MEC модели с экспериментальными данными MiniBooNE при полученных значениях аксиальной массы нуклона Ма. В разделе 4.2 проводится сравнение сечений, вычисленных со значением *M_A* = 1.2 ГэВ, в модели RDWIA+MEC с сечениями, вычисленными в рамках других моделей: SuSAv2-MEC [73], RPA-MEC(N) [74] и RPA-MEC(M) [67]. Данные эксперимента MiniBooNE получены в диапазоне кинетических энергий, который в значительной степени перекрывается с энергетическим диапазоном эксперимента NOvA. В разделе 4.3 приводится оценка дифференциальных сечений КУ-подобного рассеяния нейтрино для КУ и 2p-2h MEC процессов в диапазоне T > 0.3 ГэВ и $0.3 < \cos \theta < 1$ при энергиях эксперимента NOvA. Вычислены интегрированные по спектру сечения рассеяния на нейтрон $d^2\sigma/dTdcos\theta$, $d\sigma/dT$, $d\sigma/dcos\theta$ и $d\sigma/dQ^2$ взаимодействия с ядрами ${}^{12}C$ и ${}^{40}Ar$.

Глава 1

Рассеяние лептонов на ядрах

1.1 Сечения квазиупругого рассеяния электронов и нейтрино на ядрах

При квазиупругом рассеянии лептона на ядре в конечном состоянии образуется рассеяный лептон, выбитый нуклон и остаточное ядро.

$$l(k_i) + A(p_A) \to l'(k_f) + N(p_x) + B(p_B)$$
 (1.1)

Здесь, $l(k_i)$ и $l'(k_f)$ - налетающий и рассеянный лептоны с импульсами $k_i = (\varepsilon_i, \mathbf{k}_i)$ и $k_f = (\varepsilon_f, \mathbf{k}_f)$ соответственно, $A(p_A)$ и $B(p_B)$ - ядро мишени и остаточное ядро с импульсами $p_A = (\varepsilon_A, \mathbf{p}_A)$ и $p_B = (\varepsilon_B, \mathbf{p}_B)$ соответственно, $N(p_x)$ - выбитый нуклон с импульсом $p_x = (\varepsilon_x, \mathbf{p}_x)$. Процессы, в которых регистрируют только рассеяный лептон, а по конечным адронным состояниям проводится суммирование, называют инклюзивными.

$$l(k_i) + A(p_A) \to l'(k_f) + X, \qquad (1.2)$$

где X - сумма по всем адронам в конечном состоянии. Общее инвариантное выражение для сечения рассеяния лептона [61] представляется в виде

$$d\sigma = v_r^{-1} N_i N_A \overline{\sum_i} \sum_f \left| M^{fi} \right|^2 N_f \frac{d^3 k_f}{(2\pi)^3} \left(\prod_{j=1}^n N_j \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \right) (2\pi)^4 \delta^4 (p_f - q - p_A).$$
(1.3)

Квадрат матричного элемента $|M^{fi}|^2$ амплитуды рассеяния M определяет вероятность перехода из состояния $|i\rangle$ в состояние $|f\rangle$, N_i - нормировочные коэффициенты, которые для массивных частиц равны $N_i = m/\varepsilon$, а для безмассовых $N_i = 1/2\varepsilon$, δ -функция означает сохранение 4-импульса, v_r - относительная скорость коллинеарных столкновений

$$v_r = \frac{[(k_i \cdot p_A)^2 - k_i^2 \cdot p_A^2]^{1/2}}{\varepsilon_i \varepsilon_A}$$

В выражении (1.3) производится усреднение по начальным состояниям и суммирование по конечным. Далее мы будем рассматривать только инклюзивные процессы (1.2).

Вначале рассмотрим сечение квазиупругого рассеяния электронов на ядрах. В этом процессе учавствуют электромагнитное взаимодействие электронов, электромагнитное и сильное взаимодействие адронов. Элементы матрицы перехода содержат произведения лептонного $j^{(el)}_{\mu}$ и ядерного $J^{\mu(el)}$ электромагнитных токов [75]

$$M^{if} = \frac{4\pi\alpha}{Q^2} \langle k_f \lambda_f | j^{(el)}_{\mu} | k_i \lambda_i \rangle \langle X | J^{\mu(el)} | A_i \rangle, \qquad (1.4)$$

где λ_i и λ_f - спиральности налетающего и, соответственно, рассеянного лептонов, $\alpha = 1/137$ - постоянная тонкой структуры. Подставляя амплитуду рассеяния (1.4) в формулу (1.3), получаем выражение для дифференциального сечения по энергии и телесному углу вылета Ω_f рассеянного электрона

$$\frac{d^3 \sigma^{el}}{d\varepsilon_f d\Omega_f} = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i} \frac{\alpha^2}{Q^4} L^{(el)}_{\mu\nu} W^{\mu\nu(el)}, \qquad (1.5)$$

Произведение компонент лептонного тока образуют лептонный тензор $L^{(el)}_{\mu\nu}$, который характеризует налетающий и рассеянный электроны. Произведение ядерных токов определяет адронный тензор $W^{\mu\nu(el)}$, содержащий информацию о динамике адронов. Лептонный тензор, в общем случае, может быть записан в виде суммы симметричного $L^{\mu\nu}_S$ и антисимметричного $L^{\mu\nu}_A$ тензоров

$$L^{\mu\nu} = L_S^{\mu\nu} + L_A^{\mu\nu} \tag{1.6a}$$

$$L_{S}^{\mu\nu} = 2\left(k_{i}^{\mu}k_{f}^{\nu} + k_{i}^{\nu}k_{f}^{\mu} - g^{\mu\nu}k_{i}k_{f}\right)$$
(1.6b)

$$L_A^{\mu\nu} = h2i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}(k_i)_{\alpha}(k_f)_{\beta}, \qquad (1.6c)$$

здесь $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ - антисимметричный тензор Леви-Чивита, h = +1 обозначает электрон с положительной спиральностью, h = -1 обозначает электрон с отрицательной спиральностью и h = 0 соответствует неполяризованным электронам.

Электромагнитный адронный тензор $W^{(el)}$ записывается [76, 77] как произведение элементов оператора ядерного электромагнитного тока $J^{(el)}_{\mu}$

$$W_{\mu\nu}^{(el)} = \sum_{f} \langle X | J_{\mu}^{(el)} | A \rangle \langle A | J_{\nu}^{(el)\dagger} | X \rangle \delta(\varepsilon_A + \omega - \varepsilon_X), \qquad (1.7)$$

где $|A\rangle$ - начальное состояние ядра, $|X\rangle$ - конечное состояние адронной системы. Суммирование по конечным состояниям можно представить в виде суммы 1p - 1h, 2p - 2h возбуждений и дополнительных каналов.

$$W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu}_{1p1h} + W^{\mu\nu}_{2p2h} + \dots$$
(1.8)

В инклюзивных процессах (1.2) в конечном состоянии регистрируется только рассеянный лептон, поэтому для построения адронного тензора используют независимые векторы q и p_A , а также построенные на них скаляры q^2 , p_A^2 , $q \cdot p_A$ и метрический тензор $g_{\mu\nu}$. В случае неполяризованного электрона тензор является симметричным, и принимает следующий вид [78]

$$W_{\mu\nu}^{(el)} = W_1^{(el)} \tilde{g}^{\mu\nu} + W_2^{(el)} \tilde{p}^{\mu}_A \tilde{p}^{\nu}_A, \qquad (1.9)$$

где введены следующие обозначения

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} + \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{Q^2}, \qquad (1.10a)$$

$$\tilde{p}_x^{\mu} = p_x^{\mu} + \frac{p_x \cdot q}{Q^2} q^{\mu}, \qquad (1.10b)$$

$$\tilde{p}_{A}^{\mu} = p_{A}^{\mu} + \frac{p_{A} \cdot q}{Q^{2}} q^{\mu}.$$
(1.10c)

Теперь перейдем к виду свертки лептонного и адронного тензоров. Из закона сохранения электромагнитного тока следует, что $L_{\mu\nu}q^{\nu} = 0$, а также $W_{\mu\nu}^{(el)}q^{\nu} = 0$, что накладывает огранечения на вид $L_{\mu\nu}$ и $W_{\mu\nu}^{(el)}$ тензоров. В системе координат, в которой ось *z* направлена вдоль переданного импульса, ось *x* лежит в плоскости начального и конечного импульсов лептонов (плоскость рассеяния), а ось *y* перпендикулярна этой плоскости, произведение $L_{\mu\nu}^{(el)}$ и $W^{\mu\nu(el)}$ представляется в виде [61]

$$L^{(el)}_{\mu\nu}W^{\mu\nu(el)} = 4\varepsilon_i\varepsilon_f\cos^2\frac{\theta}{2}\left(V_L R^{(el)}_L + V_T R^{(el)}_T\right).$$
(1.11)

Здесь введены продольная $R_L^{(el)}$ и поперечная $R_T^{(el)}$ ядерные функции отклика, которые для инклюзивных процессов выражаются через элементы адронного тензора следующим образом

$$R_L^{(el)} = W^{00(el)}, (1.12a)$$

$$R_T^{(el)} = W^{xx(el)} + W^{yy(el)}$$
(1.12b)

Они зависят только от значений Q^2 и ω . Функции V_L и V_T являются кинематическими коэффициентами [78], которые зависят только от величин, характеризующих налетающий и рассеянный лептоны.

$$V_L = Q^4 / \boldsymbol{q}^4, \tag{1.13a}$$

$$V_T = \frac{Q^2}{2q^2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2},\tag{1.13b}$$

Подставив (1.11) в (1.5), получим следующее выражение для сечения инклюзивного процесса *eA* - рассеяния

$$\frac{d^3 \sigma^{el}}{d\varepsilon_f d\Omega_f} = \sigma_M \big(V_L R_L^{(el)} + V_T R_T^{(el)} \big), \tag{1.14}$$

где

$$\sigma_M = \frac{\alpha^2 \cos^2 \theta/2}{4\varepsilon_i^2 \sin^4 \theta/2} \tag{1.15}$$

сечение Мотта для рассеяния электрона на бесспиновой, точечной, тяжелой частице.

Теперь рассмотрим сечение рассеяния нейтрино на ядрах. Слабое взаимодействие нейтрино осуществляется посредством обмена промежуточными W и Z бозонами. Спин нейтрино противоположен направлению импульса частицы, поэтому нейтрино описывается только левой компонентой фермионного поля. Это приводит к появлению вкладов аксиального тока, т. е. слабый лептонный и адронный токи имеют V-A структуру. Инклюзивное сечение рассеяния нейтрино заряженным током (сс - заряженный ток) (1.2) представляется как

$$\frac{d^3 \sigma^{(cc)}}{d\varepsilon_f d\Omega_f} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\mathbf{k}_f|}{\varepsilon_i} \frac{\widetilde{G}^2}{2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu(cc)}.$$
(1.16)

Лептонный $L_{\mu\nu}$ и адронный $W^{\mu\nu(cc)}$ тензоры построены на слабых заряженных лептонном J^{μ} и адронном j_{μ} токах. Константа $\tilde{G} = M_W^2/(Q^2 + M_W^2)G\cos\theta_c$, где $G = 1.16639 \times 10^{-11} \text{ M} \Rightarrow \text{B}^{-2}$ - константа слабого взаимодействия, M_W обозначает массу W бозона, θ_c - угол Каббибо ($\cos\theta_c=0.9749$). В процессах рассеяния нейтрино заряженный лептонный ток также представляется выражением (1.6), но он не сохраняется [75] и для него справедливо выражение

$$L_{\mu\nu}q^{\nu} = q^{\nu}L_{\nu\mu} = -2k_f^2 k_{\mu}.$$
(1.17)

Слабый адронный тензор дается выражением аналогичным (1.7), в котором вместо электромагнитного тока используется заряженный ток $J_{\mu\nu}^{(cc)}$. По аналогии с рассеянием электрона адронный тензор для инклюзивного процесса можно построить на векторах q и p_A , скалярах q^2 , p_A^2 , $q \cdot p_A$ и метрическом тензоре $g_{\mu\nu}$. Он принимает вид [76]

$$W^{\mu\nu(cc)} = W^{S(cc)}_{\mu\nu} + W^{A(cc)}_{\mu\nu}, \qquad (1.18a)$$

$$W^{S(cc)}_{\mu\nu} = W^{(cc)}_{1}g_{\mu\nu} + W^{(cc)}_{2}q_{\mu}q_{\nu} + W^{(cc)}_{3}(p_{A})_{\mu}(p_{A})_{\nu}$$

$$+ W^{(cc)}_{4}[(p_{A})_{\mu}q_{\nu} + (p_{A})_{\nu}q_{\mu}], \qquad (1.18b)$$

$$W^{A}_{\mu\nu} = W^{(cc)}_{5} \epsilon_{\mu\nu\tau\rho} q^{\tau} (p_{A})^{\rho}.$$
(1.18c)

Свертка лептонного и адронного тензоров в определенной нами системе координат приводит к выражению

$$L_{\mu\nu}^{(cc)}W^{\mu\nu(cc)} = 2\varepsilon_i\varepsilon_f(v_0R_0^{(cc)} + v_TR_T^{(cc)} + v_{zz}R_{zz}^{(cc)} - v_{0z}R_{0z}^{(cc)} - hv_{xy}R_{xy}^{(cc)}).$$
(1.19)

Ток и четность в слабом взаимодействии не сохраняются, поэтому появляются дополнительные, по сравнению с рассеянием электрона, ненулевые компоненты адронного тензора и, следовательно, дополнительные инклюзивные функции отклика R_i . Ядерные функции отклика выражаются через компоненты адрон-

ного тока [76] следующим образом

$$R_0^{(cc)} = W_S^{00(cc)},\tag{1.20a}$$

$$R_T^{(cc)} = W_S^{xx(cc)} + W_S^{yy(cc)}, \qquad (1.20b)$$

$$R_{0z}^{(cc)} = W_S^{0z(cc)} + W_S^{z0(cc)}, \qquad (1.20c)$$

$$R_{zz}^{(cc)} = W_S^{zz(cc)}, (1.20d)$$

$$R_{xy}^{(cc)} = i \left(W_A^{xy(cc)} - W_A^{yx(cc)} \right), \qquad (1.20e)$$

Функции R_i , как и в случае рассеяния электрона зависят только от значений Q^2 и ω . Аналогичным образом коэффициенты v_i зависят только от величин, характеризующих налетающий и рассеянный лептоны [76]

$$v_0 = 1 + \beta \cos \theta, \tag{1.21a}$$

$$v_T = 1 - \beta \cos \theta + \frac{\varepsilon_i \beta |\mathbf{k}_f| \sin^2 \theta}{q^2}, \qquad (1.21b)$$

$$v_{0z} = \frac{\omega}{|\boldsymbol{q}|} (1 + \beta \cos \theta) + \frac{m_l^2}{|\boldsymbol{q}|\varepsilon_f}, \qquad (1.21c)$$

$$v_{zz} = 1 + \beta \cos \theta - 2 \frac{\varepsilon_i |\mathbf{k}_f| \beta}{\mathbf{q}^2} \sin^2 \theta, \qquad (1.21d)$$

$$v_{xy} = \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_f}{|\boldsymbol{q}|} (1 - \beta \cos \theta) - \frac{m_l^2}{|\boldsymbol{q}|\varepsilon_f}, \qquad (1.21e)$$

где $\beta = |\mathbf{k}_f| / \varepsilon_f$. Подставив выражение (1.19) в (1.16) получим инклюзивное сечение рассеяния нейтрино на ядрах.

$$\frac{d^{3}\sigma^{(cc)}}{d\varepsilon_{f}d\Omega_{f}} = \frac{\widetilde{G}^{2}}{(2\pi)^{2}} |\mathbf{k}_{f}| \varepsilon_{f} (v_{0}R_{0}^{(cc)} + v_{T}R_{T}^{(cc)} + v_{zz}R_{zz}^{(cc)} - v_{0z}R_{0z}^{(cc)} - hv_{xy}R_{xy}^{(cc)}).$$
(1.22)

1.2 Нуклоны на внемассовой поверхности

Процесс взаимодействия лептона с ядром зависит от переданного импульса $|\vec{q}|$. При импульсах $|\vec{q}| > 200 \text{ МэB/с}$ длина волны переносчика взаимодействия (γ кванта или W, Z бозонов) $\lambda < 1 \Phi$ м, и поэтому можно считать, что он взаимодействует только с одним нуклоном, т.е. применимо импульсное приближение. В этом приближении рассеяние лептона происходит на одном связанном нуклоне, который находится на внемассовой поверхности. Остальные нуклоны ядра не учавствуют во взаимодействии, а являются спектаторами. Ядерный ток в этом приближении представляется в виде суммы одночастичных токов $J_A^{\mu} = \sum_i J_i^{\mu}$. При квазиупругом рассеянии электрона на нуклоне матричный элемент электромагнитного тока адронов имеет вид

$$\langle p'|J_{\alpha}|p\rangle = N_{p'}N_{p}\overline{u}(p')\Gamma_{\alpha}(p',p)u(p), \qquad (1.23)$$

где u(p) и u(p') - начальный и конечный спиноры нуклонов, матрица Γ_{α} называется вершинной функцией [75]. Вершинная функция зависит только от форм-факторов нуклона G_M , F_M , F_V , которые являются функциями Q^2 . Для нуклона на массовой поверхности возможны три эквивалентных представления ядерного тока [79, 80]

$$\Gamma_1^{\mu} = \gamma^{\mu} G_M(Q^2) - \frac{P^{\mu}}{2m} F_M(Q^2)$$
 (1.24a)

$$\Gamma_2^{\mu} = \gamma^{\mu} F_V(Q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_{\nu}}{2m} F_M(Q^2)$$
 (1.24b)

$$\Gamma_3^{\mu} = \frac{P^{\mu}}{2m} F_V(Q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_{\nu}}{2m} G_M(Q^2), \qquad (1.24c)$$

которые называются cc1, cc2 и cc3 представления, соответственно. Преобразования Гордона позволяют перейти от одного представления к другому

$$\overline{U}^{\alpha}(p_x)\gamma^{\mu}U^{\beta}(p_A) = \frac{1}{2m}\overline{U}^{\alpha}(p_x)(P^{\mu} + i\sigma^{\mu\nu}q_{\nu})U^{\beta}(p_A).$$
(1.25)

Для нуклонов на внемассовой поверхности выражения (1.24) не эквивалентны и их различие растет с увеличением Q^2 [81]. Теория взаимодействия с нуклоном, находящимся на внемассовой поверхности, не развита, поэтому для его описания применяют метод экстраполяции на внемассовую поверхность [79]. В этом подходе используют форм-факторы и спиноры свободного нуклона, а в выражениях для вершинной функции оператора тока делают замену энергии связанного нуклона ε на энергию свободного нуклона $\tilde{\varepsilon}^2 = p_m^2 + m^2$ с импульсом p_m связанного нуклона. Это приводит, также, к замене следующих переменных

$$q = (\omega, q) \to \widetilde{q} = (\widetilde{\omega}, q)$$
 (1.26a)

$$P = p_x + p_m \to \widetilde{P} = (\varepsilon_x + \widetilde{\varepsilon}, p_x + p_m), \qquad (1.26b)$$

где $\tilde{\omega} = \varepsilon_x - \tilde{\varepsilon}$ - энергия, полученная свободным нуклоном. При малых импульсах $p_m \approx 100$ МэВ/с неопределенности в $\Delta \omega = \omega - \tilde{\omega} = \tilde{\varepsilon} - \varepsilon_m$, вызванные нахождением нуклона вне массовой поверхности, являются незначительными. Параметр $\Delta \omega$ определяет расстояние до массовой поверхности. При больших импульсах $p_m \approx 500$ МэВ/с такие неопределенности зависят от точности экстраполяции. В результате, для вычисления сечений рассеяния на связанном нуклоне в импульсном представлении необходимо использовать выражения (1.24) для вершинной функции, в которых произведена замена (1.26).

Сечения квазиупругого рассеяния электронов, вычисляемые в рамках представлений cc1, cc2 и cc3, начинают отличаться с ростом Q^2 . Изменение вершинной функции, а в свою очередь и изменение оператора тока приводит к нарушению закона сохранения тока, импульса и энергии. Для того, чтобы выполнялся закон сохранения электромагнитного тока необходимо ввести дополнительную калибровку [82]. Это может быть кулоновская калибровка

$$J_z \to \frac{\omega}{|\boldsymbol{q}|} J_0, \tag{1.27}$$

в которой изменяется *z* компонента тока. Также используются калибровки Вейля

$$J_0 \to \frac{|\boldsymbol{q}|}{\omega} J_z \tag{1.28}$$

или Ландау

$$J_{\mu} \to J_{\mu} + \frac{J \cdot q}{Q^2} q_{\mu}. \tag{1.29}$$

В данной работе при рассеянии электрона применяется кулоновская калибровка, а при рассеянии нейтрино используется калибровка Фейнмана.

1.3 Форм-факторы нуклона

При квазиупругом рассеянии электронов $e + N \rightarrow e' + N$ вершинную функцию (1.24b) можно записать через форм-факторы $F_1(Q^2)$ и $F_2(Q^2)$

$$\Gamma_2^{\mu} = F_1(Q^2)\gamma_{\alpha} - (F_2(Q^2)/2M)\sigma_{\alpha\beta}q_{\beta}$$
(1.30)

Функции $F_1(Q^2)$ и $F_2(Q^2)$ называются форм-факторами Дирака и Паули, соответственно [75]. Из Т-инвариантности и унитарности S-матрицы следует, что F_1 и F_2 - вещественные функции. Кроме этого, удобно ввести зарядовый G_E и магнитный G_M форм-факторы Сакса [83, 84]

$$G_M = F_1 + F_2 \tag{1.31a}$$

$$G_E = F_1 - (Q^2/4M^2)F_2.$$
 (1.31b)

Они описывают распределение электрического заряда и магнитного момента ядра. Если считать, что пространственное распредление заряда убывает по экспоненте, тогда его фурье преобразование имеет дипольное представление. При $Q^2 < 1$ ГэВ зависимость форм-факторов от Q^2 хорошо описывается дипольной параметризацией.

$$G_E^p(Q^2) = \frac{1}{(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2} \qquad G_E^n(Q^2) = 0$$
(1.32a)

$$G_M^p(Q^2) = \frac{\kappa_p}{(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2} \qquad G_M^n(Q^2) = \frac{\kappa_n}{(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2},$$
 (1.32b)

где $\kappa_p = 2.79$ и $\kappa_n = -1.91$ - полные магнитные моменты протона и нейтрона в ядерных магнетонах. Параметр M_V - векторная масса нуклона, экспериментальное значение которого равно $M_V^2 = 0.71$ ГэВ². Дипольная параметризация электромагнитных форм-факторов хорошо описывает экспериментальные данные для значений $Q^2 < 2.0$ ГэВ².

При квазиупругом рассеянии нейтрино слабый адронный ток имеет V-A структуру [85], т. е. состоит из векторной V_{α} и аксиальной A_{α} частей. Его можно

представить в виде

$$J_{\alpha} = \cos \theta_C (V_{\alpha} + A_{\alpha}). \tag{1.33}$$

Однонуклонный матричный элемент оператора V_a принимает вид

$$\langle p'|V_{\alpha}|p\rangle = N_{p'}N_{p}\overline{u}(p')[\gamma_{\alpha}F_{V}(Q^{2}) - (1/2M)\sigma_{\alpha\beta}q_{\beta}F_{M}(Q^{2})]u(p), \qquad (1.34)$$

а элемент оператора аксиального тока A_{α} представляется в виде

$$\langle p'|A_{\alpha}|p\rangle = N_{p'}N_{p}\overline{u}(p')[\gamma_{\alpha}\gamma_{5}F_{A}(Q^{2}) + iq_{\alpha}\gamma_{5}F_{P}(Q^{2})]u(p).$$
(1.35)

Вещественные функции $F_V(Q^2)$, $F_M(Q^2)$, $F_A(Q^2)$, $F_P(Q^2)$ - векторный, магнитный, аксиальный и псевдоскалярный слабые форм-факторы нуклона. В силу закона сохранения векторного тока электромагнитные и слабые форм-факторы нуклона связаны соотношениями [86]

$$F_V(Q^2) = F_1^p(Q^2) - F_1^n(Q^2)$$
(1.36a)

$$F_M(Q^2) = F_2^p(Q^2) - F_2^n(Q^2), \qquad (1.36b)$$

где $F_V(0) = 1$, $F_M(0) = \mu_p - \mu_n \approx 3.71$. Псевдоскалярные взаимодействия, описываемые $F_P(q^2)$ форм-фактором, рассматриваются в одно-пионном приближении. Это приближение описывает испускание пиона нейтроном, прохождение пиона и распад пиона. Псевдоскалярный форм-фактор можно выразить через аксиальный форм-фактор. В общем случае аксиальный ток не сохраняется. Однако, в приближении частичного сохранения аксиального тока, т.е. при $m_{\pi} \rightarrow 0$ он сохраняется и

$$g_0 f_\pi = 2M^2 F_A, (1.37)$$

где g_0 - константа πN -взаимодействия, а f_{π} - константа π -распада. Тогда формфакторы F_P и F_A связаны соотношением Гольдберга-Треймана [87]

$$F_P = \frac{g_0 f_\pi}{q^2 - m_\pi^2} = \frac{2M^2}{Q^2 + m_\pi^2} F_A.$$
 (1.38)

При $Q^2 \gg m_{\pi}^2$ вклад F_P мал, по сравнению со вкладом других форм-факторов в квазиупругое сечение рассеяния лептонов, поэтому этим вкладом можно пренебречь. При малых переданных импульсах аксиальный форм-фактор может быть представлен в виде

$$F_A(Q^2) = g_A \Big[1 + \frac{1}{6} \langle r_A^2 \rangle Q^2 + O(Q^2) \Big], \qquad (1.39)$$

где g_A - аксиальная константа связи, измеренная в экспериментах по β -распаду $g_A = F_A(0) \approx -1.272, \langle r_A^2 \rangle^{1/2}$ - аксиальный радиус нуклона. Аксиальный радиус нуклона можно выразить через M_A

$$\langle r_A^2 \rangle = \frac{6}{g_A} \frac{dG_A(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0}$$
 (1.40)

Аксиальный форм-фактор рассматривают в дипольном приближении по аналогии с зарядовым G_E и магнитным G_M форм-факторами

$$F_A(Q^2) = \frac{g_A}{(1 + \frac{Q^2}{M_A^2})^2}.$$
(1.41)

В формуле (1.41) M_A - свободный параметр, который определяют из квазиупругого сечения рассеяния нейтрино. В отличие от экспериментов по упругому рассеянию электронов, в которых зарядовый и магнитный форм-факторы могут быть определены в широкой области квадрата переданного 4-импульса Q^2 , нейтринные квазиупругие сечения измеряются в более ограниченной области $Q^2 < 2.0 \ \Gamma_9B^2$.

1.4 Вклады токов обменных мезонов

Вклады токов обменных мезонов в 2p-2h канал вычислять довольно сложно. Для упрощения расчетов используют различные приближения. Одним из них является применение релятивисткой модели фермиевского газа нуклонов [71]. Тогда, соответствующий адронный тензор дается [88] интегрированием по всем 2p-2h возбужденным состояниям с двумя дырками **h**₁, **h**₂ и двумя частицами p'_1, p'_2 в конечном состоянии. Импульсы частиц и дырок при этом соответствуют $h_1 < k_F$ и $h_2 < k_F$ (k_F - импульс Ферми), $p'_1 > k_F$ и $p'_2 > k_F$.

$$W_{2p2h}^{\mu\nu} = \frac{V}{(2\pi)^9} \int d^3p'_1 d^3p'_2 d^3h_1 d^3h_2 \frac{m_N^4}{E_1 E_2 E'_1 E'_2}$$

 $\times w^{\mu\nu} (\vec{p'}_1, \vec{p'}_2, \vec{h}_1, \vec{h}_2) \delta(E'_1 + E'_2 - E_1 - E_2 - \omega)$
 $\times \Theta(p'_1, h_1) \Theta(p'_2, h_2) \delta(\vec{p'}_1 + \vec{p'}_2 - \vec{q}_1 - \vec{h}_1 - \vec{h}_2),$ (1.42)

где m_N - масса нуклона, E_i и E'_i энергии дырок и частиц на массовой поверхности, $\Theta(p',h) \equiv \theta(p'-k_F)\theta(k_F-h)$, где $\theta(p'-k_F)$ и $\theta(k_F-h)$ - функции Хевисайда. В уравнении (1.42) $w^{\mu\nu}(\vec{p'}_1,\vec{p'}_2,\vec{h}_1,\vec{h}_2)$ представляет 2p-2h эквивалент одно-нуклонного адронного тезора и описывает двух-нуклонные переходы с данными начальными и конечными состояниями, суммированными по спинам и изоспинам

$$w^{\mu\nu}(\vec{p'}_1, \vec{p'}_2, \vec{h}_1, \vec{h}_2) = \frac{1}{4} \sum_{s_1 s_2 s'_1 s'_2} \sum_{t_1 t_2 t'_1 t'_2} j^{\mu} (1', 2', 1, 2)^*_A j^{\nu} (1', 2', 1, 2)_A, \qquad (1.43)$$

где

$$j^{\mu}(1',2',1,2)_A \equiv j^{\mu}(1',2',1,2) - j^{\mu}(1',2',2,1)$$
(1.44)

антисимметризованный ток обменных мезонов. В однопионном приближении ток $j^{\mu}(1', 2', 1, 2)$ равен сумме четырех двух-частичных токов

$$j^{\mu}(1', 2', 1, 2) = j^{\mu}_{sea} + j^{\mu}_{\pi} + j^{\mu}_{pole} + j^{\mu}_{\Delta}, \qquad (1.45)$$

диаграммы которых представлены на Рис. 1. Рисунок 1 взят из работы [71]. Эти токи характеризуют взаимодействие виртуального бозона с адронной вершиной. В случае электрослабого взаимодействия ток $j_{sea}^{\mu} = (j_{sea}^{\mu})_{V} + (j_{sea}^{\mu})_{A}$ (диаграммы a, b) является суммой V (векторной) и A (аксиальной) компонент. Он представляет взаимодействие виртуального бозона с $NN\pi$ вершиной. Ток $j_{\pi}^{\mu} = (j_{\pi}^{\mu})_{V}$ (диаграмма с) является векторным током. Он определяет взаимодействие бозона непосредственно с виртуальным пионом. Ток $j_{pole}^{\mu} = (j_{pole}^{\mu})_{A}$ (диаграммы e, d) содержит только аксиальную компоненту, поэтому он не учавствует в электромагнитном взаимодействии. Наконец, ток (диаграммы f - i)



Рис. 1: Диаграммы двух-частичных токов: a) и b) взаимодействие виртуального бозона с $NN\pi$ вершиной, c) взаимодействие бозона непосредственно с виртуальным пионом, d) и e) учет пионного полюса, f) - i) возбуждение $\Delta(1232)$ состояния.

 $j_{\Delta}^{\mu} = (j_{\Delta}^{\mu})_{V} + (j_{\Delta}^{\mu})_{A}$ соответствует току возбуждения $\Delta(1232)$ состояния. Следует отметить, что вклад $\Delta(1232)$ тока является доминирующим. В рамках такого подхода не учитываются вклады токов обменных мезонов в 1p-1h канал, а также нуклон-нуклонные корреляции в ядре. Также не рассматриваются в качестве обменных более тяжелые ρ -мезоны, которые вносят меньший вклад. Сумма по изоспинам в уравнении (1.43) включает всевозможные каналы, обусловленные заряженным током, которые соответствуют переходам $np \to pp$ и $nn \to np$ при рассеянии нейтрино и переходам $np \to nn$ и $pp \to np$ при рас-
сеянии антинейтрино. Выражение (1.42) сводится к 7-му интегралу, который вычисляется численными методами [89]. Для упрощения вычислений используют параметризации функций отклика $R_X^{2p-2hMEC}$ в широком диапазоне переданных импульса и энергии, которые также удобно использовать в генераторах нейтринных взаимодействий, использующих метод Монте-Карло.

Глава 2

Модели взаимодействия лептонов с ядрами

2.1 Волновые функции связанных в ядре нуклонов

Вначале рассмотрим полуэксклюзивные процессы, в которых регистрируются лептон и выбитый нуклон

$$l(k_i) + A(p_A) \to l'(k_f) + N(p_x) + X,$$
 (2.1)

где $N(p_x)$ - выбитый нуклон с импульсом p_x , X - остаточное нерегистрируемое ядро. Мы рассматриваем рассеяние лептонов на ядре в импульсном приближении. В этом приближении взаимодействие происходит только на одном нуклоне ядра, а адронный ток представляется как сумма одночастичных токов. Матричный элемент адронного тока записывается в виде

$$\langle p, B | J^{\mu} | A \rangle = \int d^3 r \exp(i\mathbf{t} \cdot \mathbf{r}) \overline{\Psi}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \Gamma^{\mu} \Phi(\mathbf{r}),$$
 (2.2)

где $\mathbf{t} = \epsilon_B \mathbf{q}/W$, $W = \sqrt{(m_A + \omega)^2 - \mathbf{q}^2}$ - инвариантная масса, Φ и $\Psi^{(-)}$ релятивистские волновые функции связанного и выбитого нуклона, соответственно. Релятивистские волновые функции связанного нуклона находятся в приближении среднего поля в $\sigma - \omega$ модели ядра [90, 91]. Взаимодействие между нуклонами обусловлено обменом мезонами. Скалярные мезоны σ обеспечивают притяжение между нуклонами, векторные мезоны ω отвечают за их отталкивание. В приближении среднего поля вместо операторов полей мезонов используют их средние значения, таким образом задача сводится к взаимодействию нуклонов с общим потенциалом. Потенциал предполагается сферически симметричным, поэтому удобно работать в сферической системе координат. В этой системе координат токи и поля зависят от расстояния r до центра ядра, а спиноры от значений полного углового момента j_i , m_i , четности π_i и изоспина i-ой оболочки. Волновая функция связанного в ядре нуклона представляется в виде [92]

$$\psi_i = \begin{pmatrix} F_i(r)\tilde{Y}_{l_ij_im_i}(\hat{\boldsymbol{r}})\\ iG_i(r)\tilde{Y}_{\tilde{l}_ij_im_i}(\hat{\boldsymbol{r}}) \end{pmatrix},\tag{2.3}$$

где $\hat{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r}/|\boldsymbol{r}|$. Орбитальные угловые моменты l_i связаны с полным угловым моментом j_i и четностью π_i следующими соотношениями

$$l = j + \frac{1}{2}, \quad \tilde{l} = j - \frac{1}{2} \quad \pi = (-)^{j + \frac{1}{2}}$$
 (2.4a)

$$l = j - \frac{1}{2}, \quad \tilde{l} = j + \frac{1}{2} \quad \pi = (-)^{j - \frac{1}{2}}.$$
 (2.4b)

Спинор $ilde{Y}_{l_i j_i m_i}(\hat{\boldsymbol{r}})$ может быть представлен в виде

$$\tilde{Y}_{ljm}(\hat{\boldsymbol{r}}) = \sum_{m_s m_l} \langle \frac{1}{2} m_s l m_l | j m \rangle Y_{lm_l}(\hat{\boldsymbol{r}}) \chi_{m_s}, \qquad (2.5)$$

где Y_{lm_l} - шаровая функция, а χ_{m_s} - спиновая волновая функция.

Компоненты F_i и G_i спинора в уравнении (2.3) являются решениями системы уравнений Дирака

$$[m+S(r)+V(r)]F_i(r) + \left(\partial_r - \frac{\kappa_i - 1}{r}\right)G_i(r) = \epsilon_i F_i(r)$$
(2.6a)

$$\left(\partial_r + \frac{\kappa_i + 1}{r}\right)F_i(r) - [m + S(r) - V(r)]G_i(r) = \epsilon_i G_i(r), \qquad (2.6b)$$

где $\kappa_i = \pm (j_i + \frac{1}{2})$ при $j_i = l_i \mp \frac{1}{2}$, а ϵ_i - собственная энергия нуклона. Скалярный S(r) и векторный V(r) потенциалы построены над скалярным полем σ и компонентами векторных полей ω^0 , ρ^0 , A^0 соответственно. Система уравнений Дирака для нуклонов и уравнение Клейна-Гордона для мезонов решаются численными методами. Для этого в данной работе использовалась программа TIMORA [93], в которой пренебрегают нелинейными вкладами в самодействии σ -мезонов, а также вкладом кулоновского поля. Волновые функции нуклонов, вычисленные в этом подходе называются оболочечными SH-волновыми функциями.

Волновые функции нуклонов в импульсном представлении $\psi(\boldsymbol{p}_m)$ получают в результате Фурье преобразования функции $\psi(\boldsymbol{r})$

$$\psi(\boldsymbol{p}_m) = \int d\boldsymbol{r} exp(-i\boldsymbol{p}_m \cdot \boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})$$
(2.7)

Для *i*-ой оболочки они принимают вид

$$\psi_i(\boldsymbol{p}_m) = 4\pi i^{-l} \begin{pmatrix} \widetilde{F}_i(p_m) \widetilde{Y}_{l_i j_i m_i}(\hat{\boldsymbol{p}}_m) \\ -S_\kappa \widetilde{G}_i(p_m) \widetilde{Y}_{\tilde{l}_i j_i m_i}(\hat{\boldsymbol{p}}_m) \end{pmatrix},$$
(2.8)

где

$$\widetilde{F}_i(p_m) = \int dr \ r^2 j_{l_i}(p_m r) F_i(r)$$
(2.9a)

$$\widetilde{G}_i(p_m) = \int dr \ r^2 j_{\widetilde{l}_i}(p_m r) G_i(r), \qquad (2.9b)$$

 $\hat{p}_m = p_m/|p_m|, j_l(x)$ - функции Риккати-Бесселя порядка, $\widetilde{l} = 2j-l, S_\kappa = \kappa/|\kappa|,$ $j = |\kappa| - 1/2,$ а

$$l = \begin{cases} \kappa & \text{при } \kappa > 0 \\ -\kappa - 1 & \text{при } \kappa < 0 \end{cases}$$

Функция $ilde{Y}_{l_i j_i m_i}(\hat{\pmb{p}}_m)$ может быть представлена в виде

$$\tilde{Y}_{l_i j_i m_i}(\hat{\boldsymbol{p}}_m) = \Phi^m_\kappa(\hat{\boldsymbol{p}}_m) = \sum_{\mu s} \langle l \mu \frac{1}{2} s \rangle Y^\mu_l(\hat{\boldsymbol{p}}_m) \chi^s = \sum_s \chi^s \langle s | \Phi^m_k \rangle$$
(2.10)

и для нее справедливо соотношение

$$\tilde{Y}_{\tilde{l}_{i}j_{i}m_{i}}(\hat{\boldsymbol{p}}_{m}) = \Phi^{m}_{-\kappa}(\hat{\boldsymbol{p}}_{m}) = -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}_{m}}{p_{m}} \Phi^{m}_{\kappa}(\hat{\boldsymbol{p}}_{m}).$$
(2.11)

Импульсное распределение нуклонов в релятивистском случае имеет вид

$$\rho_i(p_m) = \frac{1}{2\pi^2} (|\widetilde{F}_i(p_m)|^2 + |\widetilde{G}_i(p_m)|^2), \qquad (2.12)$$

при этом выполняется условие нормировки $S_i = 4\pi \int dp_m p_m^2 \rho_i(p_m) = 1$ для полностью заполненной оболочки *i*.

В экспериментах по рассеянию электронов тщательно изучили корреляции нуклонов на коротких расстояниях (SRC). Результаты экспериментов, проведенных в лабораториях JLab [94, 95] и NIKHEP [44] показывают, что 20% нуклонов находятся в коррелированных состояниях с относительными импульсами вплоть до 400-500 МэВ/с. Около 90% этих состояний составляют корреляции нейтрона и протона *пр* и 5% это протон-протонные корреляции *pp*. Это означает, что рассеяние лептона может происходить на коррелированной паре нуклонов, а также приводить к выбиванию двух нуклонов из ядра.

В ядре углерода нуклоны расположены на $1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$ оболочках. В ядре аргона ⁴⁰Ar состояния заняты вплоть до $1f_{7/2}$ оболочки. Согласно данным JLab, заполненность орбиталей S(i) ядра ¹²C [94, 95] равна $S(1p_{1/2}) = 0.84$ и $S(1s_{1/2}) = 1$, в то время как их среднее составляет 0.89. Недостающая заполненность орбиталей связана с наличием ядерных корреляций на коротких расстояниях, которые приводят к появлению нуклонов с большими импульсами и энергиями связи более 100 МэВ/с. При рассеянии на аргоне ⁴⁰Ar заполненности орбиталей варьируются от $S(1f_{7/2}) = 0.82$ до $S(1s_{1/2}) = 1$, при этом их среднее значение составляет 0.87 [96].

Распределение нуклонов по импульсам определяется вкладом нуклонов, находящихся на оболочках $n_{SH}(\boldsymbol{p}_m,\varepsilon)$, а также вкладом коррелированных пар $n_{cor}(\boldsymbol{p}_m,\varepsilon)$

$$n(\boldsymbol{p}_m, \varepsilon) = n_{SH}(\boldsymbol{p}_m, \varepsilon) + n_{cor}(\boldsymbol{p}_m, \varepsilon), \qquad (2.13)$$

Распределение $n_{SH}(\boldsymbol{p}_m,\varepsilon)$ описывает низкоэнергетические состояния нуклонов, находящихся на оболочках, а $n_{cor}(\boldsymbol{p}_m,\varepsilon)$ - высокоэнергетические состояния нуклонов, находящихся в коррелированных парах. В предположении гауссова распределения импульса центра масс \boldsymbol{p}_{CM} коррелированной пары нуклонов [97, 98]

$$n_{CM}(\boldsymbol{p}_{CM}) = (\alpha/\pi)^{3/2} \exp(-\alpha \boldsymbol{p}_{CM}^2),$$
 (2.14)

где $\alpha = 3/(2\langle p_{CM}^2 \rangle), \langle p_{CM}^2 \rangle = 2\langle p^2 \rangle (A-2)/(A-1),$ распределение $n_{cor}(p,\varepsilon)$ принимает вид

$$n_{cor}(\boldsymbol{p},\varepsilon) = n_{cor}(\boldsymbol{p})\frac{2M}{|\boldsymbol{p}|}\sqrt{\alpha\pi}(exp(-\alpha p_{min}^2) - exp(-\alpha p_{max}^2)), \qquad (2.15)$$

 p_{min} и p_{max} - минимальный и максимальный импульсы центра масс NN-пары для данных энергии и импульса ε и p

$$p_{max} = \frac{A-2}{A-1} |\mathbf{p}| + p_T, \quad p_{min} = \frac{A-2}{A-1} |\mathbf{p}| - p_T, \quad (2.16)$$

а $p_T = \{[(A-2)/(A-1)][-2M(\varepsilon + E^{(2)}) - p^2/(A-1)]\}^{1/2}, E^2 = E^{A-2} - E_0^A$ усредненная энергия, необходимая для выбивания двух нуклонов из основного состояния. На $1s_{1/2}$ оболочке находятся нуклоны в основном с малыми



Рис. 2: Зависимость заполненности $1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$ орбиталей углерода ¹²С от импульса нуклонов.

импульсами $p_m < 200 \text{ МэB/c}$, и с увеличением импульса заполненность оболочки непрерывно уменьшается. На 1p оболочке максимум в импульсном распределении нуклонов приходится на область 100 — 120 МэB/c. При импульсах $p_m > p_F$ больше импульса Ферми вклады NN-корреляций начинают играть доминирующую роль, а при импульсах $p_m > 400 \text{ МэB/c}$ для углерода становятся основными. Вклады NN-пар представлены на Рис. 2. Рис. 2 взят из работы [99].

2.2 Релятивистская модель искаженных волн в импульсном приближении

В случае, если мы пренебрегаем взаимодействием в конечном состоянии, выбитый нуклон является свободной частицей и его волновая функция описывается плоской волной. Такое приближение называется плосковолновым (PWIA). В этом приближении сечение рассеяния лептонов может быть выражено через ядерную спектральную функцию $S(\boldsymbol{p}_m, \boldsymbol{\epsilon}_m)$, которая определяет вероятность нахождения нуклона с импульсом \boldsymbol{p}_m и энергией $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ в основном состоянии ядра. Интегрирование функции $S(\boldsymbol{p}_m, \boldsymbol{\epsilon}_m)$ по всему энергетическому спектру дает распределение нуклонов по импульсам $S(\boldsymbol{p}_m)$ в ядре

$$\int S(\boldsymbol{p}_m, \varepsilon_m) d\varepsilon_m = S(\boldsymbol{p}_m). \tag{2.17}$$

Сечение рассеяния лептонов представляется в факторизованном виде

$$\frac{d^5 \sigma^{el}}{d\varepsilon_f d\Omega_f d\Omega_x} = R \frac{|\boldsymbol{p}_x| \varepsilon_x}{(2\pi)^3} \sigma_{eN} S(\boldsymbol{p}_m)$$
(2.18a)

$$\frac{d^5 \sigma^{\nu N}}{d\varepsilon_f d\Omega_f d\Omega_x} = R \frac{|\boldsymbol{p}_x| \varepsilon_x}{(2\pi)^5} \sigma_{\nu N} S(\boldsymbol{p}_m), \qquad (2.18b)$$

 σ_{eN} и $\sigma_{\nu N}$ - элементарные сечения рассеяния электронов и нейтрино на нуклонах с импульсами p_m . Взаимодействие выбитого нуклона с остаточным ядром в конечном состоянии учитывается в релятивистской модели искаженных волн (RDWIA). Для полного описания такого взаимодействия необходимо учитывать всевозможные состояния остаточного ядра, которые соответствуют полному набору каналов протекания реакции. В приближении связанных каналов учитывают только основные каналы процесса рассеяния [100]. При рассеянии на углероде рассматривают $1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$ нуклон-дырочные состояния в остаточных ядрах ¹¹В и ¹¹С. При рассеянии на аргоне ⁴⁰Аг учитывают состояния вплоть до $1f_{7/2}$. Для простоты изложения рассмотрим одноканальное приближение [61]. В этом приближении волновая функция выбитого нуклона $\psi(\mathbf{r})$ находится из уравнения Дирака

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(m+S)]\psi = (E-V)\psi, \qquad (2.19)$$

где

$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \psi_{+}(\mathbf{r}) \\ \psi_{-}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}.$$
(2.20)

Скалярный и векторный релятивистские феноменологические потенциалы S = S(r) и V = V(r) описывают взаимодействие вылетающего нуклона с остаточным ядром. Два линейных уравнения Дирака сводятся к уравнению второго порядка, которое является релятивистским аналогом уравнения Шредингера

$$[\nabla^2 + k^2 - 2\mu (U^c + U^{LS} \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\sigma})]\xi = 0.$$
(2.21)

В этом выражении ξ - двух-компонентный спинор, $\mu = E_N \cdot E_B / (E_N + E_B)$ приведенная энергия нуклона, U^C и U^{LS} - центральный и спин-орбитальный потенциалы, которые выражаются через m, E, скалярный S и векторный Vпотенциалы.

$$U^{C} = \frac{E}{\mu} \left[V + \frac{m}{E} S + \frac{S^{2} - V^{2}}{2E} \right] + U^{D}, \qquad (2.22a)$$

$$U^{D} = \frac{1}{2\mu} \left[-\frac{1}{2r^{2}D} \frac{d}{dr} \left(r^{2}D' \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{D'}{D} \right)^{2} \right], \qquad (2.22b)$$

$$U^{LS} = -\frac{1}{2\mu r} \frac{D'}{D},\tag{2.22c}$$

$$D = 1 + \frac{\dot{S} - V}{E + m},$$
(2.22d)

где D(r) - фактор Дарвина и D' = dD/dr

$$D(r) = \frac{E + M + S(r) - V(r)}{E + M}.$$
(2.23)

Верхняя компонента ψ_+ имеет вид

$$\psi_{+} = \sqrt{D(r)}\xi, \qquad (2.24)$$

а нижняя компонента ψ_{-} выражается через верхнюю следующим образом

$$\psi_{-} = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + M + S - V} \psi_{+}.$$
(2.25)

Подобным образом волновые функции вычисляются в многоканальном приближении. Для описания взаимодействия вылетающего нуклона с остаточным ядром используется оптический потенциал, содержащий действительную и мнимую части. Действительная часть описывает упругое взаимодействие нуклона, а мнимая часть - неупругое. Оптические потенциалы определены из экспериментальных данных по сечениям рассеяния нуклонов [61]. Мнимая часть потенциала отвечает за уменьшение потока вероятности в упругих каналах. Такой подход является корректным для эксклюзивных реакций, в которых только один канал вносит вклад в сечение. В инклюзивных сечениях, когда все каналы вносят вклад, полный поток должен сохраняться. Однако, в модели RDWIA, если мнимая часть потенциала не равна нулю, то поток уменьшается, что является некорректным, и приводит к завышению эффекта FSI в инклюзивных сечениях. Для решения проблемы несохраняющегося потока при анализе инклюзивных реакций применяют метод функций Грина [101, 102]. С использованием функций Грина мнимая часть оптического потенциала отвечает за перераспределение потока между различными каналами. Это приводит к сохранению полного потока. При расчетах инклюзивных реакций в подходе RDWIA можно пренебречь вкладом мнимой части потенциала, поскольку получаемые результаты практически идентичны результатам полученным с помощью функций Грина. В данной работе искаженные волновые функции вычисляются численными методами с использованием программы LEA [103], в которой оптические потенциалы для ядер углерода и кальция были заданы параметризацией EDAD1 [104]. Эта параметризация выбрана при сравнении результатов расчетов с данными по рассеянию электронов, как наиболее предпочтительная.

Для вычисления инклюзивных сечений полуэксклюзивные сечения интегрировались по азимутальному углу ϕ выбитого нуклона и импульсу p_m связанного нуклона [98]

$$\left(\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f}\right)_{RDWIA} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{p_{min}}^{p_{max}} dp_m \frac{p_m}{p_x |\boldsymbol{q}|} R_c \times \left(\frac{d^5\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f d\Omega_x}\right)_{RDWIA}, \quad (2.26)$$

где $p_m = |\mathbf{p}_m|, p_x = |\mathbf{p}_x|, \mathbf{p}_m = \mathbf{p}_x - \mathbf{q}$ и $R_c = 1 + (\mathbf{p}_x^2 + \mathbf{q}^2 - \mathbf{p}_m^2)\varepsilon_x/(2p_x^2\varepsilon_B).$ Величину эффектов FSI можно оценить, сравнивая сечения, вычисленные в подходе плоских волн и в подходе искаженных волн

$$\Lambda(\varepsilon_f, \Omega_f) = \left(\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f}\right)_{RDWIA} / \left(\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f}\right)_{PWIA}.$$
(2.27)

Это отношение называют прозрачностью ядра. Вклады в сечение от коррелированных пар $(d^3\sigma/d\varepsilon_f d\Omega_f)_{HM}$ вычисляются в плосковолновом приближении. Для учета взаимодействий в конечном состоянии этих высокоэнергетичных нуклонов делается поправка на прозрачность ядра (2.27). В итоге, полное инклюзивное сечение, которое учитывает NN-кореляции принимает следующий вид [76]

$$\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f} = \left(\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f}\right)_{RDWIA} + \Lambda(\varepsilon_f, \Omega_f) \left(\frac{d^3\sigma}{d\varepsilon_f d\Omega_f}\right)_{HM}.$$
(2.28)

2.3 Параметризации 2p-2h MEC

Для вычисления вкладов двух-частичных 2p-2h MEC токов использовались параметризации ядерных функций отклика MEC процессов, вычисленных в рамках релятивистской модели [105, 106].

$$R_X^{2p-2hMEC}(\psi',q) = \frac{2a_{3,X}e^{-(\psi'-a_{4,X})^2/a_{5,X}}}{1+e^{-(\psi'-a_{1,X})^2/a_{2,X}}} + \sum_{k=0}^2 b_{k,X} \cdot (\psi')^k, \qquad (2.29)$$

где $X = T_{em}, L_{em}, CC, CL, LL, T(= T_{VV} + T_{AA}), T'_{VA}$. $X = T_{em}, L_{em}$ - электромагнитные поперечная и продольная функции отклика, $CC, CL, LL, T(= T_{VV}+T_{AA}), T'_{VA}$ - слабые функции отклика. $R_{CC} = W_{00}, R_{CL} = -1/2(W_{03}+W_{30}),$ $R_{LL} = W_{33}, R_T = W_{11}+W_{22}, R_{T'} = -i/2(W_{12}-W_{21})$. Параметры $a_{i,X}(q)$ и $b_{k,X}(q)$ зависят от переданного трех-импульса и определены для каждого канала реакции. Скейлинговая функция ψ' имеет вид

$$\psi' = \frac{1}{\sqrt{\xi_F}} \frac{\lambda' - \tau'}{\sqrt{(1+\lambda')\tau' + \kappa\sqrt{\tau'(1+\tau')}}},\tag{2.30}$$

где $\xi_F = \sqrt{1 + (k_F/m_N)^2} - 1$, k_F - импульс Ферми, m_N - масса нуклона, $\kappa = q/(2m_N), \ \lambda = \omega/(2m_N), \ \tau = |Q^2|/(2m_N)^2 = \kappa^2 - \lambda^2.$ Переменные со штрихами λ' и τ' в выражении (2.30) означают, что учтена энергия связи ϵ_b , т.е. $\omega' = \omega - \epsilon_b$. Вначале рассмотрим векторные ядерные продольные и поперечные функции отклика, возникающие в электомагнитных 2p-2h MEC процессах, L_{em} и T_{em}, которые представлены на Рис. 3. Рисунок 3 взят из работы [71]. Процессы 2p-2h MEC дают вклады в поперечную функцию отклика и доминируют вплоть до переданных трехмерных импульсов $q \sim 1800 \text{ M} \cdot \text{B/c}$. Поперечные и продольные вклады становятся одного порядка при больших переданных импульсах. Наибольший вклад в сечение приходится на переданные импульсы в области $q \leq 1000 - 1500$ МэВ/с. При $q \geq 400$ МэВ/с распределение значений функции отклика в зависимости от переданной энергии имеет максимум и затем плавно уменьшается с ростом переданной энергии ("хвост" распределения). Для параметризации функций в области максимума используется первое слагаемое в выражении (2.29), а для параметризации "хвоста" распределения используется второе слагаемое. В этом выражении функции отклика неявно зависят от переданного импульса q, явная зависимость выражена в коэффициентах $a_{i,L(T)}(q)$ и $b_{k,L(T)}(q)$. Для параметризации функций отклика при $q \ge 2000$ МэВ/с применяется только второе слагаемое из (2.29), поскольку в этой области нет максимума распределения, т.е. $a_{3,L(T)}(q) = 0$. В области 2000 < q < 3500МэВ/с функции отклика очень похожи, поэтому используется одинаковая параметризация $b_{k,L(T)}(q > 2000) = b_{k,L(T)}(q = 2000)$. Помимо этого, при $q \ge 2000$ МэВ/с или при $\omega \ge 1000$ МэВ вклад 2р-2h МЕС не существенен. При $q \le 300$ МэВ/с также используется только второе слагаемое (2.29), т.е. $a_3=0$

$$R_{L(T)_{VV}}^{MEC}(\psi', q < 300) = \sum_{k=0}^{3} c_{k,L(T)}(q) \cdot (\psi')^{k}.$$
(2.31)

Выражения (2.29) и (2.31) с высокой точностью воспроизводят вычисленные значения поперечной и продольной функций отклика 2p-2h MEC. Для параметризации функций отклика слабого взаимодействия, которые описыва-



Рис. 3: Электромагниные T_{em} , L_{em} и слабые $CC, CL, LL, T(=T_{VV} + T_{AA}), T'_{VA}$ функции отклика 2p-2h MEC для ядер углерода, как функции переданной энергии ω , для четырех значений переданного импульса q = 400, 800, 1200 и 1600 MэB/c.

ют рассеяние нейтрино используется то же выражение (2.29), что и для параметризации электромагнитных функций отклика. При рассеянии нейтрино в параметризации учавствуют пять функций отклика слабого взаимодействия: $CC, CL, LL, T(=T_{VV} + T_{AA}), T'_{VA}$, которые изображены на Рис. 3. При больших переданных энергиях вклады L и T' становятся сравнимы. Оба этих вклада значительно меньше, чем доминирующий вклад T. В отличие от электромагнитных процессов, в продольной компоненте доминирует вклад аксиального канала. Вклады аксиального и векторного каналов в сечение рассеяния нейтрино близки. Вклад интерференции векторного и аксиального каналов достигает максимума при энергиях порядка $E_{\nu} \sim 1$ ГэВ и убывает при более высоких энергиях.

2.4 Определение аксиального форм-фактора $F_A(Q^2)$ из распределения $d\sigma/dQ^2$

Аксиальный ток, как следует из выражений (1.35) и (1.38), можно представить в виде

$$J_A = F_A(Q^2) J'_A(Q^2), (2.32)$$

где

$$J'_{A} = \gamma^{\mu}\gamma_{5} + F'_{P}(Q^{2})q^{\mu}\gamma_{5}, \qquad (2.33)$$

где $F'_P = i(2M^2)/(Q^2 + m_\pi^2)$. Таким образом, слабый ток может быть представлен в виде $J = J_V + F_A J'_A$. Выражение для адронного тензора, тогда, принимает вид

$$W_{\mu\nu} = W^V_{\mu\nu} + F^2_A(Q^2)W^A_{\mu\nu} + hF_A(Q^2)W^{VA}_{\mu\nu}, \qquad (2.34)$$

где $W^V_{\mu\nu} = \langle (J_V)_{\mu} (J_V)^{\dagger}_{\nu} \rangle, W^A_{\mu\nu} = \langle (J'_A)_{\mu} (J'_A)^{\dagger}_{\nu} \rangle$ и $W^{VA}_{\mu\nu} = \langle (J_V)_{\mu} (J'_A)^{\dagger}_{\nu} + (J'_A)_{\mu} (J_V)^{\dagger}_{\nu} \rangle,$ h = 1 для нейтрино и h = -1 для антинейтрино, а инклюзивное сечение рассеяния нейтрино $d\sigma/dQ^2$ можно записать в виде суммы вкладов векторного σ^V , аксиального σ^A и векторно-аксиального σ^{VA} сечений [107]

$$\frac{d\sigma^{\nu,\overline{\nu}}}{dQ^2}(Q^2,\varepsilon_i) = \sigma^V(Q^2,\varepsilon_i) + F_A^2(Q^2)\sigma^A(Q^2,\varepsilon_i) + hF_A(Q^2)\sigma^{VA}(Q^2,\varepsilon_i) \quad (2.35a)$$

$$\frac{d^2\sigma^{\nu,\overline{\nu}}}{dT,d\cos\Theta}(T,\cos\Theta,\varepsilon_i) = \sigma^V(T,\cos\Theta,\varepsilon_i) + F_A^2(Q^2)\sigma^A(T,\cos\Theta,\varepsilon_i)$$

$$+ hF_A(Q^2)\sigma^{VA}(T,\cos\Theta,\varepsilon_i), \quad (2.35b)$$

где сечение $\sigma^V = d\sigma/dQ^2(d^2\sigma/dT\cos\Theta)$ вычислено при $F_A = 0$, а сечение $\sigma^A = d\sigma/dQ^2(d^2\sigma/dT\cos\Theta)$ вычислено при $F_V = F_M = 0, F_A = 1$. Это означает, что сечение $\sigma^A(dQ^2)$ не зависит от векторных форм-факторов, т.е. от продольной и поперечной КУ функций отклика. Векторно-аксиальное сечение σ^{VA} , получаемое из интерференции векторного и аксиального токов, может быть записано в виде

$$\sigma^{VA} = [\sigma(F_A = 1) - \sigma^V - \sigma^A], \qquad (2.36)$$

где $\sigma(F_A = 1)$ это сечение $d\sigma/dQ^2$, вычисленное при $F_A(Q^2) = 1$. В экспериментах измеряют дифференциальные сечения рассеяния нейтрино, интегрированное по потоку нейтрино. Они могут быть записаны в виде

$$\left\langle \frac{d\sigma^{\nu,\overline{\nu}}}{dQ^2}(Q^2) \right\rangle = \int_{\varepsilon_{min}}^{\varepsilon_{max}} D_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i) \frac{d\sigma^{\nu,\overline{\nu}}}{dQ^2}(Q^2,\varepsilon_i) d\varepsilon_i, \qquad (2.37)$$

где $D_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i)$ - нормированный на единицу нейтринный поток, который равен

$$D_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i) = I_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i)/\Phi_{\nu,\overline{\nu}},\tag{2.38}$$

где $I_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i)$ - спектр нейтрино(антинейтрино), $\Phi_{\nu,\overline{\nu}}$ - интегрированный по энергии поток нейтрино(антинейтрино). Интегрированные по потоку нейтрино сечения $\langle (d\sigma^{\nu,\overline{\nu}}/dQ^2)(Q^2)\rangle$ (2.37) выражаются через интегрированные по потоку векторное $\langle \sigma^V \rangle$, аксиальное $\langle \sigma^A \rangle$ и вектор-аксиальное $\langle \sigma^{VA} \rangle$ сечения. Интегрированные по потоку квазиупругие сечения рассеяния нейтрино записываются в виде, аналогичном выражению (2.35)

$$\left\langle \frac{d\sigma^{QE}}{dQ^2}(Q^2) \right\rangle = \left\langle \sigma^V(Q^2) \right\rangle^{QE} + F_A^2(Q^2) \left\langle \sigma^A(Q^2) \right\rangle^{QE} + hF_A(Q^2) \left\langle \sigma^{VA}(Q^2) \right\rangle^{QE}, \quad (2.39)$$

где

$$\langle \sigma^{V,A,AV}(Q^2) \rangle^{QE} = \int_{\varepsilon_{min}}^{\varepsilon_{max}} D_{\nu,\overline{\nu}}(\varepsilon_i) [\sigma^{V,A,AV}(Q^2,\varepsilon_i)]^{QE} d\varepsilon_i.$$
(2.40)

При рассмотрении квазиупругих взаимодействий и взаимодействий на обменных мезонах интегрированное по потоку сечение может быть записано в виде суммы

$$\left\langle \frac{d\sigma}{dQ^2}(Q^2) \right\rangle = \left\langle \frac{d\sigma^{QE}}{dQ^2}(Q^2) \right\rangle + \left\langle \frac{d\sigma^{MEC}}{dQ^2}(Q^2) \right\rangle.$$
(2.41)

Аксиальный форм-фактор $F_A^2(Q^2)$ можно определить, решая уравнения (2.39) и (2.41), где сечения $\langle (d\sigma/dQ^2)(Q^2) \rangle$ берутся из экспериментальных данных. Стоит отметить, что получаемый таким образом форм-фактор $F_A^2(Q^2)$ модельно зависим и имеет неопределенности, вызванные неопределенностями в формфакторах F_V , F_M , потоке ν_{μ} и вкладах 2p-2h MEC. Тем не менее, полученная зависимость аксиального форм-фактора от квадрата переданного 4-импульса Q^2 позволяет проверить используемую в расчетах дипольную параметризацию F_A .

Проверка RDWIA+MEC модели на данных по рассеянию электронов

Слабый адронный ток является суммой слабого векторного и аксиального токов. В свою очередь слабый векторный ток выражается через электромагнитный ток. Для описания данных по рассеянию нейтрино важно правильно воспроизвести векторный и аксиальный токи, поэтому любая модель для описания рассеяния нейтрино должна быть проверена на данных по рассеянию электронов. Если модель не в состоянии воспроизвести векторную часть функции отклика, то она не опишет правильно и нейтринные функции отклика. Имеется большой набор данных по рассеянию электронов на углероде, который охватывает широкую кинематическую область, где сечения этих процессов измерены с хорошей точностью. В электромагнитных и слабых процессах эффекты взаимодействия нуклонов в конечном состоянии одинаковы. Точность описания этих эффектов может быть проверена по данным о рассеянии электронов на ядрах. Оценка функций отклика и сечений рассеяния в широкой кинематической области критически важна для корректного описания рассеяния нейтрино на ядрах. Такая оценка позволяет проверить правильность RDWIA+MEC подхода, по крайне мере в векторном секторе. Мы сравниваем вычисленные нами продольную и поперечную ядерные функции отклика, а также инклюзивные сечения рассеяния электронов с экспериментальными данными для проверки RDWIA+MEC модели.

3.1 Электромагнитные функции отклика

Продольная и поперечная функции отклика на углероде, вычисленные в RDWIA+MEC подходе показаны на рисунках 4 - 6 для различных значений переданного импульса. Полученные функции отклика сравниваются с данны-



Рис. 4: Продольная (а) и поперечная (b) функции отклика при $|\boldsymbol{q}| = 300 \text{ МэB/c}$ как функции переданной энергии ω для рассеяния электрона ${}^{12}C(e, e')$. Сплошная линия - результаты RDWIA + MEC, штриховая линия: (а) вклад от NNкоррелированных пар; (b) вклад от RDWIA, а штрихпунктирная линия 2p - 2hMEC вклады. Данные взяты из работ [108, 109].

ми эксперимента Saclay [108] и мировыми данными [109]. Заметим, что имеются некоторые отличия между двумя наборами данных. Эти отличия вызваны тем,



Рис. 5: То же, что и на Рис. 4, но продольная и поперечная функции отклика представлены при $|\boldsymbol{q}| = 400$ МэВ/с (a), (c) и при $|\boldsymbol{q}| = 380$ МэВ/с (b), (d). Данные приведены из [108, 109].

что в мировых данных при всех переданных импульсах $|\boldsymbol{q}|$ используется более широкая область поляризации виртуального фотона $\epsilon = 0.05 \div 0.95$, что привело к уменьшению систематических ошибок. На рисунках, также, показаны вклады от коррелированных NN-пар в продольную функцию отклика $R_L(|\boldsymbol{q}|,\omega)$



Рис. 6: То же, что и на Рис. 5, но при $|\boldsymbol{q}| = 550$ МэВ/с и $|\boldsymbol{q}| = 570$ МэВ/с.

и вклады в поперечную функцию отклика $R_T(|\boldsymbol{q}|, \omega)$ от двух-частичных токов 2p-2h MEC. Стоит отметить, что в функции R_L доминирует вклад одночастичных токов, т.е. квазиупругих взимодействий и взимодействий на коррелированных парах при больших переданных энергиях, в то время как в поперечную составляющую вносят существенный вклад двухчастичные токи [57, 110–113].

Вычисленные функции отклика $R_L(|\boldsymbol{q}|,\omega)$ и $R_T(|\boldsymbol{q}|,\omega)$, как функции пе-

реданной энергии при $|\boldsymbol{q}| = 300$ МэВ/с в сравнении с экспериментальными данными [108, 109] показаны на рисунке 4. Очевидно, что вычисленные значения продольной функции отклика $R_L(|\boldsymbol{q}|, \omega)$ переоценивают экспериментальные данные, в то время как поперечные $R_T(|\boldsymbol{q}|, \omega)$ находятся в хорошем согласии с данными. Сравнения продольной и поперечной функций отклика, вычисленные при $|\boldsymbol{q}| = 400$, 380, 500 и 570 МэВ/с, с данными представлены на рисунках 5, 6. Согласие между значениями RDWIA+MEC и мировыми данными вполне удовлетворительное. Очевидно, что учет вкладов двух-частичных токов 2p - 2h MEC увеличивает поперечную функцию отклика при больших переданных энергиях и, таким образом, улучшает согласие между предсказаниями модели и данными.

3.2 Двойные дифференциальные сечения рассеяния ${}^{12}\mathrm{C}(e,e')$

На рисунках 7 и 8 представлены вычисленные двойные дифференциальные сечения $^{12}C(e, e')$ как функции переданной энергии в сравнении с данными из работ [108, 114–118]. На каждом рисунке показаны вклады в инклюзивное сечение от КУ и 2p - 2h МЕС процессов. Сравнения проведены в широкой кинематической области, и каждый рисунок соответствует фиксированным значениям энергии налетающего электрона и его угла рассеяния. Рисунки упорядочены по увеличению значения переданного импульса q_{QE} . Импульс q_{QE} соответствует значению переданного 3-х импульса в максимуме распределения. Наблюдается хорошее согласие между сечениями, вычисленными в RDWIA+MEC модели, и экспериментальными данными. Местоположение, ширина и высота максимума распределения КУ взаимодействий, также хорошо согласуются, что говорит о надежности RDWIA+MEC модели. Только в определенной кинематической области наблюдаются расхождения. При значениях E = 1500 МэВ, $\theta = 11.95^{\circ}$ и $q_{QE} = 311$ МэВ/с [114] результаты расчетов переоценивают значения данных в максимуме распределения значения данных в максимуме распределения согласное кинематической области не выполняются на высота не выполняются на расчетов переоценивают значения данных в максимуме распределения значения данных в максимуме распределения.



Рис. 7: Инклюзивное двойное дифференциальное сечение, как функция переданной энергии ω для рассеяния электрона на ¹²С. Сплошная линия - результаты RDWIA + MEC модели, штриховая линия - вклады 2p - 2h MEC и штрихпунктирная - вклады от КУ. Данные взяты из [114] (заполненные треугольники), [108] (заполненные квадраты), [115] (заполненные круги). В [114] данные приведены для пучка энергии электрона E = 1500 МэВ и угла рассеяния $\theta = 11.95^\circ, \theta = 13.54^\circ;$ в [108] данные приведены для E = 680 МэВ и $\theta = 36^\circ;$ в [115] данные приведены для E = 500 МэВ и $\theta = 60^\circ$.



Рис. 8: То же, что и на рисунке 7, но данные приведены из [116] (круг) для энергии пучка электронов E = 730 МэВ и $\theta = 37.1^{\circ}$; [108] (заполненные квадраты) для E = 560 МэВ, $\theta = 60^{\circ}$ и E = 620 МэВ и $\theta = 60^{\circ}$; [117, 118] для E = 2130МэВ и $\theta = 16^{\circ}$.

условия импульсного приближения и влияние коллективных эффектов существенно. При значениях E = 500 МэВ, $\theta = 60^{\circ}$ и $q_{QE} = 457$ МэВ/с [115] также наблюдается расхождение с данными в области КУ пика. В то же время, наблюдается хорошее согласие при близких значениях $q_{QE} = 443 \text{ M} \cdot \text{B/c}$, но при $E = 730 \text{ M} \cdot \text{B}$ и $\theta = 37.1^{\circ} [116]$.

Расчеты показывают, что вклад 2p - 2h МЕС возрастает с переданной энергией и достигает максимума в области между QE и Δ пиками, которая называется "dip" областью. Сечения неупругих взаимодействий обусловлены в основном процессами с образованием Δ резонансов, которые вносят вклад в поперечную функцию отклика. В частности, $\omega_{QE} = \sqrt{|\mathbf{q}|^2 + m^2} - m$ соответствует примерно максимуму распределения КУ взаимодействий, $\omega_{\Delta} = \sqrt{|\mathbf{q}|^2 + m_{\Delta}^2} - m$ соответствует максимуму распределения Δ -резонанса [m_{Δ} - масса $\Delta(1232)$], а область между двуми этими максимумами - двухчастичным возбуждениям. Если переданный импульс не очень велик, эти области слабо перекрываются, поэтому хорошо различимы в данных,

$$\Delta \omega = \omega_{\Delta} - \omega_{QE} = \frac{(m_{\Delta}^2 - m^2)}{\sqrt{|\boldsymbol{q}^2| + m^2} + \sqrt{|\boldsymbol{q}^2| + m_{\Delta}^2}},$$
(3.1)

что позволяет тестировать теоретические модели для каждого конкретного процесса. При больших переданных импульсах Δ и КУ максимумы имеют тенденцию к перекрытию. В этом случае только сравнение с полноценной моделью, включающей неупругие процессы, имеет смысл.

Такое сравнение было проведено в работе [119], в которой рассматривалась RDWIA + MEC + RES модель. Для описания вкладов резонансных процессов использовалась параметризация одно-нуклонных неупругих спектральных функций [120, 121]. Модель RDWIA + MEC + RES успешно проверена на данных по рассеянию электронов [108, 114–118, 122, 123]. Для этого были вычислены инклюзивные двойные дифференциальные сечения рассеяния электронов на ядрах ¹²C, ⁴⁰Ca и ⁴⁰Ar как функции переданной ядру энергии. Вычисления были проведены в широкой кинематической области, которая охватывает квазиупругий пик, "dip" область и область рождения Δ -резонанса. Этой кинематической области достаточно для описания всего набора данных по рассеянию (*e*, *e'*). Форма и положение КУ максимума, предсказанные этой моделью, согласуются в пределах ошибок измерения с экспериментальными данными, учитывая что вклады дают не только КУ и 2р-2h MEC процессы, а также РЕЗ вклады. Сечения в "dip" области между КУ и РЕЗ, также, хорошо описываются в рамках этой модели. Расхождения наблюдаются только при значениях $q_{QE} < 340$ МэВ, где модель для углерода переоценивает данные на 30% - 50% в районе КУ максимума. Такое отличие объясняется тем, что в этой области импульсное приближение не применимо из-за влияния коллективных ядерных эффектов. Подход RDWIA + MEC + RES успешно проверен и на данных JLab [95, 124, 125] по инклюзивному сечению рассеяния электронов на ядрах углерода и аргона при значении энергии налетающего электрона Е = 2.222 ГэВ и угле рассеяния электрона $\theta = 15.54^{\circ}$. Хорошее согласие между теорией и данными наблюдается, практически, по всему энергетическому спектру. Небольшие расхождения наблюдаются только в области РЕЗ максимума.

В эксперименте SLAC [115] инклюзивные дифференциальные сечения рассеяния электронов $d\sigma/d\varepsilon d\Omega$ на ядрах углерода ¹²С и кальция ⁴⁰Са были получены при энергии налетающего электрона Е = 500 МэВ и угла рассеяния электрона $\theta = 32^{\circ}$. Из данных SLAC и JLab определены отношения измеренных сечений $(Ca/C) = (d\sigma^{Ca}/d\varepsilon d\Omega)_{nucl}/(d\sigma^C/d\varepsilon d\Omega)_{nucl}$ и (Ar/C) $=(d\sigma^{Ar}/darepsilon d\Omega)_{nucl}/(d\sigma^C/darepsilon d\Omega)_{nucl},$ в которых величины $(d\sigma^i/darepsilon d\Omega)_{nucl}$ нормированы на количества нуклонов в мишенях. Теоретические расчеты отношений (Ca/C) и (Ar/C) в RDWIA + MEC + RES модели согласуются с данными с точностью 15% в области КУ максимума. Основной вклад в эти расхождения вносят коллективные ядерные эффекты и взаимодействия в конечном состоянии. Согласие между теорией и данными в "dip" области, говорит о надежности модели для вычисления ОМ вкладов. В этой области вклады от КУ, 2p-2h МЕС и неупругих каналов могут существенно перекрываться друг с другом. Это усложняет идентификацию взаимодействий в эксперименте, особенно когда регистрируются два нуклона в конечном состоянии. Таким образом, согласие модели RDWIA + MEC + RES с данными в этой области чрезвычайно важно для подтверждения ее надежности, в частности, для описания 2p-2h MEC эффектов. Оценка точности расчетов 2p-2h MEC эффектов является консервативной или, другими словами, является оценкой сверху. Полагая, что сечения КУ и неупругого взаимодействия вычисляются точно, мы можем полагать, что наблюдаемое расхождение с данными обусловленно ошибками в вычислении вкладов токов обменных мезонов. Точность этих вычислений определяет точность предсказания вкладов MEC в векторном секторе электрослабых взаимодействий.

Для детальной оценки согласия теоретических расчетов с экспериментальными данными были вычислены отношения $R^i_{dip} = (d\sigma^i/d\varepsilon d\Omega)_{cal}/(d\sigma^i/d\varepsilon d\Omega)_{data}$ как функции переданного импульса q_{dip} , который соответствует 3-х мерному переданному импульсу в минимуме измеренного сечения в "dip" области. Величины $(d\sigma^i/d\varepsilon d\Omega)_{cal}$ и $(d\sigma^i/d\varepsilon d\Omega)_{data}$ - теоретические и измеренные сечения соответственно при рассеянии на углероде (i=C) и на кальции (i=Ca). Величины q_{dip} принимают значения в области от ≈ 250 МэВ до ≈ 1100 МэВ для углерода и 340 $\leq q_{dip} \leq 660$ МэВ для кальция. Также, вычислены вклады МЕС процессов в дифференциальные C(e, e') сечения рассеяния, т. е. отношения $\delta_{MEC} = (d\sigma/d\varepsilon d\Omega)_{MEC}/(d\sigma/d\varepsilon d\Omega)$, где $(d\sigma/d\varepsilon d\Omega)_{MEC}$ - дифференциальные сечения 2p-2h MEC взаимодействия. Экспериментальные данные ${}^{12}C(e,e')$ разделены на два набора, которые относятся к двум областям энергий налетающего электрона $0.4 \le E \le 1.2$ ГэВ и $1.5 \le E \le 3.5$ ГэВ. Первый набор соответствует энергиям эксперимента Т2К (низкие энергии), второй набор соответствует энергиям эксперимента NOvA (высокие энергии). На рис. 9 представлены отношения R^i_{dip} и δ_{MEC} как функции q_{dip} . На рис. 9а отношения R^C_{dip} увеличиваются с ростом q_{dip} от 0.7 при $q_{dip} \approx 250$ МэВ до ≈ 1 при $q_{dip} \approx 500$ МэВ и при этом не зависят от энергии электрона. При $q_{dip} > 500$ МэВ вычисленные и измеренные сечения находятся в хорошем согласии с данными в пределах экспериментальных ошибок. Вклад δ_{MEC} (рис. 9с), напротив, уменьшается от 0.65 при $q_{dip} \approx 250$ МэВ до 0.42 при $q_{dip} \approx 500$ МэВ и достигает значения 0.2 при $q_{dip} \approx 1000$ МэВ.



Рис. 9: Отношения R_{dip}^C для рассеяния на углероде (a) [123] и R_{dip}^{Ca} для кальция (b) [117, 118] как функции q_{dip} . Энергии налетающего электрона E = 0.4 - 1.2 ГэВ (заполненные треугольники), E = 1.5 - 3.5 ГэВ (заполненные круги). Вклады МЕС δ_{MEC} как функции q_{dip} для углерода (c) и для кальция (d) в модели RDWIA + MEC + RES.

Вклад δ_{MEC} , также, не зависят от энергии электрона. Отношение R_{dip}^{Ca} (рис. 9b), как и R_{dip} , увеличивается с ростом q_{dip} от 0.7 при $q_{dip} \approx 350$ МэВ до ≈ 1 при



Рис. 10: Отношения R_{dip}^C для рассеяния на углероде (a) и R_{dip}^{Ca} рассеяния на кальции (b) [117, 118] как функции вкладов δ_{MEC} , вычисленные в модели RDWIA + MEC + RES. Энергии налетающего электрона E = 0.4 - 1.2 ГэВ (заполненные треугольники), E = 1.5 - 3.5 ГэВ (заполненные круги).

 $q_{dip} > 500$ МэВ. Вклад 2р-2h MEC (рис. 9d) уменьшается от 0.68 при $q_{dip} \approx 300$ МэВ до 0.38 при $q_{dip} \approx 600$ МэВ. Отношения R^i_{dip} для углерода и кальция как функции δ_{MEC} представлены на рис. 10. Значения $R^i_{dip} \approx 1$ при $\delta_{MEC} < 0.45$, а затем R_{dip}^{i} уменьшаются до ≈ 0.8 с ростом δ_{MEC} до ≈ 0.6 . Это означает, что вклады 2p-2h MEC в "dip" области уменьшаются с увеличением переданного импульса. Точность инклюзивных сечений, вычисленных в RDWIA + MEC + RES подходе в "dip" области улучшается с 35% при $q_{dip} \approx 250$ MэB ($q_{dip} \approx k_F$) до 10% при $q_{dip} \geq 500$ MэB ($q_{dip} \geq 2k_F$), где k_F - импульс Ферми. Таким образом, при $q_{dip} < 250$ МэВ модель RDWIA + MEC + RES недооценивает измеренные сечения на 30% и находится в согласии с экспериментальными данными в пределах ошибок измерения при $q_{dip} \geq 500$ МэВ. Вклады MEC уменьшаются с увеличением q_{dip} от 65% при $q_{dip} = 250$ МэВ до 20% при $q_{dip} = 1000$ МэВ. Эти результаты слабо зависят от энергии налетающего электрона.

3.3 Эффекты большой аксиальной массы M_A и двух-частичных токов 2p - 2h MEC в рассеянии нейтрино

В эксперименте MiniBooNE [126, 127] измерялись двойные-дифференциальные сечения рассеяния нейтрино по энергии и углу вылета мюона, а также дифференциальные сечения рассеяния по Q^2 . Полученные сечения рассеяния могут быть описаны в рамках моделей КУ рассеяния нейтрино на ядрах без учета вкладов двухчастичных токов, но с большими значениями аксиальной массы [96, 107, 126–128]. В то же время, был предложен ряд моделей [67, 68, 74, 129, 130], в которых учитывались вклады двух-частичных токов. Они позволяют описать данные эксперимента MiniBooNE со значением аксиальной массы порядка 1 ГэВ. При вычислении двойных дифференциальных сечений эти два подхода дают, примерно, одинаковый результат, поэтому исследовались распределения по переменным Q^2 и инвариантной массе W, чтобы отличить эти два подхода.

$$W^2 = M_N^2 + 2M(\varepsilon_\nu - \varepsilon_\mu) - Q^2 \tag{3.2}$$

В данной работе вычислены нейтринные и антинейтринные сечения $(d\sigma/dx)_{QE+MEC}$ в модели RDWIA+MEC с аксиальной массой $M_A = 1.03$ ГэВ



Рис. 11: Инклюзивное сечение (верхнии рисунки) и отношения R(MEC) и $R(M_A = 1.35)$ (нижнии рисунки) как функции энергии мюона для рассеяния нейтрино и антинейтрино с энергией $E_{\nu} = 2$ ГэВ на ядрах углерода ¹²С. На верхних рисунках сплошная линия - расчеты RDWIA+MEC, штрихпунктирная линия - расчеты RDWIA ($M_A = 1.35$ ГэВ), где штриховая и пунктирная линии - RDWIA($M_A = 1.03$ GeV) и MEC вклады в сечения RDWIA+MEC. На нижних рисунках показаны отношения R(MEC) (сплошная линия) и $R(M_A = 1.35)$ (пунктирная линия).

и сечения $(d\sigma/dx)_{M_A,QE}$ в модели RDWIA с аксиальной массой $M_A = 1.35$ ГэВ, как функции кинематических переменных $\varepsilon_{\mu}, Q^2, W$ при энергиях налетающего нейтрино $\varepsilon_{
u} = 2$ ГэВ. Для сравнения полученных распределений с сечениями КУ взаимодействий $(d\sigma/dx)_{QE}$, вычисленными в RDWIA модели с $M_A = 1.03$ ГэВ, мы рассматриваем отношения $R(MEC) = (d\sigma/dx)_{QE+MEC}/(d\sigma/dx)_{QE}$ и $R(M_A = 1.35) = (d\sigma/dx)_{M_A,QE}/(d\sigma/dx)_{QE}$. Инклюзивные сечения рассеяния нейтрино и антинейтрино $d\sigma/d\varepsilon_{\mu}$ на углероде представлены на рисунке 11 как функции энергии мюона. На верхних рисунках сечения, полученные в подходе RDWIA+MEC, сравниваются с инклюзивными сечениями $(d\sigma/d\varepsilon_{\mu})_{M_A,QE}$. Также, показаны вклады 2p - 2h MEC и KУ процессов в сечения $(d\sigma/d\varepsilon_{\mu})_{QE+MEC}$. Нижние рисунки показывают отношения R(MEC) и $R(M_A = 1.35)$ как функции ε_{μ} . Вклад 2p - 2h MEC возрастает с энергией мюона, достигая максимума при $\varepsilon_{\mu} \approx 1.6$ ГэВ и становится незначительным в области квазиупругого максимума. Это приводит к появлению пика в отношениях R(MEC) в интервале энергий $\varepsilon_{\mu} \approx 1.4 - 1.7$ ГэВ. В обеих моделях при низких энергиях мюона сечения оказываются больше, чем значения $(d\sigma/d\varepsilon)_{QE}$, а в области КУ максимума они практически одинаковы. Заметим, что в RDWIA модели со значением аксиальной массы $M_A = 1.35$ ГэВ сечения в области КУ максимума получаются на $\approx 10\%$ выше, чем $(d\sigma/d\varepsilon)_{QE}$.

На рисунке 12 представлены сечения рассеяния $d\sigma/dQ^2$ как функции квадрата переданного 4-импульса Q^2 . При $Q^2 < 0.2$ $(\Gamma \Rightarrow B/c)^2$ сечения в модели RDWIA+MEC примерно в два раза больше, чем сечения $(d\sigma/dQ^2)_{QE}$. В интервале $0.2 < Q^2 < 1$ $(\Gamma \Rightarrow B/c)^2$ отношение $R(MEC) \approx 1.4$ и медленно убывает (возрастает) с Q^2 для рассеяния нейтрино(антинейтрино). Таким образом, в этой области значений Q^2 вклады 2p - 2h MEC слегка меняют наклоны Q^2 распределений, вычисленных в модели RDWIA с $M_A = 1.03$ ГэВ, поскольку в параметризации аксиального форм-фактора G_A^5 используется значение $M_{A\Delta} \approx M_A \approx 1$ ГэВ. С другой стороны, отношение R(M = 1.35) возрастает с увеличением Q^2 от $R \approx 1$ при $Q^2 \approx 0.1$ (ГэВ/с)² до 1.7 при $Q^2 \approx 1$ (ГэВ/с)².



Рис. 12: То же, что и на Рис. 11, но для сечений $d\sigma/dQ^2$ как функции Q^2 .

На рисунке 13 приведены сечения рассеяния $d\sigma/dW$ как функции инвариантной массы W. Вклад 2p - 2h MEC возрастает с инвариантной массой и достигает максимума при $W \approx 1.15$ ГэВ, как и в случае рассеяния электронов. Отношение R(MEC), также, возрастает с увеличением W от $R \approx 1.1$ в области КУ максимума до 2.6(4.5) при W = 1.15 ГэВ для рассеяния нейтрино(антинейтрино). При W = 0.94 ГэВ отношение $R(M_A = 1.35) \approx 1.3$, и оно



Рис. 13: То же, что и на Рис. 11, но для сечения $d\sigma/dW$ как функции W.

медленно растет до ~ 1.6 при $W \approx 1.15$ ГэВ. Очевидно, что процессы МЕС доминируют в "dip" области.

Вычисленные полные сечения рассеяния нейтрино и антинейтрино σ_{tot} , а также экспериментальные данные [27, 28, 126, 127, 131–133] как функции энергии налетающего нейтрино приведены на рисунке 14. Сечения, полученные в рамках приближения RDWIA+MEC, сравниваются с полными сечениями, вы-



Рис. 14: Полные сечения для QE и QE+MEC рассеяний мюонного нейтрино(верхнии рисунки) и антинейтрино(нижнии рисунки) на ¹²C как функции энергии налетающего (анти)нейтрино. Данные для разных мишеней взяты из [27, 28, 126, 127, 131–133]. Также показаны предсказания модели RDWIA+MEC (сплошная линия), RDWIA($M_A = 1.35$ ГэВ) (штриховая линия), RDWIA($M_A = 1.03$ ГэВ) (штрихпунктирная линия), и 2p - 2h MEC (пунктирная линия).

численными в RDWIA модели со значением аксиальной массы $M_A = 1.35$ ГэВ. Также, представлены результаты, полученные в модели RDWIA со значением $M_A = 1.03$ ГэВ, и вклады 2p - 2h MEC, которые составляют около 27% при $\varepsilon_{\nu} > 1$ ГэВ. Полные сечения нормированны на число нейтронов (протонов) в мишени. Из сравнения результатов RDWIA+MEC и RDWIA со значением $M_A = 1.35$ ГэВ следует, что сечения рассеяния нейтрино находятся в хорошем согласии и отличие между сечениями антинейтрино меньше 10% при $\varepsilon_{\nu} > 1$ ГэВ.

Таким образом, заметное отличие меджу $RDWIA(M_A = 1.35 \ \Gamma \circ B)$ и RDWIA+MEC подходами наблюдается в распределениях по инвариантной массе W. Учет вклада двух-частичных токов или же большой аксиальной массы нуклона оказывает практически одинаковый эффект как на дифференциальные $d\sigma/d\varepsilon_{\mu}$, так и на полные сечения σ_{tot} . Однако, эти два подхода по разному влияют на распределение по W, которое получается различным [66]. Как было показано выше, учет двух-частичных токов 2p - 2h MEC позволяет описать данные MiniBooNE с аксиальной массой равной единице $M_A \approx 1.03$. Такое значение аксиальной массы согласуется с данными по рассеянию нейтрино на легких ядрах. С другой стороны, нет никаких теоретических обоснований, что аксиальные массы свободного и связанного нуклонов должны быть одинаковы. Стоит заметить, что распределения Q^2 и W не являются измеряемыми величинами. Они зависят от энергии налетающего нейтрино, которая в нейтринных экспериментах неизвестна, поскольку пучок нейтрино имеет широкое распределение по энергии. Помимо этого, точность восстановления энергии нейтрино является модельно-зависимой, поэтому необходимо правильно описывать конечные состояния адронной системы.

Глава 4

Определение аксиальной массы и оценка сечений при энергиях эксперимента NOVA

Модель RDWIA+MEC была успешно проверена на данных по рассеянию электронов. Из сравнения нейтринных сечений, вычисленных в этой модели, с данными эксперимента MiniBooNE по рассеянию нейтрино на ядрах углерода определяется аксиальный форм-фактор нуклона и значение его аксиальной массы. При найденном значении аксиальной массы оцениваются интегрированные по спектру нейтрино сечения рассеяния при энергиях эксперимента NOvA.

4.1 Аксиальная масса в модели RDWIA+MEC

Данные по КУ рассеянию нейтрино, полученные в эксперименте MiniBooNE, охватывают значительную часть кинематической области доступной в эксперименте NOvA. Аксиальная масса нуклона является свободным параметром RDWIA+MEC модели. Для определения значения аксиальной массы используется метод наименьших квадратов. Данные MiniBooNE содержат безпионные события, а события в которых зарегестрировано два мишелевских электрона не рассматриваются. Данные представлены в виде интегрированных по потоку нейтрино дважды-дифференциальных сечений рассеяния нейтрино $d^2\sigma/dTdcos heta$ и дифференциальных сечений $d\sigma/dQ^2$ в области $0 < Q^2 < 2$ $(\Gamma
ightarrow {
m B/c})^2$. Квадрат переданного 4-импульса Q^2_{QE} вычисляется по восстановленной энергии нейтрино и по измеренным энергии и углу вылетающего мюона. Неопределенности в нормировке составляют 10.7%. Чистота отобранных КУ событий равна 77%. Изучение процессов рассеяния антинейтрино затруднительно, поскольку в антинейтринном пучке [127] $\bar{\nu}_{\mu}$ содержится большая примесь нейтрино ν_{μ} . Помимо этого, в данных по рассеянию антинейтрино содержится большой фон от событий $CC1\pi^-$, поскольку большинство π^- поглощается



Рис. 15: Интегрированные по потоку нейтрино $\langle \sigma^V \rangle$ (сплошная линия), $\langle \sigma^A \rangle$ (штриховая линия), $\langle \sigma^{VA} \rangle$ (штрих-пунктирная линия) и $\langle d\sigma_{MEC}/dQ^2 \rangle$ (пунктирная линия) сечения рассеяния ν_{μ} на ¹²С как функции Q^2 .

в ядре. Чистота отобранных КУ событий по рассеянию антинейтрино равна 61%. Для определения значений аксиального форм-фактора $F_A(Q^2)$ как функции Q^2 в данной работе вычислены интегрированные по потоку нейтрино сечения КУ+МЕС взаимодействий $\langle \sigma^V \rangle$, $\langle \sigma^A \rangle$, $\langle \sigma^{VA} \rangle$ и $\langle d\sigma_{MEC}/dQ^2 \rangle$ [126]. Поток нейтрино в эксперименте MiniBooNE охватывает диапазон 0 < E_{ν} < 3 ГэВ, который содержит 93.6% событий, регистрируемых в детекторе. Средняя энергия в потоке составляет 788 МэВ. Примесь антинейтрино $\bar{\nu}_{\mu}$ составляет 5.9%, а примесь электронных нейтрино и антинейтрино составляет 0.5%. На рисунке
15 показаны вклады слабых токов σ^V , σ^A , σ^{VA} и МЕС процессов в сечения рассеяния нейтрино ν_{μ} на углероде ¹²С как функции Q^2 . Из рисунка следует что вклад МЕС сравним со вкладом векторных токов σ^V . При определении значения аксиального форм-фактора используется метод наименьших квадратов. Для дифференциальных $d\sigma/dQ^2$ (1D фит)

$$\chi_{1D}^{2} = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(d\sigma/dQ_{QE}^{2})_{k}^{data} - (d\sigma/dQ^{2})_{k}^{th}}{\Delta(d\sigma/dQ^{2})_{k}} \right]^{2} \to 1D$$
(4.1)

и дважды-дифференциальных $d^2\sigma/dTdcos heta$ (2D фит) сечений рассеяния

$$\chi_{2D}^{2} = \sum_{l=1}^{M} \left[\frac{(d^{2}\sigma/dTdcos\theta)_{l}^{data} - (d^{2}\sigma/dTdcos\theta)_{l}^{th}}{\Delta(d^{2}\sigma/dTdcos\theta)_{l}} \right]^{2} \to 2D,$$
(4.2)

где $(d\sigma/dQ^2)^{th}$ и $(d\sigma/dQ^2_{QE})^{data}$ - распределения по истинным значениям Q^2 и по восстановленным значениям Q^2_{QE} , соответственно, а $\Delta (d\sigma/dQ^2)_k$ и $\Delta (d^2\sigma/dTdcos\theta)_l$ диагональные элементы матрицы ошибок в форме измеренных распределений по Q_{QE}^2 . В результате минимизации получены следующие наилучшие значения χ^2 и M_A : $\chi^2_{1D}/DOF = 19/13$ и $M_A = 1.17 \pm 0.03$ ГэВ для 1D фита и $\chi^2_{2D}/DOF=62/136$ и $M_A=1.24\pm 0.09$ ГэВ для 2D фита. Сечения рассеяния $(d\sigma/dQ^2_{QE})$ и $d^2\sigma/dTdcos heta$ не являются статистически независимыми и результат 2D фита предпочтителен, потому что он менее модельно зависим, поскольку используются распределения по измеряемым величинам. Также, получено наилучшее значение $M_A = 1.20 \pm 0.06$ ГэВ $(\chi^2/DOF = 111/150)$ для 1D+2D фита. Хотя, есть различия между полученными значениями M_A , они согласуются в пределах экспериментальных ошибок. В наших расчетах мы используем среднее между значениями 1.17 и 1.24, равное $M_A = 1.20$ ГэВ. Это значение аксиальной массы согласуется в пределах ошибок со значением $M_A = 1.15 \pm 0.03$ ГэВ, полученным совместным фитом по набору данных MiniBooNE и MINERvA [134, 135]. Также, наблюдается согласие со значением аксиальной массы, полученной в работе [135]. Помимо этого, в работе [135] показано, что наилучшие значения минимизации слабо зависят от систематических



Рис. 16: Интегрированные по потоку нейтрино $d\sigma/dQ^2$ КУ-подобные сечения рассеяния ν_{μ} на нейтрон мишени (верхний рисунок) и полученные значения аксиального форм-фактора $F_A(Q^2)$ из данных MiniBooNE как функции Q^2 (нижний рисунок). Верхний рисунок: вычисления RDWIA+MEC (сплошная линия), RDWIA со значением $M_A = 1.2$ ГэВ (штриховая), 2p-2h MEC вклады (штрихпунктирная). Нижний рисунок: квадраты (круги) аксиальный форм-фактор, полученный в RDWIA+MEC (RDWIA), сплошная (пунктирная) линии - результаты дипольной параметризации с $M_A = 1.2$ (1.36) ГэВ.

неопределенностей в нормировке сечений. Следует отметить, что при анализе данных эксперимента MiniBooNE рассматривался набор, из которого были вы-



Рис. 17: Интегрированные по потоку нейтрино сечения $d^2\sigma/dTd\cos\theta$ на нейтрон для ν_{μ} КУ-подобного рассеяния как функции кинетической энергии мюона для четырех бинов по углу рассеяния мюона: $\cos\theta = (-1 - 0)$, (0 - 0.3), (0.3 - 0.5) и (0.5 - 0.6). Сечения вычислены в рамках RDWIA+MEC модели. Вклады КУ и 2p - 2h MEC представлены отдельно. Данные MiniBooNE показаны точками с ошибкой по форме распределения.

чтены события, где Δ резонанс, рожденный в нейтринном взаимодействии, не распался с образованием пиона, а провзаимодействовал в ядре. В то же вре-

мя, в данной работе учитывается вклад этого канала в процессы рассеяния на обменных мезонах. На рисунке 16(а) показано сравнение вычисленных $d\sigma/dQ^2$ сечений со значением $M_A = 1.2$ ГэВ с результатами эксперимента MiniBooNE. Наблюдается хорошее согласие с данными, однако, модель слегка переоценивает сечение в кинематической области $0.08 < Q^2 < 0.3$ ГэВ/с. Результат дипольной параметризации $F_A(Q^2)$ со значением $M_A = 1.2$ ГэВ представлен на рисунке 16(б). Для получения значений аксиального форм-фактора F_A используется выражение (2.41), в котором учитываются только ошибки в форме распределения. Значения аксиального форм-фактора, полученные в рамках RDWIA подхода [107] (без учета вклада обменных мезонов) хорошо согласуются с предположением о дипольной параметризации аксиального форм-фактора и значением аксиальной массы $M_A = 1.36$ ГэВ. Значения F_A , полученные в рамках RDWIA подхода превышают результат, полученный с учетом вклада MEC на 7%. Из рисунков видно, что вклад 2p-2h MEC является существенным.

Дважды-дифференциальные сечения рассеяния, вычисленные со значением $M_A = 1.2$ ГэВ представлены на рисунках 17-21. Сечения рассеяния $d^2\sigma/dTdcos\theta$ как функции кинетической энергии мюона приведены на рисунках 17 и 18. Результаты представлены в широкой кинематической области. Как видно из графиков, модель слегка недооценивает данные для углов вылета $0.9 < cos\theta < 1$. По мере увеличения угла рассеяния, RDWIA+MEC модель начинает хорошо согласовываться с данными. Сечения, представленные на рисунках 17 и 18, показывают, что учет вкладов 2р-2h MEC процессов необходим для успешного описания результатов эксперимента. Вклады этих эффектов сравнимы с КУ процессами и составляют около 25%, а при малых значениях Q^2 они достигают 30%.

На рисунках 19 - 21 приведены сечения $d^2\sigma/dTd\cos\theta$, как функции угла вылета мюона, для фиксированной кинетической энергии мюона. Эти графики дополняют предыдущие и показывают, что модель RDWIA+MEC способна правильно описать и угловые распределения мюонов. Наблюдается хорошее со-



Рис. 18: То же, что и на Рис. (17), но для бинов по углу рассеяния мюона: $\cos \theta = (0.6 - 0.7), (0.7 - 0.8), (0.8 - 0.9)$ и (0.9 - 1).

гласие в пределах экспериментальных ошибок между вычисленными сечениями и данными. В кинематической области 0.2 < T < 0.3 ГэВ и $-1 < cos \theta < -0.2$ результаты расчета на 10% меньше измеренного сечения и различия уменьшаются с ростом энергии мюона. На рисунке 22 представлены интегрированные по спектру нейтрино дифференциальные КУ сечения рассеяния $d\sigma/dT$ как функ-



Рис. 19: Интегрированные по потоку нейтрино сечения $d^2\sigma/dTd\cos\theta$ на нейтрон для ν_{μ} КУ-подобного рассеяния как функции угла рассеяния мюона для четырех бинов по кинетической энергии мюона: T (ГэВ) = (0.2 - 0.3), (0.3 - 0.4), (0.4 - 0.5) и (0.5 - 0.6). Сечения вычислены в рамках RDWIA+MEC модели. Вклады КУ и 2p - 2h MEC представлены отдельно. Данные MiniBooNE показаны точками с ошибкой по форме распределения.

ции кинетической энергии мюона (верхнии графики) и сечения $d\sigma/dcos\theta$ как функции угла рассеяния мюона (нижние графики). Измеренные сечения $d\sigma/dT$



Рис. 20: То же, что и на Рис. (19), но для бинов по кинетической энергии мюона: T (ГэВ) = (0.6 - 0.7), (0.7 - 0.8), (0.8 - 0.9) и (0.9 - 1).

 $(d\sigma/dcos\theta)$ с учетом ошибок только в форме распределения получены в результате суммирования двойных дифференциальных сечений по бинам $cos\theta$ (T) и представлены в работах [126]. Интегрирование по кинетической энергии мюона выполнено в диапазоне 0.2 < T < 2 ГэВ. Как видно из графиков, RDWIA+MEC модель со значением M = 1.2 ГэВ способна воспроизвести как форму распреде-



Рис. 21: То же, что и на Рис. (19), но для бинов по кинетической энергии мюона: *T* (ГэВ) = (1 - 1.1), (1.1 - 1.2), (1.2 - 1.3) и (1.3 - 1.4).

ления, так и абсолютные значения экспериментальных данных. Отличия между вычисленными и измеренными интегрированными по спектру нейтрино сечениями рассеяния $d\sigma/dQ^2$, $d\sigma/dT$ и $d\sigma/dcos\theta$ составляют менее $\pm 12\%$.

4.2 Сравнение сечений, полученных в RDWIA+MEC, RPA+MEC и SuSAv2-MEC моделях

Интегрированные по спектру нейтрино дифференциальные сечения рассеяния, вычисленные в рамках RPA+MEC(M) [67], RPA+MEC(N) [74] и SuSAv2-МЕС [70, 71, 73, 130, 136] подходов в сравнении с данными эксперимента MiniBooNE представлены на рисунках 23-25. Измеренные сечения рассеяния $d\sigma/dQ^2$ [126] и вычисленные в моделях RDWIA+MEC и RPA+MEC(M) [67] приведены на рисунке 23. Вычисленные сечения хорошо описывают экспериментальные данные при $Q^2 > 0.3$ (ГэВ/с)². Модель RDWIA+MEC на 8% переоценивает данные в диапазоне $0.08 < Q^2 < 0.3 \ (\Gamma
ightarrow B/c)^2$. Результаты работы [67] переоценивают данные при низких значениях $Q^2 < 0.06 \; (\Gamma
m sB/c)^2$. В области $Q^2 < 0.3 \ (\Gamma
ightarrow {
m B/c})^2$ KV сечения рассеяния, вычисленные в рамках RDWIA подхода с аксиальной массой $M_A = 1.2$ ГэВ, оказываются на 30% больше, чем сечения, полученные в работе [67] и отличия уменьшаются с ростом Q^2 до 12% при $Q^2 \approx 0.9 \; (\Gamma_{\Im}B/c)^2$. На рисунке 24 показаны двойные дифференциальные сечения $d^2\sigma/dTdcos\theta$, вычисленные в рамках RDWIA+MEC, SuSAv2-MEC, RPA-MEC(N) [74] и RPA-MEC(M) [67] подходов. На рисунке 24(а) сечения как функции кинетической энегрии мюона приведены в диапазоне $0.8 < cos \theta < 0.9$. Видно, что результаты расчета, выполненного в рамках RPA-MEC(N) модели, недооценивают измеренные сечения, в то время как результаты остальных моделей находятся в хорошем согласии с данными MiniBooNE. На рисунке 24(b) сечения как функции угла рассеяния мюона приведены в диапазоне кинетической энергии мюона 0.4 < T < 0.5 ГэВ. Вычисленные сечения согласуются с данными, однако, наблюдается отличие в подходе SuSAv2-MEC. Интегрированные по потоку нейтрино дифференциальные сечения $d\sigma/dT$ и $d\sigma/dcos\theta$ при T > 0.2 ГэВ, вычисленные в RDWIA+MEC, SuSAv2-MEC и RPA-MEC(M) моделях, представлены на рисунке 25. Сечение $d\sigma/dT$ приведено как функция кинетической энергии мюона, а сечение $d\sigma/dcos\theta$, как функция угла рассеяния



Рис. 22: Интегрированные по потоку нейтрино сечения рассеяния $d\sigma/dT$ как функции кинетической энергии мюона (верхний рисунок) и $d\sigma/d\cos\theta$ как функции угла рассеяния мюона для T > 0.2 ГэВ (нижний рисунок). Сечения вычислены в рамках RDWIA+MEC модели. Вклады КУ и 2p-2h MEC представлены отдельно. Данные MiniBooNE показаны точками.

мюона. Также, показаны измеренные сечения MiniBooNE с ошибкой в форме распределения. В пределах экспериментальных ошибок измеренные данные со-



Рис. 23: Интегрированные по потоку нейтрино сечения $d\sigma/dQ^2$ на нейтрон для КУ-подобного рассеяния ν_{μ} как функции Q^2 . Сечения вычислены в рамках RDWIA+MEC ($M_A = 1.2 \ \Gamma$ эВ) и RPA-MEC(M) [67] моделей. Вклады КУ в RDWIA и RPA представлены отдельно. Данные MiniBooNE показаны точками.

гласуются с расчетами.

4.3 КУ подобные сечения при энергиях эксперимента NOvA

В данной работе оцениваются интегрированные по потоку нейтрино в эксперименте NOvA дифференциальные сечения для КУ + MEC процессов рассеяния



Рис. 24: Интегрированные по потоку нейтрино $d^2\sigma/dTd\cos\theta$ КУ-подобные сечения рассеяния ν_{μ} на нейтрон мишени. Верхний рисунок: вычисления RDWIA+MEC (сплошная линия), RPA-MEC(M) (штрих-пунктирная) [67], SuSAv2-MEC (штриховая) и RPA-MEC(N) (пунктирная) [74] в диапазоне 0.8 $<\cos\theta < 0.9$ как функции кинетической энергии мюона. Нижний рисунок: вычисления RDWIA+MEC (сплошная линия), SuSAv2-MEC (штриховая), RPA-MEC(M) (штрих-пунктирная) в диапазоне 0.4 < T < 0.5 ГэВ как функции угла рассеяния мюона. Данные MiniBooNE показаны точками.



Рис. 25: Интегрированные по потоку нейтрино КУ-подобные сечения рассеяния на нейтрон мишени $d\sigma/dT$ как функции кинетической энергии мюона (верхний рисунок) и $d\sigma/d\cos\theta$ как функции угла рассеяния мюона для T > 0.2 ГэВ (нижний рисунок). Сечения вычислены в рамках RDWIA+MEC, SuSAv2-MEC и RPA-MEC(M) [67] моделей. Данные MiniBooNE показаны точками.

нейтрино на нейтронах веществ, входящих в состав ближнего детектора. Они вычисляются в рамках RDWIA+MEC подхода с аксиальной массой $M_A = 1.2$



Рис. 26: Интегрированные по потоку нейтрино КУ и 2p - 2h МЕС сечений рассеяния $d\sigma/dQ^2$ на нейтрон мишени (верхний рисунок) и отношения R_{QE} и R_{MEC} (нижний рисунок) как функции Q^2 . Сечения вычислены для рассеяния на ^{12}C и 40 Ar.

ГэВ, которая наилучшим образом описывает данные эксперимента MiniBooNE. В эксперименте NOvA детекторы расположены под углом 14 мрад к направлению пучка нейтрино [137], что обеспечивает узкий диапазон энергий нетрино,



Рис. 27: Интегрированные по потоку нейтрино КУ-подобное сечение $d\sigma/dQ^2$ рассеяния на нейтрон мишени как функция Q^2 (сплошная линия). Вклады КУ (штриховая) и 2p - 2h MEC (штрих-пунктирная) представлены отдельно.

который составляет 0.5-5 ГэВ с максимумом в районе 2 ГэВ. Детекторы состоят в основном из углерода, хлора и водорода: ¹²С - 66.8%, ³⁵Cl - 16.4%, ¹H - 10.5%, ⁴⁸Ti - 3.3%, ¹⁶O - 2.6%, примесь других элементов составляет 0.4% [138]. Ячейки детектора заполнены жидким сцинтиллятором (CH₂), который составляет 63% от полного веса всего детектора. В данной работе для упрощения вычислений предполагается, что рассеяние происходит только на углероде и хлоре. Доля углерода полагается равной $\alpha_C = 0.806$, доля хлора - $\alpha_{Cl} = 0.194$.

В работе [96] вычислялись дифференциальные сечения рассеяния нейтрино на аргоне ⁴⁰Ar. Отличия между ядерной структурой ⁴⁰Ar и ³⁹Cl незначительные. Таким образом, сечение взаимодействия нейтрино оценивается для рассеяния на мишени, состоящей из ядер углерода и аргона. Вклады процессов 2p-2h MEC при рассеянии на аргоне были вычислены, используя параметризацию для ¹²C, перенормированную для аргона [139]. Сечение рассеяния на нейтрон может быть выражено как $\sigma_{MIX} = \alpha_C \sigma_C + \alpha_{Cl} \alpha_{Ar}$, где $\sigma_C(\sigma_{Ar})$ - сечения рассеяния нейтрино на нейтрон в ядре ¹²C(⁴⁰Ar). Систематические неопределенности сечения σ_{MIX} , обусловленные заменой хлора аргоном и пренебрежением рассеяния на других ядрах, помимо, углерода и аргона, составляют около 0.6%. На рисунке 26 представлены интегрированные по потоку нейтрино дифференциальные сечения $d\sigma/dQ^2$ для рассеяния нейтрино на ядрах ¹²C и ⁴⁰Ar.

Сечения были вычислены для КУ и 2p-2h МЕС процессов в кинематической области T > 0.3 ГэВ и $0.3 < cos\theta < 1$. Также, приведены отношения $R_{QE} = (d\sigma/dQ^2)_{QE}^{Ar}/(d\sigma/dQ^2)_{QE}^{C}$ и $R_{MEC} = (d\sigma/dQ^2)_{MEC}^{Ar}/(d\sigma/dQ^2)_{MEC}^{C}$, где $(d\sigma/dQ^2)_{QE}^{Ar}[(d\sigma/dQ^2)_{QE}^{C}]$ и $(d\sigma/dQ^2)_{MEC}^{Ar}[(d\sigma/dQ^2)_{QE}^{C}]$ КУ и 2p-2h МЕС сечения рассеяния на нейтрон мишени при рассеянии на ${}^{40}Ar({}^{12}C)$, соответственно. Из рисунка видно, что отношение R_{QE} уменьшается с ростом Q^2 от 1.2 (ГэВ/с)² при $Q^2 \approx 0.04$ (ГэВ/с)² до 0.87 при $Q^2 \approx 1$ (ГэВ/с)². С другой стороны отношение R_{MEC} увеличивается медленно с ростом Q^2 от 1.1 при $Q^2 \approx 0.1$ (ГэВ/с)² до 1.17 при $Q^2 \approx 1$ (ГэВ/с)². Таким образом, из RDWIA+MEC модели следует, что дифференциальные КУ сечения на нейтрон мишени уменьшаются, а 2p-2h MEC вклады возрастают с увеличением массы ядра.

Интегрированные по потоку нейтрино КУ сечения рассеяния $(d\sigma/dQ^2)_{MIX}$ на нейтрон мишени, а также вклады 2p-2h MEC процессов представлены на рисунке 27. Отношение $R = (d\sigma/dQ^2)_{MIX}/(d\sigma/dQ^2)_C$ составляет 0.98 в диапазоне переданных 4-импульсов $0.1 < Q^2 < 1$ (ГэВ/с)². Это означает, что КУ рассеяние в ближнем детекторе эксперимента NOvA практически такое же, как рассеяние на ядрах углерода. На рисунках 28 и 29 представлены интегрированные по спектру нейтрино дважды-дифференциальные КУ сечения рассеяния на нейтрон. Сечения приведены как функции кинетической энергии мюона для различных бинов по углу рассеяния мюона. Двойные



Рис. 28: Интегрированное по потоку нейтрино сечение $d^2\sigma/dTd\cos\theta$ на нейтрон для ν_{μ} КУ-подобного рассеяния, как функция кинетической энергии мюона для четырех бинов по углу рассеяния мюона: $\cos\theta = (0.84 \cdot 0.86)$, (0.86-0.88), (0.88-0.90) и (0.90-0.92). Вклады КУ и 2p - 2h МЕС представлены отдельно.

дифференциальные сечения, усредненные по кинетической энергии мюона, приведены на рисунках 30 и 31. На этих рисунках отдельно показаны вклады КУ и 2p-2h MEC процессов. Интегрированные по потоку нейтрино КУ сечение

89



Рис. 29: То же, что и на Рис. (28), но для бинов по углу рассеяния мюона: $\cos \theta = (0.92 - 0.94), (0.94 - 0.96), (0.96 - 0.98)$ и (0.98-1).

рассеяния на нейтрон $d\sigma/dT$ как функция кинетической энергии мюона и сечение $d\sigma/dcos\theta$ как функция угла рассеяния мюона представлены на рисунке 32. Вклады КУ и 2p-2h MEC процессов, также, показаны отдельно. При вычислении $d\sigma/dT$ сечения дважды-дифференциальное сечение было интегрировано по углу рассеяния мюона в диапазоне $0.6 < cos\theta < 1$, а сечение $d\sigma/dcos\theta$ получено

90



Рис. 30: Интегрированное по потоку нейтрино сечение $d^2\sigma/dTd\cos\theta$ на нейтрон для ν_{μ} КУ-подобного рассеяния, как функция угла рассеяния мюона для четырех бинов по кинетической энергии мюона: T (ГэВ) = (0.8 - 1), (1 - 1.2), (1.2 -1.4) и (1.4 - 1.6). Вклады КУ и 2p - 2h МЕС представлены отдельно.

интегрированием по кинетической энергии мюона в диапазоне 0.2 < T < 3.5ГэВ. Систематические неопределенности этих сечений равны, примерно, $\pm 12\%$. Отношения $R_{MEC} = (d\sigma/dQ^2)_{QE+MEC}/(d\sigma/dQ^2)_{QE}$, где дифференциальные



Рис. 31: То же, что и на Рис. (30), но для бинов по кинетической энергии мюона: T (ГэВ) = (1.6 - 1.8), (1.8 - 2.0), (2.0 - 2.2) и (2.2 - 2.4).

КУ-подобные сечения $(d\sigma/dQ^2)_{QE+MEC}$ и КУ сечения $(d\sigma/dQ^2)_{QE}$, вычисленные для экспериментов MiniBooNE и NOvA, представлены на рисунке 33. Из рисунка видно, что в эксперименте NOvA вклад 2p-2h MEC процессов на 8% больше, чем в эксперименте MiniBooNE. Это может быть связано с тем, что поток нейтрино в эксперименте NOvA имеет максимум в районе ≈ 2 ГэB, а в



Рис. 32: Интегрированные по потоку нейтрино сечения ν_{μ} КУ-подобного рассеяния на нейтрон $d\sigma/dT$ для $0.6 < \cos \theta < 1$, как функции кинетической энергии мюона (верхний рисунок), и $d\sigma/d\cos \theta$ для 0.2 < T < 3.5 ГэВ, как функции угла рассеяния мюона (нижний рисунок). Вклады КУ и 2p - 2h МЕС представлены отдельно.

эксперименте MiniBooNE при энергии ≈ 0.7 ГэВ.



Рис. 33: Отношение R_{MEC} , как функция Q^2 , интегрированных по потоку нейтрино сечений $d\sigma/dQ^2$ для NOvA и MiniBooNE.

Заключение

В заключении подытожены результаты, представленные в данной работе.

- Для описания КУ-подобных сечений предложена объединенная модель RDWIA+MEC искаженных волн в импульсном приближении и вкладов 2-х частичных токов, обусловленных рассеянием на обменных мезонах. При вычислении инклюзивных и полных сечений КУ рассеяния в рамках RDWIA учитываются эффекты взаимодействий в конечном состоянии и вклады NN-корреляций нуклонов на коротких расстояниях. Для описания двухчастичных токов используются параметризации ядерных функций отклика MEC процессов. Учет вкладов двух-частичных токов позволяет точнее описать сечения рассеяния лептонов в области между КУ и РЕЗ пиками.
- Модель RDWIA+MEC успешно проверена в электромагнитных взаимодействиях. Для этого приведены результаты расчетов электромагнитных функций отклика и дифференциальных сечений рассеяния электронов на углероде, а также их сравнение с экспериментальными данными в широкой кинематической области. Модель RDWIA+MEC в пределах экспериментальных ошибок хорошо описывает продольную и поперечную электромагнитные функции отклика и инклюзивные сечения рассеяния электронов на ядрах углерода.
- Проведено сравнение квазиупругих и 2p-2h MEC сечений рассеяния нейтрино на ядрах углерода в рамках совместной RDWIA+MEC модели с аксиальной масой нуклона равной 1.03 ГэВ и модели RDWIA с M_A =1.35 ГэВ. Показано, что увеличение поперечной функции отклика или же аксиальной массы нуклона оказывает практически одинаковый эффект как на дифференциальные, так и на полные сечения в области КУ пика. В то же время, эти два подхода дают разный результат при рассмотрении дифференциальных сечений по переменной W.

- В рамках RDWIA+MEC подхода получена зависимость аксиального формфактора F_A от Q^2 и значение аксиальной массы нуклона M_A из данных эксперимента MiniBooNE. Для определения значения аксиальной массы нулкона из данных MiniBooNE применен метод наименьших квадратов. В результате минимизации получено наилучшее значение $M_A \approx 1.2$ ГэВ. Значение аксиальной массы $M_A \approx 1.2$ ГэВ согласуется в пределах ошибок со значением $M_A \approx 1.15 \pm 0.03$ ГэВ, полученным в работах [134, 135] по данным экспериментов MiniBooNE и MINERvA, а значения $F_A(Q^2)$ согласуются с дипольной параметризацией аксиального форм-фактора. Определен вклад двух-частичных токов в КУ-подобные процессы. Из данных эксперимента MiniBooNE вклад 2p-2h процессов составляет около 25% в зависимости от киниматики. Учет 2p-2h MEC каналов необходим для корректного описания набора данных.
- В рамках RDWIA+MEC модели со значением аксиальной массы $M_A = 1.2$ ГэВ оценены интегрированные по потоку дифференциальные KУ-подобные сечения рассеяния нейтрино на ближнем детекторе эксперимента NOvA. В этом эксперименте мишень сложная, но, в основном, она состоит из ядер углерода и хлора. Ядерная структура ⁴⁰Ar и ³⁵Cl похожа, поэтому рассчеты сделаны для ядер ¹²C и ⁴⁰Ar.

Представлены интегрированные по потоку нейтрино дифференциальные сечения $d\sigma/dQ^2$ отдельно для ядер ¹²С и ⁴⁰Ar. Эти сечения вычислены для КУ и 2p-2h MEC процессов в кинематической области T > 0.3 ГэВ и $0.3 < \cos\theta < 1$. Из анализа полученных сечений следует, что дифференциальные КУ сечения на нейтрон мишени уменьшаются, а 2p-2h MEC вклады возрастают с увеличением массы ядра.

Представлены дважды-дифференциальные сечения по кинетической энергии и углу рассеяния мюона. Дифференциальные сечения $d\sigma/dT$ получены в результате интегрирования дважды-дифференциальных сечений по углу рассеяния мюона в диапазоне $0.6 < \cos\theta < 1$, а сечения $d\sigma/d\cos\theta$ получены в результате интегрирования по кинетической энергии мюона в диапазоне 0.2 < T < 3.5 ГэВ. Систематические неопределенности этих сечений равны примерно ±12%.

Из анализа интегрированных по потоку дифференциальных КУ-подобных сечений рассеяния нейтрино по Q² следует, что вклад 2p-2h MEC процессов при энергиях эксперимента NOvA составляет 30% - 35%, т. е. примерно на 8% больше, чем в эксперименте MiniBooNE.

В заключении автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. А.В. Буткевичу за ценные советы и плодотворные дискуссии, участнику эксперимента NOvA Лео Альяга за обсуждения в процессе исследования, член-корреспонденту РАН М.В. Либанову за поддержание данной тематики, а также всем кто оказывал содействие в выполнении диссертации.

Литература

- 1. Cleveland B. T. et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with homestake chlorine detector // Astrophys. J. -1998. -496. -p.505-526.
- Abdurashitov J. N. et al. Measurement of the solar neutrino capture rate by SAGE and implications for neutrino oscillations in vacuum // Phys. Rev. Lett. -1999. -83. -p.4686-4689.
- Hampel W. et al. GALLEX solar neutrino observations:results for GALLEX iv // Phys. Lett. -1999. -B447. -p.127–133.
- Altmann M. et al. GNO solar neutrino observations: results for GNO I // Phys. Lett. -2000. -B490. -p.16–26.
- Fukuda S. et al. Solar ⁸B hep neutrino measurement from 1258 days of Super-Kamiokande data // Phys. Lett. -2000. -B490. -p.16–26.
- Ahmad Q. R. et al. Measurement of the rate of ν_e+d → p+p+e⁻ -interactions produced by ⁸B solar neutrino at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. -2001. -87. -p.071301-071306.
- Ahmad Q. R. et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. -2002. -89. -p.011301-011306.
- Ahmad Q. R. et al. Determination of the ν_e and total ⁸B solar neutrino fluxes using the Sudbury Neutrino Observatory Phase i data set // Phys. Rev. -2007. -C75. -p.045502-045570.
- 9. Fukuda S. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos // Phys. Rev. Lett. -1998. -81. -p.1562–1567.
- Fukuda S. et al. Measurement of the flux and zenith-angle distribution of upward through going muons by Super-Kamiokande // Phys. Rev. Lett. -1999.
 -82. -p.2644-2648.
- Ashie Y. et al. Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation // Phys. Rev. Lett. -2004. -93. -p.101801-101806.

- Adamson P. et al. Charge-separated atmospheric neutrino-induced muons in the MINOS far detector // Phys. Rev. -2007. -D75. -p.092003-092016.
- Araki T. et al. Measurement of neutrino oscillations with KamLAND: Evidence of spectral distortion // Phys. Rev. Lett. -2005. -94. -p.081801-081805.
- 14. Adamson P. et al. Measurement of neutrino oscillations with the MINOS detectors in the NuMI beam // Phys. Rev. Lett. -2008. -101. -p.131802-131806.
- Ahn M. N. et al. Measurement of neutrino oscillations by the K2K experiment // Phys. Rev. -2006. -D74. -p.072003-072042.
- Понтекорво Б. М. Мезоний и антимезоний // ЖЭТФ. -1957. -33. -р.549– 551.
- 17. Понтекорво Б. М. Обратные β-процессы и несохранение лептонного заряда
 // ЖЭТФ. -1958. -34. -p.247.
- Maki Z., Nakagava M., Sakata S. Remarks on the unified model of elementary particle // Prog. Theor. Phys. -1962. -28. -p.870-880.
- Михеев С. П., Смирнов Ю. А. Резонансное усиление осцилляций в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино // Ядерная Физика. -1985. -42. -p.1441–1448.
- Михеев С. П., Смирнов Ю. А. Резонансные осцилляции нейтрино в веществе // УФН. -1987. -153. -р.3–58.
- Wolfenstein L. Neutrino oscillation in matter // Phys. Rev. -1978. -D17. p.2369-2374.
- 22. Bian J. Results and Prospects from NOvA // arXiv [hep-ex]. -2018. 1812.09585. -p.1.
- 23. Tonazzo A. Status of DUNE // SciPost Phys. Proc. -2019. -1. -p.43.
- 24. Migenda J. The Hyper-Kamiokande Experiment: Overview & Status // arXiv [hep-ex]. -2016. -1704.05933. -p.1.
- 25. Hayato Y. et al. T2K at J-PARC // Nucl. Phys. Proc. Suppl. -2005. -B143.
 -p.269–276.

- 26. Kustom R. L., Lundquist D. E., Novey T. B., Yokosawa A. Quasielastic neutrino scattering // Phys. Rev. Lett. -1969. -22. -p.1014-1017.
- 27. Mann W. A. et al. Study of the reaction $\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu^{-} + p //$ Phys. Rev. Lett. -1973. -31. -p.844–847.
- Baker N. J. et al. Quasielastic neutrino scattering: A measurement of the weak nucleon axial-vector form factor // Phys. Rev. -1981. -D23. -p.2499-2505.
- Block M. M. et al. Neutrino interaction in the CERN heavy liquid bubble chamber // Phys. Lett. -1964. -12. -p.281-285.
- 30. Orkin-Lecourtois A., Piketty C. A. The quasi-elastic events of the CERN bubble chamber neutrino experiment and the determination of the axial form factor // Nuovo Cim. -1967. -A50. -p.927–934.
- Holder M. et al. Spark-chamber study of elastic neutrino interaction // Nuovo Cim. -1968. -A57. -p.338-354.
- 32. Budagov I. et al. A study of the elastic neutrino process $\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu^{-} + p / /$ Lett. Nuovo Cim. -1969. -2. -p.689–695.
- 33. Bonetti S. et al. Study of quasi-elastic reaction of ν and $\bar{\nu}$ in Gargamelle // Nuovo Cim. -1977. -A38. -p.260–270.
- 34. Allasia D. et al. Investigation of exclusive channels in $\nu\bar{\nu}$ deuteron charged current interaction // Nucl. Phys. -1990. -B343. -p.285–309.
- 35. Беликов С. В. и. др. Квазиупругое *ν*_µ*n* рассеяние при энергиях 3-30 ГэВ
 // Ядерная Физика. -1982. -35. -p.59–70.
- Belikov S. V. et al. Quasielastic neutrino and antineutrino scattering total cross-sections, axial-vector form-factor // Z. Phys. -1985. -A320. -p.625–633.
- Gran R. et al. Measurement of the quasi-elastic axial vector mass in neutrinooxygen interactions // Phys. Rev. -2006. -D74. -p.052002-052016.
- Lyubushkin V. et al. A study of quasi-elastic muon neutrino and antineutrino scattering in the nomad experiment // arXiv [hep-ex]. -2009. -0812.4151. -p.1.

- Katori T. First measurement of muon neutrino charged current quasielastic (CCQE) double differential cross section // AIP. -2009. -1189. -p.139-144.
- 40. Fiorentini G. A. et al. Measurement of Muon Neutrino Quasielastic Scattering on a Hydrocarbon Target at $E_{\nu} \sim 3.5~{\rm GeV}$ // Phys. Rev. Lett. -2013. -111. -p.022502.
- 41. Abe K. et al. Measurement of the ν_{μ} charged-current quasielastic cross section on carbon with the ND280 detector at T2K // Phys. Rev. D. -2015. -92. p.112003.
- Frullani S., Mougey J. Single-particle properties of nuclei through (e,e'p) reactions // Adv. Nucl. Phys. -1984. -14. -p.1-289.
- 43. Chinitz S. M. et al. Separation of the interference response function R_{LT} in the ${}^{16}\text{O}(\text{e},e'\text{p}){}^{15}\text{N}$ reaction // Phys. Rev. Lett. -1991. -67. -p.568–571.
- 44. Leuschner M. et al. Quasielastic proton knockout from ¹⁶O // Phys. Rev. -1994. -C49. -p.955–967.
- 45. Zhou Z. L. et al. Relativistic Effects and Two-Body Currents in ²H(*e*,e'p)n Using Out-of-Plane Detection // Phys. Rev. Lett. -2001. -87. -p.172301.
- 46. Fissum K. G. et al. Dynamics of the quasielastic ¹⁶O(e, e'p) reaction at $Q^2 \approx 0.8$ (GeV/c²) // Phys. Rev. -2004. -C70. -p.034606.
- 47. Walton T. et al. Measurement of muon plus proton final states in ν_{μ} Interactions on Hydrocarbon at $\langle E_{\nu} \rangle = 4.2$ GeV // arXiv [hep-ex]. -2015. -1409.4497. -p.1.
- 48. Abratenko P. et al. New CC0 π GENIE Model Tune for MicroBooNE // Phys. Rev. D. -2022. -105. -p.072001.
- 49. Abe K. et al. Improved constraints on neutrino mixing from the T2K experiment with 3.13 × 10²¹ protons on target // Phys. Rev. D. -2021. -103. -p.112008.
- 50. Abe K. et al. Measurement of double-differential muon neutrino chargedcurrent interactions on C₈H₈ without pions in the final state using the T2K off-axis beam // Phys. Rev. D. -2016. -93. -p.112012.

- 51. Abe K. et al. First measurement of the ν_{μ} charged-current cross section on a water target without pions in the final state // Phys. Rev. D. -2018. -97. -p.012001.
- 52. Ruterbories D. et al. Measurement of quasielastic-like neutrino scattering at $\langle E_{\nu} \rangle \sim 3.5$ GeV on a hydrocarbon target // Phys. Rev. D. -2019. -99. -p.012004.
- 53. Lu X. G. et al. Measurement of Final-State Correlations in Neutrino Muon-Proton Mesonless Production on Hydrocarbon at $\langle E_{\nu} \rangle = 3$ GeV // Phys. Rev. Lett. -2018. -121. -p.022504.
- 54. Abe K. et al. Characterisation of nuclear effects in muon-neutrino scattering on hydrocarbon with a measurement of final-state kinematics and correlations in charged-current pionless interactions at T2K // Phys. Rev. D. -2018. -98. -p.032003.
- 55. Smith R. A., Moniz E. J. Neutrino reactions on nuclear targets // Nucl. Phys. -1972. -B43. -p.605-622.
- Nieves J., Amaro J. E., Valverde M. Inclusive quasielastic charged-current neutrino-nucleus reactions // Phys. Rev. C. -2004. -70. -p.055503.
- 57. Pandey V., Jachowicz N., Van Cuyck T., Ryckebusch J., Martini M. Lowenergy excitations and quasielastic contribution to electron-nucleus and neutrino-nucleus scattering in the continuum random-phase approximation // Phys. Rev. C. -2015. -92. -p.024606.
- 58. Amaro J. E. et al. Using electron scattering superscaling to predict chargechanging neutrino cross section in nuclei // Phys.Rev. C. -2005. -71. -p.015501.
- 59. Antonov A. N. et al. Superscalig analysis of inclusive electron scattering and its extension to charged-changing neutrino-nucleus cross sections beyond the relativistic fermi gas approach // Phys.Rev. -2006. -C74. -p.054603.
- Amaro J. E., Barbaro M. B., Donnelly J. A. Final-state interactions and superscaling in the semi-relativistic approach to quasielastic electron and neutrino scattering // Phys.Rev. -2007. -C75. -p.034613.

- Kelly J.J. Nucleon knockout by intermediate energy electrons // Adv. Nucl. Phys. -1996. -23. -p.75–294.
- 62. Kelly J.J. Relativistic distorted-wave impulse approximation analysis of ${}^{12}C(\mathrm{e},e'\mathrm{p})$ for Q^2 (GeV/c)² // Phys. Rev. C. -2005. -71. -p.064610.
- Meucci A., Giusti C., Pacati F. D. Relativistic correlations in (e,e'p) knockout reaction // Phys. Rev. C. -2001. -64. -p.014604.
- 64. Debruyne D., Ryckebusch J., Nespen W. V., Janssen S. Relativistic eiconal approximation in high-energy A(e,e'p) reaction // Phys. Rev. C. -2000. -62. -p.024611.
- Bodek A., Budd H. S., Christy E. Neutrino quasielastic scattering on nuclear targets // Eur.Phys.J. -2011. -C71. -p.1726.
- 66. Kuzmin K. S., Naumov V. A., Petrova O.N. Quasielastic neutrino-nucleus interactions in the empirical model of running axial mass of the nucleon // Phys. Part. Nuclei. -2017. -48. -p.995–997.
- Martini M., Ericson M., Chanfray G. Neutrino quasielastic interaction and nuclear dynamics // Phys. Rev. C. -2011. -84. -p.055502.
- Nieves J., Ruiz Simo I., Vicente Vacas M. J. Two particle-hole excitations in charged current quasielastic antineutrino-nucleus scattering // Phys. Rev. B. -2013. -721. -p.90–93.
- Amaro J., Barbaro M., Caballero J., Donnelly T., Williamson C. Mesonexchange currents and quasielastic neutrino cross sections in the superscaling approximation model // Phys.Lett. B. -2011. -696. -p.151–155.
- 70. De Pace A., Nardi M., Alberico W. M., Donnelly T. W., Molinari A. The 2p-2h electromagnetic response in the quasielastic peak and beyond // Phys.Lett. A. -2003. -726. -p.303-326.
- 71. Ruiz Simo I., Amaro J. E., Barbaro M. B., De Pace A., Caballero J. A., Donnelly T. W. Relativistic model of 2p-2h meson exchange currents in (anti)neutrino scattering // J. Phys. G. -2017. -44. -p.065105.

- 72. Hernández E., Nieves J., Valverde M. Weak pion production off the nucleon // Phys. Rev. D. -2007. -76. -p.033005.
- González-Jiménez R., Megias G. D., Barbaro M. B., Caballero J. A., Donnelly T. W. Extensions of superscaling from relativistic mean field theory: The SuSAv2 model // Phys. Rev. C. -2014. -90. -p.035501.
- 74. Nieves J., Ruiz Simo I., Vicente Vacas M. J. The nucleon axial mass and the MiniBooNE quasielastic neutrino-nucleus scattering problem // Phys. Lett. B. -2012. -707. -p.72–75.
- Биленький С. М. Лекции по физике нейтринных и лептон-нуклонных процессов. -Энергоиздат., 1981.
- Butkevich A. V., Kulagin S. A. Quasi-elastic neutrino charged-current scattering cross section on oxygen // Phys. Rev. C. -2007. -76. -p.045502.
- 77. Van der Ventel B. I. S., Piekarewicz J. Quasielastic neutrino-nucleus scattering // Phys. Rev. C. -2004. -69. -p.035501.
- Picklesimer A., Van Orden J. W., Wallace S. J. Final state interaction and relativistic effects in the (e, e['] p) reaction // Phys. Rev. C. -1985. -32. -p.1312– 1326.
- 79. De Forest T. Off-shell electron-nucleon cross section: The impulse approximation // Nucl. Phys. -1983. -A392. -p.232-248.
- 80. Chinn C. R., Picklesimer A. Off-shell and medium effects on the electromagnetic nucleon current // Nuovo Cim. -1992. -A105. -p.1149-1177.
- Naus H. W. L., Pollock S. J., Koch J. H., Oelfke U. Electron scattering from a bound nucleon // Nucl. Phys. -1990. -A509. -p.717–735.
- Pollock S. J., Naus H. W. L., Koch J. H. The electron-nucleon cross-section in (e, e' p) reaction // Phys. Rev. -1996. -C53. -p.2304-2308.
- Perdrisat C. F., Punjabi M., Vanderhaeghen M. Nucleon electromagnetic form factors // Prog. Part. Nucl. Phys. -2007. -59. -p.694–764.

- 84. Arrington J. How well do we know the electromagnetic form factors of the proton? // Phys. Rev. -2003. -C68. -p.034325.
- Bilenky S. Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos. -Springer, Berlin Heidelberg, 2010.
- Alberico W. M., Bilenky S. M. Strangeness in the nucleon: Neutrino-nucleon and polarized electron-nucleon scattering // Phys. Rept. -2002. -358. -p.227– 308.
- 87. Commins E.D., Bucksbaum P.H. Weak Interactions of Leptons and Quarks.-Press Syndicate of the University of Cambridge, 1983.
- 88. Amaro J.E et al. Electron-versus neutrino-nucleus scattering // arXiv [hep-ex].
 -2019. -1912.10612. -p.1.
- Ruiz Simo I. et al. Relativistic effects in two-particle emission for electron and neutrino reactions // Phys. Rev. D. -2014. -90. -p.033012.
- 90. Walecka J. A theory of highly condensed matter // Ann. Phys. -1974. -83. -p.491-529.
- Serot B., Walecka J. The relativistic nuclear many-body problem // Adv. Nucl. Phys. -1986. -16. -p.1.
- Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. -Наука, Москва, 1969.
- 93. Horowitz C. J., Murdock D. P., Serot. B. D. The relativistic impulse approximation // Computational Nuclear Physics. -1991. -1. -p.129–151.
- 94. Kelly J. J. Relativistic distorted wave impulse approximation analysis of ${
 m ^{12}C(e,e'p)}$ for $Q^2 < 2~({
 m GeV/c})^2$ // Phys. Rev. -2005. -C71. -p.064610.
- 95. Dutta D. et al. Quasielastic (e,e'p) reaction on $^{12}C,\,^{56}Fe$, and ^{197}Au // Phys. Rev. -2003. -C68. -p.064603.
- 96. Butkevich A.V., Perevalov D. Quasi-elastic neutrino charged-current scattering off medium-heavy nuclei: ⁴⁰Ca and ⁴⁰Ar // Phys. Rev. C. -2012. -85. -p.065501.

- 97. Degli Atti C. C., Simula S. Realistic model of the nucleon spectral function in few- and many-nucleon system // Phys. Rev. -1996. -C53. -p.1689–1710.
- Kulagin S. A., Petti R. Global study of nuclear structure functions // Nucl. Phys. -2006. -A765. -p.126–187.
- 99. Буткевич А. Квазиупругое взаимодействие нейтрино с ядрами и измерение параметров нейтринных осцилляций // Докторская диссертация. -2010. -1. -p.1.
- 100. Kelly J. J. Channel coupling in A(e, e' B) reactions // Phys. Rev. C. -1999.
 -59. -p.3256-3274.
- 101. Cappuzi F., Giusti, Meucci A., Pacati F. D. Green's function approach to inclusive electron scattering // -nucl-th. -. -1. -p.0311080.
- 102. Cappuzi F., Giusti C., Pacati F. D., Kadrev D. M. Antisymmetrized green's function approach to (e, e') reactions with a relativistic nuclear density // Annals. Phys. -2005. -317. -p.492–529.
- 103. Kelly J. J. Lea: program to compute nucleon nucleon scattering or nucleon knockout by electron scattering. -http://www.physics.umd.edu/ enp/jjkelly/LEA/lea.html.
- 104. Cooper E. D., Hama E. D., Clark B. C., Mercer R. L. Global dirac phenomenology for proton-nucleus elastic scattering // Phys. Rev. -1993. -C47. -p.297-311.
- 105. Amaro J.E. et al. Electron- versus neutrino-nucleus scattering // arXiv [nucl-th]. -2019. -1912.10612. -p.1.
- 106. Amaro J.E. et al. Charged-current neutrino interactions with nucleons and nuclei at intermediate energies // PhD thesis, Univ. of Sevilla. -2017. -1. -p.1.
- 107. Butkevich A.V., Perevalov D. Determination of the axial nucleon form factor from the miniboone data // Phys. Rev. D. -2014. -89. -p.053014.
- 108. Barreau P. et al. Deep-inelastic electron scattering from carbon // Nucl. Phys.
 A. -1983. -402. -p.515.

- 109. Jourdan J. Quasi-elastic response functions. The Coulomb sum revisited // Nucl. Phys. A. -1996. -603. -p.117.
- 110. Schiavilla R., Fabrocini A., Pandharipande V.R. Energy weighted sums of longitudinal response // Nucl. Phys. A. -1987. -473. -p.290.
- 111. Carlson J., Schiavilla R. Structure and dynamics of few-nucleon systems // Rev. Mod. Phys. -1998. -70. -p.743.
- 112. Van Cuyck T., Jachowicz N., González-Jiménez R., Martini M., Pandey V., Ryckebusch J., Van Dessel N. Influence of short-range correlations in neutrinonucleus scattering // Phys. Rev. C. -2016. -94. -p.024611.
- 113. Van Cuycka T., Jachowicz N., González-Jiménez R., Ryckebusch J., Van Dessel N. Seagull and pion-in-flight currents in neutrino-induced 1N and 2N knockout // Phys. Rev. C. -2017. -95. -p.054611.
- 114. Baran D. T. et al. Δ Electroproduction and Inelastic Charge Scattering from Carbon and Iron // Phys. Rev. Lett. -1988. -61. -p.400.
- 115. Whitney R. R., Sick I., Ficenec J. R., Kephart R. D., Trower W. P. Quasielastic electron scattering // Phys. Rev. C. -1974. -9. -p.2230.
- 116. O'Connell J. S. et al. Electromagnetic excitation of the delta resonance in nuclei // Phys. Rev. C. -1987. -35. -p.1063.
- 117. Benhar O., Day D., Sick I. Inclusive quasielastic electron-nucleus scattering // Rev. Mod. Phys. -2008. -80. -p.189.
- 118. Benhar O., Day D., Sick I. An archive for quasi-elastic electron-nucleus scattering data // arXiv [nucl-ex]. -2006. -0603032. -p.1.
- 119. Butkevich A. V., Luchuk S. V. Inclusive electron scattering off ¹²C, ⁴⁰Ca, and ⁴⁰Ar: Effects of the meson exchange currents // Phys. Rev. C. -2020. -102. -p.024602.
- 120. Bosted P.E., Christy M.E. Empirical Fit to Inelastic Electron-Deuteron and Electron-Neutron Resonance Region Transverse Cross Sections // Phys. Rev. C. -2008. -77. -p.065206.

- 121. Christy M.E., Bosted P.E. Empirical Fit to Precision Inclusive Electron-Proton Cross Sections in the Resonance Region // Phys. Rev. C. -2010. -81. -p.055213.
- 122. Sealock R. M. et al. Electroexcitation of the $\Delta(1232)$ in nuclei // Phys. Rev. Lett. -1989. -62. -p.1350.
- 123. Williamson C. F. et al. Quasielastic electron scattering from ⁴⁰Ca // Phys. Rev. C. -1997. -56. -p.3152–3172.
- 124. Dai H. et al. First measurement of the Ti(e, e')X cross section at Jefferson Lab // Phys. Rev. C. -2018. -98. -p.014617.
- 125. Dai H. et al. First measurement of the $\operatorname{Ar}(e, e')X$ cross section at Jefferson Laboratory // Phys. Rev. C. -2019. -99. -p.054608.
- 126. Aguilar-Arevalo A. A. et al. First measurement of the muon neutrino charged current quasielastic double differential cross section // Phys. Rev. D. -2010. -81. -p.092005.
- 127. Aguilar-Arevalo A. A. et al. First measurement of the muon antineutrino double-differential charged-current quasielastic cross section // Phys. Rev. D. -2013. -88. -p.032001.
- 128. Aguilar-Arevalo A. A. et al. Measurement of the neutrino neutral-current elastic differential cross section on mineral oil at $E_{\nu} \sim 1$ GeV // Phys. Rev. D. -2010. -82. -p.092005.
- 129. Martini M., Ericson M. Quasielastic and multinucleon excitations in antineutrino-nucleus interactions // Phys. Rev. C. -2013. -87. -p.065501.
- 130. Megias G.D. et al. Charged-current neutrino-nucleus reactions within the superscaling meson-exchange current approach // Phys. Rev. D. -2016. -94. -p.093004.
- 131. Jose Luis Alcaraz-Auniona, Walding J. Measurement of the ν_μ-CCQE cross section in the SciBooNE experiment // AIP Conference Proceedings. -2009.
 -1189. -p.145.
- 132. Pohl M. et al. Experimental study of the reaction Nn \rightarrow M⁻p // Lettere al Nuovo Cimento. -1979. -26. -p.1971–1985.
- 133. Brunner J. et al. Quasielastic nucleon and hyperon production by neutrinos and antineutrinos with energies below 30 GeV // Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields. -1990. -45. -p.551–555.
- 134. Wilkinson C. et al. Testing charged current quasi-elastic and multinucleon interaction models in the NEUT neutrino interaction generator with published datasets from the MiniBooNE and MINERνA experiments // Phys. Rev. D. -2016. -93. -p.072010.
- 135. Wilkinson C. Constraining neutrino interaction uncertainties for oscillation experiments // PhD thesis, University of Sheffild. -2015. -1. -p.1.
- 136. Megias G.D. et al. Meson-exchange currents and quasielastic predictions for charged-current neutrino-12C scattering in the superscaling approach // Phys. Rev. D. -2015. -91. -p.073004.
- 137. Aliaga L. Neutrino Flux Prediction for the NuMI Beamline // PhD thesis, College of William and Mary. -2016. -1. -p.1.
- 138. Bu X. Measurement of Electron Neutrino Charged-Current Inclusive Cross Section in 1-3 GeV energy region with the NOvA Near Detector // arXiv [hep-ex]. -2016. -1601.01213. -p.1.
- 139. Megias G.D. et al. Neutrino-oxygen CC0π scattering in the SuSAv2-MEC model // J. Phys. G. -2019. -46. -p.015104.