

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

---

На правах рукописи

**Хмельницкий Андрей Александрович**

**Модели теплой темной материи в физике частиц и  
КОСМОЛОГИИ**

**специальность 01.04.02 — теоретическая физика**

*Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук*

Научные руководители:  
доктор физ.-мат. наук, профессор,  
В. А. Рубаков  
кандидат физ.-мат. наук,  
Д. С. Горбунов

---

Москва 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
ГЛАВА 1. Происхождение крупномасштабной структуры Вселенной	29
1.1 Линейная теория эволюции возмущений . . . . .	29
1.2 Нелинейная эволюция возмущений. Формирование структур . . .	36
1.2.1 Массовый спектр объектов в формализме Пресса–Шехтера . . .	36
1.2.2 Численные симуляции методом многих тел . . . . .	40
1.3 Особенности эволюции неоднородностей в теплой темной материи	45
1.3.1 Линейная эволюция. Эффекты неидеальности . . . . .	45
1.3.2 Массовый спектр компактных объектов . . . . .	49
1.3.3 Трудности численного моделирования теплой темной материи . .	51
ГЛАВА 2. Ограничения на фазовую плотность	54
2.1 Статистическая механика образования гало . . . . .	55
2.1.1 Приближение самосогласованного поля . . . . .	55
2.1.2 Эволюция фазовой плотности . . . . .	56
2.2 Ограничение Трёмейна–Ганна . . . . .	61
2.2.1 Ограничение на максимум функции распределения . . . . .	61
2.2.2 Статистическое обобщение ограничения Трёмейна–Ганна . . . .	65
2.3 Оценка фазовой плотности в гало темной материи. Сферические карлики . . . . .	66
ГЛАВА 3. Стерильные нейтрино в роли частиц теплой темной материи	73
3.1 Механизмы производства стерильных нейтрино в ранней Вселенной	75
3.1.1 Производство за счет осцилляций с активными нейтрино . . . .	76
3.1.2 Производство в рассеяниях . . . . .	78
3.1.3 Производство в распадах равновесных релятивистских частиц .	78

3.1.4	Производство в распадах тяжелых частиц вне равновесия . . . . .	82
3.2	Ограничения на фазовую плотность стерильных нейтрино . . . . .	84
3.2.1	Нейтрино, произведенные в осцилляциях . . . . .	84
3.2.2	Нейтрино, произведенные в рассеяниях термализованных частиц	86
3.2.3	Нейтрино, произведенные в распадах термализованных частиц .	86
3.2.4	Нейтрино, произведенные в распадах нерелятивистских частиц .	88
3.3	Астрофизические ограничения на стерильные нейтрино . . . . .	89
ГЛАВА 4. Легкие гравитино в роли частиц теплой темной материи		94
4.1	Гравитино в теориях с нарушенной сурперсимметрией . . . . .	94
4.2	Производство гравитино в ранней Вселенной . . . . .	96
4.2.1	Производство в распадах . . . . .	98
4.2.2	Производство в процессах рассеяния . . . . .	102
4.3	Ограничения на фазовую плотность гравитино . . . . .	106
ГЛАВА 5. Сверхлегкое скалярное поле как темная материя		111
5.1	Гравитационное поле скалярной темной материи в галактике . . .	113
5.2	Детектирование скалярного поля в наблюдениях за пульсарами . .	118
Заключение		124
Литература		128

## ВВЕДЕНИЕ

Последние два десятилетия были ознаменованы значительным прогрессом в области космологии. Это стало возможно благодаря ряду экспериментов, наблюдения которых превратили космологию в точную науку. Многие предсказания космологических моделей в настоящее время проверены с процентной точностью, чего невозможно было представить двадцать лет назад. Эти наблюдения также привели к формированию стандартной модели космологии с холодной темной материей и космологической постоянной  $\Lambda$ CDM (см., например, монографии [1–4]). Инфляционная теория, предложенная в начале 1980-х разрешила основные трудности теории большого взрыва, а также предложила механизм генерации первичных флуктуаций плотности. В 1989 с помощью спектрометра, установленного на спутнике COBE (COsmic Background Explorer satellite), был измерен спектр реликтового излучения, что подтвердило его тепловую форму и позволило определить современную температуру Вселенной с высокой точностью [5]. Несколько позже, в 1992 с помощью другого инструмента спутника COBE была обнаружена анизотропия реликтового излучения амплитудой  $10^{-5}$  [6]. Анизотропия такой амплитуды незадолго до этого была предсказана в модели холодной темной материи [7]. Вычисление распространенности химических элементов во вселенной, произведенных в результате первичного нуклеосинтеза, в частности отношение дейтерия к водороду, позволило установить, что плотность барионов во Вселенной составляет одну пятую часть от плотности частиц темной материи (см., например, [8]). Открытие ускоренного расширения Вселенной с использованием наблюдений красных смещений сверхновых типа Ia в 1998 окончательно установило наличие ненулевой космологической постоянной [9, 10]. Дальнейшее точное определение космологических параметров стало возможным благодаря измерениям углового спектра анизотропии реликтового излучения экспериментом WMAP, а также новым глубоким обзорам галактик 2dFGRS

и SDSS, позволившим наблюдать барионные акустические осцилляции и более точно определить спектр мощности возмущений темной материи. Эти измерения подтвердили существующие представления о составе Вселенной и привели к представлению о стандартной космологической модели.

Стандартной моделью космологии является модель  $\Lambda$ CDM, согласно которой Вселенная является пространственно плоской и в её современную плотность основной вклад  $\Omega_\Lambda \approx 73\%$  дает космологическая постоянная. Остальная плотность разделена между темной материей  $\Omega_{DM} \approx 23\%$ , барионами  $\Omega_b \approx 5\%$ , а также незначительными вкладами нейтрино и реликтовых фотонов. В данной работе нас будут интересовать, в основном, особенности происхождения и формирования структур во Вселенной и их зависимость от свойств частиц темной материи. Последняя составляет основную часть массы большинства наблюдаемых компактных объектов. В соответствии с этим считается, что изначально космические структуры образовывались в результате гравитационного коллапса неоднородностей в плотности темной материи. Существование изначальных неоднородностей плотности находит свое объяснение в инфляционной теории, которая также предсказывает масштабно инвариантную форму спектра начальных неоднородностей. Все время, пока Вселенная расширялась с замедлением, эти неоднородности плотности в холодной темной материи испытывали рост. Этот рост начиная с инфляционной эпохи их генерации и вплоть до начала гравитационного коллапса описывается теорией космологических возмущений. Предсказания этой теории, вместе с предположением о масштабной инвариантности спектра начальных флуктуаций, хорошо описывают наблюдаемую крупномасштабную структуру Вселенной.

Таким образом, существует большой набор наблюдательных данных, указывающих на то, что темная материя во Вселенной ведет себя как холодная на всех релевантных масштабах длин. Теоретически концепция холодной темной материи соответствует приближению, в котором предполагается, что возмущения всех, сколь угодно коротких, длин волн испытывают рост. Темная

материя, состоящая из любых реальных частиц имеет конечный минимальный масштаб длин, на которых она может эффективно кластеризоваться. Поэтому холодной темной материей с точки зрения образования структур является темная материя, в которой этот минимальный масштаб длин намного короче любого масштаба, наблюдаемого в космических структурах.

Несмотря на успех предсказаний с холодной темной материей в описании космологических данных и наблюдений крупномасштабной структуры Вселенной предсказания теории формирования структур на масштабах масс  $10^8 M_{\odot}$  и меньше находятся в противоречии с рядом современных наблюдений. При этом важно, что все эти расхождения с наблюдениями, являясь независимыми, связаны с одной и той же характерной особенностью холодной темной материи, предсказанием большого количества мелкомасштабной структуры, на указанных масштабах масс [11, 12].

Одной из основных проблем холодной темной материи на малых масштабах является так называемая проблема *недостатка спутников* [13–18]. Суть проблемы заключается в том, что численное моделирование процессов образования галактик во Вселенной, заполненной холодной темной материей, предсказывает образование огромного количества гало малых масс. В частности каждая крупная галактика размером с Млечный Путь (с массой порядка  $10^{11} - 10^{12} M_{\odot}$ ), получаемая в симуляциях, содержит внутри себя в среднем около пятисот гало-спутников массой  $10^7 - 10^9 M_{\odot}$  [16]. В то же время, в нашей Галактике обнаружено только около сорока таких спутников [18]. Большинство спутников представляют из себя карликовые сферические галактики, светимость самых компактных из которых, сравнима со светимостью шаровых звездных скоплений. Они являются далеко не самыми тусклыми из наблюдаемых объектов, и поэтому не ожидается, что будущие наблюдения приведут к открытию большого числа таких объектов. Таким образом наблюдается на порядок меньшее число таких галактик, чем предсказывается в модели холодной темной материи. Важной особенностью этой проблемы

является то, что карликовые галактики являются наименьшими из обнаруженных компактных объектов, содержащими значительное количество темной материи [19]. Более компактные объекты, обнаруженные во Вселенной темной материи практически не содержат. Это позволяет сделать предположение, что масштаб карликовых галактик сравним с минимальным масштабом кластеризации темной материи, что может объяснить недостаток спутников. Кроме сформулированной выше классической проблемы недостатка спутниковых галактик, недавно были обнаружены другие потенциальные расхождения предсказываемого в численных симуляциях числа карликовых галактик. В частности, обнаруживается явный недостаток карликовых галактик также и за пределами больших гало, в космических пустотах (войдах) [20, 21]. Кроме того, современное моделирование процесса образования галактики типа Млечного Пути в холодной темной материи Aquarius, учитывающее влияние барионов, предсказало наличие около сотни гало с большими максимальными скоростями вращения звезд  $v_{max} > 25$  км/с [22, 23]. В наблюдаемых спутниках нашей Галактики максимальная скорость вращения никогда не превосходит этой величины, что значительно обостряет проблему недостатка галактик-спутников.

Другой потенциальной проблемой теории холодной темной материи на малых масштабах является проблема формы профиля распределения плотности массы в центральных областях гало. Гало холодной темной материи, образуемые в численных симуляциях, имеют универсальный профиль распределения плотности, форма которого практически не зависит от масштаба гало. Характерной особенностью этого профиля является быстрый рост плотности в центральной области  $\rho(r) \propto 1/r$ . Профили плотности реальных галактик, извлеченные из наблюдений кинематики звезд и газа в различных гало, практически не зависят от радиуса в центральных областях и не показывают значительного роста плотности. Такого рода поведение профиля плотности не удается воспроизвести в симуляциях холодной темной материи даже с учетом

барионной физики. Присутствие области практически постоянной плотности конечного размера в галактических гало также можно связать с неспособностью темной материи кластеризоваться на произвольно малых масштабах. Однако, стоит отметить, что в отличие от проблемы недостатка спутников не существует одного масштаба областей постоянной плотности, наблюдаемого во всех типах галактик.

Имеющиеся расхождения предсказаний модели холодной темной материи с наблюдениями на малых масштабах мотивируют рассмотрение моделей, в которых образование структур на таких масштабах является подавленным. Кроме того, так как предсказания теории холодной темной материи хорошо согласуются с большим набором данных космологических наблюдений и наблюдений космических структур с массами больше  $10^{10} M_{\odot}$ , то особый интерес представляют модели темной материи, поведение которых на больших масштабах не отличается от холодной темной материи. Такую темную материю, эффективность образования объектов в которой подавлена по сравнению с холодной темной материей только на масштабах наблюдаемых расхождений, принято называть *теплой темной материей*.

Стандартным инструментом исследования зависимости интенсивности образования структур от их масштаба является изучение спектра мощности флуктуаций плотности темной материи. С этой точки зрения теплая темная материя характеризуется тем, что её спектр является подавленным по сравнению со спектром холодной темной материи на масштабах длин меньших чем масштаб карликовых галактик. Мы прибегнем к другому описанию, основанному на свойствах плотности распределения частиц темной материи в фазовом пространстве, и исследуем с его помощью несколько космологических сценариев с теплой темной материей. В качестве главного инструмента в нашем исследовании применяются ограничения на первичную фазовую плотность частиц темной материи, которые мы обобщили для применения к любому космологическому сценарию. Выполнение этих ограничений для



модели теплой темной материи гарантирует то, что соответствующее подавление производства структур на малых масштабах не является чрезмерным, и данная модель способна описать формирование наблюдаемых структур. Эти ограничения тривиально выполняются для моделей холодной темной материи. В соответствии с этим, реалистичными и феноменологически интересными моделями теплой темной материи мы будем считать модели, которые находятся на грани выполнения ограничений на фазовую плотность. Исследование таких моделей и является целью настоящей работы.

В Главе 1 обсуждается происхождение и формирование крупномасштабной структуры Вселенной в стандартной космологической модели. Все наблюдаемое многообразие компактных объектов во Вселенной таких как галактические гало, скопления и сверхскопления галактик образовалось в результате гравитационного коллапса неоднородностей в плотности распределения материи. Это — сложный нелинейный процесс, аналитическое исследование которого, в значительной мере ограничено рамками применимости теории возмущений. Уже линейный анализ эволюции возмущений плотности является довольно нетривиальным. Замечательно, что рассмотрение лишь линейной теории позволяет оценить массовый спектр структур образуемых в конечном итоге. Сравнение массового спектра с наблюдениями приводит к существенным ограничениям на свойства различных компонент плотности материи, свойства первичных возмущений и историю эволюции Вселенной. Линейная эволюция флуктуаций плотности описывается в разделе 1.1.

Происхождение начальных неоднородностей натуральным образом происходит в инфляционных моделях. Наиболее простым механизмом производства начальных неоднородностей является усиление вакуумных квантовых флуктуаций инфлатонного поля, которое происходит благодаря ускоренному расширению Вселенной на инфляционной стадии. Данный механизм (в простейшей своей версии) предсказывает, что начальные возмущения являются гауссовым случайным полем, со спектром, близким к плоскому, и преобладающей адиа-

батической модой. След этих возмущений в температуре барион-фотонной компоненты на момент рекомбинации запечатлен в анизотропии реликтового излучения. Наблюдения спектра анизотропии реликтового излучения полностью согласуются с инфляционным механизмом генерации первичных возмущений, и, кроме того, позволяет определить их амплитуду.

Применение линейной теории эволюции к известному спектру первичных возмущений плотности предсказывает, что только неоднородности с современными длинами волн меньше порядка 30 Мпк выросли достаточно, чтобы перейти на нелинейную стадию эволюции к настоящему времени. Эти неоднородности соответствуют компактным объектам с массами меньше порядка  $10^{15} M_{\odot}$ . Таким образом, современная Вселенная должна быть практически однородна на масштабах более сотни мегапарсек и не содержать гравитационно связанных объектов с массами больше  $10^{16} M_{\odot}$ . Кроме того, линейная теория предсказывает, что неоднородности меньших масштабов выходили на нелинейный режим раньше, что соответствует картине иерархического образования структур: объекты большей массы образуются позже из объектов меньшей массы. Эта картина качественно согласуется с наблюдениями крупномасштабной структуры Вселенной. Для того, чтобы получить количественные результаты, необходимо знать как происходит нелинейная эволюция неоднородностей плотности. Способам исследования эволюции неоднородностей плотности на нелинейной стадии и сравнению результатов с данными наблюдений посвящен раздел 1.2.

Простейший метод вычисления распределения компактных объектов по массам был предложен Прессом и Шехтером [24, 25]. Он основывается на предположении, что гравитационный коллапс, в результате которого образуется гравитационно связанный объект, происходит когда относительная флуктуация плотности материи, усредненная по пространственной области, превышает некоторую критическую величину. Значение критического контраста плотности берется из полного нелинейного решения для коллапса

сферически-симметричной области, заполненной пылевидной материей. Масса образующегося таким образом объекта зависит от объема области, по которой ведется усреднение, и соответствует полной массе заключенной в ней материи. Распределение компактных объектов по массам в формализме Пресса–Шехтера задается вероятностью того, что контраст плотности, усредненный по области соответствующего размера, превышает критический. При этом считается, что возмущения плотности являются гауссовым случайным полем со спектром мощности полученным из линейной теории эволюции.

Дальнейшее исследование процесса образования гравитационно связанных объектов возможно с использованием численных методов. Наиболее результативными на сегодняшний день являются космологические симуляции с помощью метода многих тел (N-body simulations). При этом вместо решения полной нелинейной системы уравнений для возмущений плотности рассматривается гравитационная динамика большого числа частиц в расширяющейся Вселенной. Доступная вычислительная мощность ограничивает полное число рассматриваемых частиц, которое для самых крупных на сегодняшний день симуляций достигает  $10^{10}$  [26]. Это ограничение соответствует ограничению на разрешение космологических симуляций. Так, в зависимости от размера симулируемой области минимальная масса одной «частицы» составляет от  $10^5 M_{\odot}$  для симуляций одной галактики [27] до  $10^9 M_{\odot}$  для симуляций областей порядка хаббловского размера [26]. Космологические симуляции предоставляют большое количество разнообразной информации как о статистических свойствах образуемых структур во Вселенной, так и о свойствах индивидуальных объектов, таких как профиль распределения плотности материи и история звездообразования. Результаты симуляций в космологических моделях с холодной невзаимодействующей темной материей и темной энергией достаточно хорошо согласуются с наблюдательными данными на масштабах крупных галактик и выше. Однако, как упоминалось выше, существует ряд расхождений, так или иначе связанных со кластеризацией темной материи

на малых масштабах. Наиболее существенными из них являются недостаток галактик-спутников наблюдаемых в гало нашей Галактики, отсутствие роста плотности темной материи в центре галактических гало и сложности с образованием спиральных галактик. Анализ этих расхождений также содержится в разделе 1.2.

Во всех случаях расхождения наблюдений структуры Вселенной с предсказаниями моделей с холодной темной материей состоят в том, что холодная темная материя слишком хорошо кластеризуется на малых масштабах. Наивно, это связано с тем, что в отсутствие давления масштаб Джинсовской неустойчивости равен нулю — возмущения плотности темной материи со сколь угодно короткой длиной волны испытывают рост. Ситуация меняется, если в темной материи имеется ненулевое давление, или, что то же самое, частицы темной материи имеют ненулевые скорости. Этот случай соответствует теплой темной материи. Наличие ненулевых скоростей у частиц темной материи приводит к эффективному обрезанию спектра неоднородностей плотности на масштабах длин меньших определенного критического масштаба. Критический масштаб соответствует расстоянию, пролетаемому частицами темной материи за хаббловское время, оцененное во время перехода на пылевидную стадию эволюции Вселенной. Данный эффект аналогичен эффекту затухания Ландау в физике плазмы. Особенности эволюции возмущений плотности теплой темной материи посвящен раздел 1.3. Развитие неоднородностей в теплой темной материи можно исследовать методами линейной теории космологических возмущений. Полученный современный спектр возмущений плотности темной материи позволяет оценить распределение гравитационно связанных объектов по массам используя формализм Пресса–Шехтера. Особенности этого распределения определяются микроскопическими свойствами темной материи, такими как масса частиц и их скорости. Сравнение спектра масс Пресса–Шехтера с наблюдениями распространенности структур различных масштабов во Вселенной дает ограничения на параметры моделей теплой

темной материи.

В моделях с теплой темной материей невозможно адекватно симулировать образование структур методом многих тел. Связано это с тем, что при использовании современных вычислительных мощностей, симулируемые «частицы» темной материи имеют массы не меньше  $10^5 M_{\odot} \approx 10^{67}$  ГэВ, что соответствует усреднению по огромному числу реальных частиц темной материи. Для практически покоящихся частиц холодной темной материи такое грубое представление хорошо работает, но учесть ненулевые скорости индивидуальных частиц таким образом не представляется возможным. Единственный доступный способ частично учесть особенности теплой темной материи в симуляциях — это использовать как начальные данные линейный спектр возмущений плотности, посчитанный для теплой темной материи [28, 29]. Получаемые в таких симуляциях структуры на масштабах меньше критического образуются только в результате раздробления более крупных объектов и их распространенность сильно подавлена. В отсутствие симуляций, учитывающих все особенности теплой темной материи, утверждения о том, что расхождения предсказаний формирования структур в холодной темной материи с наблюдательными данными могут быть устранены, если заменить холодную темную материю теплой, являются предположениями, хотя и хорошо мотивированными.

В ситуации отсутствия космологических симуляций для моделей с теплой темной материей особенно ценно, что имеется еще один способ получить ограничения на свойства темной материи. Способ основан на особенностях эволюции функции распределения частиц темной материи в фазовом пространстве. Он является независимым от анализа распределения структур по массам и позволяет поставить ограничения на параметры теплой темной материи используя наблюдения плотности частиц темной материи в фазовом пространстве в гало отдельных галактик. Теоретическому обоснованию ограничений на фазовую плотность и обзору современных наблюдений фазовой плотности в галактических гало посвящена Глава 2.

Образование и динамика галактических гало, состоящих из невзаимодействующих частиц темной материи, описывается бесстолкновительным уравнением Больцмана в самосогласованном поле. Обоснование применения данного метода приведено в разделе 2.1. Характерное время релаксации галактических гало за счет двухчастичных гравитационных взаимодействий значительно превышает характерные динамические времена гало, а во многих случаях, даже их время существования [30]. Таким образом, индивидуальные рассеяния частиц темной материи не являются существенным эффектом для эволюции гало, и динамика частиц является эффективно бесстолкновительной. В отсутствие двухчастичных взаимодействий галактическое гало приходит в стационарное состояние за счет процесса хаотического перемешивания частиц гало в фазовом пространстве называемого бурной релаксацией (violent relaxation) [31].

Основным объектом, описывающим состояние галактического гало в статистической механике, является функция распределения частиц гало по импульсам и положению в пространстве. Она определяет количество частиц в заданном объеме фазового пространства и является фазовой плотностью системы. Эволюция функции распределения в фазовом пространстве, задаваемая бесстолкновительным уравнением Больцмана, удовлетворяет теореме Лиувилля о сохранении фазовой плотности вдоль динамических траекторий частиц в фазовом пространстве. Начальная фазовая плотность в галактическом гало не меняется с течением времени, что позволяет связать свойства конечного стационарного состояния гало с начальной функцией распределения частиц темной материи.

В ходе хаотической динамики частицы гало активно перемешиваются, открывая для системы новые области фазового пространства. Начальная функция распределения частиц темной материи до начала нелинейной стадии образования компактных объектов весьма регулярна — большинство частиц сосредоточено в одной компактной области импульсного пространства, и

фазовая плотность в этой области не испытывает значительных изменений. В ходе эволюции система занимает новые области фазового пространства, имеющие весьма нерегулярную форму на все более малых масштабах. Во всех практических приложениях интерес представляет величина фазовой плотности, усредненная по областям фазового пространства, включающим большое число частиц (coarse grained). Точная, мелкозернистая фазовая плотность частиц гало сохраняется в ходе эволюции в силу теоремы Лиувилля. При этом, из-за нерегулярности функции распределения на малых масштабах усреднение по конечным областям приводит к тому, что крупнозернистая функция распределения значительно уменьшается в областях, где фазовая плотность была изначально велика и увеличивается в областях, где изначально было мало частиц. Используя данные наблюдений фазовой плотности в гало галактик можно поставить ограничения на исходную фазовую плотность частиц темной материи, которые подробно рассмотрены в разделе 2.2.

Одним из следствий особенности эволюции усредненной функции распределения является невозрастание её максимума. Этот факт использовался в первом ограничении на фазовую плотность частиц темной материи, предложенном С. Тремейном и Дж. Ганном [32]. Они предположили, что темная материя состоит из массивных нейтрино, отщепившихся от первичной плазмы имея тепловую функцию распределения Ферми–Дирака. Эта функция распределения (в отличие, например, от распределения Бозе–Эйнштейна) имеет конечное максимальное значение. Таким образом, наблюдаемая фазовая плотность в галактиках, где основную массу составляет темная материя не должна превышать этого исходного максимального значения. Наблюдаемыми являются плотность массы темной материи в гало и скорости частиц, в то время как функция распределения соответствует плотности числа частиц в объеме импульсного пространства. Наше теоретическое определение фазовой плотности выражается через наблюдаемую величину с точностью до фактора  $m^4$ . Таким образом, ограничение на начальную фазовую плотность транслируется

в ограничение на массу частиц темной материи. В оригинальной работе [32] ограничение на массу нейтрино составило  $m_\nu \gtrsim 20$  эВ. Это позволило исключить массивные активные нейтрино как основную компоненту темной материи, так как плотность реликтовых нейтрино таких масс превышала бы критическую плотность Вселенной.

Максимум функции распределения Ферми–Дирака близок к максимальной фазовой плотности, разрешенной принципом исключения Паули,  $f_{Pauli} = \frac{1}{(2\pi)^3}$  на каждую фермионную степень свободы. Поэтому утверждение об убывании максимума функции распределения не имеет ощутимых преимуществ по сравнению с самим принципом исключения, ограничивающим максимально возможную фазовую плотность любых фермионов не связанным с особенностями динамики системы. Однако, для распределений, максимум которых гораздо меньше  $f_{Pauli}$ , принцип невозрастания максимума фазовой плотности приводит к значительно более строгим ограничениям на массу частиц темной материи.

Если начальная функция распределения не имеет конечного максимального значения (как в случае теплового распределения бозонов) принцип убывания максимума оказывается не применим и нетривиального ограничения на массу из него получить невозможно. В этом случае возможно поставить ограничение на фазовую плотность в следующем *статистическом* смысле [33, 34]. Возьмем любую заданную значение, принимаемое функцией распределения. Это значение однозначно определяет фракцию частиц, находящихся в областях фазового пространства, где функция распределения принимает значения превосходящие выбранное. Такие частицы будут иметь наибольшую фазовую плотность среди всех частиц системы. Для любой такой фракции с фиксированным числом частиц минимальная величина функции распределения (выбранная изначально, чтобы характеризовать эту фракцию) не возрастает в ходе эволюции. Ограничение на максимум функции распределения является частным случаем данного утверждения и получается в пределе, когда



рассматриваемая фракция исчезающе мала. В оригинальной работе [33, 34] статистическое ограничение обсуждалось в контексте теплового распределения бозонов. Мы впервые распространили такого рода ограничение на произвольные функции распределения и применили его в ряде конкретных моделей темной материи, описываемых далее. К преимуществам статистического ограничения по сравнению с ограничением на максимум относится то, что его можно применять к неограниченным функциям распределения. Кроме того, мы показали, что оно оказывается гораздо эффективнее ограничения на максимум, в случаях, когда фазовые плотности, близкие к максимальной, имеет лишь незначительная фракция частиц в распределении. Недостатком статистического ограничения, однако, является тот факт, что оно менее надежно, чем ограничение на максимум. Это связано с тем, что для его применения недостаточно использовать максимальную наблюдаемую фазовую плотность в каком-либо отдельно взятом компактном объекте. Необходимо также знать распространенность подобных объектов во Вселенной или, точнее, фракцию темной материи, составляющую объекты с фазовой плотностью превышающей данную.

В разделе 2.3 обсуждаются способы оценки фазовой плотности в компактных объектах на основе имеющихся наблюдательных данных. Эти данные позволяют извлечь плотность массы в центральных областях галактических гало и индивидуальные скорости звезд. Для галактик, основную массу которых составляет темная материя, центральная плотность материи фактически представляет плотность темной материи  $\rho$ , а распределение скоростей звезд совпадает с распределением скоростей частиц темной материи. Последнее связано с тем, что система находится в вириальном равновесии, и звезды эффективно служат пробными частицами в гравитационном потенциале, создаваемом темной материей. Стандартное отклонение скоростей частиц темной материи  $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$  характеризует ширину распределения частиц по скоростям и, как следствие, размер области, занимаемой системой, в пространстве скоро-

стей. Поэтому для оценки фазовой плотности в гало галактик в астрофизике используется величина  $Q = \rho / \langle v^2 \rangle^{3/2}$ . Для нерелятивистских частиц импульс связан со скоростью линейно  $p = mv$ . Поэтому для оценки значений функции распределения, то есть плотности числа частиц в фазовом пространстве координат и импульсов, можно использовать величину  $Q/m^4$ , где  $m$  – масса частиц темной материи. Таким образом, как уже было отмечено ранее, нижнее ограничение на первичную фазовую плотность для фиксированной начальной функции распределения транслируется в нижнее ограничение на массу частиц темной материи. При этом, чем более высокая наблюдаемая фазовая плотность используется, тем сильно получится нижнее ограничение на массу частиц темной материи.

Объектами, обладающими самой высокой фазовой плотностью, являются *карликовые сферические галактики* (dSph). Они находятся в самых малых гало темной материи из когда-либо наблюдаемых, с массами  $10^6 - 10^8 M_{\odot}$ . Кроме того, фракция барионов в этих объектах является наименьшей среди всех наблюдаемых компактных объектов. Эта фракция характеризуется отношением массы к светимости, которая для данных объектов может достигает величины  $M/L \sim 10^3$  [18]. Ярко выраженное доминирование темной материи в плотности карликовых галактик оправдывает использование представления о звездах как пробных частицах в гало темной материи и, как следствие, величины  $Q$  для оценки фазовой плотности частиц темной материи в гало. Раздел 2.3 также содержит обзор современных данных наблюдения галактик типа dSph в гало нашей Галактики и соседней Андромеды, используемых для постановки ограничения на первичную фазовую плотность. Интересно отметить, что недостаток именно этих сферических карликовых галактик в больших галактических гало составляет одно из расхождений предсказаний модели холодной темной материи с наблюдениями. Используя современные экспериментальные данные о фазовой плотности в компактных объектах удалось значительно усовершенствовать оригинальное ограничение Тремэйна–Ганна для фермионов

с тепловым распределением. Наблюдаемые максимальные значения фазовой плотности в карликовых галактиках позволили нам поставить ограничение на массу частиц темной материи  $m \gtrsim 1$  кэВ, что в 50 раз превышает ограничение из оригинальной работы [32].

В Главах 3 и 4 описываются конкретные модели теплой темной материи, к которым нами были впервые систематически применены ограничения на фазовую плотность. Глава 3 посвящена различным сценариям со стерильными нейтрино в роли частиц темной материи. Стерильными нейтрино называют гипотетические частицы, которые нейтральны по отношению к калибровочным взаимодействиям Стандартной Модели, и смешиваются с обычными нейтрино за счет общего массового члена. Эти частицы часто рассматриваются в различных расширениях Стандартной Модели, описывающих нейтринные осцилляции (см. например обзор [35]). В частности, на стерильных нейтрино основан так называемый механизм качелей (*see-saw*), позволяющий объяснить малость масс активных нейтрино за счет смешивания со стерильными нейтрино в рамках перенормируемой теории.

В разделе 3.1 содержится краткая мотивация и обзор моделей со стерильными нейтрино в качестве частиц темной материи, а также рассматриваются возможные механизмы производства таких стерильных нейтрино в ранней Вселенной. Так как определяющей характеристикой стерильных нейтрино является их смешивание с активными нейтрино, то естественно предположить, что это взаимодействие ответственно за их генерацию [36]. В этом простейшем случае масса и угол смешивания стерильных нейтрино не являются независимыми параметрами. Они связаны соотношением, гарантирующим корректную современную плотность темной материи. Производство стерильных нейтрино за счет смешивания с активными нейтрино может быть достаточно сложным процессом, если имеются нескольких сортов стерильных нейтрино и/или ранняя Вселенная обладала ненулевой лептонной асимметрией. В последнем случае производство нейтрино называется резонансным, и современная кон-

центрация и распределение нейтрино по импульсам существенно зависят от соотношения между массами стерильных нейтрино и величиной лептонной асимметрии [37]. Кроме того, сектор стерильных нейтрино может включать другие тяжелые частицы, которые могли присутствовать в первичной плазме. В таких случаях производство стерильных нейтрино возможно во процессах рассеяния и/или распадах этих частиц. В зависимости от механизма генерации произведенные нейтрино имеют существенно различные распределения по импульсам. Для вычисления современной плотности темной материи необходимо знать лишь пространственную плотность числа частиц, которая задается проинтегрированным по импульсам кинетическим уравнением. В тоже время для рассмотрения роста флуктуаций плотности и процесса образования компактных объектов необходима полная функция распределения в пространстве импульсов. Особенности распределения частиц темной материи в фазовом пространстве сильно влияют на процесс образования компактных объектов. В частности, как обсуждалось выше, функция распределения используется для постановки ограничений на фазовую плотность, следующих из наблюдаемых свойств образуемых структур.

Применение ограничений на начальную фазовую плотность к стерильным нейтрино в качестве частиц темной материи описано в разделе 3.2. Для стерильных нейтрино, произведенных за счет осцилляций активных нейтрино в отсутствие лептонной асимметрии (так называемое *нерезонансное производство*), форма современного распределения по импульсам может быть приближена тепловым распределением Ферми–Дирака [36]. Общая нормировка распределения зависит от угла смешивания и массы нейтрино и определяет полную современную плотность произведенных стерильных нейтрино. Если предположить, что стерильные нейтрино составляют всю наблюдаемую темную материю, то ограничение на фазовую плотность приводит к нижнему ограничению на массу нейтрино порядка  $m_\nu \gtrsim 5.7$  кэВ. Это несколько превышает ограничение  $m \gtrsim 1$  кэВ на тепловые частицы.

При наличии в первичной плазме лептонной асимметрии конверсия активных нейтрино в стерильные усилена за счет эффекта Михеева–Смирнова–Вольфенштейна. Для стерильных нейтрино определенной энергии, производство происходит резонансным образом в узком диапазоне температур, зависящим от энергии нейтрино [37]. Эффективность этого процесса также сильно зависит от энергии нейтрино, причем наиболее активно производятся нейтрино низких энергий. Поэтому конечное распределение нейтрино по импульсам имеет существенно нетепловой характер, оно зависит от параметров нейтринного сектора и лептонной асимметрии. Нами было установлено, что ограничению на фазовую плотность удовлетворяют стерильные нейтрино с массами  $m_\nu \gtrsim 3$  кэВ.

В моделях, где сектор стерильных нейтрино содержит другие частицы, возможно производство нейтрино в процессах рассеяния и распада этих частиц в первичной плазме [38, 39]. Стерильные нейтрино в таких сценариях не входят в тепловое равновесие. Однако, если нейтрино темной материи производятся в процессах рассеяния частиц, находящихся в тепловом равновесии, то форма результирующего спектра нейтрино также с хорошей точностью совпадает с тепловым [38]. Общее число произведенных частиц (нормировка функции распределения) в этом случае определяется параметрами взаимодействия нейтрино. Если произведенные частицы составляют большую часть наблюдаемой темной материи, то найденное ограничение на фазовую плотность буквально совпадает с ограничением на нерезонансно произведенные нейтрино:  $m_\nu \gtrsim 5.7$  кэВ, независимо от свойств рассеивающихся частиц.

В случае стерильных нейтрино, произведенных в процессах распада, ситуация несколько сложнее, и сильно зависит от характеристик распадающихся частиц. Мы рассмотрели два типичных частных случая, соответствующих распадам термализованных релятивистских частиц и распадам холодных тяжелых нерелятивистских частиц вне теплового равновесия. В обоих случаях функция распределения произведенных нейтрино оказывается наивно

неограниченной при малых импульсах. В действительности её максимальное значение диктуется ограничением Паули. Однако, она быстро спадает в области малых импульсов, что приводит к тому, что практически все частицы имеют фазовую плотность гораздо меньше максимальной. В такой ситуации применение статистического ограничения на фазовую плотность может привести к более сильному ограничению на массу нейтрино темной материи. В случае распадов релятивистских частиц, однако, поведение распределения нейтрино в области малых импульсов таково, что фракция частиц имеющих высокую фазовую плотность превышает фракцию частиц темной материи составляющих карликовые галактики с наблюдаемой высокой фазой плотностью, не зависимо от параметров модели. Таким образом, применение нами статистического ограничения к стерильным нейтрино, образованным в распадах релятивистских частиц в равновесии, не привело к более сильному условию для массы нейтрино чем  $m_\nu \gtrsim 1$  кэВ, полученного используя максимум функции распределения. В случае распадов нерелятивистских частиц вне равновесия мы нашли, что ограничение на массу нейтрино зависит от параметров распадающихся частиц — их массы  $M$  и полной ширины распада  $\Gamma$ :  $m_\nu \gtrsim 2.5$  кэВ  $\left(\frac{M^2}{M_{\text{Pl}}\Gamma}\right)$ . Это ограничение может быть гораздо выше традиционных для теплой темной материи нескольких кэВ в случае тяжелых, практически стабильных, распадающихся частиц.

Кроме ограничений на фазовую плотность согласованный сценарий с теплой темной материей, состоящей из стерильных нейтрино, должен удовлетворять некоторым другим космологическим и астрофизическим тестам. В разделе 3.3 обсуждаются два таких теста: наблюдения коротковолновой части спектра флуктуаций плотности с помощью Лайман- $\alpha$  леса (Lyman- $\alpha$  forest) [40, 41], и поиск сигналов распада стерильных нейтрино в рентгеновском излучении гало галактик [42]. Стерильные нейтрино взаимодействуют с частицами Стандартной Модели только посредством смешивания с активными нейтрино. Интенсивность этого взаимодействия определяется углом смеси-

вания, который также определяет ширину распада стерильного нейтрино в активное и фотон. В сценариях, где стерильные нейтрино производятся за счет осцилляций этот же параметр определяет количество произведенных нейтрино. Таким образом, для того, чтобы современная плотность стерильных нейтрино совпадала с плотностью темной материи, угол смешивания и масса нейтрино должны быть связаны. Поиски рентгеновского излучения от распадов стерильных нейтрино в галактических гало не привели обнаружению такого рода сигналов. Это позволяет поставить верхнее ограничение на угол смешивания, которое соответствует ограничению на массу стерильных нейтрино  $m_\nu \lesssim 4$  кэВ [42]. Оно противоречит найденному нами ограничению из фазовой плотности, что позволяет исключить нерезонансное производство стерильных нейтрино как механизм генерации темной материи. Однако, при наличии лептонной асимметрии производство стерильных нейтрино может быть значительно усилено, и их современной плотности может быть достаточно, чтобы составлять всю имеющуюся темную материю, при значительно меньших значениях угла смешивания. Таким образом, механизм резонансного производства совместим с наблюдениями рентгеновского излучения и является возможным сценарием генерации темной материи. В случае производства стерильных нейтрино за счет взаимодействий с другими частицами, угол их смешивания с активными нейтрино является независимым параметром и обсуждаемое выше ограничение всегда можно удовлетворить.

Другое важное ограничение на модели теплой тёмной материи получается из исследования свойств спектра мощности возмущений плотности на малых масштабах, соответствующим массам компактных объектов  $10^6 - 10^8 M_\odot$ . В настоящее время для этого можно использовать данные о распространенности облаков водорода во Вселенной при больших красных смещениях, вплоть до  $z \simeq 4$ . Эти облака оставили след в виде множества линий поглощения водорода (Лайман- $\alpha$ ) в спектрах далеких квазаров, так называемого Лайман- $\alpha$  леса [40, 41]. Флуктуации на масштабах, на которых может быть заметно

влияние теплой темной материи, уже вышли на тот момент на нелинейный режим. Ограничения на параметры частиц темной материи можно получить сравнивая статистические свойства наблюдаемых спектров большого числа квазаров со свойствами нелинейных спектров моделей теплой темной материи. Эти нелинейные спектры в моделях с теплой темной материей получаются в рамках полуаналитических приближений и компьютерных симуляций. Для стерильных нейтрино, произведенных резонансным образом, такое исследование приводит к нижним ограничениям на массу нейтрино  $m_\nu \gtrsim 5.8 - 10$  кэВ, в зависимости от используемого набора данных [40, 41]. Таким образом, ограничения из Лайман- $\alpha$  леса приводят к результатам похожим на ограничения из наблюдений фазовой плотности. Важно заметить, что эти два подхода направлены на исследование одного и того же эффекта — подавления роста флуктуаций в теплой темной материи на малых масштабах. Они, однако, являются полностью независимыми друг от друга, что служит дополнительным подтверждением полученным нами ограничениям на фазовую плотность.

В Главе 4 представлено наше исследование модели с легкими гравитино в качестве частиц теплой темной материи. Гравитино присутствует в теориях супергравитации — суперсимметричных теориях, включающих гравитацию. Оно является суперпартнером гравитона и имеет спин  $3/2$ . В феноменологически приемлемых теориях суперсимметрия нарушена при низких энергиях. В таких теориях гравитино имеют массу, которая появляется за счет механизма, являющегося суперсимметризованным аналогом механизма Хиггса. Недостающие степени свободы для массивного гравитино доставляются аналогом голдстоуновского бозона нарушенной суперсимметрии — фермионом голдстино. Как и в случае обычного механизма Хиггса, значение массы гравитино связано с масштабом нарушения суперсимметрии и константой связи гравитационного взаимодействия, массой Планка [43–45]. В итоге, масса гравитино может принимать широкий спектр значений  $m_{\tilde{G}} \sim 1$  эВ — 100 ТэВ, в зависимости от механизма нарушения суперсимметрии. Обзору основных свойств гравитино



посвящен раздел 4.1.

В разделе 4.2 рассматривается космология гравитино. В случае теорий с сохраняющейся  $R$ -четностью легчайшая из суперчастиц абсолютно стабильна, и достаточно легкое гравитино может быть таковой. В этом случае гравитино может рассматриваться как кандидат на роль частицы темной материи. Способ производства гравитино в ранней Вселенной существенно зависит от его массы. Очень легкие гравитино достаточно сильно взаимодействуют с остальными суперчастицами, чтобы самим войти в тепловое равновесие при температурах, которые могли реализовываться во Вселенной. Так, гравитино с массами порядка 1 кэВ термализуются при температурах около 1 ТэВ [46–48]. Современная плотность термализованных частиц таких масс превышала бы наблюдаемую плотность темной материи, поэтому стоит рассматривать только сценарии, где гравитино не входит в тепловое равновесие. В таких сценариях производство гравитино может происходить за счет двух процессов: рассеяния суперчастиц, термализованных в первичной плазме, и распадов более тяжелых суперпартнеров [46–49]. Первый процесс наиболее эффективно происходит при высоких температурах, и количество произведенных гравитино определяется наивысшей температурой, достигавшейся в ранней Вселенной — температурой разогрева [46–49]. Требование, чтобы современная плотность произведенных гравитино не превышала плотность темной материи, приводит к верхнему ограничению на температуру разогрева. Для интересующих нас гравитино с массами порядка десяти кэВ температура разогрева не должна превышать нескольких ТэВ, что является весьма специфической характеристикой сценария с гравитино в роли теплой темной материи. Если гравитино является легчайшей из суперчастиц, то важный дополнительный вклад в современную плотность гравитино вносят распады остальных суперпартнеров. Для тяжелых гравитино характерное время распада может быть достаточно велико, чтобы распады происходили после эпохи первичного нуклеосинтеза и повлияли на распространенность первичных легких элементов. В силу

успеха стандартной теории первичного нуклеосинтеза такие сценарии сильно ограничены. Для легких гравитино, которые могут составлять теплую темную материю, распады более тяжелых суперпартнеров происходят задолго до эпохи первичного нуклеосинтеза и полностью совместны с наблюдениями распространенности первичных ядер.

Раздел 4.3 посвящен применению ограничений на фазовую плотность к моделям с легкими гравитино в роли частиц темной материи. Этот интересующий нас случай уже достаточно сильно ограничен другими космологическими требованиями. Как обсуждалось ранее в рамках линейной теории космологических возмущений, для того чтобы рост возмущений плотности в темной материи был модифицирован на масштабах карликовых галактик, частицы темной материи должны иметь массы порядка нескольких кэВ. На этот же диапазон масс указывают и ограничения из фазовой плотности для частиц с более-менее регулярным распределением по импульсам. Гравитино таких масс взаимодействуют с остальными суперпартнерами достаточно сильно и, в случае, когда последние находились в тепловом равновесии, активно производились в процессах их рассеяния. Для того, чтобы избежать перепроизводства гравитино в таких моделях, необходимо, чтобы температура разогрева не превышала нескольких ТэВ [46–49], и массы суперпартнеров были достаточно низки — сотни ГэВ. Данные современных ускорительных экспериментов сильно ограничивает существование таких легких суперчастиц [50, 51]. В особенности, это касается частиц, несущих цветной заряд, скварков и глюино. Это мотивирует отдельно рассмотреть суперсимметричные расширения Стандартной модели, в которых массы таких частиц превышают массы остальных суперпартнеров и температуру разогрева. В этих моделях в производстве гравитино участвует существенно меньшее число типов частиц, что позволяет несколько ослабить ограничения на массу суперпартнеров и температуру разогрева. Применение ограничений на фазовую плотность к данным сценариям указывает на то, что гравитино может играть роль частиц

теплой темной материи, если их масса удовлетворяет условию  $m_{\tilde{G}} \gtrsim 1 - 3 \text{ кэВ}$ , в зависимости от параметров модели [52].

Глава 5 посвящена модели со сверхлегким скалярным полем в роли темной материи. На космологических масштабах скалярное поле ведет себя как нерелятивистская пыль с нулевым давлением и представляет из себя модель холодной темной материи. Однако, на малых масштабах рост возмущений плотности в скалярном поле существенно подавлен по сравнению со случаем пылевидной материи. В частности, масса скалярного поля  $m$  очень мала и составляет величину порядка  $10^{-23} \text{ эВ} - 10^{-22} \text{ эВ}$ , эти масштабы соответствуют размерам неоднородностей, из которых впоследствии образуются объекты с массами  $10^8 M_{\odot} - 10^9 M_{\odot}$ . Таким образом, проблемы холодной темной материи на малых масштабах могут быть также решены в случае, если темная материя является сверхлегким скалярным полем. Впервые такая модель темной материи была предложена в работе [120]. В работе [52] мы показали, что наличие ненулевого давления у скалярного поля приводит к наблюдаемым последствиям. Если гало нашей Галактики состоит из такой скалярной темной материи, то давление скалярного поля в гало имеет осциллирующую во времени компоненту. Осцилляции происходят на частоте равной удвоенной массе скалярного поля. Такое осциллирующее давление приводит к малым осцилляциям гравитационного потенциала в гало на уровне  $10^{-15}$ . Для рассматриваемого диапазона масс частота осцилляций составляет десятые доли наногерц, что как раз совпадает с диапазоном чувствительности экспериментов по хронометрированию пульсаров. Хотя хронометрирование пульсаров изначально было предложено как способ регистрации гравитационных волн [125, 126], оно также чувствительно к изменяющемуся во времени гравитационному потенциалу. В разделе 5.2 рассматривается эффект, производимый осцилляциями скалярного поля как темной материи на времена прибытия радиоимпульсов миллисекундных пульсаров. Мы показали, что в диапазоне масс, интересном с точки зрения решения проблем стандартной

холодной темной материи, сигнал от темной материи может быть обнаружен с помощью следующего поколения экспериментов по хронометрированию пульсаров [52].

Диссертация основана на работах, выполненных в 2008–2013 годах в Отделе теоретической физики ИЯИ РАН и Университете Людвиг–Максимилиана в Мюнхене. Основные результаты, полученные в диссертации, были доложены на научных семинарах ИЯИ РАН и НИИЯФ МГУ, международном семинаре «Кварки-2008» (Сергиев Посад), международной конференции 44th Rencontres de Moriond «Very High Energy Phenomena in the Universe» (Аоста, Италия, 2009), на семинаре Скандинавского института теоретической физики (NORDITA, Стокгольм, Швеция, 2009) и международной конференции «COSMO 2013» (Кембридж, Великобритания, 2013). Результаты опубликованы в работах [39, 52, 53].

# ГЛАВА 1

## ПРОИСХОЖДЕНИЕ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ВСЕЛЕННОЙ

### 1.1 Линейная теория эволюции возмущений

В этой Главе мы опишем процесс образования структур во Вселенной и его зависимость от свойств темной материи. В этом процессе можно выделить два этапа: рост малых неоднородностей плотности и гравитационного потенциала в расширяющейся Вселенной и последующий гравитационный коллапс неоднородностей, достигших достаточной амплитуды. Анализ каждого из этих этапов требует существенно различных методов. В этом разделе мы рассмотрим первую, линейную, стадию эволюции неоднородностей. Для её описания можно использовать линеаризованные уравнения для космологических возмущений на фоне однородной и изотропной Вселенной [7] (см. также обзор [54] и монографии [1, 4, 55]). Переход ко второму этапу наступает, когда соответствующие флуктуации достигают больших величин, и линейная теория возмущений становится неприменимой. Для анализа дальнейшего развития неоднородностей плотности и образования компактных объектов в основном используются численные симуляции. Эта стадия эволюции возмущений обсуждается в следующем разделе.

Эволюция Вселенной описывается уравнениями общей теории относительности с космологической постоянной и тензором энергии-импульса материи, вместе с условиями ковариантного сохранения энергии-импульса каждой из компонент материи

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = 8\pi G \left( \Lambda g_{\mu\nu} + \sum_{\lambda} T_{\mu\nu}^{(\lambda)} \right) \quad (1.1)$$

$$\nabla^{\mu} T_{\mu\nu}^{(\lambda)} = 0 . \quad (1.2)$$

Здесь индекс  $\lambda$  нумерует различные компоненты материи: темную материю, ба-

рионы, нейтрино и фотоны. Современная распространенность этих компонент и их эволюция известна с достаточно большой точностью из различных космологических и астрофизических наблюдений [56]. Большую часть времени развития Вселенной к релевантным компонентам материи применимо приближение идеальной жидкости. Тензор энергии-импульса каждой из компонент в таком случае имеет вид

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}$$

и полностью характеризуется плотностью энергии  $\rho$ , давлением  $p$  и 4-скоростью  $u^\mu$ . Зависимость давления от плотности определяется уравнением состояния и является основной характеристикой идеальной жидкости. Эффекты неидеальности космологической материи, однако, приводят к важным наблюдательным последствиям. Так, неидеальность барион-фотонной и нейтринной компонент оставляет след в анизотропии реликтового излучения. Другим случаем, представляющим особенный интерес в данной диссертации, является теплая темная материя. Частицы холодной темной материи выходят из термодинамического равновесия будучи существенно нерелятивистскими. Поэтому при расчете всех наблюдаемых эффектов их скоростями можно пренебречь, и холодная теплая материя эффективно ведет себя как идеальная жидкость с нулевым давлением  $p = 0$ . Теплой традиционно называется темная материя, частицы которой вышли из равновесия будучи ультрарелятивистскими. При этом требуется, чтобы они стали нерелятивистскими к моменту перехода на пылевидную стадию развития Вселенной (в случае невыполнения данного требования темная материя называется горячей). Действительно важной и определяющей характеристикой при этом является то, что частицы темной материи имеют заметные скорости хаотического движения, это влияет на свойства образуемых из этой темной материи компактных объектов. Особенности эволюции компоненты теплой темной материи, выходящие за рамки приближения идеальной жидкости, будут отдельно рассмотрены

в разделе 1.3. До тех пор будем считать, что все компоненты плотности описываются уравнениями идеальной жидкости.

Из наблюдений известно, что на больших масштабах Вселенная является с большой точностью однородной и изотропной [56]. Плотность и давление материи зависит только от времени и постоянны в пространстве, а скорости равны нулю. Материя с такими свойствами приводит к однородному и изотропному решению уравнений (1.1):

$$ds^2 = a(\eta)^2 (d\eta^2 - dx^i dx^i) = a(\eta)^2 \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu . \quad (1.3)$$

Здесь  $\eta_{\mu\nu} \equiv \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  — метрика Минковского, а конформное время  $\eta$  связано с физическим временем  $t$  следующим соотношением:

$$dt = a(\eta)d\eta .$$

Масштабный фактор  $a(\eta)$  при этом должен удовлетворять уравнению Фрийдмана:

$$H^2 \equiv \left( \frac{a'}{a^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} G \left( \sum_{\lambda} \rho_{\lambda}(\eta) + \Lambda \right) ,$$

а для каждой из компонент материи должен выполняться закон сохранения энергии:

$$\rho'_{\lambda} + 3 \frac{a'}{a} (\rho_{\lambda} + p_{\lambda}) = 0 .$$

Неоднородности, служащие источником для образования структур, описываются малыми отклонениями параметров материи и метрики от их однородных фоновых значений. Для каждой из компонент материи этими величинами являются возмущения плотности  $\delta\rho(\eta, \mathbf{x})$ , давления  $\delta p(\eta, \mathbf{x})$  и 4-скорости  $u^{\mu}(\eta, \mathbf{x})$ . При этом, линеаризованное уравнение состояния устанавливает связь возмущений давления с возмущениями плотности

$$\delta p = u_s(\rho)^2 \delta\rho ,$$

где коэффициент пропорциональности является квадратом скорости звука в среде. Для метрики в конформной ньютоновой калибровке, в приближении

идеальной жидкости для материи, скалярные возмущения характеризуются одним параметром — гравитационным потенциалом  $\Phi$ :

$$\Phi \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{g_{00}}{a^2} - 1 \right).$$

Эволюция малых флуктуаций описывается уравнениями (1.1), (1.2), линеаризованными относительно однородного фонового решения. Безразмерными малыми величинами в этом разложении являются гравитационный потенциал  $\Phi(\eta, \mathbf{x})$ , потенциал скоростей  $v(\eta, \mathbf{x})$  и относительные флуктуации плотностей компонент материи

$$\delta_\lambda(\eta, \mathbf{x}) = \frac{\delta\rho_\lambda(\eta, \mathbf{x})}{\rho_\lambda(\eta)}.$$

В силу того, что фоновые величины инвариантны относительно трансляций сопутствующих координат  $x^i$ , удобно искать решения уравнений для возмущений в Фурье-представлении:

$$\delta_\lambda(\eta, \mathbf{k}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \delta_\lambda(\eta, \mathbf{x}).$$

Неоднородности с различными конформными импульсами  $\mathbf{k}$  развиваются на линейном уровне независимо. При этом физический импульс, соответствующий конформному импульсу  $\mathbf{k}$  равен

$$\mathbf{q}(\eta) = \frac{\mathbf{k}}{a(\eta)}$$

и краснеет (уменьшается) со временем. То есть одна и та же мода  $\delta(\mathbf{k})$  характеризуется разной физической длиной волны в разные моменты времени.

Таким образом, для известного состава и истории расширения однородной Вселенной, а также начальных величин неоднородностей, линейная теория космологических возмущений позволяет найти амплитуды возмущений в любой последующий момент времени, если пренебречь эффектами нелинейности. Стоит отметить, что современная Вселенная является сильно неоднородной на масштабах десятков мегапарсек и меньше. Амплитуда возмущений соответствующих длин волн в определенный момент достигла величины порядка



единицы, и с тех пор линейная теория к ним не применима. Она, однако, позволяет узнать возмущения каких масштабов перешли на нелинейный режим, и в какой момент это произошло.

Наблюдения указывают на то, что изначальные неоднородности представляли собой реализацию гауссова случайного поля, с однородными и изотропными во всем пространстве характеристиками. Такое поле полностью характеризуется двухточечной корреляционной функцией или спектром мощности  $P(k)$ , определенным следующим образом:

$$\langle \delta(\mathbf{k})\delta(\mathbf{k}') \rangle = \frac{P(k)}{(2\pi)^3} \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \quad (1.4)$$

Угловые скобки в данном случае формально обозначают усреднение по ансамблю Вселенных. На практике же усреднение эффективно производится по разным областям Вселенной, включающим интересующий масштаб. В случае больших масштабов порядка размера всей наблюдаемой части Вселенной, независимых областей, включающих возмущения данного масштаба мало, и статистическая ошибка вычисления среднего оказывается большой. Нас, однако интересуют гораздо меньшие масштабы, и эта неустранимая статистическая неопределенность<sup>1</sup> не играет определяющей роли. В случае линейной эволюции неоднородностей, современные возмущения плотности линейно зависят от начальных данных и, следовательно, также представляют из себя гауссово случайное поле. Это поле, в свою очередь, тоже однозначно характеризуется спектром мощности. Таким образом, линейную эволюцию неоднородностей можно характеризовать изменению спектра мощности возмущений плотности во времени.

Спектр мощности флуктуаций плотности материи можно восстановить из данных различных независимых наблюдений неоднородностей во Вселенной [57]. Эти данные хорошо согласуются друг с другом и с теоретическим предсказанием модели холодной темной материи, и представлены

---

<sup>1</sup>В англоязычной литературе используется термин *cosmic variance*.

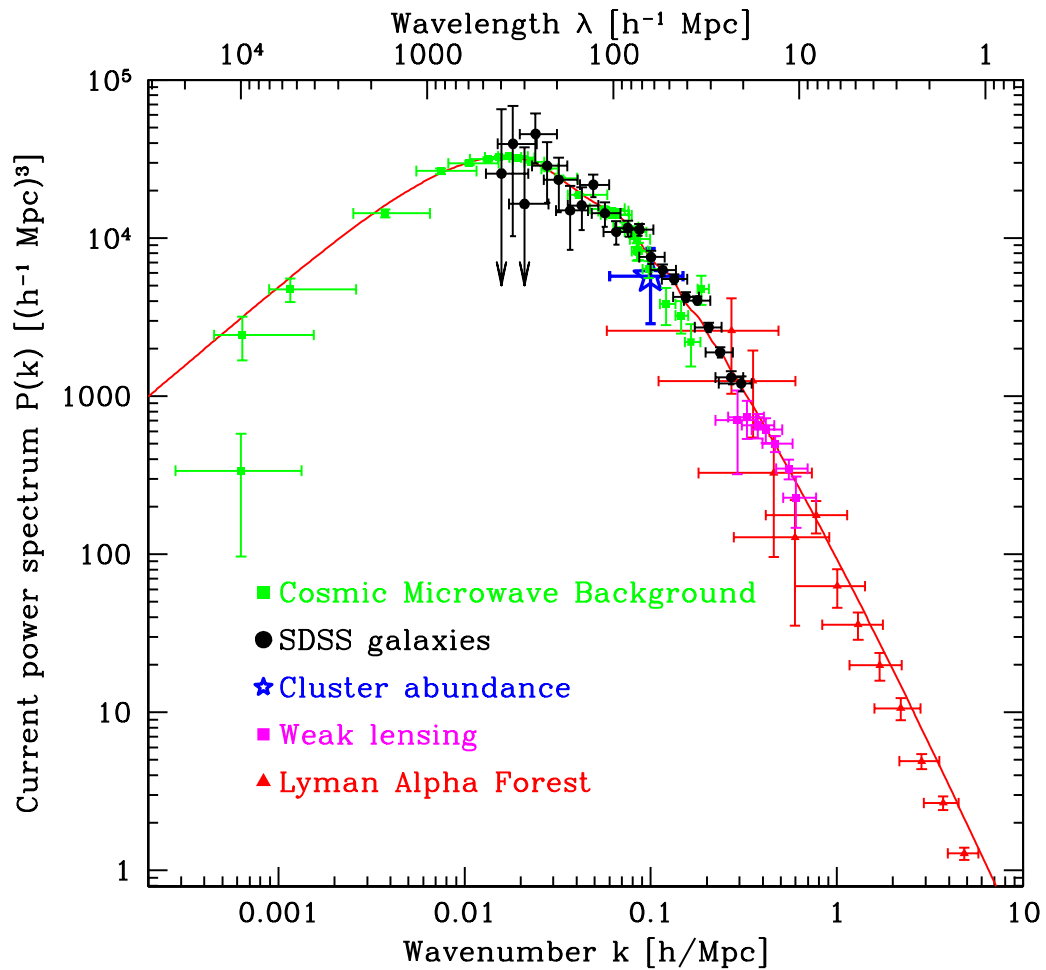


Рис. 1.1. Результаты определения современного спектра мощности флуктуаций плотности материи [57].

на рис. 1.1. На больших длинах волн, соответствующих современным импульсам  $k \sim 10^{-4} - 10^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$  спектр мощности известен из анизотропии реликтового излучения [58, 59]. В ней запечатлены возмущения плотности барион-фотонной компоненты на момент рекомбинации, когда они находились в линейном режиме. На масштабах  $k \sim 0.01 - 0.3 \text{ Мпк}^{-1}$  спектр мощности восстановлен из глубоких обзоров Вселенной, в которых измеряется положение и красное смещение галактик [57], а также из сведений о распространенности галактических скоплений. На масштабах  $1 - 10 \text{ Мпк}$  для оценки спектра используют данные слабого гравитационного линзирования [60]. Они чувствительны к неоднородностям плотности на масштабах, соответствующим современным размерам областей, из которых вещество собиралось в скопления галактик, и расстояниям между ними. Самые малые масштабы, на которых

удается восстановить спектр возмущений плотности, соответствуют современным импульсам  $k \sim 0.2 - 5 \text{ Мпк}^{-1}$ . Для этого используют информацию о распространенности первичных облаков водорода при красных смещениях вплоть до  $z \sim 4$ . Тогда эти облака лишь начинали выходить на нелинейный режим. Их распространенность вычисляется по многочисленным линиям поглощения в спектрах удаленных квазаров, соответствующим линии перехода Лайман- $\alpha$  атома водорода [61]. Современное развитие последнего метода позволяет оценить спектр возмущений плотности на современных масштабах вплоть до сотен килопарсек [40, 41]. Такой современный масштаб имеют области, с которых вещество собиралось в карликовые галактики массами  $M \sim 10^7 - 10^8 M_{\odot}$ . Как обсуждалось во Введении, недостаток наблюдаемых структур такого масштаба в современной Вселенной считается находящимся в противоречии с предсказаниями холодной темной материи [13–18].

Теоретическая кривая на рис. 1.1 соответствует модели с холодной темной материей и начальными неоднородностями, имеющим масштабнo-инвариантный спектр Гаррисона–Зельдовича  $P(k) \propto k^{-3}$ . Данная форма спектра первичных возмущений предсказывается в моделях инфляции с инфлатонным полем в режиме медленного скатывания [62–64, 1, 4]. Видно, что такой начальный спектр, совместно с современными представлениями об эволюции Вселенной и холодностью темной материи хорошо согласуется с наблюдениями на больших масштабах. В области коротких длин волн спектр мощности неоднородностей плотности в холодной темной материи имеет масштабнo-инвариантную форму (с точностью до логарифмического фактора). То есть вклад возмущений из любого логарифмического интервала с достаточно большими импульсами практически не зависит от самих импульсов. Отсутствие обрезания спектра на наблюдаемых масштабах является показателем предрасположенности теплой темной материи к формированию большого количества структур малого размера. Для возмущений с современными импульсами  $k \gtrsim 1 \text{ Мпк}^{-1}$  линейная теория уже не применима, и спектр, полученный в линейном приближении,

не описывает реального распределения неоднородностей на соответствующих масштабах. Учет старших порядков в теории космологических возмущений позволят несколько расширить область импульсов, в которых предсказанию для спектра возмущений можно доверять [65]. Однако, этот метод не позволяет адекватно описать процесс гравитационного коллапса нелинейных возмущений плотности и формирования компактных гравитационно связанных объектов. Методам описания нелинейной эволюции возмущений плотности посвящен следующий раздел.

## **1.2 Нелинейная эволюция возмущений. Формирование структур**

### **1.2.1 Массовый спектр объектов в формализме Пресса–Шехтера**

Рост линейных возмущений плотности приводит к образованию областей, в которых относительные возмущения плотности материи достигают величин порядка единицы,  $\delta_M \sim 1$ . Такие области называются протоструктурами и служили началом всем гравитационно связанным объектам. Расширение Вселенной не играет для таких областей существенной роли и их дальнейшая эволюция практически не отличается от гравитационного коллапса в плоском пространстве. Практически единственным доступным методом изучить этот процесс в реалистичных случаях, с учетом сложной разнообразной физики участвующих в этом коллапсе барионов, является численное моделирование. Этот метод мы обсудим в следующем разделе. Замечательно, что общие статистические свойства компактных объектов, такие как распределение производимых объектов по массам, можно получить используя нехитрые квазилинейные методы. Одним из самых простых и наиболее часто используемых методов такого рода является формализм Пресса–Шехтера [24, 25].

В основе этого метода лежит утверждение, что если усредненный контраст плотности по области определенного современного размера  $R$  превышает некоторое критическое значение  $\delta_c$ , то эта область коллапсирует с образованием

гравитационно связанного объекта. Масса этого объекта определяется полной массой материи в рассматриваемой области. Предполагается, что детали коллапса не играют роли для вычисления спектра масс образуемых объектов. Единственной величиной в этом формализме, для вычисления которой используется нелинейная теория, является критический контраст плотности  $\delta_c$ . Для этого рассматривается задача о коллапсе однородного шара с повышенной плотностью во Вселенной, заполненной пылевидной материей. В момент коллапса контраст плотности материи, *вычисленный в рамках линейного приближения*, составляет  $\delta_c \approx 1.686$  [66, 4]. Контраст плотности точного решения в этот момент оказывается бесконечным, и величина  $\delta_c$ , полученная в линейном приближении, не имеет непосредственного физического значения. Использование данного значения  $\delta_c$  обосновывается тем, что контраст плотности, который мы планируем с ним сравнивать, также является результатом линейной эволюции. Так как  $\delta_c > 1$ , реальный контраст плотности должен описываться с учетом эффектов нелинейности, и может существенно отличаться от предсказаний линейной теории.

Контраст плотности, усредненный на заданном масштабе  $R$ , определяется с помощью свертки с так называемой функцией окна  $W_R(\mathbf{x})$ :

$$\delta_R(\mathbf{x}) = \int d^3y \delta(\mathbf{x} + \mathbf{y}) W_R(\mathbf{y}). \quad (1.5)$$

$W_R$  существенно отлична от нуля только при  $|\mathbf{y}| \lesssim R$  и нормирована условием

$$\int d^3y W_R(\mathbf{y}) = 1. \quad (1.6)$$

Следуя аналогии с задачей о сферическом коллапсе, функцию  $W_R$  обычно выбирают в виде<sup>2</sup>:

$$W_R(\mathbf{y}) = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{R^3} \theta(R - |\mathbf{y}|). \quad (1.7)$$

Масса формирующегося в результате коллапса объекта в таком случае зада-

---

<sup>2</sup>Функция окна такого вида носит название *top hat filter*.

ется массой темной материи и барионов в шаре радиуса  $R$ :

$$M(R) = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_M, \quad (1.8)$$

где  $\rho_M$  — современная средняя плотность нерелятивистской материи. Важно отметить, что размер коллапсирующей области будет превышать  $R$ , если рассматриваемая область является частью более крупной области, где усредненный контраст плотности также превышает критический. Таким образом, если усредненный контраст плотности  $\delta_R$  превышает критическое значение  $\delta_c$ , то это приводит к образованию объекта с массой  $M \geq M(R)$ .

Усредненный контраст плотности линейно зависит от  $\delta(\mathbf{x})$ , а значит, также является гауссовым случайным полем. Основной характеристикой случайной величины  $\delta_R$  является её дисперсия  $\sigma_R$ :

$$\sigma_R^2 \equiv \langle \delta_R^2 \rangle = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} P(k) |W_R(\mathbf{k})|^2. \quad (1.9)$$

Здесь  $W_R(\mathbf{k})$  — фурье-образ функции окна. Величина  $\sigma_R$  определяет среднеквадратичное отклонение сглаженного контраста плотности от среднего нулевого значения. Если  $\sigma_R$  превышает критический контраст плотности  $\delta_c$ , то вполне вероятно, что в реализации случайного поля  $\delta(\mathbf{x})$  найдется достаточно областей размера  $R$ , контраст плотности в которых также будет превышать  $\delta_c$ . Согласно исходному предположению Пресса и Шехтера такие области сколлапсируют с образованием гравитационно связанных объектов с массой превышающей  $M(R)$ . Так как  $\delta_R$  является гауссовой случайной величиной, то вероятность того, что  $\delta_R > \delta_c$  дается выражением

$$P(\delta_R > \delta_c) = \int_{\delta_c}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma_R^2}}. \quad (1.10)$$

В рамках формализма Пресса–Шехтера предполагается, что массовая доля материи, содержащаяся в гравитационно связанных объектах массой  $M > M(R)$  пропорциональна вероятности (1.10). Распределение компактных объектов по массам принято характеризовать дифференциальным массовым

спектром  $dN(M)$ : плотностью числа гравитационно связанных объектов с массами в интервале от  $M$  до  $M + dM$  в единицу физического объема. Физическая плотность материи, содержащейся в объектах с массой, превышающей  $M$  в таком случае равна

$$\int_M^\infty dM' M' \frac{dN(M')}{dM}. \quad (1.11)$$

Считая, что вся материя содержится в структурах того или иного размера, последняя величина связана с вероятностью (1.10) как

$$\int_{M(R)}^\infty dM' M' \frac{dN(M')}{dM} = 2 \rho_M P(\delta_R > \delta_c). \quad (1.12)$$

Появление нормировочного фактора 2 в правой части связано с тем, что в формализме Пресса–Шехтера рассматриваются только положительные флуктуации плотности, в то время как гауссова вероятность (1.10) учитывает флуктуации обоих знаков. Дифференцирование последнего равенства по массе  $M$ , приводит к конечному выражению для дифференциального спектра структур:

$$\frac{dN(M)}{dM} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta_c \rho_M}{\sigma_M^2 M^2} \frac{d\sigma_M}{d \ln M} e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma_M^2}}. \quad (1.13)$$

Важно заметить, что при выводе выражения для дифференциального спектра не учитывалась возможность того, что объекты меньшей массы могут образовываться внутри более крупных объектов и, таким образом, учтенными оказываются только изолированные объекты. Этот недостаток имеет особенно сильное значение в области малых масс. Так как нас интересует распространенность структур сравнительно малых масс внутри крупных галактических гало, то непосредственное использование дифференциального спектра (1.13) в области малых масс не приведет к количественно правильному результату. Мы, однако, будем пользоваться спектром (1.13) и свойствами дисперсии  $\sigma_M$  для качественного сравнения поведения холодной и теплой темной материи в разделе 1.3. Но сначала мы обсудим некоторые количественные характе-

ристики компактных объектов, формируемых из холодной темной материи, полученные с использованием численных симуляций.

### **1.2.2 Численные симуляции методом многих тел**

Как обсуждалось выше, аналитические методы изучения образования компактных объектов на нелинейной стадии не позволяют получить достаточно точного описания получаемых объектов во всем наблюдаемом диапазоне масс. Поэтому широкое распространение получили методы численного моделирования, в частности симуляции методом многих тел [67–70]. В этом методе распределение темной материи симулируется большим количеством отдельностоящих частиц, распределенных в фиксированном координатном объеме. Динамика такой системы определяется гравитационными взаимодействиями частиц. При этом различают космологические и галактические симуляции. В первом случае симулируется большой объем пространства, содержащий значительное число галактик, с учетом расширения Вселенной (см. например [26, 71]). Основной задачей является изучение глобальных статистических свойств образуемых объектов и эволюция их характеристик во времени. Галактические симуляции сосредотачиваются на воспроизводстве образования и динамики одного или нескольких галактических гало (см. например [72–74]). В этом случае симулируемая система является изначально гравитационно связанной, и её динамика по существу ньютонова на фоне статического пространства. Большинство современных численных методов, кроме того, учитывает динамику барионов [27]. Последняя намного сложнее, и включает в себя химические процессы, взаимодействие с радиацией, а также процессы формирования и эволюции звезд. Для моделирования потоков барионов используется метод сглаженной гидродинамики частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics) [27, 75], а влияние характерной барионной физики учитывается лишь на больших масштабах с помощью феноменологических моделей.



Основной характеристикой, определяющей трудоемкость симуляций, является число симулируемых частиц. Масса одной частицы определяет наименьшие массу и размер деталей, которые симуляция способна воспроизвести. Очевидно, что космологические симуляции имеют гораздо меньшее разрешение, чем симуляции отдельных гало. Наибольшие современные симуляции включают вплоть до  $10^{10}$  частиц [70]. Это позволяет симулировать объем вплоть до кубического гигапарсека, включающий порядка двадцати миллионов галактик с разрешением  $10^9 M_{\odot}$  или несколько галактических гало массой  $10^{11} M_{\odot}$  с разрешением  $10^5 M_{\odot}$ . Таким образом, даже в симуляциях малого объема используются «частицы» темной материи, описывающие динамику огромного числа реальных элементарных частиц темной материи. Очевидно, что такие свойства частиц темной материи как их индивидуальные скорости не могут быть учтены в подобного рода симуляциях. Эти свойства, в свою очередь, могут заметным образом сказываться на свойствах образуемых объектов на масштабах, значительно превышающих размеры индивидуальных частиц. Для холодной темной материи свойства индивидуальных частиц являются несущественными, и считается, что все неточности результатов симуляций связаны только с недостаточным учетом влияния барионов.

Из сказанного выше видно, что описанная процедура космологических симуляций не зависит ни от природы частиц темной материи, ни от истории эволюции Вселенной на ранних стадиях. Вся зависимость от них заложена в начальных данных для симуляций, которыми являются начальные положения частиц, точнее, начальные смещения по отношению к равномерному распределению. Начало симуляций выбирается так, чтобы возмущения всех рассматриваемых длин волн находились на линейной стадии. Начальные скорости частиц тогда связаны с начальными смещениями уравнением непрерывности. Смещения задаются случайным образом: поле смещений является реализацией гауссова случайного поля со спектром мощности  $P(k)$ , предсказываемым линейной теорией космологических возмущений. Таким образом,

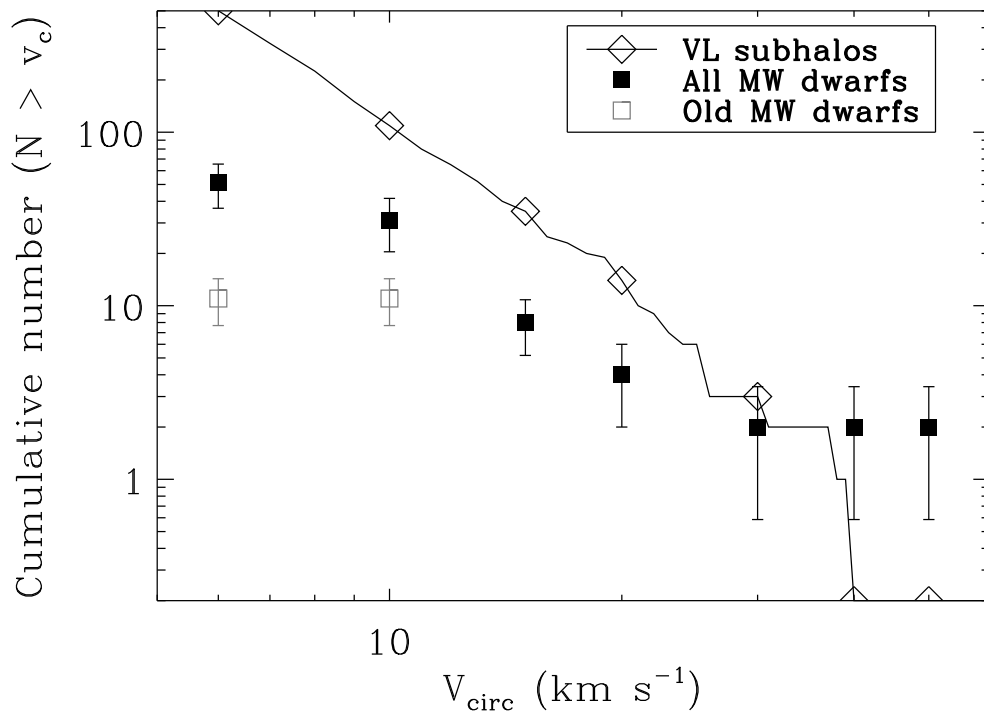


Рис. 1.2. Суммарное число спутников Млечного Пути со скоростью вращения, превышающей данную. Пустыми квадратами обозначены ранее известные спутники, заполненные квадраты также включают недавно обнаруженные ультраслабые карлики. Сплошная линия представляет результат симуляции Via Lactea [18].

выбор начального спектра соответствует выбору космологической модели. Именно в таком смысле говорят о симуляциях за пределами модели холодной тепловой материи.

Важной особенностью структур, образуемых в холодной темной материи является их наличие в большом количестве на малых масштабах, вплоть до предела разрешения симуляций. Именно эта особенность находится в некотором противоречии с наблюдательными данными. Как обсуждалось во Введении, основными проявлениями этой проблемы являются два возможных расхождения: слишком большое предсказываемое количество галактик-спутников [13–18] и наличие особенностей плотности в центрах галактических гало [76–81].

Симуляции гало отдельно стоящих галактик показывают, что гало массой порядка массы нашей Галактики  $10^{11} - 10^{12} M_{\odot}$  имеют богатую субструктуру, состоящую из многочисленных гало меньших масс, вплоть до предела разре-

шения симуляции. В частности, предсказывается, что галактика размером с нашу, образованная из холодной темной материи, должна содержать порядка пятисот спутников в виде карликовых галактик [17, 18]. Однако, несмотря на значительный прогресс наблюдательной астрономии в последние несколько лет, в гало нашей Галактики найдено только около сорока подобных объектов. Пример сравнения предсказаний численного моделирования с наблюдаемыми карликовыми галактиками приведен на рис. 1.2. На нем представлено суммарное число спутников со скоростью вращения, превышающей данную. Видно, что включение недавно обнаруженных спутников увеличивает их полное число в несколько раз. При этом, полное число спутников, предсказываемое симуляциями, превышает это число на порядок. В свете этого, не представляется вероятным, что произойдет открытие такого большого числа новых карликовых галактик, чтобы подтвердить предсказания симуляций холодной темной материи. Не меньшее беспокойство вызывает также распространенность карликовых галактик в пустотах [20, 21], где симуляции с холодной темной материей также предсказывают значительно большее число объектов, чем содержится в астрономических обзорах. Однако, стоит отметить, что существуют попытки объяснить эти расхождения особенностями процессов звездообразования в гало малых масс [82, 83]. Так, можно предположить, что в гало темной материи массами меньше  $10^6 M_{\odot}$  звезды эффективно не образуются. Причиной этого может служить то, что практически все первичные барионы были выброшены из таких гало взрывами первых сверхновых. Отсутствие светящегося вещества в таких спутниках могло бы объяснить, почему они не были обнаружены. Однако, конкретных вычислений, подтверждающих эту гипотезу пока не существует.

Другим результатом симуляций холодной темной материи, расходящимся на наблюдениями, является предсказание формы профилей плотности материи крупных гало в их центральной области [76–81]. Галактические гало, образующиеся в симуляциях холодной темной материи, хорошо описываются

профилем плотности Наварро–Френка–Уайта (NFW-profile) [84]:

$$\rho_{NFW}(r) = \rho_0 \frac{4r_0^3}{r(r+r_0)^2}, \quad (1.14)$$

где  $r_0$  и  $\rho_0$  — характерные размер и плотность, индивидуальные для каждой галактики. Плотность в таких гало быстро растет с приближением к центру и формально неограниченна сверху в центральной области. Распределение полной массы материи в близлежащих галактиках можно восстановить из наблюдения их динамики. Такие наблюдения предсказывают наличие центральной области с практически постоянной плотностью<sup>3</sup> [78–81]. Соответствующие профили в центральной области оказываются близкими по форме к так называемому изотермальному профилю:

$$\rho(r) \propto \frac{1}{(r^2 + r_0^2)}. \quad (1.15)$$

Сторонники холодной темной материи утверждают, что это несоответствие связано с влиянием барионов на профили реальных галактик, которое обычно недостаточно учитывается в симуляциях [85, 86]. Более современные симуляции с учетом барионов предсказывают более гладкое распределение плотности в центральной области, чем распределение Наварро–Френка–Уайта. Таким образом, новые более точные симуляции имеют шанс лучше описывать наблюдательные данные.

Из предыдущего обсуждения видно, что все расхождения предсказаний моделей холодной темной материи с наблюдениями связаны с тем, что холодная темная материя слишком хорошо кластеризуется на малых масштабах. Это приводит к образованию большого количества мелкомасштабной структуры и особенностей распределений плотности. Таким образом, модификации холодной темной материи, в которых формирование мелкомасштабных структур является подавленным, могут лучше описывать данные наблюдений. Как об-

---

<sup>3</sup>В англоязычной литературе такую область принято называть *core*. Центральная особенность плотности называется *cusp*.

суждалось во Введении, такие модификации принято называть теплой темной материей.

### 1.3 Особенности эволюции неоднородностей в теплой темной материи

#### 1.3.1 Линейная эволюция. Эффекты неидеальности

Основной отличительной характеристикой теплой темной материи по сравнению с холодной является наличие существенных индивидуальных скоростей хаотического движения частиц. Это хаотическое движение приводит к тому, что описание эволюции возмущений в такой среде выходит за рамки приближения идеальной жидкости, и рост возмущений происходит несколько иначе. Вместо плотности и давления, связанных уравнением состояния, для описания таких сред используются функция распределения частиц в фазовом пространстве, эволюция которой задается кинетическим уравнением Больцмана. Такое описание будет подробнее рассмотрено в Главе 2, а пока рассмотрим основные особенности линейной эволюции.

Важным проявлением эффектов неидеальности является подавление возмущений на малых масштабах. При этом, выделяют два эффекта, в зависимости от того, важен ли вклад возмущений темной материи в гравитационный потенциал или нет. Первым, и наиболее существенным для рассматриваемых моделей теплой темной материи, эффектом является *эффект свободного перемешивания* для газа невзаимодействующих частиц. Он действует на радиационно-доминированной стадии. Вторым эффектом является *затухание Ландау*<sup>4</sup>, которое действует на пылевидной стадии, когда темная материя вносит доминирующий вклад в гравитационный потенциал.

На стадии доминирования релятивистского вещества флуктуации плотности в пылевидной материи в присутствии неоднородного гравитационного потенциала испытывают логарифмический рост. Именно благодаря этому

<sup>4</sup>В англоязычной литературе используется термин *free-streaming*.

росту к настоящему времени возмущения плотности темной материи успевают выйти на нелинейную стадию. Однако, если на момент входа возмущения под горизонт частицы среды имеют релятивистские скорости, то рост таких возмущений существенно подавлен. Возмущения с большими импульсами входят под горизонт раньше, когда скорости частиц среды еще выше. Это приводит к эффективному обрезанию спектра возмущений в области больших импульсов. Критический импульс  $k_{min}$  соответствует импульсу возмущения, которое входит под горизонт, когда частицы темной материи становятся нерелятивистскими. В действительности, подавление продолжает действовать несколько позже этого момента и приводит к меньшему импульсу обрезания, который существенно зависит от распределения частиц по импульсам. Для частиц темной материи, характерный импульс которых близок к температуре первичной плазмы, критический импульс является решением уравнения

$$k_{min}^{-1} \simeq 100 \text{ кпк} \cdot \left( \frac{1 \text{ кэВ}}{m} \right) \ln \frac{k_{min}}{k_{eq}}, \quad (1.16)$$

где  $m$  — масса частиц темной материи, а  $k_{eq} \simeq 7.9 \cdot 10^{-3} \text{ Мпк}^{-1}$  — современный импульс возмущений, входящих под горизонт в момент перехода к пылевидной стадии (см. например [4]). Так, для массы  $m = 1 \text{ кэВ}$  значение  $k_{min}$  по порядку величины составляет  $2 \text{ Мпк}^{-1}$ .

Другим механизмом обрезания спектра флуктуаций на больших импульсах является затухание Ландау. Этот эффект по своей природе близок к эффекту свободного перемешивания, но его описание технически отличается от последнего. Впервые подобное затухание было описано для звуковых волн в плазме и оно присуще любой системе невзаимодействующих частиц, движущихся в самосогласованном поле. Такая ситуация характерна для темной материи на пылевидной стадии расширения Вселенной, когда возмущения плотности темной материи вносят определяющий вклад в гравитационный потенциал. В отсутствие хаотического движения частиц темной материи возмущения всех длин волн, находящиеся по горизонтом, испытывали бы рост,

линейно пропорциональный масштабному фактору. При наличии хаотического движения, частицы темной материи свободно разлетаются и эффективно покидают области с повышенной плотностью. Характерный размер замыкания неоднородностей плотности можно оценить как среднее расстояние, пролетаемое частицами темной материи за хаббловское время — характерное время для эволюции возмущений. Соответствующий современный импульс дается соотношением

$$k_{fs}(t) \simeq \frac{H(t) a(t)}{v(t)}, \quad (1.17)$$

где  $v(t)$  — типичная скорость частиц темной материи во время  $t$ . Импульс  $k_{fs}$  растет со временем, что приводит к тому, что начинают расти возмущения с все большими конформными импульсами. Так как быстрый рост возмущений плотности начинается после перехода на пылевидную стадию, то имеет смысл рассматривать критический импульс на момент перехода. Для нерелятивистских частиц массой  $m$ , средний импульс которых определяется температурой радиации, импульс обрезания оценивается как

$$k_{fs} \approx 30 \text{ Мпк}^{-1} \frac{m}{1 \text{ кэВ}}. \quad (1.18)$$

Это значение оказывается численно близким к импульсу обрезания  $k_{min}$ , следующему из эффекта перемешивания, но несколько меньшим последнего (см. например [4]). Важно отметить, что импульсы обрезания обоих эффектов зависят от рассматриваемой модели темной материи. Выражения (1.16), (1.18) справедливы только для частиц темной материи, характерные импульсы которых падают со временем как  $a(t)^{-1}$  и совпадают по порядку величины с температурой излучения. Примером такой модели служит темная материя, спектр которой совпадает с тепловым распределением ультрарелятивистских частиц:

$$f(p) \propto \frac{1}{e^{p/T_{eff}(t)} \pm 1}, \quad (1.19)$$

где  $T_{eff}(t)$  — эффективная температура компоненты темной материи равная, с точностью до фактора порядка единицы, температуре релятивистский

компоненты в момент времени  $t$ .

Точный количественный результат для спектра возмущений плотности теплой темной материи можно получить численно интегрируя уравнения линейной теории космологических возмущений совместно с уравнением Больцмана для функции распределения частиц темной материи. Для этого можно использовать один из доступных программных пакетов [87, 88]. Изначально такие пакеты предназначены для исследования зависимости линейного спектра возмущений  $P(k)$  в холодной темной материи и спектров анизотропии реликтового излучения от космологических параметров. Мы модифицировали пакет САМВ (Code for Anisotropies in the Microwave Background), для того, чтобы вычислить спектр мощности  $P(k)$  для космологического сценария с теплой темной материей, распределение по импульсам которой имеет форму теплового распределения Ферми–Дирака

$$\dot{f}(p) = \frac{\rho_{DM}}{6\pi \zeta(3) m T_{eff}^3} \frac{1}{e^{p/T_{eff}} + 1}. \quad (1.20)$$

Нормировка здесь выбрана так, чтобы современная плотность темной материи  $\rho_{DM}$  совпадала с наблюдаемым значением. Полученные спектры мощности флуктуаций плотности для различных масс частиц темной материи представлены на рисунке 1.3. Видно, что для теплой темной материи с  $m \simeq 1 - 10$  кэВ возмущения с длинами волн, соответствующими структурам с массами  $M \leq 10^9 - 10^7 M_\odot$ , сильно подавлены. При этом в области больших длин волн, спектр возмущений практически неотличим от предсказываемого в моделях с холодной темной материей. Отсюда можно сделать вывод, что в теплой темной материи образуется значительно меньше структур небольшой массы.

Как мы уже отмечали ранее, спектр флуктуаций плотности на масштабах, соответствующих современным импульсам порядка нескольких обратных мегапарсек, в принципе можно восстановить из наблюдений леса линий поглощения Лайман- $\alpha$  в спектрах далеких квазаров. В них запечатлена распро-



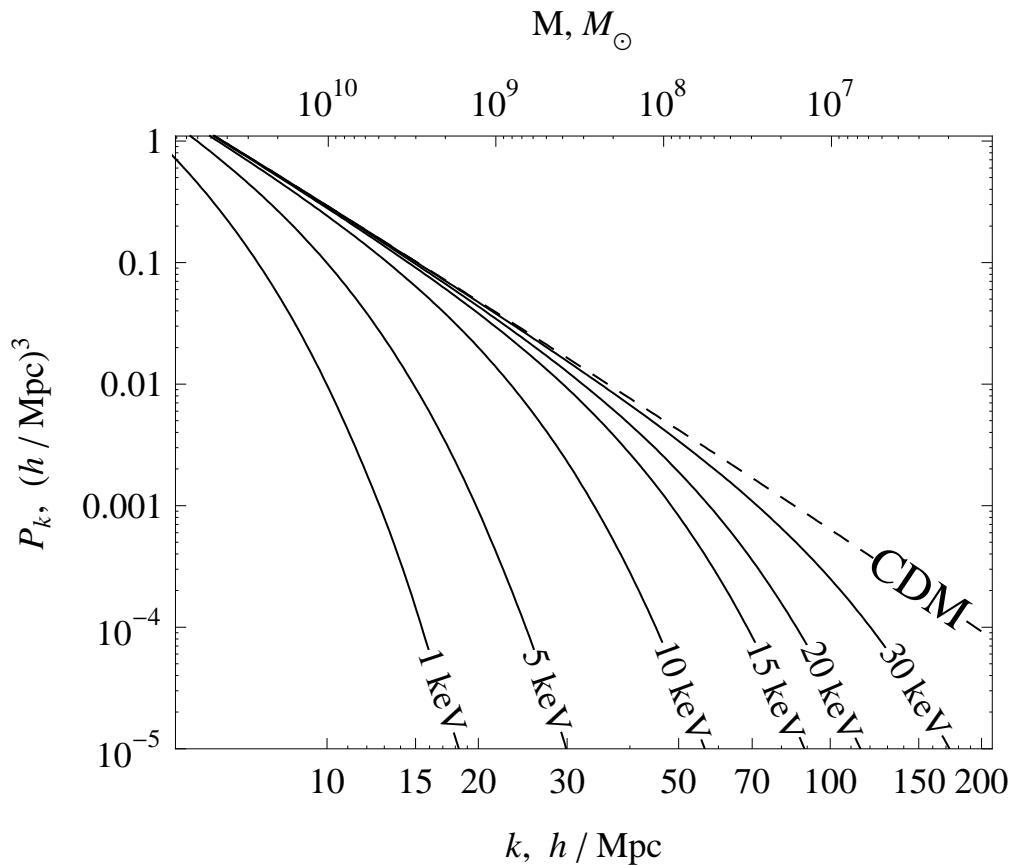


Рис. 1.3. Современный спектр мощности линейной теории в модели с холодной тёмной материей (пунктир) и моделях с тёплой тёмной материей с функцией распределения (1.20); числа на линиях обозначают массы частиц тёмной материи  $m$ . [52]

страненность облаков водорода на масштабах, соответствующих структурам массой  $10^9 - 10^7 M_\odot$ . Данные этих наблюдений не показывают существенного подавления спектра возмущений по сравнению с предсказаниями модели с холодной темной материей [40, 41]. Более того эти данные позволяют поставить ограничения на то, насколько «теплой» может быть темная материя. В терминах массы  $m$  частиц темной материи с распределением (1.20) это соответствует нижнему ограничению  $m \gtrsim 5.6$  кэВ [40].

### 1.3.2 Массовый спектр компактных объектов

Для того, чтобы оценить массовый спектр структур, образуемых в теплой темной материи, применим формализм Пресса–Шехтера к линейному спектру мощности, обсуждавшемуся в предыдущем разделе. Результат представлен

на рисунке 1.4. График слева содержит зависимость современной дисперсии контраста плотности темной материи  $\delta_M$ , усредненного по сферической области, заключающей массу  $M$ . Различные кривые соответствуют моделям с теплой темной материей, имеющей тепловое распределение (1.20), и различные массы частиц в диапазоне  $1 \text{ кэВ} \leq m \leq 20 \text{ кэВ}$ , а также модели холодной темной материи. Видно, что флуктуации плотности на масштабах, соответствующих объектам массой  $M \lesssim 10^9 M_\odot$ , существенно подавлены. В области масс, где значения  $\sigma$  порядка критического контраста плотности  $\delta_c$ , предсказания моделей теплой темной материи практически неотличимы от модели холодной темной материи. Таким образом, все возмущения в холодной темной материи, вышедшие на нелинейную стадию к настоящему моменту, выходят на нелинейную стадию и в теплой темной материи. Однако, количество образуемых объектов малых масс, которое в формализме Пресса–Шехтера задается вероятностью реализации достаточно больших возмущений  $\delta_M > \delta_c$ , в моделях с теплой темной материей значительно меньше. Отношение соответствующих дифференциальных массовых спектров в современную эпоху к спектру модели с холодной теплой материей изображено на левом графике на рисунке 1.4. Из графика видно, что чем меньше масса частиц темной материи, то есть чем больше скорости их хаотического движения, тем сильнее подавлен массовый спектр образуемых компактных объектов. Кроме того, меньшие массы частиц темной материи приводят к подавлению образования структур вплоть до больших масштабов. С другой стороны, видно, что для того, чтобы уменьшить распространенность структур с массой порядка  $10^7 M_\odot$ , требуется достаточно легкая темная материя  $m \lesssim 10 \text{ кэВ}$ . Частицы темной материи с массой несколько десятков кэВ образуют структуры практически неотличимые от образуемых в холодной темной материи, по крайней мере в наблюдаемой области масс.

В связи с особенностями образования структур в теплой темной материи стоит отметить еще один возможный способ поставить ограничения на её «теп-

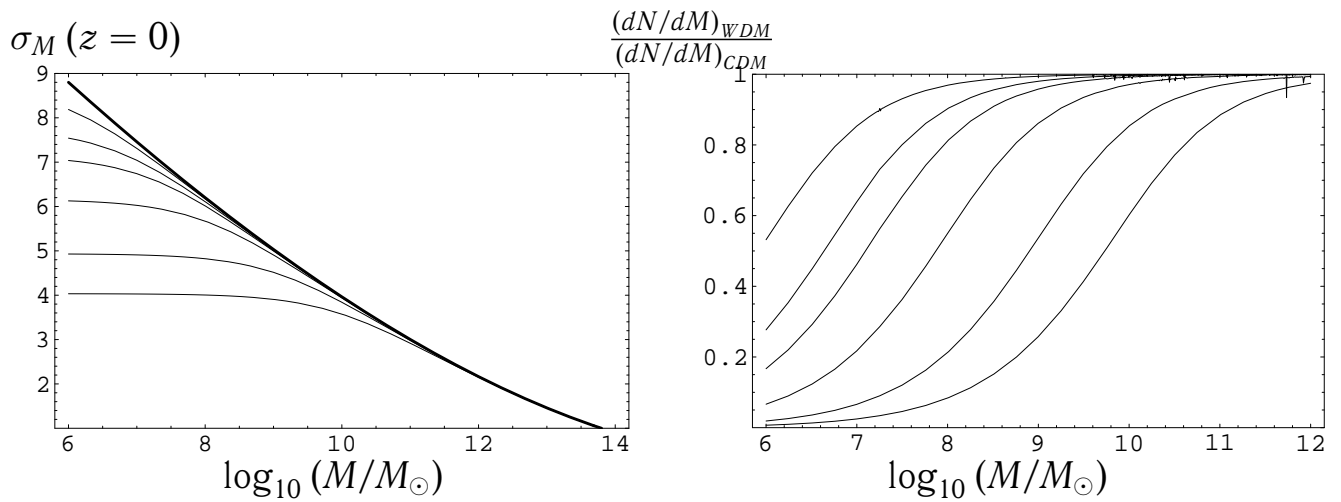


Рис. 1.4. Слева: современная дисперсия линейного контраста плотности материи  $\delta M$ , усреднённого по шару, заключающего массу  $M$  в модели с холодной тёмной материей (толстая линия) и моделях с тёплой тёмной материей. Справа: отношение дифференциальных массовых спектров структур в современную эпоху в моделях с тёплой тёмной материей к спектру в модели с холодной тёмной материей. На обоих графиках линии соответствуют моделям со спектрами, представленными на рис. 1.3: чем ниже линия, тем меньше масса [4].

лоту». Он связан с тем, что образование структур малых масштабов в теплой темной материи происходит несколько позже, чем в случае холодной темной материи [89, 90]. Это приводит к запаздыванию эпохи формирования первичных звезд и более поздней вторичной ионизации Вселенной. Реионизация Вселенной оставила след в картине анизотропии реликтового микроволнового излучения, исследуя который можно оценить, как давно она произошла. История формирования структур в теплой темной материи с  $m \lesssim 10$  кэВ предсказывает более позднюю вторичную ионизацию. Для правильного описания процесса формирования структур в таких моделях необходим дополнительный источник ионизирующего излучения. Им может являться распад самих частиц темной материи, если они являются долгоживущими, но нестабильными частицами (см. например [91]).

### 1.3.3 Трудности численного моделирования теплой темной материи

Как обсуждалось в разделе 1.2.2 численные симуляции методом многих тел описывают процесс образования гравитационно связанных объектов как

результат гравитационного взаимодействия большого числа точечных масс. Так как частицы темной материи практически не взаимодействуют друг с другом никаким образом, кроме гравитации, такое описание формально является достаточным. Однако, количество симулируемых частиц ограничено доступной вычислительной мощностью и в настоящий момент не превышает  $10^{10}$  для космологических симуляций и  $10^9$  для симуляций изолированных галактик. Масса отдельной частицы в таких симуляциях составляет  $10^6 - 10^5 M_{\odot}$ . Это практически на семьдесят порядков превышает характерную массу частиц теплой темной материи. Таким образом, есть основания предполагать, что результат симуляций отличается от реальных структур всякий раз, когда имеют значения свойства отдельных частиц. В случае холодной темной материи частицы имели практически нулевые индивидуальные скорости, и их усредненное представление в виде больших кластеров, частиц симуляций, не приводит к пренебрежению их существенными характеристиками. С этой точки зрения любые космологические симуляции методом многих тел эффективно моделируют кластеризацию холодной темной материи. Единственным способом учесть другие космологические сценарии является использование соответствующего линейного спектра мощности флуктуаций плотности  $P(k)$  для задания начальных смещений симулируемых частиц.

В разделе 1.3.1 было показано, что спектр мощности возмущений плотности в теплой темной материи может существенно отличаться от спектра холодной темной материи в области коротких длин волн. Симуляции темной материи с таким спектром учитывают часть особенностей формирования структур в теплой темной материи, следующих из линейной теории. В настоящее время существуют космологические симуляции, использующие спектр мощности с коротковолновым обрезанием, характерным для теплой темной материи [28, 29]. Структуры, образуемые в таких симуляциях являются сглаженными на масштабах, меньших масштаба обрезания. В них отсутствуют особенности плотности, характерные для холодной темной материи, и

многочисленные карликовые галактики в пустотах. Эти факты качественно подтверждают сделанные предположения о свойствах структур, образуемых в теплой темной материи. В следующей Главе будет рассмотрен независимый формализм, позволяющий связать первичные свойства частиц темной материи со свойствами образуемых компактных объектов, который предоставит дополнительные подтверждения предположениям, сделанным в этом разделе.

## ГЛАВА 2

### ОГРАНИЧЕНИЯ НА ФАЗОВУЮ ПЛОТНОСТЬ

В этой Главе мы рассмотрим эволюцию неоднородностей плотности на нелинейном этапе, когда методы космологической теории возмущений, рассматриваемые в предыдущей Главе, являются неприменимыми. Основным способом делать предсказания о свойствах компактных объектов в этой ситуации являются численные симуляции. Однако, в силу ограниченности доступных вычислительных мощностей эффективно они могут описывать лишь холодную темную материю. После образования протогало — неоднородностей с контрастом плотности  $\delta \approx 1$ , расширение Вселенной перестает играть для таких объектов существенную роль, и их дальнейшая эволюция эффективно соответствует гравитационному коллапсу в ньютоновской теории в плоском статическом пространстве. В рамках такого подхода, механики множества гравитирующих масс, можно узнать многое о динамике образующихся компактных объектов. Именно так получены большинство законов галактической динамики [30]. В этой Главе мы будем использовать другой метод и будем описывать динамику образования и прихода к равновесию гравитационно связанных объектов методами статистической механики. Таким образом будет значительно проще установить связь с предыдущим этапом космологической эволюции неоднородностей плотности. А именно, это позволит связать некоторые свойства компактных объектов со свойствами компоненты темной материи в ранней Вселенной, что в свою очередь даст возможность поставить ограничения на природу темной материи из наблюдений динамики галактик.

## 2.1 Статистическая механика образования гало

### 2.1.1 Приближение самосогласованного поля

Несмотря на то, что плотность частиц темной материи в гравитационно связанных объектах значительно превышает среднюю плотность во Вселенной, темная материя все еще представляет собой разреженный газ практически не сталкивающихся частиц. Динамика такой системы хорошо описывается кинетическим уравнением Больцмана для функции распределения частиц в шестимерном фазовом пространстве  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . Последняя характеризует плотность числа частиц, имеющих импульс  $\mathbf{p}$ , в точке пространства  $\mathbf{r}$ . При плотностях, существующих в компактных объектах единственным существенным взаимодействием для частиц темной материи является гравитация. Гравитационное взаимодействие между любыми двумя частицами темной материи также является очень слабым, и общий значительный эффект гравитации происходит за счет большого числа частиц. Это мотивирует использование приближения самосогласованного поля. Частицы темной материи считаются невзаимодействующими между собой, а гравитационное взаимодействие учитывается для каждой частицы как внешний гравитационный потенциал, создаваемый всей системой. Более точно применимость такого приближения можно оценить сравнивая время двухчастичной релаксации за счет гравитационных взаимодействий с характерным динамическим временем для системы. За последнее можно взять время обращения частицы на орбите  $t_{dyn} \sim R/v$ , где  $R$  — размер гало, а  $v$  — скорость частицы. Для нашей Галактики это время составляет сотни миллионов лет. Время двухчастичной релаксации определяется как время, за которое скорость частицы претерпит существенное изменение за счет гравитационного рассеяния на других частицах. Это время значительно превышает  $t_{dyn}$  и для системы из  $N$  частиц оценивается как [30]

$$t_{relax} \sim \frac{N}{\ln N} t_{dyn}. \quad (2.1)$$

Независимо двигающимися частицами в галактических гало являются сами частицы темной материи. Их число в гало массой  $M \sim 10^{10} M_{\odot}$  составляет порядка  $N \sim 10^{70} \frac{M_{\text{эВ}}}{m}$ . Время двухчастичной релаксации для таких систем превышает их время существования, что оправдывает применение метода самосогласованного поля. В тоже время это показывает, что состояние равновесия, в котором находятся большинство галактик согласно наблюдений, было достигнуто за счет какого-то другого процесса. Считается, что этим процессом является так называемая *бурная релаксация*<sup>1</sup>[31]. Равновесие при этом достигается за счет того, что быстро меняющийся во времени гравитационный потенциал вызывает активное перемешивание системы в фазовом пространстве. Распределение частиц, достигаемое за счет такого процесса совпадает с распределением для вырожденного гравитирующего ферми-газа. Эффективное вырождение в данном случае связано с теоремой Лиувилля о сохранении плотности числа частиц в сопутствующем объеме фазового пространства. Наблюдения, однако, не подтверждают такой формы функции распределения. Это объясняется тем, что процесс бурной релаксации в реальных галактиках никогда не происходит до конца. Флуктуации гравитационного потенциала вымирают, и достигается некое другое стационарное состояние. Теория этого процесса недостаточно разработана, чтобы делать предсказания о форме этой стационарной функции распределения.

### 2.1.2 Эволюция фазовой плотности

Эволюция функции распределения частиц темной материи в гало описывается бесстолкновительным уравнением Больцмана для частиц, движущихся в самосогласованном поле. Такое описание впервые применялось Власовым для учета электромагнитного взаимодействия частиц плазмы. Соответствующая система связанных кинетического уравнения и уравнения для определения

---

<sup>1</sup>В оригинале *violent relaxation*.



самосогласованного поля традиционно называется *уравнением Власова*:

$$\frac{df}{dt} \equiv \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (2.2)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi Gm \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3p.$$

Здесь  $\Phi(\mathbf{r})$  — это ньютонов гравитационный потенциал, создаваемый всеми частицами гало.

Начальные данные для функции распределения предоставляются теорией космологических возмущений. Функция распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  здесь та же самая, что использовалась для описания линейной эволюции возмущений плотности в теплой темной материи. Более того, эволюция на линейной стадии также описывалась бесстолкновительным кинетическим уравнением для частиц темной материи во внешней метрике расширяющейся Вселенной. Важно отметить, что элемент шестимерного фазового объема является инвариантом при космологическом расширении. Таким инвариантом является и значения самой функции распределения, то есть фазовая плотность. Конечно, импульсы и положения частиц меняются в ходе космологической эволюции, но значения фазовой плотности для конкретных частиц остается постоянной. Таким образом, начальными данными для эволюции функции распределения можно считать распределение частиц темной материи по импульсам, которое задается механизмом производства этих частиц в ранней Вселенной и, в общем случае, зависит от характеристик самих частиц темной материи. Именно этот факт позволяет связать астрофизические наблюдаемые, зависящие от современной функции распределения темной материи в галактических гало, с моделями физики частиц для темной материи.

Для функции распределения, удовлетворяющей системе уравнений Власова (2.2) выполняется теорема Лиувилля о сохранении фазовой плотности на траекториях частиц в фазовом пространстве:

$$\frac{d}{dt} f(\mathbf{r}(t), \mathbf{p}(t), t) = 0. \quad (2.3)$$

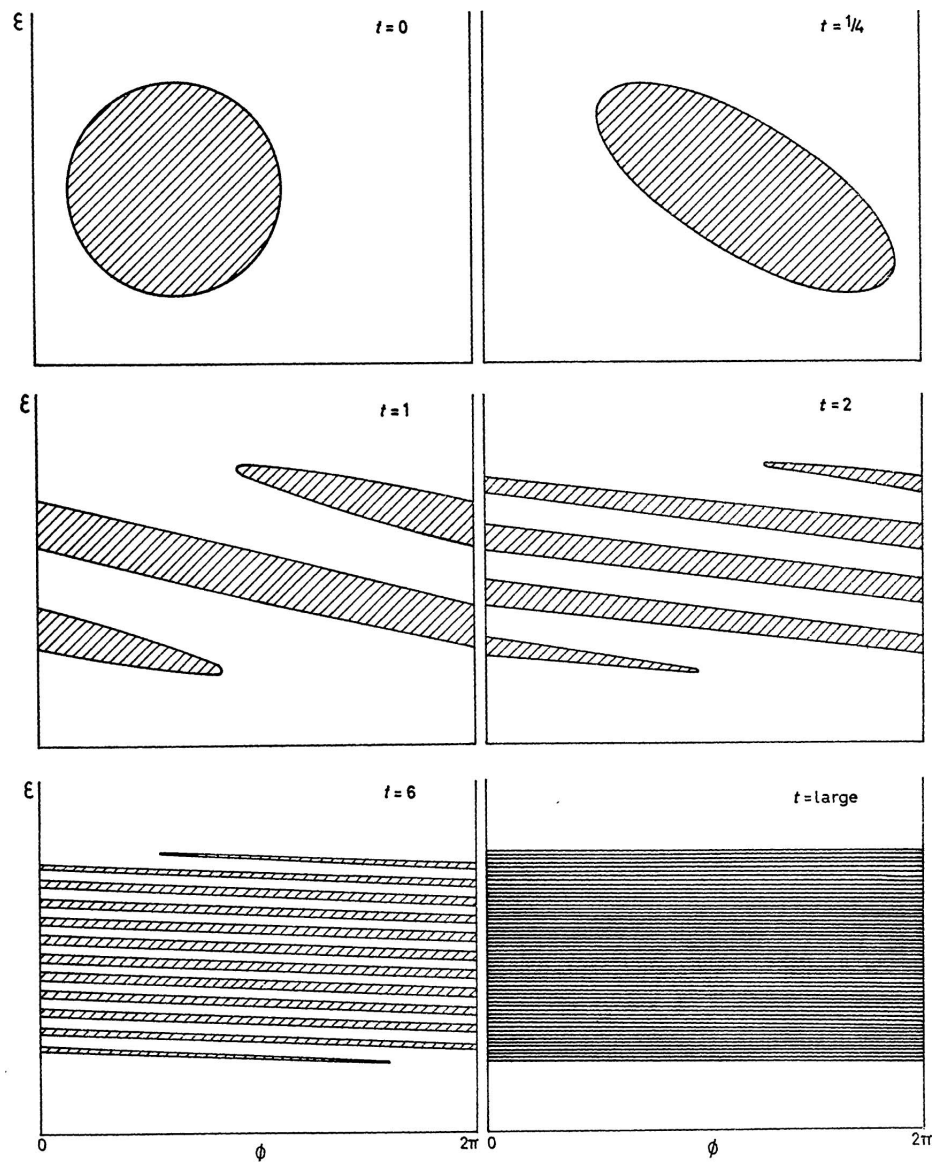


Рис. 2.1. Пример эволюции одномерной системы в фазовом пространстве. Область, занимаемая системой со временем приобретает все более мелкие детали [31].

Решающую роль при этом играет отсутствие столкновений. Взаимодействие с самосогласованным полем влияет на траектории частиц, но оставляет значения функции распределения неизменным. Как следствие, сохраняется и полный фазовый объем, занимаемый системой. В ходе эволюции системы частицы открывают для себя новые области фазового пространства, а сохранение фазового объема приводит к тому, что форма области, занимаемой системой, приобретает все более мелкомасштабные особенности. Пример такой эволюции для одномерной системы представлен на рисунке 2.1. Значение функции

распределения сохраняется, и фазовая плотность в такой мелкомасштабной структуре в точности равна исходному.

В практических приложениях, однако, приходится иметь дело с функцией распределения, усредненной по областям фазового пространства конечного размера. Такая функция распределения называется *крупнозернистой*. Так как эволюция системы приводит к формированию структуры на все более малых масштабах, усреднение по областям конечного размера существенно влияет на свойства функции распределения. Именно свойства крупнозернистой функции распределения имеет смысл обсуждать, так как в любом наблюдении достигается конечное разрешение в фазовом пространстве (в случае астрофизических наблюдений оно часто бывает сравнимо с размером всей системы). Видно, что усреднение по областям фазового пространства, содержащим богатую мелкомасштабную структуру, приводит к убыванию функции распределения, по сравнению со значением мелкозернистой функции распределения в областях, где она была изначально велика, и росту в областях, где мелкозернистая фазовая плотность была близка к нулю.

Сохранение значений мелкозернистой фазовой плотности в ходе эволюции приводит к ряду теорем об убывании некоторых характерных значений для крупнозернистой фазовой плотности. Самым простым и наиболее используемым утверждением служит факт убывания абсолютного максимума функции распределения [32]. Очевидно, что максимальное значение функции распределения, усредненной по некоторой конечной области, никогда не превосходит максимального значения исходной функции распределения в этой области. Это свойство можно обобщить на некоторую конечную фракцию частиц, находящихся в областях с наибольшим значением функции распределения [33, 34]. Такая фракция частиц характеризуется минимальной фазовой плотностью по фракции. Так, для исчезающе малой фракции минимальная фазовая плотность приближается к абсолютному максимуму функции распределения. Для усредненной функции распределения минимальная фазовая плотность по любой

фракции меньше, чем для исходной мелкозернистой функции распределения [92]. Это утверждение находит свое применение в случае, когда исходная мелкозернистая функция распределения является неограниченной. Любая конечная фракция частиц темной материи имеет при этом конечный минимум фазовой плотности. Кроме того, такое обобщение оказывается полезным для ограниченных распределений, быстро убывающих около своего минимума. В таких случаях минимальное значение фазовой плотности по конечной фракции частиц оказывается значительно меньше абсолютного максимума функции распределения.

В силу теоремы Лиувилля все изменения значений фазовой плотности во времени связаны с процедурой усреднения. Исходная мелкозернистая функция распределения частиц темной материи до начала гравитационного коллапса в общем случае является достаточно гладкой, так что усреднение не приводит к значительным изменениям, и в начальный момент времени усредненную и точную функции распределения можно считать совпадающими. Из того, что характерное значение функции распределения уменьшается при усреднении, следует, что это характерное значение для крупнозернистой функции во все последующие моменты времени меньше, чем соответствующее значение для мелкозернистой функции распределения, или, что тоже самое, чем для начальной функции распределения. Таким образом, максимум функции усредненной функции распределения, а так же её минимум по любой фракции частиц, имеющих наибольшую фазовую плотность, в ходе эволюции не превышают исходных значений. Это утверждение позволяет поставить ряд ограничений на свойства частиц темной материи, которые мы рассмотрим в следующем разделе. Так как мы будем иметь дело только с усредненной функцией распределения, то, если не оговорено противное, обозначение  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  будет использоваться для нее, и под функцией распределения мы будем понимать именно крупнозернистую версию.

## 2.2 Ограничение Тремейна–Ганна

### 2.2.1 Ограничение на максимум функции распределения

Факт невозрастания фазовой плотности в процессе формирования и эволюции галактических гало позволяет поставить ограничения на свойства частиц темной материи. Впервые такое ограничение, применительно к активным нейтрино, вышедшим из равновесия с первичной плазмой будучи ультрарелятивистскими, было рассмотрено С. Тремейном и Дж. Ганном (S. Tremaine, J. Gunn) [32]. Изначально такие нейтрино были распределены однородно в пространстве и имели тепловое распределение Ферми–Дирака по импульсам

$$f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{g_\nu}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{p}{T_{eff}(t)}} + 1}. \quad (2.4)$$

Здесь  $g_\nu$  — это количество степеней свободы нейтрино, а эффективная температура  $T_{eff}$  связана с температурой фотонов как  $T_{eff}(t) = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma(t)$ . Эта функция распределения достигает своего максимума  $\max f_0 = g_\nu \frac{1}{2(2\pi)^3}$  при нулевом импульсе.

Тремейн и Ганн предположили (неверно), что современное распределение частиц по скоростям в гало галактик является изотермальным, и имеет вид распределения Максвелла

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{m} \frac{1}{(2\pi m^2 \sigma^2)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2m^2 \sigma^2}} \quad (2.5)$$

с постоянной дисперсией скоростей  $\sigma$ . Максимум такого распределения также приходится на нулевой импульс и равен  $\max f = \frac{\rho_{max}}{(2\pi)^{3/2} m^4 \sigma^3}$ , где  $\rho_{max}$  является максимальной плотностью в гало.

Невозрастание максимума функции распределения транслируется в неравенство для массы нейтрино:

$$m^4 \geq (2\pi)^{3/2} \frac{2}{g_\nu} \frac{\rho_{max}}{\sigma^3}. \quad (2.6)$$

Максимальная плотность в гало  $\rho_{max}$  а также одномерная дисперсия скорости  $\sigma$  могут быть оценены из данных наблюдений за динамикой звезд и

горячего газа в галактике. Используя имеющиеся на тот момент значения этих величин, было поставлено ограничение на массу нейтрино как основной компоненты темной материи  $m \gtrsim 20$  эВ [32]. Этого ограничения было достаточно, чтобы исключить активные нейтрино из числа кандидатов на роль частиц темной материи. Частицы, вышедшие из теплового равновесия будучи ультрарелятивистскими давали бы вклад в современную плотность, превышающий наблюдаемый, если их масса превышает 10 эВ.

Исходное ограничение Трёмейна–Ганна практически совпадает с неравенством, следующим из принципа Паули. Действительно, фазовая плотность любых фермионов ограничена величиной  $f_{Pauli} = \frac{g}{(2\pi)^3}$ , которая отличается от  $\max f_0$  только фактором 2. Таким образом, ограничение на массу любых фермионов, играющих роль частиц темной материи численно практически совпадает с рассмотренным ограничением на массу нейтрино. С физической точки зрения эти два ограничения принципиально различны. Принцип Паули следует из квантовой статистики и применим к любым фермионам, а ограничение Трёмейна–Ганна существенно опирается на свойства бесстолкновительной эволюции частиц темной материи. Видно, что для начальных распределений, максимум которых значительно меньше значения Паули, ограничение на массу частиц будет значительно сильнее, чем ограничение из принципа Паули. Кроме того, ограничение на фазовую плотность не зависит от статистики частиц темной материи.

В дальнейшем, мы не будем предполагать явного вида современной функции распределения темной материи в гало и будем пользоваться напрямую экспериментальными оценками значения фазовой плотности [93]. В астрофизических наблюдениях можно оценить плотность массы частиц темной материи и характерные скорости или дисперсии скоростей. Поэтому в астрофизике фазовой плотностью темной материи принято называть плотность массы частиц темной материи в объеме фазового пространства, заданного координатами и скоростями частиц,  $Q \sim \frac{\rho}{(\Delta v)^3}$ . Частицы темной материи в галактических

гало являются нерелятивистскими, поэтому объем в пространстве скоростей связан с импульсным объемом как  $(\Delta v)^3 = m^{-3}(\Delta p)^3$ . Значит, принятое в астрофизике определение фазовой плотности связано с современной функцией распределения в галактиках как  $f_{gal} \propto \frac{Q}{m^4}$ . Более точное соотношение, учитывающее особенности астрономических наблюдений скоростей, включает фактор  $3^{-3/2}$  и обсуждается в разделе 2.3. Величину  $Q$  фазовой плотности в компактных объектах принято измерять в единицах  $\frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$ . Для дальнейшего отметим, что в более привычных для физики высоких энергий единицах  $1 \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3} \approx 7.6 \text{ кэВ}^4$ .

Невозрастание максимума фазовой плотности можно использовать, чтобы ставить ограничение на максимум первичной функции распределения

$$\max f_0 \geq f_{gal}. \quad (2.7)$$

С учетом связи  $f_{gal}$  с наблюдаемой величиной  $Q$  из последнего неравенства следует ограничение на массу частиц темной материи:

$$m^4 \cdot \max f_0 \geq 3^{-3/2} Q. \quad (2.8)$$

Это ограничение мы будем неоднократно использовать далее.

В свете ограничения на первичную фазовую плотность, саму величину фазовой плотности можно использовать как критерий того, насколько «теплой» является темная материя. Фактически, ограничение гласит, что частицы темной материи, фазовая плотность которых меньше наблюдаемой в компактных объектах, не способна образовывать подобные объекты. Эта неспособность приводит к образованию слишком компактных объектов, и является определяющей характеристикой теплой темной материи. Частицы холодной темной материи эффективно имеют высокие фазовые плотности. В силу связи между наблюдаемой фазовой плотностью и величиной функции распределения массивные частицы темной материи в галактических гало имеют крайне низкие значения функции распределения, по сравнению с легкими частицами, при

фиксированной величине наблюдаемой фазовой плотности  $Q$ . Таким образом, если в модели темной материи неравенство на фазовую плотность типа (2.8) выполняется с небольшим запасом, и начальная фазовая плотность частиц близка к наблюдаемой в карликовых галактиках, то естественно ожидать, что более компактные объекты в такой темной материи образовываться не смогут. Такая темная материя может считаться теплой темной материей.

Эволюция максимальной фазовой плотности в галактических гало может быть исследована с помощью численного моделирования. Такого рода исследование было проведено для гало размера нашей Галактики и его спутников [94–97]. Максимум фазовой плотности в процессе эволюции с начальной стадии формирования гало при  $z \sim 5$  до настоящего момента  $z = 0$  уменьшился в  $\Delta \sim 10^3 - 10^4$  раз. При этом максимальное значение оценки фазовой плотности  $Q \sim \frac{\rho}{(\Delta v)^3}$  упало несколько слабее, в  $\Delta \sim 10^2$  раз. По аналогии с этим фактором мы введем отношение  $\Delta = \frac{3^{3/2} m^4 \cdot \max f_0}{Q}$  максимально возможной фазовой плотности в модели темной материи к максимальной наблюдаемой фазовой плотности в карликовых галактиках. Эта величина характеризует то, во сколько раз должна упасть фазовая плотность в процессе эволюции структур, для того чтобы отсутствие более компактных объектов чем карликовые галактики можно было бы объяснить ограниченностью изначальной фазовой плотности теплой темной материи. Для моделей с гравитино в роли частиц теплой темной материи мы будем использовать эту величину как показатель её «теплоты». Как, однако, обсуждалось в Главе 1 численные симуляции методом многих тел воспроизводят процесс образования структур только в холодной темной материи. Кроме того они принципиально не могут различить особенности распределения темной материи на масштабах меньших их разрешения. Эти особенности могут играть существенную роль в эволюции фазовой плотности. В связи с этим, оценки для падения фазовой плотности из численных симуляций нужно использовать с осторожностью.



### 2.2.2 Статистическое обобщение ограничения Тремейна–Ганна

В случаях, когда исходная фазовая плотность не имеет максимального значения, ограничение на фазовую плотность можно поставить используя свойство невозрастания минимального значения функции распределения по фракции. Это ограничение также имеет смысл использовать, если в областях с фазовой плотностью вблизи максимальной содержится небольшая часть частиц. Так как полная плотность числа частиц темной материи всегда является ограниченной величиной, то минимальное значение функции распределения по любой конечной фракции частиц, имеющих максимально возможную фазовую плотность, всегда конечно.

Свойство невозрастания минимального значения функции распределения по фракции можно перефразировать следующим образом: для любой заданной величины фазовой плотности  $f_\nu$  фракция  $\nu$  частиц, находящихся в областях фазового пространства с большей фазовой плотностью  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) > f_\nu$  не возрастает. Размер фракции связан с минимальной фазовой плотностью в ней очевидным образом:

$$\nu = \frac{\int_{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) > f_\nu} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3r d^3p}{\int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3r d^3p}. \quad (2.9)$$

Примером неограниченной функции распределения служит тепловое распределение Бозе–Эйнштейна. В случае, если частицы темной материи являются бозонами и вышли из теплового равновесия ультрарелятивистскими, распределение имеет вид

$$f_0(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{p}{T_{eff}}} - 1}. \quad (2.10)$$

Оно неограниченно в области малых импульсов и ведет себя как  $f_0 \propto \frac{T_{eff}}{p}$ . Так как функция распределения является монотонной, область фазовой плотности с  $f_0 > f_\nu$  является областью с импульсами  $p < p_\nu$ , где  $p_\nu$  связан с размером

фракции  $\nu$  как

$$\nu = \int_0^{p_\nu} f_0(p) p^2 dp / \int_0^\infty f_0(p) p^2 dp. \quad (2.11)$$

Для малой фракции  $\nu \ll 1$  импульс  $p_\nu$  ведет себя как  $p_\nu \propto \nu^{1/2}$ , а сама минимальная фазовая плотность как  $f_\nu \propto \nu^{-1/2}$ . Для иллюстрации заметим, что она сравнима с величиной максимальной фазовой плотности фермионов  $f_{Pauli}$  для фракции  $\nu \approx 8\%$ .

Величина  $f_\nu$  для данной части частиц  $\nu$  в настоящее время не превышает исходное значение. Наблюдаемая фазовая плотность  $Q_\nu$  в некотором классе компактных объектов, содержащих такую фракцию всей темной материи во Вселенной, таким образом, также не может превышать значения  $f_\nu$ . Это утверждение и служит основой статистического ограничения на фазовую плотность:

$$m^4 \cdot f_\nu > 3^{-3/2} Q_\nu. \quad (2.12)$$

Впервые такого рода ограничение описал Йес Мадсен (J. Madsen) [33, 34]. Он рассматривал темную материю, состоящую из гипотетических бозонов, имеющих исходную функцию распределения (2.10). Используя наблюдения фазовой плотности в карликовых галактиках и предполагая (слишком оптимистично), что в последних содержится около 1% всей темной материи, он поставил ограничение на массу частиц темной материи  $m \gtrsim 0.2$  кэВ. Мы обобщили это ограничение на случай произвольной функции распределения и впервые применили его для ограниченных, но крутых распределений, содержащих в области максимальной фазовой плотности лишь небольшую фракцию частиц.

### **2.3 Оценка фазовой плотности в гало темной материи. Сферические карлики**

Для применения ограничения на фазовую плотность к моделям темной материи необходимо иметь оценки современной фазовой плотности  $Q$  в гало темной материи. Эти оценки получают из наблюдений динамики светящегося

вещества в гало. Из неравенств (2.8), (2.12) видно, что для того, чтобы получить наиболее сильные ограничения, необходимо использовать объекты с наибольшей фазовой плотностью. Такими объектами в нашей Вселенной оказываются *карликовые сферические галактики*, находящиеся в гало крупных спиральных галактик. Это именно те объекты, распространенность которых в гало нашей Галактики и соседней Андромеды расходится с предсказаниями моделей с холодной темной материей. Эти объекты обладают также рядом отличительных свойств, позволяющих использовать их в качестве инструмента исследования кластеризации темной материи на малых масштабах [18, 98].

Карликовые сферические галактики (dwarf spheroidals, dSph), в частности недавно обнаруженные сверхслабые карлики (Ultra Compact Dwarfs), по видимому, обладают самыми малыми гало темной материи [18, 98]. Их массы составляют  $10^6 - 10^8 M_{\odot}$ . Примечательно, что во Вселенной существуют светящиеся компактные объекты с меньшими массами — звездные шаровые скопления. Их массы лежат в диапазоне  $10^3 - 10^7 M_{\odot}$ , частично перекрывающемся с карликовыми галактиками [99, 100]. Однако, кинематика звезд в них указывает на то, что в них практически не содержится темной материи, и отношение массы к светимости в них составляет  $M/L \approx .2 - 1.5 M_{\odot}/L_{\odot}$ . В противоположность, гало dSph являются самыми бедными по количеству барионов среди наблюдаемых компактных объектов. Масса светящегося вещества в гало недавно обнаруженных UCD составляет минимальную фракцию полной массы гало  $M/L \sim 10^3 M_{\odot}/L_{\odot}$  [18]. Предполагается, что эти объекты представляют собой минимально возможные гало темной материи [19]. Такое предположение хорошо согласуется с представлением о минимальном масштабе кластеризации темной материи и обрезании спектра возмущений в области больших импульсов.

Другой особенностью карликовых галактик, мотивирующей их использование в ограничениях типа Тремейна–Ганна, является то, что они обладают наивысшей фазовой плотностью среди компактных объектов, содержащих

значительное количество темной материи [93]. Оценки для фазовой плотности темной материи в гало карликовых галактик получают из наблюдения за индивидуальными скоростями принадлежащих им звезд. Скорости звезд в галактическом гало определяют, измеряя красное смещение спектральных линий в их излучении. В силу того, что большую часть массы гало карликовых галактик составляет темная материя, используется представление о звездах как пробных частицах, движущихся в потенциале темного гало. Используя такое приближение и данные о кинематике большого числа звезд, находящихся на разном расстоянии от центра гало, удастся восстановить профиль распределения полной плотности массы материи  $\rho(r)$ . Это позволяет оценить центральную максимальную плотность, моделируя полученные данные какой-либо теоретически предсказываемой формой профиля плотности. В гало сверхслабых карликов удастся идентифицировать всего несколько десятков звезд. Этого недостаточно для восстановления формы профиля плотности, но вполне хватает для того, чтобы оценить характерную плотность материи в центральной части гало, где находится большинство звезд. Центральные плотности гало сферических карликовых галактик, в предположении гладкости профиля, составляют величины порядка  $10^{-3} - 10^{-2} M_{\odot}/(\text{пк})^3$  [100], и могут достигать  $0.5 M_{\odot}/(\text{пк})^3$  для сверхслабых карликов [18].

Для определения распределения частиц в импульсном пространстве также используются данные о дисперсии скоростей звезд в гало. В предположении вириального равновесия, скорости частиц темной материи не должны существенно отличаться от индивидуальных скоростей звезд, так как они движутся в одном и том же гравитационном потенциале гало. К сожалению, детальных данных о распределении частиц темной материи по скоростям неизвестно. Для оценки фазовой плотности предполагается, что частицы темной материи имеют изотропную и более-менее однородную в центральной части гало дисперсию скорости  $\sigma^2 \equiv \langle (\Delta v)^2 \rangle$ . Именно величину  $\sigma$  принимают за характерный размер области, занимаемой частицами гало в пространстве скоростей [101].

Объем этой области, соответственно, оценивается как  $(\Delta v)^3 \sim \sigma^3$ . На практике измеряется одномерная дисперсия скоростей вдоль луча зрения  $\sigma_{los}$ , которая, в предположении об изотропном распределении скоростей, связана с трехмерной дисперсией скорости как  $\sigma = \sqrt{3}\sigma_{los}$ . Характерные величины дисперсии скорости для частиц темной материи в гало сферических карликов составляют 8 – 15 км/с [100]. В сверхслабых карликах дисперсии скоростей еще меньше и находятся в пределе 3 – 8 км/с [18]. Частицы темной материи в гало галактик являются существенно нерелятивистскими и их импульсы связаны со скоростями как  $p = m \cdot v$ .

Наилучшей из возможных оценок фазовой плотности может служить отношение пространственной плотности числа частиц к объему, занимаемому системой в импульсном пространстве. В работах по наблюдательной астрофизике термин *фазовая плотность* чаще всего используется для обозначения величины  $Q \equiv \rho/\sigma_{los}^3$ . Предполагая изотропное распределение по скоростям такое определение связано с используемым нами следующим образом:

$$f_{gal} \sim \frac{\rho}{m} \frac{1}{(m\sigma)^3} = 3^{-3/2} m^{-4} \frac{\rho}{\sigma_{los}^3} \equiv 3^{-3/2} m^{-4} \cdot Q. \quad (2.13)$$

Типичная наблюдаемая фазовая плотность для сферических карликовых галактик составляет  $10^{-5} - 10^{-4} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$  [100]. Наибольшая же из наблюдаемых в карликовых галактиках фазовая плотность обнаружена в сверхслабых карликах, где она составляет  $(1 - 6) \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$ , а для объекта Coma Berenices достигает  $2 \cdot 10^{-2} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$  [100]. Этот объект, однако, имеет нерегулярную форму и, по-видимому, был подвержен влиянию приливных сил. Предположения об изотропности и некоторой однородности дисперсии скоростей в центральной области галактики могут оказаться неприменимыми, в связи с чем оценка (2.13) может давать ошибочное представление о реальных значениях функции распределения в гало. Поэтому в дальнейшем мы будем использовать более консервативную оценку наблюдаемой фазовой плотности

$$Q_{obs} \approx 5 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}. \quad (2.14)$$

Как уже отмечалось ранее, фазовая плотность частиц темной материи в гало карликовых галактик значительно превосходит фазовые плотности, наблюдаемые в более крупных гало [93, 99]. Так, для более крупных эллиптических галактик, а также для карликов с ярко выраженным вращением  $Q \sim 10^{-8} - 10^{-6} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$ . Величина фазовой плотности частиц темной материи в самых крупных гало — гало галактических скоплений — оценивается как  $Q \sim 10^{-13} - 10^{-11} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$ . Объекты меньших масс имеют более высокие фазовые плотности, и карликовые галактики, по-видимому, являются экстремальными объектами в обоих смыслах. Являясь самыми малыми компактными объектами карликовые сферические галактики также обладают наибольшей наблюдаемой фазовой плотностью, среди объектов содержащих значительное число темной материи. Последняя оговорка связана с тем, что шаровые звездные скопления могут иметь меньшие массы. Они более компактны и имеют более высокие значения фазовой плотности, которая для самых компактных из них достигает величины  $Q \sim 30 \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$ . Однако, согласно исследованиям кинематики звезд в шаровых скоплениях, для их описания не требуется наличия в них темной материи [99]. В то же время, для барионов, образующих звезды шаровых скоплений, взаимодействия между частицами имели решающую роль, и на эволюцию их фазовой плотности наши ограничения не применимы. Эта картина хорошо согласуется с представлениями об особенностях линейного спектра мощности возмущений плотности теплой темной материи в области малых длин волн. Частицы теплой темной материи не могут формировать компактные объекты малых масс, соответствующие длинам волн возмущений меньше характерных длин обрезания для эффектов перемешивания (1.16) и затухания Ландау (1.18). С точки зрения динамики фазовой плотности частицы темной материи имеют конечное исходное значение фазовой плотности, которое не может возрасти в ходе эволюции или усреднения. В связи с этим такие частицы не могут формировать компактные объекты с фазовой плотностью превышающей исходное значение. В этом смысле, карликовые га-

лактики могут являться самыми компактными объектами, которые возможно сформировать из частиц темной материи.

Для применения статистического ограничения (2.12), кроме того, необходимо иметь оценку распространенности объектов с данной фазовой плотностью. Оценку распространенности карликовых галактик, являющихся спутниками больших спиральных галактик можно сделать используя факт, что каждая спиральная галактика размера порядка Млечного Пути содержит около ста спутников. Преобладающее большинство карликовых галактик имеет массы порядка  $10^7 M_{\odot}$ , что составляет  $2 \cdot 10^{-5}$  массы гало спиральных галактики. А так как в крупных галактиках находится около половины всей материи, то карликовым галактикам соответствует доля порядка  $\nu_{dSph} \sim 10^{-3}$  всей плотности материи во Вселенной. Сверхслабые карлики составляют лишь часть всех галактик-спутников и имеют массы, на порядок меньшие характерных  $10^7 M_{\odot}$ . Поэтому их долю можно консервативно оценить как  $\nu_{UCD} \sim 10^{-5}$ . Использование точных наблюдательных данных из каталогов галактик [102] приводит к такой же оценке  $\nu_{dwarf} \sim 10^{-5}$ , которую мы и будем использовать ниже в ограничениях на фазовую плотность.

Открытие большинства компактных карликовых галактик произошло сравнительно недавно [19]. Доступные в настоящий момент исследования кинематики звезд в карликах, приводящие к оценке характерной для них величины фазовой плотности (2.14), позволяют существенно усилить классические ограничения типа Тремейна–Ганна. Конкретные модели теплой темной материи и ограничения на фазовую плотность в применении к ним рассматриваются в последующих Главах. А пока, для того чтобы иметь представление о характерной величине ограничения на массу частиц теплой темной материи, мы используем современные данные для улучшения оригинального ограничения на максимум фазовой плотности активных нейтрино. Ограничение (2.8) с  $\max f_0 = \frac{1}{2(2\pi)^3}$  применимо для любых фермионов, вышедших из теплового равновесия ультрарелятивистскими. Используя для оценки фазовой плотно-

сти частиц темной материи в гало величину  $Q_{obs}$  фазовой плотности (2.14), получим ограничение на массу частиц темной материи

$$m \gtrsim 1.2 \text{ кэВ} \left( \frac{Q_{obs}}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}} \right)^{1/4}. \quad (2.15)$$

Близким по значению также оказывается ограничение, следующее из принципа исключения Паули. Максимальное значение фазовой плотности для любых фермионов, имеющих два спиновых состояния, равно  $f_{Pauli} = \frac{2}{(2\pi)^3}$ . Используя приведенную выше наблюдаемую величину фазовой плотности в галактиках (2.14), получим ограничение на массу любой фермионной темной материи

$$m \gtrsim 1.0 \text{ кэВ} \left( \frac{Q_{obs}}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}} \right)^{1/4}. \quad (2.16)$$

К этому ограничению мы не раз вернемся впоследствии. Рассматривая различные механизмы производства частиц темной материи мы зачастую не будем учитывать эффекта исключения Паули. Это может приводить к тому, что значения функции распределения в областях малых импульсов будут превышать величину  $f_{Pauli}$  для некоторых значений параметров модели. В таких случаях ограничение на фазовую плотность может оказаться слабее, чем (2.16), и надо иметь в виду, что настоящее ограничение дается выражением (2.16).



## ГЛАВА 3

# СТЕРИЛЬНЫЕ НЕЙТРИНО В РОЛИ ЧАСТИЦ ТЕПЛОЙ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

В данной Главе мы рассмотрим различные космологические сценарии, в которых роль частиц теплой темной материи играют *стерильные нейтрино*. В моделях физики элементарных частиц стерильными нейтрино называют лептоны, нейтральные относительно электослабых взаимодействий и взаимодействующие с активными нейтрино Стандартной Модели за счет массового смешивания. Как известно, в самой Стандартной Модели поля нейтрино представлены как двухкомпонентный вейлевский фермион и имеют только одну спиральность, традиционно принимаемую за левую. Это лишает их возможности приобретать массу за счет какого-либо перенормируемого взаимодействия (см. например [35]). Напомним, что остальные фермионы Стандартной модели имеют партнеров противоположенной спиральности и приобретают массу дираковского типа, смешивающий правые и левые фермионы. Именно такого рода массовые члены эффективно появляются за счет взаимодействия юкавского типа этих фермионов с полем Хиггса, в результате приобретения последним ненулевого вакуумного среднего. Отсутствие правых нейтрино, таким образом, хорошо вписывалось в теорию, где нейтрино должны быть абсолютно безмассовыми. Однако, экспериментальное обнаружение нейтринных осцилляций для своего объяснения требует наличия у нейтрино масс. Имеющиеся в настоящий момент данные об осцилляциях нейтрино разных типов можно описать в модели, где нейтрино имеют только три различных массовых состояния [35]. С точки зрения теории поля для нейтрино возможны два типа массовых членов: дираковский, описанный выше, и майорановский, не требующий наличия новых полей с противоположенной спиральностью. Для наличия трех массовых состояний достаточно, чтобы нейтрино всех трех семейств Стандартной модели имели общий майорановский массовый член,

недиагональный в базисе поколений. Таким образом, наличие стерильных нейтрино как правых партнеров активных нейтрино в дираковском массовом члене не является необходимым хотя и совместно с экспериментальными данными. Более важным аргументом в пользу существования стерильных нейтрино, в таком случае является невозможность написать перенормируемое взаимодействие, сохраняющее симметрии Стандартной Модели и приводящее к майорановской массе нейтрино. Оператор размерности пять, приводящий к появлению майорановской массы нейтрино, может быть получен в результате отынтегрирования тяжелого стерильного нейтрино. Такой механизм получения майорановской массы нейтрино называют *механизмом качелей* [103, 104]. Он основан на том, что стерильные нейтрино, как нейтральные частицы могут иметь собственную майорановскую массу, причем её величина  $m$  не обязана соответствовать электрослабому масштабу. При наличии в лагранжиане дираковской массы  $\mu$ , смешивающей активные нейтрино со стерильными, и сильно его превышающей собственной массы стерильного нейтрино  $m$  одно из собственных состояний массовой матрицы будет очень легким и иметь массу порядка  $\mu^2/m$ . Таким образом, смешивание активных нейтрино с тяжелыми стерильными нейтрино не только позволяет нейтрино эффективно иметь массу майорановского типа, но и может объяснить её малость.

Другой мотивацией к рассмотрению стерильных нейтрино является то, что их наличие приводит к нарушению сохранения лептонных чисел. Это видно уже из того факта, что они приводят к генерации майорановских масс для активных нейтрино. Последние, смешивая частицы с собственными античастицами, явно нарушают сохранение лептонных чисел для массивных нейтрино. Более того, в распадах стерильных нейтрино не сохраняется разность  $B - L$  барионного и лептонного чисел. Лептонная асимметрия в ранней Вселенной, не скомпенсированная такой же по величине барионной, может быть преобразована в барионную асимметрию за счет процессов с участием электрослабых сфалеронов. Таким образом, наличие стерильных нейтрино (впрочем, снова

тяжелых) также предпочтительно с точки зрения решения проблемы наличия барионной асимметрии в современной Вселенной [105–107].

Интересна также возможность использовать стерильные нейтрино для объяснения темной материи. Стерильные нейтрино по определению хорошо подходят на эту роль. Они нейтральны относительно калибровочных симметрий Стандартной Модели и участвуют только во взаимодействиях юкавского типа с активными нейтрино и хиггсом. Это делает их достаточно ненаблюдаемыми и долгоживущими, чтобы служить частицами темной материи. Так как наличие стерильных нейтрино сильно мотивировано наблюдениями нейтринных осцилляций, возможность использовать эти же частицы для генерации барионной асимметрии и в роли частицы темной материи кажется крайне заманчивой. Наиболее далеко в этой программе продвинулось расширение Стандартной Модели тремя стерильными нейтрино, называемое нейтринной минимальной стандартной моделью ( $\nu$ MSM) [107, 108].

### 3.1 Механизмы производства стерильных нейтрино в ранней Вселенной

В этом разделе мы рассмотрим основные способы производства легких стерильных нейтрино, которые могли бы играть роль теплой темной материи, в ранней Вселенной. Это рассмотрение также крайне важно для постановки ограничения на фазовую плотность. Как было описано в Главе 2 для этого необходимо знать изначальную функцию распределения частиц темной материи в фазовом пространстве  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . До того, как возмущения плотности темной материи выйдут на нелинейную стадию, их распределение в координатном пространстве можно рассматривать как однородное. Кроме того, в связи с тем, что наблюдения не показывают какой-либо анизотропии в первичном распределении частиц темной материи, и большинство механизмов производства частиц в ранней Вселенной предсказывает изотропные распределения, мы будем характеризовать первичное распределение частиц темной материи их

распределением по абсолютным значениям импульсов  $f(p)$ . Для того, чтобы учесть покраснение импульсов в расширяющейся Вселенной мы будем использовать в качестве аргумента функции распределения сопутствующий импульс, который для частицы произведенной в момент времени  $t_i$  с импульсом  $p_i$  равен  $p(t) \equiv p_i \frac{a(t_i)}{a(t)}$ .

### 3.1.1 Производство за счет осцилляций с активными нейтрино

Простейшим способом производства стерильных нейтрино во Вселенной являются их осцилляции с активными нейтрино. Последние участвуют в слабых взаимодействиях, и благодаря этому присутствуют в равновесном количестве в первичной плазме вплоть до температур 2 – 3 МэВ. Производство стерильных нейтрино в осцилляциях с активными нейтрино было впервые рассмотрено С. Додельсоном и Л.М. Уидроу [36]. Эффективная конверсия активных нейтрино в стерильные в таком механизме происходит в узком диапазоне температур. При этом спектр производимых частиц в большом диапазоне импульсов совпадает по форме с исходным тепловым распределением активных нейтрино (2.4), которую мы здесь обозначаем  $f_{\nu,0}$ ,

$$f_0(p) = \frac{6.0}{\sqrt{g_*}} \left( \frac{\mu}{1 \text{ эВ}} \right)^2 \left( \frac{1 \text{ кэВ}}{m} \right) f_{\nu,0}. \quad (3.1)$$

Здесь  $g_*$  — эффективное число релятивистских степеней свободы в первичной плазме на момент производства нейтрино. Мы рассматриваем случай  $m \gg \mu$ , характерный для механизма качелей. Стерильное нейтрино в таком случае практически совпадает с тяжелым массовым состоянием и имеет массу близкую к исходной майорановской массе  $m$ . Для того, чтобы произведенные таким образом нейтрино составляли всю наблюдаемую компоненту темной материи, нормировка функции распределения должна быть задана соотношением

$$f_0(p) = \left( \frac{\Omega_{DM}}{0.2} \right) \left( \frac{10 \text{ эВ}}{m} \right) f_{\nu,0} = \left( \frac{\Omega_{DM}}{0.2} \right) \left( \frac{10 \text{ эВ}}{m} \right) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{p}{T_{eff}(t)}} + 1}. \quad (3.2)$$

Сравнивая первое равенство с результатом Додельсона и Уидроу (3.1) можно найти величину дираковской массы  $\mu$ , приводящей к правильной современной концентрации стерильных нейтрино. Сама эта величина не важна для нашего рассмотрения, и мы будем предполагать, что стерильные нейтрино составляют всю наблюдаемую темную материю. Кроме того, отметим, что интенсивность взаимодействия стерильных нейтрино с активными определяется величиной так называемого *угла смешивания*  $\theta \simeq \mu/M$ . Так как это единственное взаимодействие стерильных нейтрино с частицами Стандартной Модели, то именно угол смешивания определяет все процессы, с помощью которых такие стерильные нейтрино могут быть обнаружены.

Другой метод производства стерильных нейтрино за счет осцилляций был предложен С. Ши и Дж. Фуллером. Он предполагает наличие во Вселенной лептонной асимметрии и приводит к современной концентрации стерильных нейтрино принципиально не зависящей от угла смешивания [37]. Метод основан на усилении осцилляций нейтрино в среде, эффекте Михеева–Смирнова–Вольфенштейна. В данном случае эффекты среды обусловлены тем, что число лептонов во Вселенной превышает число антилептонов. Переход активных нейтрино в стерильные происходит резонансно. При этом температура наступления резонанса и выполнение условия адиабатичности, необходимого для эффективной конверсии, зависит от энергии нейтрино. В результате распределение произведенных нейтрино по энергиям существенно отличается от исходного теплового распределения активных нейтрино. Наиболее эффективно происходит преобразование нейтрино малых импульсов, что приводит к несколько большей максимальной фазовой плотности. Количество произведенных стерильных нейтрино не зависит в конечном итоге от угла смешивания, если последний достаточно велик для эффективной конверсии, и определяется исходной лептонной асимметрией. Физически, механизм резонансного производства стерильных нейтрино заключается в поглощении эксцесса лептонного числа во Вселенной с преобразованием его в число сте-

рильных нейтрино. Детали реализации механизма Ши–Фуллера существенно зависят свойств сектора стерильных нейтрино и нейтринных масс. Корректное вычисление числа произведенных нейтрино, а тем более их функции распределения, возможно только с использованием численных методов и приведено в ряде работ [37, 109, 110], где рассматриваются различные модели нейтринного сектора.

### **3.1.2 Производство в рассеяниях**

Рассмотрим теперь случаи, в которых сектор стерильных нейтрино содержит также другие тяжелые частицы, кроме тех, что играют роль частиц темной материи. В таком случае частицы темной материи могут производиться за счет из взаимодействий с этим сектором. При этом имеет смысл выделить несколько характерных случаев [39]. В первом случае тяжелые частицы содержатся в первичной плазме в тепловом равновесии и их взаимодействия с нейтрино темной материи достаточно сильны для того, чтобы нейтрино темной материи производились в процессах рассеяния. Для того, чтобы не приводить к их перепроизводству стерильных нейтрино, эти взаимодействия должны быть не слишком сильными. В большинстве случаев, такой механизм производства приводит к нейтрино со спектром, форма которого с хорошей точностью описывается тепловым распределением (2.4). Требуя, чтобы данный механизм предсказывал правильную современную плотность темной материи, функция распределения стерильных нейтрино, произведенных в рассеяниях в первичной плазме, также дается соотношением (3.2). Пример такого сценария рассмотрен в работе [38].

### **3.1.3 Производство в распадах равновесных релятивистских частиц**

Другой характерной ситуацией является производство стерильных нейтрино в распадах тяжелых частиц, присутствующих в ранней вселенной. Для описания такого механизма производства нейтрино необходимо знать свой-

ства и концентрации распадающихся частиц, которые существенно зависят от рассматриваемой модели сектора стерильных нейтрино. Мы рассмотрим два натуральных случая: распады релятивистских частиц, находящихся в равновесии с первичной плазмой и распады тяжелых нерелятивистских частиц вне теплового равновесия, имеющих некоторую остаточную концентрацию.

Рассмотрим сначала производство стерильных нейтрино в двухчастичных распадах частиц одного типа, имеющих массу  $M$  и находящихся в тепловом равновесии с температурой  $T$ . В момент времени  $t$  такие частицы имеют тепловую функцию распределения  $f_{th}(p, t)$ . Функция распределения стерильных нейтрино является решением кинетического уравнения Больцмана [111]

$$\frac{\partial f(p, t)}{\partial t} - H(t)p \frac{\partial f(p, t)}{\partial p} = I, \quad (3.3)$$

где  $H(t)$  — параметр Хаббла. Интеграл столкновений  $I$  в случае двухчастичного распада дается выражением

$$I = \frac{1}{2|\mathbf{p}|} \int \frac{d^3P}{2E(2\pi)^3} \frac{d^3p'}{2|\mathbf{p}'|(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - p - p') f_{th}(P, t) |\mathcal{M}|^2. \quad (3.4)$$

Импульсы  $\mathbf{P}, \mathbf{p}, \mathbf{p}'$  характеризуют распадающуюся частицу, стерильное нейтрино и второй продукт распада, соответственно. Энергия распадающейся частицы  $E = \sqrt{M^2 + \mathbf{P}^2}$ . Амплитуда распада  $\mathcal{M}$  связана с шириной распада в системе покоя как  $|\mathcal{M}|^2 = 16\pi M\Gamma$ .

Выполняя интегрирование по импульсу  $\mathbf{p}'$  и направлению импульса  $\mathbf{P}$  получим следующее выражение для интеграла столкновений:

$$I = \frac{M\Gamma}{p^2} \int_{E_{min}}^{\infty} f_{th}(P, t) dE. \quad (3.5)$$

Нижний предел интегрирования

$$E_{min} = p + \frac{M^2}{4p} \quad (3.6)$$

дается минимальной энергией распадающейся частицы, способной произвести нейтрино с импульсом  $p$  в распаде. Наибольший интерес для нас представляет

область малых импульсов  $p \ll M, T$ . В таком случае  $E_{min} \gg M$ , и медленные нейтрино производятся в специфических распадах быстро движущихся тяжелых частиц, производящих нейтрино в узком конусе, направленном противоположно их скорости. Поэтому эффективное производство медленных нейтрино происходит при достаточно высоких температурах  $T \gtrsim M^2/p \gg M$ .

Для решения уравнения Больцмана удобно использовать в качестве аргумента функции распределения сопутствующий импульс  $q = a(t)p$ . При этом мы полагаем значение масштабного фактора в настоящий момент равным единице,  $a(t_0) = 1$ . Кинетическое уравнение (3.3) примет вид

$$\frac{df(q, t)}{dt} = \frac{M\Gamma}{q^2} a^2(t) \int_{E_{min}}^{\infty} \dot{f}_{th}(P, t) dE. \quad (3.7)$$

В таком виде это уравнение легко проинтегрировать. Результирующая функция распределения

$$f(q, t) = \int_{t_R}^t dt' \frac{M\Gamma}{q^2} a^2(t') \int_{E_{min}}^{\infty} \dot{f}_{th}(P, t') dE. \quad (3.8)$$

Момент времени  $t_R$  соответствует началу тепловой стадии космологической эволюции после разогрева. В дальнейшем мы предполагаем, что во время первичного разогрева стерильные нейтрино не производились в заметном количестве. Такое условие, конечно, оправдано исключительно отсутствием предположений о механизме первичного разогрева.

Так как тепловая функция распределения распадающихся частиц  $\dot{f}_{th}(P, t)$  зависит исключительно от отношения  $E/T(t)$ , то имеет смысл заменить интегрирование по времени интегрированием по температуре. Интересующие нас распады происходят на радиационной стадии эволюции Вселенной, поэтому условие сохранения энтропии на этой стадии приводит к выражению для температуры  $T = \sqrt{\frac{M_{Pl}^*}{2t}}$ , где эффективная масса Планка  $M_{Pl}^* \equiv M_{Pl} \sqrt{\frac{90}{8\pi^3 g_*}}$ . Таким образом, если бы функция распределения нейтрино не была бы искажена



процессом формирования структур, то в настоящий момент она имела бы вид

$$f(q, t_0) = \int_0^{T_R} dT \frac{M \Gamma M_{\text{Pl}}^* T_{0,eff}^2}{q^2 T^5} \int_{E_{min}}^{\infty} f_{th} \left( \frac{E}{T} \right) dE. \quad (3.9)$$

Здесь  $T_{0,eff} = \left( \frac{g_{*,0}}{g_*} \right)^{1/3} T_0$  — эффективная современная температура распадающихся частиц. Числа релятивистских степеней свободы  $g_*$  и  $g_{*,0} \equiv \frac{43}{11}$  берутся на момент распада и в современной Вселенной, соответственно.  $T_R$  характеризует наибольшую температуру, достигаемую на горячей стадии эволюции Вселенной.

Переходя в последнем интеграле к безразмерным переменным  $(T, E) \rightarrow (z = \frac{E}{T}, x = \frac{M}{T})$  и выполняя интегрирование по  $x$ , получим функцию распределения стерильных нейтрино в терминах современных импульсов

$$f(p) \equiv f(q, t_0) = \frac{8 M_{\text{Pl}}^* \Gamma}{3 M^2} \left( \frac{T_{0,eff}}{p} \right)^2 \cdot I \left( \frac{p}{T_{0,eff}}, \frac{M}{T_R} \right), \quad (3.10)$$

где

$$I \left( \frac{p}{T_{0,eff}}, \frac{M}{T_R} \right) \equiv \int_{z_{min}}^{\infty} \left[ \left( \frac{p}{T_{0,eff}} \right)^{3/2} \left( z - \frac{p}{T_{0,eff}} \right)^{3/2} - \left( \frac{M}{2T_R} \right)^3 \right] f_{th}(z) dz \quad (3.11)$$

и

$$z_{min} = \frac{p}{T_{0,eff}} + \frac{M^2 T_{0,eff}}{4 T_R^2 p}.$$

Из выражения (3.10) видно, что в области малых импульсов поведение функции распределения существенно и нетривиально зависит от отношения  $M/T_R$ . В частности это происходит за счет зависимости от этого отношения нижнего предела интегрирования  $z_{min}$ . Эти особенности функции распределения будут играть существенную роль для гравитино — другого кандидата на роль частицы теплой темной материи, рассматриваемого в следующей Главе. В случае стерильных нейтрино интерес представляет случай  $T_R \gg M$ . Переходя в выражении (3.10) для функции распределения к пределу  $T_R \rightarrow \infty$ ,

и рассматривая область малых импульсов, получим

$$f_0(p) = \frac{8 M_{Pl}^* \Gamma}{3 M^2} \left( \frac{T_{0,eff}}{p} \right)^{1/2} \int_0^\infty z^{3/2} f_{th}(z) dz = \frac{\zeta(5/2)}{4\pi^{5/2}} \frac{M_{Pl}^* \Gamma}{M^2} \left( \frac{T_{0,eff}}{p} \right)^{1/2}. \quad (3.12)$$

При получении последнего равенства мы предположили, что распадающиеся частицы являются бозонами.

Современная плотность числа произведенных таким образом нейтрино дается выражением

$$n_0 = \frac{3\zeta(5)}{4\pi} T_{0,eff}^3 \frac{M_{Pl}^* \Gamma}{M^2}. \quad (3.13)$$

Если потребовать, чтобы нейтрино составляли всю темную материю, то есть  $n_0 m = \rho_{DM}$ , то видно, что единственная важная комбинация параметров распадающихся частиц, входящая в выражение для функции распределения, дается выражением

$$\frac{\Gamma}{M^2} = \frac{4\pi}{3\zeta(5)} \frac{\rho_{DM}}{m M_{Pl}^* T_{0,eff}^3}. \quad (3.14)$$

Распределение (3.12) формально неограниченно сверху и в области малых импульсов растет как  $f(p) \propto p^{-1/2}$ . Однако, стерильные нейтрино являются фермионами с двумя степенями свободы, и правильный учет принципа запрета Паули приведет к эффективному обрезанию значений фазовой плотности величиной  $f_{Pauli} = 2/(2\pi)^3$ .

### 3.1.4 Производство в распадах тяжелых частиц вне равновесия

Последним механизмом производства стерильных нейтрино, который мы рассматриваем в данной работе, является производство в распадах тяжелых нерелятивистских частиц. Предположим, что распадающиеся частицы были вне теплового равновесия с окружающей плазмой и имели некоторую остаточную концентрацию. Рассмотрим также только двухчастичные распады. В таком случае импульс стерильных нейтрино в момент производства равен  $p_* = M/2$ . К настоящему моменту времени импульс нейтрино, произведенных

в момент времени  $t$  краснеет по закону

$$p = p_* \frac{a(t)}{a(t_0)} = p_* \frac{T_{0,eff}}{T}. \quad (3.15)$$

Функция распределения нейтрино в таком случае определяется из соотношения

$$f(p) d^3p = \frac{\rho_{DM}}{m} e^{-\Gamma_{tot} t} \Gamma_{tot} dt. \quad (3.16)$$

Мы нормировали функцию распределения распадающихся частиц так, чтобы получить результирующую современную плотность стерильных нейтрино равной современной плотности темной материи  $\rho_{DM}$ . Благодаря этому последнее соотношение содержит только полную ширину распада  $\Gamma_{tot}$  и не зависит явно от парциальной ширины распада в стерильное нейтрино и исходной концентрации распадающихся частиц. Используя соотношение (3.15), получим выражение для функции распределения

$$f(p) = \frac{\rho_{DM}}{m} e^{-\Gamma_{tot} t} \frac{\Gamma_{tot}}{H(t)} \frac{1}{4\pi p^3}. \quad (3.17)$$

Нас интересуют распады на радиационной стадии, где  $t = M_{Pl}^*/(2T^2)$  и параметр Хаббла  $H(t) = 1/(2t)$ . Тогда, момент распада  $t$  связан с современным импульсом стерильных нейтрино как

$$t = \frac{M_{Pl}^*}{2T_{0,eff}^2} \left( \frac{p}{p_*} \right)^2. \quad (3.18)$$

Таким образом, функция распределения стерильных нейтрино до начала роста возмущений плотности имела вид (в терминах современных значений импульсов):

$$f(p) = \frac{1}{T_{0,eff}^2 p} \frac{\rho_{DM}}{m} \frac{M_{Pl}^* \Gamma_{tot}}{\pi M^2} e^{-2 \frac{M_{Pl}^* \Gamma_{tot}}{M^2} \left( \frac{p}{T_{0,eff}} \right)^2}. \quad (3.19)$$

Заметим, что также как и в случае распадов термализованных частиц результирующая функция распределения стерильных нейтрино формально не ограничена сверху. В области малых импульсов она ведет себя как  $f(p) \propto 1/p$ .

## 3.2 Ограничения на фазовую плотность стерильных нейтрино

В этом разделе мы применим ограничения на фазовую плотность для различных сценариев со стерильными нейтрино в качестве частиц теплой темной материи. Механизмы производства стерильных нейтрино были рассмотрены в предыдущем разделе. Мы используем полученные первичные функции распределения и поставим ограничения на параметры нейтрино в этих сценариях.

### 3.2.1 Нейтрино, произведенные в осцилляциях

В случае производства нейтрино за счет осцилляций в отсутствии резонансов из соотношения (3.2) следует, что исходная функция распределения стерильных нейтрино имеет максимум при нулевом импульсе, равный

$$\max f_0(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left( \frac{\Omega_{DM}}{0.2} \right) \left( \frac{10 \text{ эВ}}{m} \right). \quad (3.20)$$

Применяя к этому значению ограничение Тремейна–Ганна на максимум функции распределения (2.8) получим ограничение на массу стерильных нейтрино:

$$m > 5.7 \text{ кэВ} \left( \frac{0.2}{\Omega_{DM}} \right)^{1/3} \left( \frac{Q}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}} \right)^{1/3}. \quad (3.21)$$

Таким образом, для того, чтобы стерильные нейтрино, произведенные за счет механизма Додельсона–Уидроу в осцилляциях с активными нейтрино, могли играть роль темной материи, составляющей массу карликовых галактик, их масса должна превышать 5.7 кэВ. Это ограничение несколько сильнее ограничения на тепловые частицы. Оно также оказывается важным свете верхних ограничений на массы стерильных нейтрино, следующих из поисков рентгеновского излучения, производимого в распадах таких стерильных нейтрино. Мы опишем эти ограничения в следующем разделе.

Рассмотрим ограничение на фазовую плотность стерильных нейтрино, произведенных резонансно за счет осцилляций в присутствии лептонной асим-

метрии. Детали этого механизма существенно зависят от модели нейтринного сектора, и функции распределения стерильных нейтрино доступны для отдельных моделей. Мы рассмотрим пример нейтринной минимальной стандартной модели  $\nu\text{MSM}$  [107, 108]. Резонансный механизм производства нейтрино является существенным для того, чтобы модель предсказывала правильную современную плотность темной материи [107, 108, 110]. Функция распределения стерильных нейтрино для случая  $m = 3$  кэВ и различных величин исходной лептонной асимметрии представлена в работе [110]. Максимальная фазовая плотность для таких нейтрино находится в диапазоне  $0.3 - 0.03$  от максимального значения тепловой функции распределения  $1/(2\pi)^3$  в зависимости от величины исходной лептонной асимметрии. При фиксированном максимуме функции распределения ограничение на массу частиц темной материи, следующее из ограничения на фазовую плотность (2.8), зависит от величины максимума слабо  $\propto (\max f_0)^{1/4}$ . В связи с этим можно ожидать, что ограничение на массу резонансно произведенных стерильных нейтрино не будет принципиально отличаться от ограничения на тепловые частицы, и масса стерильных нейтрино не может быть меньше нескольких кэВ. Отсутствие данных о максимуме функции распределения нейтрино с произвольной массой не позволяет сформулировать ограничение на фазовую плотность в виде неравенства (2.8). Для иллюстрации вычислим величину максимальной фазовой плотности  $Q$ , соответствующей стерильным нейтрино с  $m = 3$  кэВ и функцией распределения из [110].

$$Q \simeq 3^{3/2} m^4 \max f(p) = (6.5 \cdot 10^{-3} - 6.5 \cdot 10^{-2}) \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}. \quad (3.22)$$

Объекты, образованные из таких нейтрино в роли темной материи не могут иметь более высокую фазовую плотность. Приведенные выше значения  $Q$  лишь немного превышают наблюдаемые фазовые плотности в карликовых галактиках  $Q_{obs}$ . Формирование более компактных объектов в такой темной материи было бы запрещено условием невозрастания фазовой плотности.

### 3.2.2 Нейтрино, произведенные в рассеяниях термализованных частиц

В случае рождения частиц темной материи в процессах рассеяниях в первичной плазме исходный спектр стерильных нейтрино имеет вид (3.2) [38], совпадающий со случаем нерезонансных осцилляций. Таким образом, ограничение на фазовую плотность таких стерильных нейтрино приводит к идентичному ограничению (3.21) на их массу  $m \gtrsim 5.7$  кэВ.

### 3.2.3 Нейтрино, произведенные в распадах термализованных частиц

Функция распределения (3.12) стерильных нейтрино, произведенных в распадах релятивистских частиц, является формально неограниченной сверху. Как мы уже отмечали ранее, в действительности, при учете нелинейных эффектов в квантовом кинетическом уравнении, величина функции распределения ограничена значением  $f_{Pauli} = 2/(2\pi)^3$  в соответствии с принципом исключения Паули. Мы не будем явно учитывать этот эффект и продолжим пользоваться неограниченной функцией распределения (3.12). Учет ограничения Паули приведет к тому, что если в некоторой области параметров модели ограничение на массу стерильных нейтрино окажется слабее ограничения (2.16), следующего из принципа Паули, то будет верно сильнейшее из ограничений.

Имея ввиду ограниченность реальной фазовой плотности поведение функции распределения  $f(p) \propto p^{-1/2}$  эффективно показывает, что в области малых импульсов, где существенны нелинейные эффекты, может находиться лишь небольшое число частиц. Подавляющее число стерильных нейтрино скорее всего имеют большие импульсы и находятся в областях фазового пространства с меньшими фазовыми плотностями. В таком случае мы воспользуемся статистическим ограничением на фазовую плотность, описанном в разделе 2.2.2.

Фракция  $\nu$  нейтрино с наибольшей фазовой плотностью состоит из частиц с импульсами  $p < p_\nu$ , где максимальный импульс  $p_\nu$  связан с размером фракции

соотношением (2.11). Для распределения (3.12) максимальный импульс дается выражением

$$\frac{p_\nu}{T_{0,eff}} = \left( \frac{15 \sqrt{\pi} \zeta(5)}{8 \zeta(5/2)} \nu \right)^{2/5}. \quad (3.23)$$

Подставляя это значение в функцию распределения, получим величину минимальной фазовой плотности по фракции

$$\begin{aligned} \dot{f}_\nu = \dot{f}_0(p_\nu) &= \frac{\rho_{DM}}{m T_{0,eff}^3} \frac{1}{3\pi^{8/5}} \left( \frac{\zeta(5/2)}{\zeta(5)} \right)^{6/5} \left( \frac{8}{15} \right)^{1/5} \nu^{-1/5} \\ &= 1.1 \cdot 10^{-2} \left( \frac{\Omega_{DM}}{0.2} \right) \left( \frac{g_*}{106.75} \right) \left( \frac{1 \text{ keV}}{m} \right) \left( \frac{10^{-5}}{\nu} \right)^{1/5}. \end{aligned}$$

Эта величина должна удовлетворять ограничению (2.12). Последнее транслируется в ограничение на массу стерильных нейтрино, произведенных в распадах термализованных релятивистских частиц

$$m \gtrsim 0.88 \text{ кэВ} \left( \frac{0.2}{\Omega_{DM}} \right)^{1/3} \left( \frac{106.75}{g_*} \right)^{1/3} \left( \frac{Q_{obs}}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot/\text{ПК}^3}{(\text{км/с})^3}} \right)^{1/3} \left( \frac{\nu_{dwarf}}{10^{-5}} \right)^{1/15} \quad (3.24)$$

Это ограничение оказалось слабее ограничения из принципа Паули (2.16). Это значит, что  $\nu_{dwarf} = 10^{-5}$  частиц темной материи, имеющих наибольшую фазовую плотность, находятся в области фазового пространства, где существенно обрезание фазовой плотности за счет принципа исключения. Фазовая плотность в этой области эффективно задается максимально доступной для фермионов величиной  $\dot{f}_{Pauli}$ . Как следствие, наиболее сильное ограничение на массу стерильных нейтрино, произведенных в распадах термализованных частиц, в роли частиц теплой темной материи задается неравенством (2.16):

$$m \gtrsim 1 \text{ кэВ}.$$

Естественно ожидать, что стерильные нейтрино с массами близкими к минимально допустимому значению 1 кэВ составляют теплую темную материю. В рассматриваемом случае это происходит, когда параметры распадающихся

частиц (3.14) удовлетворяют условию

$$M \frac{M}{\Gamma} \sim 10^{19} \text{ ГэВ} \left( \frac{0.2}{\Omega_{DM}} \right) \left( \frac{106.75}{g_*} \right)^{3/2}. \quad (3.25)$$

Это условие может удовлетворяться, если распадающиеся частицы имеют большую массу и/или ширина их распада чрезвычайно мала. В таком случае стерильные нейтрино массой несколько кэВ, произведенные в распадах термализованных частиц, могут играть роль теплой темой материи.

### 3.2.4 Нейтрино, произведенные в распадах нерелятивистских частиц

Данный механизм производства стерильных нейтрино также приводит к формально неограниченной функции распределения (3.19). Для того, чтобы усилить ограничение на фазовую плотность (2.16), следующее из принципа исключения Паули, применим, как в предыдущем разделе, статистическое ограничение (2.12).

В силу того, что распределение (3.19) не ограничено в области малых импульсов, именно частицы с малыми импульсами имеют наиболее высокую фазовую плотность. Так как стерильные нейтрино в каждый момент времени производятся с фиксированной величиной импульса  $p_*$ , то наименьшими современными импульсами, испытавшими наиболее сильное покраснение, обладают частицы произведенные раньше. Фракция  $\nu$  стерильных нейтрино с наименьшими современными импульсами оказываются произведенными к моменту времени  $t_\nu$ , определяемым соотношением

$$\nu = 1 - e^{-\Gamma_{tot} t_\nu} \simeq \Gamma_{tot} t_\nu. \quad (3.26)$$

Соответствующий максимальный импульс  $p_\nu$  можно найти из соотношения (3.18). Подставляя его в функцию распределения (3.19), найдем величину



наименьшей фазовой плотности по фракции

$$\begin{aligned} \dot{f}_\nu = \dot{f}_0(p_\nu) &= \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\rho_{DM}}{m T_{0,eff}^3} \left( \frac{M_{Pl}^* \Gamma_{tot}}{M^2} \right)^{3/2} \nu^{-1/2} \\ &= 2.4 \left( \frac{M_{Pl}^* \Gamma_{tot}}{M^2} \right)^{3/2} \left( \frac{\Omega_{DM}}{0.2} \right) \left( \frac{g_*}{106.75} \right) \left( \frac{1 \text{ keV}}{m} \right) \left( \frac{10^{-5}}{\nu} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Применяя к этому значению ограничение на фазовую плотность (2.12) получим ограничение на массу стерильных нейтрино

$$m \gtrsim 145 \text{ эВ} \left( \frac{M^2}{M_{Pl}^* \Gamma_{tot}} \right)^{1/2} \left( \frac{0.2}{\Omega_{DM}} \right)^{1/3} \left( \frac{Q_{obs}}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_\odot / \text{ПК}^3}{(\text{км/с})^3}} \right)^{1/3} \left( \frac{\nu_{dwarf}}{10^{-5}} \right)^{1/6}. \quad (3.27)$$

Значение минимальной массы частиц темной материи зависит от значения комбинации  $\Gamma_{tot}/M^2$  параметров распадающихся частиц. Это связано с тем, что по сравнению с распадами термализованных частиц в данном случае неявно присутствует дополнительный параметр — исходная концентрация распадающихся частиц. Из ограничения (3.27) видно, что в отличие от рассмотренных ранее сценариев темная материя может быть теплой, имея при этом массу  $m$ , значительно превышающую традиционные несколько кэВ. Это происходит, если распадающиеся частицы являются достаточно тяжелыми и/или долгоживущими. Например, при не слишком ненатуральном выборе параметров  $M \simeq 10^{14}$  ГэВ и  $\Gamma_{tot} = \frac{y^2}{8\pi} M$  с юкавской константой  $y \simeq 10^{-12}$  обе части неравенства (3.27) будет одного порядка для стерильных нейтрино с массой несколько ТэВ. В таком сценарии темная материя состоящей из тяжелых стерильных нейтрино не образует более компактных объектов, чем наблюдаемые карликовые галактики, то есть такая темная материя является теплой.

### 3.3 Астрофизические ограничения на стерильные нейтрино

Рассмотренные выше механизмы производства стерильных нейтрино способны привести к современной плотности этих частиц, достаточной для

объяснения всей наблюдаемой компоненты темной материи. Такие стерильные нейтрино были нерелятивистскими задолго до того начала пылевидной стадии, когда их плотность энергии стала доминировать во Вселенной. Благодаря этому процесс формирования структур в такой темной материи на больших масштабах не отличается от стандартного сценария с холодной темной материей, который рассматривался в Главе 1. Более того, ограничения на фазовую плотность указывают на область параметров этих моделей, где темная материя может приводить к образованию компактных объектов на всех наблюдаемых масштабах. Существует однако ряд других ограничений, которым рассматриваемые модели должны удовлетворять. В этом разделе мы рассмотрим два наиболее существенных теста для моделей со стерильными нейтрино.

Стерильные нейтрино взаимодействуют с частицами Стандартной Модели посредством смешивания с активными нейтрино. Это делает их не абсолютно темными частицами и указывает на возможность прямых или косвенных поисков сигналов их существования. Основным методом в этом является поиск сигнала от двухчастичного распада стерильного нейтрино с образованием фотона и активного нейтрино [42]. Так как с точки зрения данного распада стерильные нейтрино в гало темной материи находятся практически в покое, то результирующая энергия фотона составляет половину массы стерильного нейтрино. Таким образом, стерильные нейтрино в роли частиц темной материи должны проявлять себя в виде узкой линии рентгеновского излучения (для  $m$  порядка нескольких кэВ), излучаемого галактическими гало. Интенсивность данной линии пропорциональна известной плотности темной материи в гало и интенсивности взаимодействия стерильных нейтрино с частицами Стандартной Модели. Последняя характеризуется углом смешивания нейтрино  $\theta$ , точнее величиной  $\sin^2 2\theta$ . До настоящего времени такого излучения обнаружено не было, что позволяет поставить верхнее ограничение на возможные значения  $\sin^2 2\theta$  для данной массы стерильных нейтрино. Особенно существенными эти ограничения оказываются для стерильных нейтрино, производимых за

счет механизма Додельсона–Уидроу в осцилляциях с активными нейтрино. В таком механизме стерильные нейтрино производятся эффективно за счет того же взаимодействия, которое приводит к их распаду. Как описывалось в разделе 3.1.1, число произведенных нейтрино пропорционально квадрату дираковской массы нейтрино  $\mu^2$ . В силу того, что  $\sin^2 2\theta \simeq 4\mu^2/m^2$  для нейтрино, составляющих всю темную материю, угол смешивания оказывается связан с массой. Отсутствие рентгеновского излучения из галактических гало приводит к ограничению на массу таких стерильных нейтрино  $m \lesssim 4$  кэВ [42]. Это ограничение оказывается несовместимым найденным нами с ограничением (3.21) на фазовую плотность стерильных нейтрино. Таким образом, стерильные нейтрино, произведенные в осцилляциях с активными нейтрино в отсутствие лептонной асимметрии не могут составлять всей наблюдаемой темной материи во Вселенной.

Стерильные нейтрино, произведенные за счет механизма Ши–Фуллера, как и стерильные нейтрино, произведенные за счет взаимодействий с частицами, не входящими в Стандартную Модель, удовлетворяют ограничению из поисков рентгеновского излучения, так как угол смешивания таких нейтрино практически не влияет на эффективность их производства и может быть достаточно малым.

Другим важным источником ограничений на любые модели теплой темной материи является наблюдение линий поглощения атома водорода в спектре далеких квазаров [61]. Суть эффекта заключается в следующем. Излучение от далеких квазаров по пути к нам проходит через неоднородности плотности в веществе. В частности, на его пути встречаются первичные облака водорода, которые впоследствии сформируют галактики. Водород, содержащийся в облаках частично поглощает излучение квазаров, оставляя в их спектре линии поглощения. Наиболее эффективное поглощение происходит на частоте, соответствующей линии Лайман- $\alpha$  в спектре атома водорода. По красному смещению линии можно восстановить расстояние, на котором находилось

облако, а ширина и интенсивность линии характеризуют его массу. Излучение от наиболее далеких квазаров с  $z \sim 4$  проходит через большое количество таких облаков. Спектр самих квазаров является довольно широким и практически однороден в рассматриваемой области частот, а многочисленные близко расположенные линии поглощения делают его похожим на гребенку, называемую *Лайман- $\alpha$  лесом* [40, 41, 61].

Как обсуждалось в разделе 1.1 статистика распространённости облаков водорода, извлекаемая из *Лайман- $\alpha$  леса*, позволяет восстановить спектр мощности возмущений плотности темной материи на масштабах, соответствующих современным импульсам в диапазоне  $k \sim 0.2 - 5 \text{ Мпк}^{-1}$  (см. рис. 1.1). На таких масштабах спектр возмущений в теплой темной материи начинает отличаться от предсказываемого в рамках сценария с холодной темной материей. В тоже время наблюдения *Лайман- $\alpha$  леса* не показывают каких бы то ни было заметных отличий спектра мощности от предсказываемого в рамках холодной темной материи [40, 42]. Предсказания для спектра мощности в конкретных моделях теплой темной материи можно тестировать на совместность с современными данными наблюдений *Лайман- $\alpha$  леса* вплоть до импульсов  $k \sim 10 \text{ Мпк}^{-1}$  [42]. Неоднородности на этих масштабах на момент прохождения излучения квазаров уже находятся на нелинейном этапе эволюции. Поэтому для восстановления информации о спектре мощности приходится использовать численные симуляции нелинейного развития неоднородностей плотности. Причем для каждой модели теплой темной материи и набора параметров этой модели необходимо производить отдельные симуляции.

Такого рода исследования были проведены для частиц темной материи со спектром, имеющим тепловую форму [41]. Спектр возмущений плотности в такой теплой темной материи в области больших импульсов согласуется с наблюдениями спектра линий поглощения, если масса частиц темной материи удовлетворяет условию  $m \gtrsim 10 \text{ кэВ}$ . Стерильные нейтрино, произведенные за счет нерезонансных осцилляций и в процессах рассеяния, как раз имеют

спектр тепловой формы (см. (3.2)). Ограничения на фазовую плотность для таких частиц приводит к нижнему ограничению на их массу  $m \gtrsim 5.7$  кэВ. Это ограничение близко к описанному выше ограничению из Лайман- $\alpha$  леса, хотя и несколько слабее его. Важно отметить, что хотя оба этих метода исследуют неспособность теплой темной материи к образованию структур на малых масштабах, они основаны на физически разных проявлениях этого эффекта. В наблюдениях Лайман- $\alpha$  леса ставится ограничение на отклонение спектра мощности возмущений плотности в начале нелинейной стадии их эволюции от предсказываемого холодной темной материей. В методе Тремейна–Ганна ограничивается характерная начальная фазовая плотность частиц темной материи, способной сформировать наблюдаемые компактные объекты. Таким образом, ограничения на фазовую плотность и ограничения из Лайман- $\alpha$  леса являются совершенно независимыми, и совпадение их предсказаний можно трактовать как подтверждение их надежности.

## ГЛАВА 4

# ЛЕГКИЕ ГРАВИТИНО В РОЛИ ЧАСТИЦ ТЕПЛОЙ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

### 4.1 Гравитино в теориях с нарушенной сурперсимметрией

В этой Главе мы рассмотрим легкое гравитино в качестве кандидата на роль частицы темной материи. Гравитино присутствует во всех моделях с локальной суперсимметрией и является суперпартнером гравитона [43–45]. Гравитино — фермион со спином  $3/2$  и двумя степенями свободы. Как и гравитон гравитино взаимодействует с остальными частицами при низких энергиях очень слабо, с обратной массой Планка в качестве константы связи. В случае, когда суперсимметрия не нарушена, гравитино, как соответствующая калибровочная частица, является безмассовой. Оно приобретает массу в процессе спонтанного нарушения суперсимметрии с помощью суперсимметричного аналога механизма Хиггса. Так же, как и в случае обычного механизма Хиггса масса калибровочной частицы оказывается пропорциональной константе взаимодействия и масштабу  $F$  нарушения симметрии,  $m_{\tilde{G}} \simeq \frac{F}{M_{\text{Pl}}}$ . Отсюда видно, что в зависимости от рассматриваемого механизма нарушения суперсимметрии, масса гравитино может принимать широкий спектр значений, от нескольких электронвольт до планковских. Таким образом, в зависимости от массы и механизма производства гравитино может являться частицей горячей, теплой или холодной темной материи. Мы будем рассматривать гравитино в роли частицы *теплой* темной материи и поэтому интересоваться областью масс порядка нескольких кэВ. Это соответствует масштабу нарушения суперсимметрии порядка  $F \sim (10^6 \text{ ГэВ})^2$ , что является вполне естественным для теорий с калибровочным механизмом передачи нарушения суперсимметрии [112].

Легкое гравитино является *легчайшей из суперчастиц* (LSP) и в моделях с сохраняющейся  $R$ -четностью абсолютно стабильно. Это, а также сверхслабые

взаимодействия с частицами Стандартной Модели при низких энергиях делает гравитино хорошим кандидатом на роль частиц темной материи. Так как взаимодействия гравитино неперенормируемы, то сечения их рассеяния растут с энергией, и гравитино легко произвести в первичной плазме. Более того, как мы увидим в следующем разделе для достаточно легких гравитино это может привести к их перепроизводству в ранней Вселенной, если температура в ней достигала больших значений.

Как мы уже отмечали, гравитино получает массу в результате спонтанного нарушения симметрии. Это происходит за счет поглощения степеней свободы голдстоуновской частицы, соответствующей симметрии. В случае суперсимметрии эта частица является фермионом со спином  $1/2$ , который называют голдстино. Две степени свободы голдстино добавляются к имеющимся двум степеням свободы безмассового гравитино и составляют продольные поляризации массивного гравитино. В этом случае также выполняется теорема об эквивалентности, и при энергиях много больше массы гравитино во всех взаимодействиях гравитино эффективно участвуют только продольные компоненты. Такая ситуация имеет место, в частности, при производстве гравитино в ранней Вселенной. Поэтому для космологических приложений достаточно считать гравитино эффективно вейлевским фермионом с двумя степенями свободы. Кроме того голдстино взаимодействует с остальными суперчастицами более эффективно, чем остальные компоненты гравитино. Константы его взаимодействия для легкого гравитино усилены по сравнению со взаимодействиями гравитино фактором  $M/m_{\tilde{G}}$ , где  $M$  — характерный масштаб мягких масс или, что практически тоже самое, характерная масса остальных суперпартнеров [43–45]. Полная ширина распада суперпартнера массой  $M$  с образованием голдстино дается выражением

$$\Gamma = \frac{M^5}{6m_{\tilde{G}}^2 M_{\text{Pl}}^2}. \quad (4.1)$$

В связи с тем, что этот распад значительно менее эффективен, чем взаимодей-

ствия суперпартнеров между собой, то присутствующие в ранней Вселенной суперчастицы распадаются сначала с образованием следующего по легкости суперпартнера после гравитино (Next-to-Lightest Supersymmetric Particle). Концентрация NLSP в свою очередь постепенно распадается с образованием гравитино [113–115]. В этих распадах также образуются частицы Стандартной Модели, и они являются релятивистскими. Стандартная теория первичного нуклеосинтеза сильно ограничивает любые дополнительные концентрации релятивистских частиц в первичной плазме при температурах начиная от нескольких МэВ до десятка кэВ. Таким образом, для согласия предсказаний теории нуклеосинтеза с наблюдениями требуется, чтобы подавляющее большинство NLSP распалось до начала эпохи нуклеосинтеза [48, 115]. В соответствии с этим, время жизни NLSP должно быть короче одной секунды. Для гравитино массой несколько кэВ распады происходят достаточно эффективно, и время жизни NLSP  $\tau_{NLSP} \lesssim 10^5$  с, что полностью безопасно для предсказаний теории первичного нуклеосинтеза.

## 4.2 Производство гравитино в ранней Вселенной

В этом разделе мы рассмотрим основные механизмы производства гравитино в ранней Вселенной. Космологические свойства гравитино существенно зависят от его параметров — массы и эффективности взаимодействия с остальными частицами. В предыдущем разделе мы видели, что в зависимости от масштаба нарушения суперсимметрии и мягких масс суперпартнеров, эти параметры могут принимать широкий спектр возможных значений. В пренебрежении возможностью производства гравитино на этапе первичного разогрева Вселенной, единственными источниками гравитино являются остальные имеющиеся в первичной плазме суперчастицы. Слишком легкие гравитино взаимодействуют с остальными суперпартнерами достаточно сильно для того, чтобы войти в тепловое равновесие при не слишком высоких



температурах разогрева [46]. Такие гравитино вышли бы из теплового равновесия ультрарелятивистскими и их плотность в современной Вселенной превышала бы плотность темной материи, если их масса больше  $m_{\tilde{G}} \sim 200$  эВ. Гравитино такой малой массы составляло бы горячую темную материю, в которой невозможно было бы образование наблюдаемых галактик. Таким образом мы будем рассматривать только несколько более тяжелые гравитино и/или достаточно низкие температуры начала горячей стадии, при которых термализация гравитино не происходит. Так как целью нашего исследования является теплая темная материя, процесс формирования структур в которой отличается в области малых масс от предсказываемого в холодной темной материи, то мы не будем рассматривать случай тяжелых гравитино, с массой заметно превышающей несколько кэВ. Стоит отметить, однако, что сам по себе сценарий с тяжелыми гравитино в роли частиц холодной темной материи является вполне интересным с феноменологической точки зрения и достаточно детально разобран (см. например [48, 115] и ссылки там).

Производство гравитино во взаимодействиях с остальными суперчастицами удобно разделить на производство в процессах рассеяния и производство в распадах. Первый класс процессов эффективно происходит только когда остальные суперчастицы находятся в тепловом равновесии во Вселенной и значит присутствуют в достаточном количестве. В тоже время распады суперпартнеров происходят всегда. Далее мы рассмотрим каждый из этих источников гравитино в ранней Вселенной отдельно. В отличие от моделей со стерильными нейтрино, где различные механизмы производства оперировали абсолютно независимо и фактически являлись самостоятельными сценариями для теплой темной материи, в случае гравитино оба механизма дают вклад в их современную плотность одновременно.

### 4.2.1 Производство в распадах

Для начала рассмотрим производство гравитино в распадах остальных суперчастиц, находящихся в тепловом равновесии в первичной плазме. При этом будем предполагать, что температура разогрева превышает массы этих суперчастиц, и они эффективно являются ультрарелятивистскими. Для начала рассмотрим вклад в функцию распределения гравитино процессов двухчастичного распада частиц одного сорта, имеющих массу  $M$ . Такого рода задачу мы уже решали в разделе 3.1.3, где рассматривалось производство стерильных нейтрино. Функция распределения произведенных таким образом гравитино дается выражением (3.10) с шириной распада тяжелых суперпартнеров в гравитино (4.1):

$$f^{\text{dec}}(p) = \frac{2\sqrt{5}}{3\pi^{3/2}\sqrt{g_*}} \frac{M^3}{m_G^2 M_{\text{Pl}}} \left(\frac{T_{0,\text{eff}}}{p}\right)^2 \cdot I\left(\frac{p}{T_{0,\text{eff}}}, \frac{M}{T_R}\right), \quad (4.2)$$

где

$$I\left(\frac{p}{T_{0,\text{eff}}}, \frac{M}{T_R}\right) \equiv \int_{z_{\text{min}}}^{\infty} \left[ \left(\frac{p}{T_{0,\text{eff}}}\right)^{3/2} \left(z - \frac{p}{T_{0,\text{eff}}}\right)^{3/2} - \left(\frac{M}{2T_R}\right)^3 \right] f_{\text{th}}(z) dz. \quad (4.3)$$

Спектр гравитино  $\frac{dn}{dp} = 4\pi p^2 f(p)$  для случая  $T_R \gg M$  представлен на левом графике рисунка 4.1. Для сравнения там же изображен тепловой спектр для ультрарелятивистских фермионов с эффективной температурой  $T_{0,\text{eff}}$ . Видно, что средний импульс гравитино, произведенных в распадах, несколько ниже, чем для теплового распределения. В этом смысле такие гравитино являются более «холодными» частицами. Нас, однако, больше интересует не общая форма спектра, а особенности функции распределения при малых импульсах. Именно частицы из этой части спектра, согласно представлениям о теплой темной материи, образуют компактные объекты вроде карликовых галактик.

Поведение функции распределения (4.2) в области малых импульсов является весьма нетривиальным и существенно зависит от соотношения между массой распадающихся частиц  $M$  и температурой разогрева  $T_R$ . Эта зави-

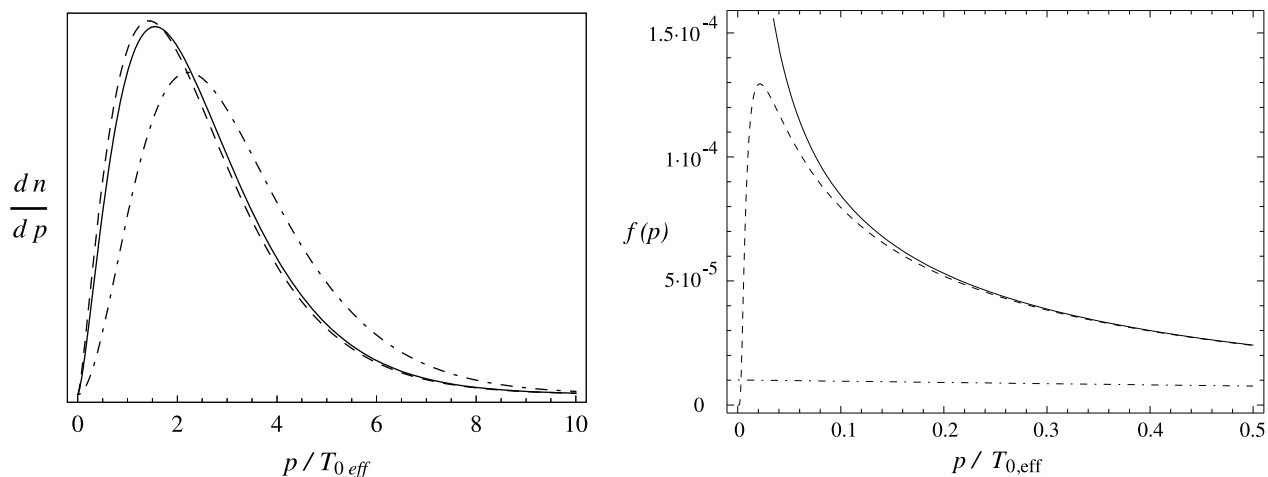


Рис. 4.1. Слева: Спектры гравитино, произведенных в распадах тепловых бозонов (сплошная линия) и фермионов (штриховая линия). Для сравнения представлено распределение Ферми–Дирака для ультрарелятивистских фермионов с температурой  $T_{0,eff}$  (штрих-пунктирная линия). Справа: Функция распределения гравитино массой в области малых импульсов в случае  $m_{\tilde{G}} = 10$  кэВ,  $M = 200$  ГэВ и различных температур разогрева:  $T_R \rightarrow \infty$  (сплошная линия) и  $T_R = 4M$  (пунктирная линия). Штрих-пунктирной линией изображено распределение Ферми–Дирака с температурой  $T_{0,eff}$ , нормированное на такое же число частиц, как и предыдущие распределения.

симось, в частности, приходит из соотношения для нижнего предела интегрирования  $z_{min}$ . Для случая высокой температуры разогрева  $T_R \rightarrow \infty$  функция распределения гравитино в области малых импульсов дается выражением (3.12). Как отмечалось в случае стерильных нейтрино, это распределение формально неограниченно сверху при  $p \rightarrow 0$ . Так как гравитино также являются фермионами, то учет нелинейных эффектов приведет к эффективному обрезанию функции распределения величиной  $f_{Pauli}$  согласно принципу исключения Паули. В рассматриваемой нами области параметров такие значения фазовой плотности гравитино практически не достигаются, и мы продолжим пренебрегать соответствующими эффектами.

В случае конечных значений температуры разогрева  $T_R \gtrsim M$ , функция распределения (4.2) не имеет особенности при нулевом импульсе. Вместо этого она имеет широкий пик при значениях импульса  $p/T \sim M^2/T_R^2$  и экспоненциально спадает при малых импульсах. Поведение функции распределения

в области малых импульсов показано на правом графике рисунка 4.1. Для примера там же приведено тепловое распределение ультрарелятивистских фермионов с температурой  $T_{0,eff}$  и нормализованное на то же самое число произведенных частиц. Из рисунка видно, что максимальная фазовая плотность рассматриваемых гравитино значительно превышает максимальную фазовую плотность такого же числа тепловых фермионов. С точки зрения ограничений на фазовую плотность это означает, что гравитино намного холоднее тепловых частиц.

Из выражения (4.2) следует, что наибольший вклад в производство гравитино дают самые тяжелые суперчастицы из тех, что были ультрарелятивистскими в космической плазме. Для того, чтобы иметь представление о характерных значениях масс, рассмотрим распады суперчастиц, включающих  $g_b$  бозонных и  $g_f$  фермионных степеней свободы и имеющих одинаковую массу  $M$ . Будем считать, кроме того, что температура разогрева значительно превышает массу распадающихся частиц. В таком случае современная плотность числа гравитино дается выражением

$$n_0^{\text{dec}} = \int f(p) d^3p = \frac{3\sqrt{5}\zeta(5)}{16\pi^{5/2}\sqrt{g_*}} \left( g_b + \frac{15}{16}g_f \right) \frac{M^3}{m_{\tilde{G}}^2 M_{\text{Pl}}} T_{0,eff}^3. \quad (4.4)$$

Вклад таких гравитино в современную плотность энергии равен

$$\Omega_{\tilde{G}}^{\text{dec}} = \frac{m_{\tilde{G}} n_0^{\text{dec}}}{\rho_c} \approx 8 \cdot 10^{-4} \left( g_b + \frac{15}{16}g_f \right) \left( \frac{g_{\text{MSSM}}}{g_*} \right)^{3/2} \left( \frac{1 \text{ keV}}{m_{\tilde{G}}} \right) \left( \frac{M}{100 \text{ GeV}} \right)^3. \quad (4.5)$$

Как мы уже упоминали ранее, для гравитино, являющихся фермионами, в любом случае фазовая плотность не может превышать значения  $f_{\text{Pauli}}$ , максимально допустимого принципом исключения Паули. То есть для них как минимум должно выполняться ограничение (2.16) на массу  $m_{\tilde{G}} \gtrsim 1 \text{ кэВ}$ . Кроме того, видно, что максимум функции распределения гравитино, произведенных в распадах не слишком сильно отличается от  $f_{\text{Pauli}}$  для того, чтобы ограничения на фазовую плотность приводили бы к ограничению на массу,

существенно отличающемся от нескольких кэВ. Чтобы приводить к хоть сколько-нибудь заметной модификации процесса формирования структур, по сравнению со случаем холодной темной материи, масса гравитино не должна слишком сильно превосходить ограничения из фазовой плотности. Только в таком случае можно ожидать, что гравитино будут теплой темной материей.

Используя последнее утверждение можно ограничить возможную массу суперчастиц в моделях с гравитино в роли теплой темной материи. Для этого нам необходимо иметь представление о спектре масс суперпартнеров. Рассмотрим для примера картину, в которой самыми тяжелыми суперчастицами являются скварки первых двух поколений и глюино, как случается в минимальной модели супергравитации (mSUGRA), и предположим для простоты, что они все имеют одинаковую массу  $M$ . Предполагая также, что температура разогрева достаточно велика, чтобы эти частицы присутствовали в равновесии в первичной плазме, получим  $g_b = g_{\tilde{q}} = 4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$ ,  $g_f = g_{\tilde{g}} = 2 \cdot 8 = 16$  и  $g_* = g_{\text{MSSM}} = 228.75$ . Используя эти значения в оценке (4.5), можно видеть, что массы скварков и глюино должны быть достаточно малы,  $M_{\tilde{q}, \tilde{g}} \lesssim 350$  ГэВ. Иначе гравитино массой несколько кэВ будут производиться в слишком больших количествах, и их плотность превысит современную полную плотность во Вселенной. В виду современных ограничений на массы суперчастиц из ускорительных экспериментов  $M_{\tilde{q}, \tilde{g}} \gtrsim 600$  ГэВ [50, 51] такого рода сценарий не является реалистичным.

Приведенная выше оценка для современной плотности произведенных гравитино существенным образом опирается на предположение о наличии тяжелых суперпартнеров в достаточном количестве в первичной плазме. Это в свою очередь происходит только при достаточно высоких температурах разогрева. Ситуация несколько меняется, если максимальная температура горячей стадии не превышает массы самых тяжелых суперчастиц. Более точный численный анализ допустимых значений масс и температур разогрева будет проведен с учетом вклада процессов рассеяния в производство

гравитино в следующем разделе. Очевидно, что точной подстройкой этих параметров можно добиться любой необходимой концентрации распадающихся суперчастиц в космической плазме, и, как следствие, получить правильную концентрацию гравитино. Мы не будем прибегать к такому подходу и рассмотрим другой, альтернативный сценарий. В этом сценарии температура разогрева ниже характерной массы суперчастиц, участвующих в сильных взаимодействиях, и самыми тяжелыми частицами в первичной плазме, распадающимися с образованием гравитино оказываются слептоны, чарджино и нейтралино. Эти частицы составляют  $g_b = g_{\tilde{l}} = 3 \cdot (4 + 2) = 18$  бозонных и  $g_f = g_{\tilde{\chi}} = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 16$  фермионных степеней свободы, а полное эффективное число релятивистских степеней свободы  $g_* = 142.75$ . В таком случае параметр  $M$  в соотношении (4.5) является характерным масштабом их масс. Некоторая иерархия между массами цветных и остальных суперпартнеров, необходимая для реализации такого сценария, является вполне натуральной и встречается среди репрезентативных реализаций спектра масс суперчастиц MSSM [116]. Важно отметить, что наше пренебрежение деталями спектра масс суперпартнеров вполне оправдано для желаемого уровня точности сильной зависимостью количества произведенных гравитино от характерной массы распадающихся частиц  $M$ . Фактически основной вклад вносят только наиболее тяжелые из суперчастицы.

#### 4.2.2 Производство в процессах рассеяния

Производство гравитино в процессах рассеяния в первичной плазме является достаточно непростой задачей, которой за последние двадцать лет был посвящен целый ряд работ [46, 49, 117, 118]. Кроме чисто технической сложности, состоящей в наличии большого числа процессов, в которых участвует большое число различных частиц, эта задача содержит принципиальную сложность. Эта сложность связана с тем, что в производство гравитино дают вклады процессы рассеяния с обменом глюоном в  $u$ - или  $t$ -каналах.

Сечения таких процессов формально логарифмически расходятся в области малых передаваемых импульсов, так как глюоны являются безмассовыми переносчиками дальнедействующих взаимодействий. Физически решение этой проблемы связано с тем, что при конечных температурах сильное взаимодействие экранируется за счет поляризации среды, содержащей множество частиц с цветовыми зарядами, а глюоны приобретают тепловую Дебаевскую массу, пропорциональную температуре и константе взаимодействия  $m_D \sim gT$ . Для получения темпа производства гравитино в первом порядке по константе связи используется прием впервые описанный Э. Браатеном и Т.Ч. Юаном [119]. В расходящихся процессах выделяют два вклада, соответствующих обмену жесткими и мягкими глюонами. Импульс  $p_{BY}$ , разделяющий эти два вклада при этом необходимо выбрать так, чтобы выполнялись сильные неравенства  $gT \ll p_{BY} \ll T$ . Если после этого вычислить жесткий вклад без учета температурных эффектов, а мягкий вклад — применяя оптическую теорему к тепловому пропагатору голдстино, то суммарный результат будет конечным и совпадать с точным результатом в первом порядке по константе связи. Именно результат такого рода вычисления мы использовали для расчета производства гравитино в процессах рассеяния [47, 117]. Стоит, однако, отметить, что этот результат имеет значительные неточности при низких температурах. Это связано с тем, что в случае сильных взаимодействий в первичной плазме при интересующих нас энергиях константа связи не является малой  $g_s \sim 1$ . Неточность проявляется в нефизической зависимости от константы связи. Логарифмическая расходимость исходного темпа производства в предписании Браатена–Юана превращается в зависимость от константы связи вида  $\ln(T/m_D) \sim -\ln g_s$ . При больших константах связи это приводит к нефизическому убыванию темпа производства гравитино с увеличением константы связи. Недавно, в работе [118] был предложен другой метод, свободный от данных неточностей. В нем не было необходимости выделять мягкую и жесткую составляющие, а полный результат посчитан используя дисперсионные

методы и не содержит нефизического поведения по константе связи. Мы, однако, опирались на результаты, полученные в предписании Браатена–Юана. Мы адаптировали вычисление [117] для рассматриваемых сценариев производства гравитино. Неточности данного метода в нашем случае не превосходят неточностей оценки фазовой плотности и не играют существенной роли в рамках рассматриваемых оценок.

Для первого сценария с глюино и скварками, присутствующими в первичной плазме, результаты [117] могут быть применены напрямую. Основной вклад в современную плотность гравитино дают процессы рассеяния с участием сильного взаимодействия. Плотность гравитино в таком случае можно оценить как

$$\Omega_{\tilde{G}}^{\text{sc}} \approx \omega_s g_s^2 \ln \left( \frac{k_s}{g_s} \right) \left( \frac{1 \text{ keV}}{m_{\tilde{G}}} \right) \left( \frac{M}{100 \text{ GeV}} \right)^2 \left( \frac{T_R}{1 \text{ TeV}} \right), \quad (4.6)$$

где  $g_s$  — константа сильного взаимодействия на масштабе энергий  $T_R$ , и  $\omega_s \approx 0.732$  и  $k_s \approx 1.271$  — численные константы.

Для оценки количества гравитино, произведенного в альтернативном сценарии, где суперчастицы с цветовым зарядом являются слишком тяжелыми, чтобы присутствовать в космической плазме в достаточных количествах, результаты вычисления из [117] необходимо модифицировать. Мы оставили вклад только электрослабых процессов и исключили процессы со скварками в начальных состояниях. Кроме того, мы исключили вклад скварковых петель в тепловые массы калибровочных бозонов. Как мы уже отмечали, полное сечение производства гравитино зависит от тепловых масс как  $\ln(T/m_D)$  и поэтому растет с уменьшением  $m_D$ . Благодаря этому эффекту полученная нами плотность производимых гравитино составляет около 80% от электрослабого вклада, посчитанного в [117], хотя мы исключили около трети всех процессов. Используя модифицированные сечения рассеяния и значение эффективного числа степеней свободы  $g_* = 142.75$ , соответствующие сценарию без скварков и глюино, мы оценили современную плотность гравитино, произведенных в



процессах рассеяния  $2 \rightarrow 2$  в первичной плазме:

$$\Omega_{\tilde{G}}^{\text{sc}} \approx \sum_{\alpha=1}^2 \omega_{\alpha} g_{\alpha}^2 \ln \left( \frac{k_{\alpha}}{g_{\alpha}} \right) \left( \frac{1 \text{ keV}}{m_{\tilde{G}}} \right) \left( \frac{M}{100 \text{ GeV}} \right)^2 \left( \frac{T_R}{1 \text{ TeV}} \right). \quad (4.7)$$

Численные константы в этом случае равны  $\omega_{\alpha} \approx (0.152, 0.372)$  и  $k_{\alpha} \approx (1.52, 1.52)$ . Индексы  $\alpha = 1$  и  $\alpha = 2$  соответствуют калибровочным группам  $U(1)_Y$  и  $SU(2)_L$  с калибровочными константами  $g_{\alpha} = (g', g)$ , соответственно.

Как обсуждалось выше, оценки (4.6) и (4.7) имеют некоторые погрешности, связанные с инфракрасными проблемами теории поля при конечной температуре. Эти погрешности приведут к погрешностям в наших конечных результатах, обсуждаемых ниже.

Из соотношений (4.6), (4.7) и (4.5) видно, что рассматриваемая упрощенная модель производства гравитино в первичной плазме содержит три независимых параметра: массу гравитино  $m_{\tilde{G}}$ , характерную массу тяжелых суперчастиц в первичной плазме  $M$  и температуру разогрева  $T_R$ . Нас, однако, интересует случай, когда произведенные гравитино составляют всю наблюдаемую плотность темной материи. То есть мы будем рассматривать только значения этих параметров, приводящие к соотношению  $\Omega_{\tilde{G}}^{\text{dec}} + \Omega_{\tilde{G}}^{\text{sc}} = \Omega_{DM} \approx 0.2$ . Последнее позволяет фиксировать значение одного из параметров в терминах двух остальных. Из соотношений для количеств произведенных гравитино видно, что их полное число растет с увеличением температуры разогрева (за счет вклада процессов рассеяния) и массы суперпартнеров, а также с уменьшением  $m_{\tilde{G}}$ . Таким образом, фиксируя  $T_R > M$  для каждой массы суперчастиц  $M$  из последнего соотношения мы получим нижнее ограничение на массу гравитино  $m_{\tilde{G}}$ . Разрешенные области параметров для гравитино в роли теплой темной материи в обоих рассматриваемых сценариях представлены на рисунках 4.2, 4.3, 4.4. Мы обсудим их в следующем разделе, после того как оценим характерную фазовую плотность гравитино и применим к ним ограничение Трёмейна–Ганна.

### 4.3 Ограничения на фазовую плотность гравитино

В разделе 4.2.1 мы видели, что функция распределения гравитино, произведенных в распадах, (4.2) имеет ярко выраженный максимум при импульсах  $p/T \sim M^2/T_R^2$ . Точный вид функции распределения гравитино, произведенных в процессах рассеяния, нам неизвестен. В тоже время вполне естественно предположить, что она не имеет особенностей при малых импульсах и с хорошей точностью описывается выражением для тепловой функции распределения. В большей части пространства параметров такие гравитино дают пренебрежимый вклад в фазовую плотность в области малых импульсов по сравнению с распределением (4.2). Для того, чтобы оценить этот вклад, мы будем использовать два разных приближения для полной функции распределения в области малых импульсов: в первом приближении мы пренебрежем вкладом гравитино из процессов рассеяния совсем, а во втором опишем этот вклад распределением тепловой формы

$$f^{\text{sc}}(p) = \frac{\rho_c \Omega_{\tilde{G}}^{\text{sc}}}{6\pi\zeta(3)m_{\tilde{G}} T_{0,\text{eff}}^3} \frac{1}{e^{p/T_{0,\text{eff}}} + 1}. \quad (4.8)$$

Как будет видно, результаты в обоих случаях не будут заметно отличаться для гравитино теплой темной материи.

В связи с наличием ярко выраженного максимума у функции распределения (4.2) для оценки фазовой плотности гравитино мы будем использовать статистический метод раздела 2.2.2. Для этого мы численно оценим минимальное значение функции распределения по фракции  $\nu_{\text{dwarfs}} = 10^{-5}$  гравитино, имеющих самую высокую фазовую плотность. Для того, чтобы удовлетворять ограничению Тремейна–Ганна (2.12) эта величина не должна превышать максимально наблюдаемую фазовую плотность в карликовых галактиках.

Соответствующие ограничения в плоскости параметров  $(m_{\tilde{G}}, M)$  представлены для двух рассматриваемых сценариев на рисунках 4.2 и 4.3, соответственно. Линии постоянного отношения  $T_R/M$  обозначены штрих-пунктиром. Так как

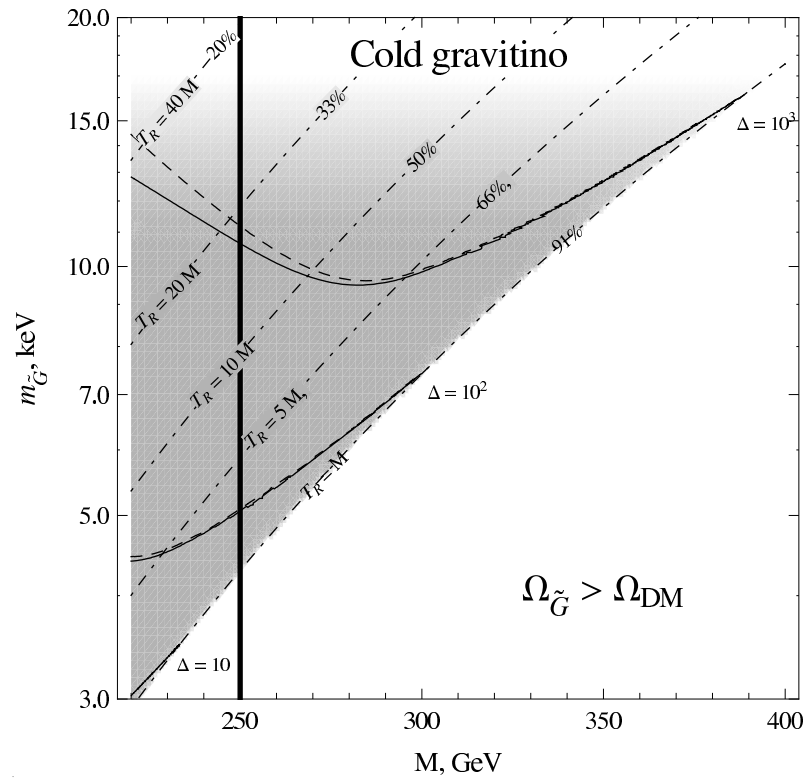


Рис. 4.2. Разрешенная область масс (затененная) в сценарии с тяжелыми глюино и скварками 1го и 2го поколений в приближении  $M_{\tilde{q}} = M_{\tilde{g}} = M$ , и  $T_R \gtrsim M$ . Линии постоянной исходной фазовой плотности и фактора её падения  $\Delta$  показаны сплошными линиями в приближении (4.8) для вклада процессов рассеяния и пунктирными в пренебрежении последним совсем. Линии постоянного отношения  $T_R/M$  представлены штрих-пунктиром, с обозначенным на них вкладом распадов в конечную плотность гравитино. Сплошная вертикальная линия соответствует консервативному экспериментальному ограничению на массы остальных суперпартнеров [52].

от температуры разогрева зависит только вклад  $\Omega_{\tilde{G}}^{\text{sc}}$ , то на этих же линиях постоянным является отношение вкладов обоих процессов в производство гравитино. На линиях нанесено процентное количество гравитино, произведенных в распадах. Для того, чтобы иметь представление о максимальной первичной фазовой плотности гравитино, мы представили также линии постоянного фактора  $\Delta = \frac{3^{3/2} m^4 f_{\nu}}{Q_{\text{obs}}}$ , характеризующего требуемое убывание фазовой плотности в процессе формирования карликовых галактик. Он же представляет оценку исходной фазовой плотности гравитино, отнесенную к наблюдаемой фазовой плотности в карликовых галактиках. При этом штриховые линии соответствуют пренебрежению вкладом процессов рассеяния в современную

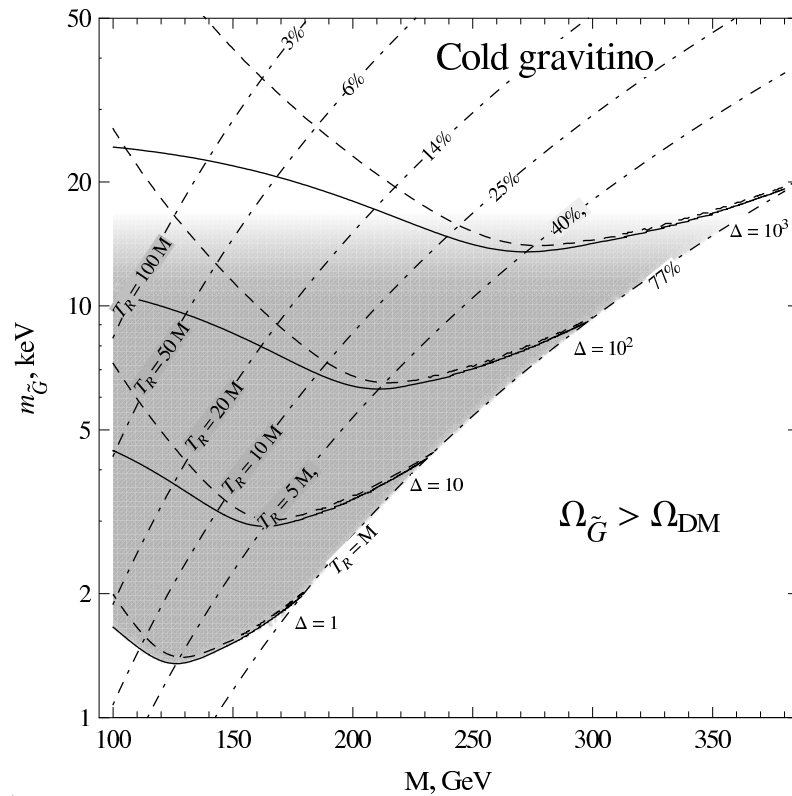


Рис. 4.3. То же, что на рисунке 4.2, но в случае сценария с бесцветными суперчастицами, имеющими одинаковую характерную массу  $M$ , присутствующими в первичной плазме. Скварки и глюино предполагаются тяжелыми, а температура разогрева удовлетворяет неравенству  $M \lesssim T_R \ll M_{\tilde{q}, \tilde{g}}$  [52].

функцию распределения, а сплошные — учету этого вклада с помощью функции распределения (4.8).

В виду наличия существенной погрешности в оценке производства гравитино в процессах рассеяния оценки для температуры разогрева стоит воспринимать как приблизительные. Это особенно важно для левых верхних областей на рисунках 4.2 и 4.3, где процессы рассеяния дают доминирующий вклад в производство гравитино. По этой же причине неточными оказываются и оценки фактора  $\Delta$ . Более того к неточностям определения исходной фазовой плотности стоит добавить неточность, следующую из незнания точной формы функции распределения гравитино, произведенных в процессах рассеяния, в области малых импульсов. В частности, нельзя исключить (маловероятной) возможности, что этот вклад заметно превосходит вклад теплового распределения (4.8).

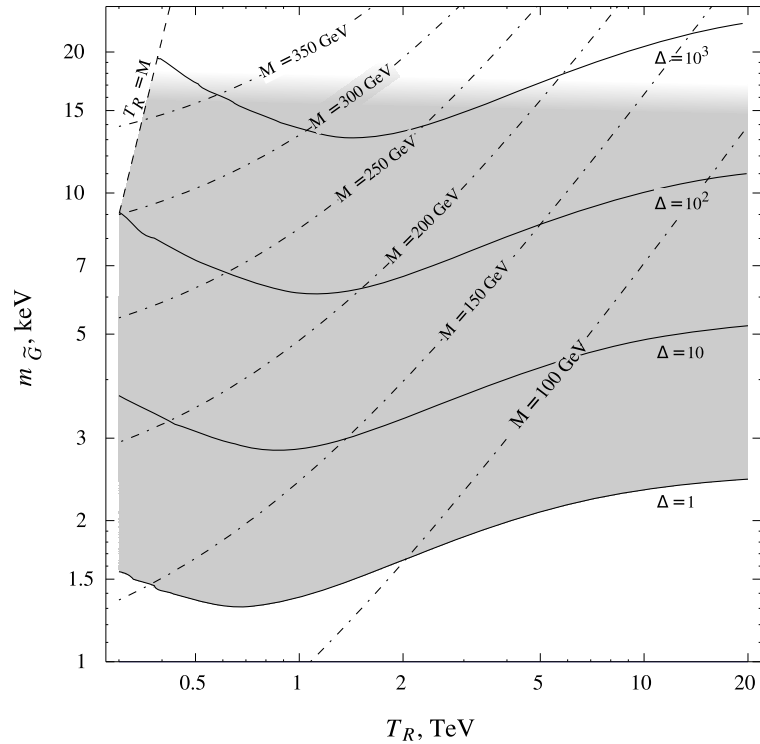


Рис. 4.4. Область, в которой гравитино является теплой темной материей, на плоскости  $(T_R, m_{\tilde{G}})$  для того же случая, что и рисунок 4.3. Линии постоянной массы суперпартнеров  $M$  показаны штрих-пунктирной линией [52].

Вне зависимости от этих неточностей, видно, что в обоих сценариях массы самых тяжелых суперчастиц в первичной плазме должны быть достаточно малы  $M < 320 - 350$  ГэВ. Современные ограничения на массы цветных суперчастиц, следующие из отсутствия производства таких частиц в протон-протонных столкновениях на большом адронном коллайдере ЛНС, имеют вид  $M_{\tilde{q}, \tilde{g}} \gtrsim 600$  ГэВ [50, 51]. В силу этих ограничений сценарий со скварками и глюино, присутствующими в первичной плазме, возможен только при условии точной подстройки масс этих частиц и температуры разогрева. В случае  $T_R \sim M_{\tilde{q}, \tilde{g}}$  концентрация последних в первичной плазме может быть сделана сколь угодно низкой, приводя к требуемой конечной плотности гравитино (или эффективно ко второму сценарию при  $T_R \gtrsim M_{\tilde{q}, \tilde{g}}$ ). Такой сценарий, однако, представляется нам крайне маловероятным.

Та же разрешенная область параметров, что и на рисунке 4.3 для сце-

нария с бесцветными частицами, производящими гравитино представлена в плоскости  $(T_R, m_{\tilde{G}})$  на рисунке 4.4. На штрих-пунктирных линиях полная плотность гравитино, произведенных обоими способами, совпадает с наблюдаемой плотностью темной материи для указанного значения массы суперпартнеров.

Стоит отметить, что мы рассматриваем только область параметров, при которых гравитино могут играть роль теплой темной материи. Согласно обсуждению влияния начальных скоростей частиц темной материи на линейный спектр мощности возмущений плотности из раздела 1.3.1 для того, чтобы частицы темной материи с функцией распределения близкой к тепловой могли играть роль частиц теплой темной материи, их массы не должны превышать десятка кэВ. С точки зрения ограничения типа Тремейна–Ганна критерием может служить тот факт, что начальная фазовая плотность частиц темной материи не превышает максимально наблюдаемую в карликовых галактиках более чем в  $\Delta \sim 10^3 - 10^4$  раз [94–97]. Видно, что оба этих критерия хорошо согласуются друг с другом.

В то же время, из рисунков 4.2 и 4.3 видно, что область больших масс гравитино является разрешенной всеми рассматриваемыми ограничениями. В этой области гравитино представляют из себя холодную темную материю. Этот сценарий достаточно тщательно исследован и ничем не уступает другим моделям холодной темной материи (см. например обзоры [48, 115]). Отметим, что для получения требуемой концентрации гравитино в роли частицы теплой темной материи приходится прилагать значительно большие усилия в подстройке параметров, чем в случае холодной темной материи, состоящей из тяжелых частиц, взаимодействующих с частицами Стандартной Модели с сечениями порядка электрослабых (WIMP).

## ГЛАВА 5

### СВЕРХЛЕГКОЕ СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ КАК ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ

В этой Главе мы рассмотрим еще одного кандидата на роль темной материи — сверхлегкое скалярное поле. Точнее, свободное действительное массивное поле  $\phi(\mathbf{x}, t)$ , описываемое Лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 . \quad (5.1)$$

В этом случае частицами темной материи являются кванты поля  $\phi$  — бозоны с нулевым спином и массой  $m$ . Эти частицы не взаимодействуют ни с частицами Стандартной модели ни сами с собой, и поэтому могут служить реалистичной моделью темной материи. Кроме того, в космологическом контексте усредненный по времени вклад скалярного поля в тензор энергии-импульса имеет форму энергии-импульса идеальной жидкости с нулевым давлением — пылевидной материи [3]. Именно это требуется от компоненты холодной темной материи. Однако, в действительности давление скалярного поля не равно в точности нулю, но, как мы рассмотрим подробнее ниже, осциллирует во времени вокруг нулевого значения. Наличие ненулевого давления приводит к тому, что джинсовская длина волны для неоднородностей плотности скалярного поля не равна нулю. Таким образом, рост возмущений плотности с малыми длинами волн в скалярном поле отличается от роста возмущений в холодной темной материи. Это особенность позволяет использовать скалярную темную материю для объяснения особенностей наблюдаемых структур на субгалактических масштабах.

Впервые скалярная темная материя как возможное решение проблем холодной темной материи на малых масштабах была предложена Р. Баркана, А. Грузиновым и В. Ху в работе [120]. В этой работе авторы показали, что джинсовская длина волны для возмущений плотности скалярного поля равна

$$r_J \approx 150 \text{ кпк} \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right)^{1/2} . \quad (5.2)$$

Как следствие, в случае, когда темная материя является скалярным полем с массой  $m = 10^{-23} - 10^{-22}$  эВ, спектр возмущений плотности темной материи испытывает подавление на масштабах, соответствующих объектам массой  $10^7 - 10^8 M_{\odot}$ . Можно ожидать, что структуры на субгалактических масштабах, образующиеся в такой темной материи будут лучше соответствовать наблюдениям, чем структуры, образуемые холодной темной материей. При этом, на пространственных масштабах, значительно превышающих джинсовскую длину, скалярное поле ничем не отличается от холодной темной материи и, как следствие, согласуется со всеми имеющимися наблюдательными данными. Сравнивая выражение (5.2) с выражением (1.18) для импульсов обрезания в теплой темной материи можно сделать вывод, что эффект подавления возмущений плотности в скалярной темной материи с массой  $m = 10^{-23} - 10^{-22}$  эВ сопоставим с аналогичным эффектом в теплой теплой темной материи с массой частиц  $m_{WDM} = 1 - 10$  кэВ.

Другой важный эффект, приводящий к подавлению образование структур на субгалактических масштабах, обусловлен квантовым принципом неопределенности для частиц темной материи. Так, для частиц с такой малой массой комптоновская длина волны составляет

$$\lambda_C \equiv \frac{1}{m} \approx 0.6 \text{ кпс} \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right), \quad (5.3)$$

и представляет минимальный пространственный масштаб, на котором можно локализовать частицы темной материи. Более того, так как темная материя в гало галактик движется с нерелятивистскими скоростями, то минимальный размер области локализации для таких частиц значительно больше, и равен соответствующей длине волны де Бройля. Для частиц темной материи в нашей Галактике характерная скорость равна  $v \sim 10^{-3}$ , и длина волны де Бройля составляет

$$\lambda_{dB} \equiv k^{-1} = \frac{1}{mv} \approx 600 \text{ пс} \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right) \left( \frac{10^{-3}}{v} \right), \quad (5.4)$$



где  $k$  — характерный импульс частиц темной материи. Отсюда видно, что неоднородности в распределении скалярной темной материи в галактическом гало не могут образовываться на масштабах существенно меньше одного килопарсека.

Отметим, что для того, чтобы решить проблемы холодной темной материи на субгалактических масштабах массовый параметр  $m$  скалярного поля должен принимать ненатурально малые с точки зрения физики частиц значения. В этом смысле скалярное поле как модель темной материи также, как и рассматриваемые ранее модели теплой темной материи, требует точной настройки параметров.

В основной части данной Главы мы рассмотрим особенности гравитационного поля, создаваемого скалярной темной материей в гало Галактики и покажем, что оно имеет характерные особенности в виде осциллирующей во времени компоненты гравитационного потенциала. Такой осциллирующий потенциал приводит к эффектам, которые находятся в диапазоне чувствительности планируемых наблюдений по хронометрированию пульсаров [121].

## 5.1 Гравитационное поле скалярной темной материи в галактике

Для того, чтобы найти гравитационное поле, создаваемое скалярной темной материей в галактическом гало, удобно описывать темную материю в терминах классического скалярного поля  $\phi(\mathbf{x}, t)$ . Классическая теория поля оказывается применимой к описанию темной материи в галактике благодаря тому, что состояние частиц темной материи в галактике характеризуется астрономически огромными числами заполнения. Учитывая, что характерная пространственная плотность частиц в галактике равна  $n = \rho_{DM}/m$ , где  $\rho_{DM} = 0.3 \text{ ГэВ}/\text{см}^3$  — плотность частиц темной материи в окрестности Солнечной Системы [122], и характерные импульсы частиц темной материи равны

$k = mv$ , числа заполнения в гало можно оценить как

$$\frac{\Delta N}{\Delta x^3 \Delta p^3} \sim n/k^3 = \frac{\rho_{DM}}{m k^3} \approx 10^{96} \left( \frac{\rho_{DM}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right) \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right). \quad (5.5)$$

В силу того, что состояние с таким числом заполнения является классическим с высокой точностью, в дальнейшем мы будем описывать скалярную темную материю в гало галактики в виде классической конфигурации скалярного поля  $\phi(\mathbf{x}, t)$ . Поле  $\phi(\mathbf{x}, t)$  удовлетворяет уравнению Клейна–Гордона — уравнению движения, следующему из Лагранжиана (5.1). Общее решение уравнения Клейна–Гордона можно представить как сумму плоских волн, характерные волновые векторы которых равны характерным импульсам частиц темной материи  $k$ . Частоты этих волн равны соответствующим энергиям частиц, и для нерелятивистских частиц темной материи в гало галактики равны  $E \simeq m + mv^2/2$ . В силу того, что скорости частиц достаточно малы, характерный временной масштаб, соответствующий второму слагаемому  $(\Delta E)^{-1} = 2/(mv^2) \approx 1 \text{ Мпк}$  значительно превышает рассматриваемые масштабы. Поэтому, в главном приближении можно положить частоту осцилляций классического поля равной массовому параметру скалярной темной материи  $m$ . Таким образом, конфигурация скалярного поля темной материи в галактике имеет вид

$$\phi(\mathbf{x}, t) = A(\mathbf{x}) \cos (m t + \alpha(\mathbf{x})) , \quad (5.6)$$

и характеризуется двумя функциями координат:  $A(\mathbf{x})$  и  $\alpha(\mathbf{x})$ . В гидродинамическом описании темной материи амплитуда  $A(\mathbf{x})$  и фаза  $\alpha(\mathbf{x})$  скалярного поля связаны с плотностью массы и потенциалом скорости течения, соответственно. В используемом приближении основная временная зависимость скалярного поля заключается в осцилляции с частотой  $m$ . Также, в силу нерелятивистского приближения, пространственная вариация функций  $A(\mathbf{x})$  и  $\alpha(\mathbf{x})$  происходит на масштабах превышающих  $\lambda_{dB}$ . Иными словами, пространственные производные поля  $\phi(\mathbf{x}, t)$  подавлены по сравнению с временными производными малым

фактором  $v$ :

$$\ddot{\phi} \sim m \phi \gg \nabla \phi \sim k \phi = v m \phi . \quad (5.7)$$

Согласно уравнению Эйнштейна общей теории относительности, источником гравитационного поля в галактическом гало является тензор энергии-импульса полей материи [123]. Для свободного скалярного поля с Лагранжианом (5.1) тензор энергии-импульса дается выражением

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} ((\partial\phi)^2 - m^2 \phi^2) . \quad (5.8)$$

Для полевой конфигурации (5.6), доминантный вклад в плотность энергии  $T_{00}$  не зависит от времени и равен

$$\rho_{DM} \equiv T_{00} \simeq \frac{1}{2} m^2 A(\mathbf{x})^2 . \quad (5.9)$$

Члены с пространственными производными поля  $\phi(\mathbf{x}, t)$  дают дополнительные вклады, осциллирующие в частотой  $\omega \equiv 2m$ , но, как обсуждалось выше, они подавлены малым фактором  $v^2$  по сравнению с основным вкладом (5.9). Для пространственных компонент тензора энергии-импульса  $T_{ij}$  все обстоит иначе — основной вклад осциллирует во времени и равен

$$T_{ij} \simeq -\frac{1}{2} m^2 A^2 \cos(2m t + 2\alpha) \delta_{ij} \equiv p(\mathbf{x}, t) \delta_{ij} . \quad (5.10)$$

Из этого выражения следует, что в данном приближении тензор энергии-импульса скалярной темной материи имеет вид тензора энергии-импульса идеальной жидкости, с осциллирующим во времени давлением. В среднем по времени величина давления равна нулю. Поэтому, в процессах параметрически более медленных, чем частота осцилляций  $\omega$ , скалярное поле с хорошей точностью можно считать пылевидной материей с нулевым давлением. В частности, такое приближение часто используется в контексте космологической эволюции [3]. В тоже время, наличие ненулевого зависящего от времени давления для темной материи в галактическом гало может привести к наблюдаемым эффектам, как мы покажем ниже.

Для того, чтобы найти гравитационное поле, создаваемое темной материей, необходимо выбрать калибровочное условие для метрического тензора. Для наших целей удобно работать в ньютоновской калибровке, где элемент интервала имеет вид

$$ds^2 = (1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t))dt^2 - (1 - 2\Psi(\mathbf{x}, t))\delta_{ij}dx^i dx^j . \quad (5.11)$$

Гравитационное поле в этой калибровке характеризуется двумя гравитационными потенциалами:  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  и  $\Phi(\mathbf{x}, t)$ . Так как временная зависимость тензора энергии-импульса ограничена членами только двух типов — постоянным во времени, либо осциллирующим с частотой  $\omega$ , то, в линейном порядке, это должно быть справедливо и для временной зависимости гравитационных потенциалов. Поэтому, мы разложим гравитационные потенциалы следующим образом:

$$\Psi(\mathbf{x}, t) \simeq \Psi_0(\mathbf{x}) + \Psi_c(\mathbf{x}) \cos(\omega t + 2\alpha(\mathbf{x})) + \Psi_s(\mathbf{x}) \sin(\omega t + 2\alpha(\mathbf{x})) , \quad (5.12)$$

и аналогично для потенциала  $\Phi(\mathbf{x}, t)$ . Ожидается, что не зависящие от времени вклады  $\Psi_0(\mathbf{x})$  и  $\Phi_0(\mathbf{x})$  в лидирующем порядке должны совпадать с гравитационными потенциалами в гало, образованного холодной темной материей, а осциллирующие вклады будут подавлены и не будут оказывать существенного влияния на строение галактики в целом.

Для того, чтобы определить гравитационные потенциалы, будет достаточно рассмотреть две из десяти компонент уравнения Эйнштейна. Временная, 00 компонента линеаризованного уравнения Эйнштейна имеет вид

$$\Delta\Psi = 4\pi GT_{00} = 4\pi G\rho_{DM} . \quad (5.13)$$

Не зависящая от времени часть этого уравнения дает стандартное уравнение Пуассона для не зависящей от времени части  $\Psi_0(\mathbf{x})$  потенциала  $\Psi$ :

$$\Delta\Psi_0 = 4\pi G\rho_{DM} . \quad (5.14)$$

То что правая часть уравнения (5.13) не содержит осциллирующих слагаемых, показывает, что амплитуды  $\Psi_c$  и  $\Psi_s$  осциллирующих вкладов в гравитационный потенциал малы по сравнению с величиной  $\Psi_0$ . Амплитуды осциллирующих вкладов можно найти из следа пространственных,  $ij$  компонент уравнения Эйнштейна. В линейном порядке по гравитационным потенциалам это уравнение имеет вид

$$-6\ddot{\Psi} + 2\Delta(\Psi - \Phi) = 8\pi G T_{kk} = 24\pi G p(\mathbf{x}, t). \quad (5.15)$$

Подставляя сюда разложение (5.12) и выделяя члены с различной временной зависимостью мы получим три уравнения. Во-первых, из не зависящей от времени части следует обычное для случая идеальной жидкости соотношение между не зависящими от времени потенциалами:  $\Psi_0(\mathbf{x}) = \Phi_0(\mathbf{x})$  [4]. Во-вторых, часть осциллирующая как  $\cos(\omega t + 2\alpha)$  определяет амплитуду  $\Psi_c$  в терминах амплитуды давления (5.10):

$$\Psi_c(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\pi G A(\mathbf{x})^2 = \pi \frac{G \rho_{DM}(\mathbf{x})}{m^2}. \quad (5.16)$$

Наконец, отсутствие в правой части уравнения (5.15) членов, осциллирующих как  $\sin(\omega t + 2\alpha)$ , показывает, что амплитуда  $\Psi_s$  является величиной следующего порядка малости по сравнению с  $\Psi_c$ . Таким образом, величина лидирующей осциллирующей части потенциала  $\Psi$  целиком выражается через наблюдаемую величину — плотность темной материи в галактическом гало. Нахождение осциллирующей части потенциала  $\Phi$  в ньютоновской калибровке требует более детального анализа уравнения Эйнштейна. К счастью, как мы увидим в следующем разделе, только амплитуда  $\Psi_c$  дает существенный вклад в наблюдаемые эффекты. Для гало нашей Галактики, амплитуда осцилляций гравитационного потенциала в окрестности Солнечной Системы в случае скалярной темной материи была бы равна

$$\Psi_c = \pi \frac{G \rho_{DM}(\mathbf{x})}{m^2} \approx 10^{-15} \left( \frac{\rho_{DM}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right) \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right)^2. \quad (5.17)$$

Отметим также, что из сравнения уравнений (5.16) и (5.14) следует, что осциллирующая часть гравитационного потенциала подавлена по сравнению с не зависящей от времени частью малым фактором порядка квадрата отношения периода осцилляций скалярного поля к характерному размеру гало, который равен по порядку величины  $(1 \text{ пк}/10 \text{ кпк})^2 = 10^{-8}$ .

## 5.2 Детектирование скалярного поля в наблюдениях за пульсарами

В предыдущем разделе, мы показали, что в галактическом гало, состоящем из скалярной темной материи с массой порядка  $10^{-23}$  эВ, гравитационный потенциал имеет компоненту, осциллирующую во времени с частотой  $2\pi\omega \approx 5$  нГц и амплитудой порядка  $10^{-15}$ . Интересно, что возмущения метрики в этом диапазоне частот и с такими амплитудами вскоре будет возможно обнаружить в планируемых экспериментах по хронометрированию пульсаров [121]. Наблюдаемый эффект заключается в том, что осциллирующая во времени метрика приводит к осциллирующим смещениям частоты распространяющихся в этой метрике сигналов, и, как следствие, к осциллирующим задержкам во времени прибытия периодических сигналов. В экспериментах по хронометрированию пульсаров регистрируются моменты прибытия импульсов от ряда соседних стабильных миллисекундных пульсаров. Импульсы таких пульсаров излучаются с очень малыми отклонениями от строгой периодичности. Однако, имеется ряд эффектов в процессе распространения, которые влияют на периодичность прибытия импульсов в системе отсчета лаборатории. В первую очередь это эффекты Доплера, связанные с движением лабораторной системы и самого пульсара, дисперсия импульса в межгалактической среде, и изменения периода, связанные с астрофизикой самого пульсара (см. например [124]). После того, как все эти эффекты учтены, остаточная временная зависимость времени прибытия импульсов связана с эффектом распространения в метрике, зависящей от времени. Таким образом, в случае обнаружения,

такая остаточная временная зависимости времен прибытия может свидетельствовать об осцилляциях гравитационного потенциала и наличии скалярной темной материи. Другой причиной временной зависимости метрики могут быть гравитационные волны [125, 126]. Именно поиск гравитационных волн является одной из основных задач экспериментов по хронометрированию пульсаров (см. [127] и приведенные там ссылки).

Оценим зависимость от времени времен прибытия импульсов, вызванную осцилляциями метрики (5.12), в случае, когда скалярная темная материя является доминантной компонентой в гало галактики. Удобно выразить задержку времени прибытия импульса к моменту времени  $t$  в виде интеграла относительного смещения частоты:

$$\Delta t(t) = - \int_0^t \frac{\Omega(t') - \Omega_0}{\Omega_0} dt' . \quad (5.18)$$

Здесь,  $\Omega(t)$  — частота прибытия импульсов, измеряемая детектором в момент времени  $t$ , а  $\Omega_0$  — частота прибытия импульсов в отсутствие возмущений метрики, которая совпадает с частотой испускания импульсов пульсаром. Эффект смещение частоты сигнала, распространяющегося в зависящей от времени метрике, аналогично эффекту Сакса–Вольфе для фотонов космического микроволнового фона [128]. В ведущем приближении смещение частоты линейно пропорционально гравитационным потенциалам  $\Psi$  и  $\Phi$ . Для сигнала, испущенного с частотой  $\Omega_0$  в точке  $\mathbf{x}_p$  момент времени  $t_p$  и детектированного в точке  $\mathbf{x}$  в момент времени  $t$  относительное смещение частоты дается выражением

$$\frac{\Omega(t) - \Omega_0}{\Omega_0} = \Psi(\mathbf{x}, t) - \Psi(\mathbf{x}_p, t_p) - \int_{t_p}^t n_i \partial_i (\Psi(\mathbf{x}', t') + \Phi(\mathbf{x}', t')) dt' . \quad (5.19)$$

Здесь  $n_i$  — единичный вектор в направлении распространения сигнала, и интеграл берется вдоль траектории сигнала  $\mathbf{x}' = \mathbf{x}'(t)$  в невозмущенной метрике. В случае, когда невозмущенная метрика является метрикой плоского пространства, время распространения сигнала  $t - t_p = D$  равно расстоянию до пульсара. Большинство хронометрируемых пульсаров расположено на рас-

стояниях порядка  $D \gtrsim 100 \text{ пк} \gg m^{-1}$  от Солнечной Системы [129]. Поэтому интегрируемое выражение в уравнении (5.19) является быстро осциллирующей функцией на интервале интегрирования. А так как характерное изменение метрики в пространстве происходит на масштабах порядка  $\lambda_{dB}$ , то интеграл в уравнении (5.19) подавлен малым множителем порядка  $\frac{k}{\omega} \sim 10^{-3}$  по сравнению с остальными членами, и мы им пренебрежем. В результате, только потенциал  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  дает ощутимый вклад в временную задержку прибытия импульсов. Более того, мы можем опустить независящее от времени слагаемое  $\Psi_0$  в гравитационном потенциале, так как оно приводит только к неизмеряемому независящему от времени смещению частоты. Окончательно, выражение для относительного смещения частоты имеет вид:

$$\frac{\Omega(t) - \Omega_0}{\Omega_0} = \Psi_c (\cos(\omega t + 2\alpha(\mathbf{x})) - \cos(\omega(t - D) + 2\alpha(\mathbf{x}_p))) . \quad (5.20)$$

Интегрируя данное выражение по времени и вычитая среднее значение за период мы получим выражение для зависящей от времени части задержки прибытия импульсов в момент времени  $t$ :

$$\Delta t(t) = \frac{2\Psi_c}{\omega} \sin\left(\frac{\omega D}{2} + \alpha(\mathbf{x}) - \alpha(\mathbf{x}_p)\right) \cos\left(\omega t + \alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{x}_p) - \frac{\omega D}{2}\right) . \quad (5.21)$$

Полученная задержка осциллирует во времени с частотой  $\omega$  и амплитудой

$$\Delta t_{DM} = \frac{2\Psi_c}{\omega} \sin\left(\frac{\omega D}{2} + \alpha(\mathbf{x}) - \alpha(\mathbf{x}_p)\right) , \quad (5.22)$$

которая зависит от расстояния до пульсара  $D$  и фазы  $\alpha$  скалярного поля в точках нахождения пульсара и детектора.

Для того, чтобы оценить чувствительность экспериментов по хронометрованию пульсаров к сигналу, производимому скалярной темной материей, сравним результат (5.22) с аналогичной задержкой времени прибытия импульсов, вызванной гравитационными волнами. В случае монохроматической гравитационной волны с частотой  $\omega$  и безразмерной амплитудой  $h_c$  амплитуда



задержки времени прибытия дается выражением (см. например [130]):

$$\Delta t_{GW} = \frac{h_c}{\omega} \sin \left( \frac{\omega D(1 - \cos \theta)}{2} \right) (1 + \cos \theta) \sin (2\psi) . \quad (5.23)$$

Здесь  $\theta$  — угол между направлением на пульсар и источник гравитационной волны, а  $\psi$  — угол поляризации гравитационной волны. Для того, чтобы сравнить эффекты, производимые скалярной темной материей и гравитационной волной, мы сравним средние квадратичные значения величин задержек (5.22) и (5.23). Усредняя квадрат выражения (5.23) по расстоянию до пульсара  $D$  (принимая во внимание, что  $\omega D \gg 1$ ), направлению  $\theta$ , и поляризации  $\psi$ , мы получим

$$\sqrt{\langle \Delta t_{GW}^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{h_c}{\omega} . \quad (5.24)$$

В тоже время, усреднение выражения (5.22) по расстоянию  $D$  дает

$$\sqrt{\langle \Delta t_{DM}^2 \rangle} = \sqrt{2} \frac{\Psi_c}{\omega} . \quad (5.25)$$

Из этого можно сделать вывод, что скалярная темная материя производит эффект, сравнимый с эффектом от гравитационной волны с характерной безразмерной амплитудой

$$h_c = 2\sqrt{3} \Psi_c = 2 \cdot 10^{-15} \left( \frac{\rho_{DM}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right) \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right)^2 , \quad (5.26)$$

и частотой

$$f \equiv 2\pi\omega = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Гц} \left( \frac{m}{10^{-23} \text{ эВ}} \right) . \quad (5.27)$$

Амплитуда сигнала от скалярной темной материи для различных значений массы скалярного поля  $m$  представлена на Рис. 5.1 вместе с кривыми чувствительности различных экспериментов по хронометрированию пульсаров. Оценки чувствительности взяты из работ [131, 132], где было рассмотрено три разных случая. Во-первых, современное ограничение, поставленное обсерваторией Паркса (Parkes PTA, [127]) составляет  $h_c \approx 2 \cdot 10^{-14}$  на частоте  $f = 8 \cdot 10^{-9}$  Гц. Во-вторых, чувствительность достижимая на этом же телескопе при наблюдении двадцати пульсаров в течении пяти лет с точностью

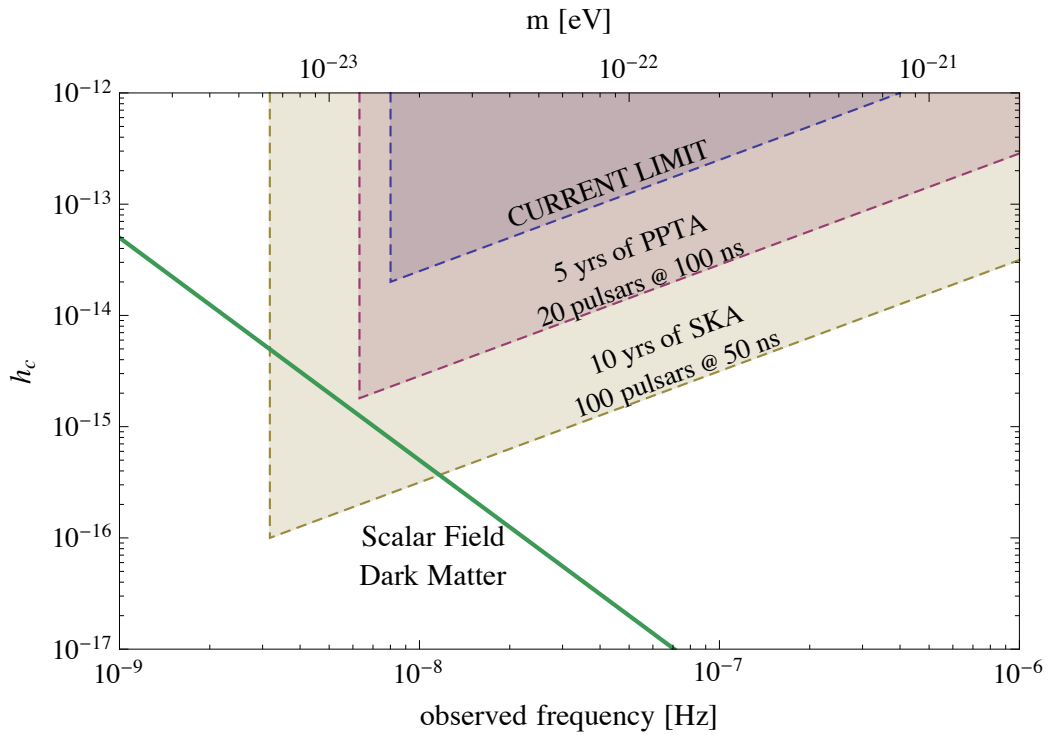


Рис. 5.1. Сигнал от скалярной темной материи (5.26) в наблюдениях по хронометрированию пульсаров для различных значений массы скалярного поля  $m$ . Закрашенные области представляют оценку чувствительности различных экспериментов по хронометрированию пульсаров (адаптировано из работ [131, 132]). Скалярная материя с массами меньше чем  $10^{-23}$  эВ ведет себя как горячая темная материя, и не совместна с наблюдениями спектра мощности возмущений плотности [120, 133].

измерения времени  $\delta t_{rms} = 100$  нс оценивается как  $h_c \approx 2 \cdot 10^{-15}$  на частоте  $f = 7 \cdot 10^{-9}$  Гц. В-третьих, предполагая, что строящийся телескоп SKA будет наблюдать сто пульсаров в течении десяти лет с точностью измерения времени 50 нс, может быть достигнута чувствительность к амплитудам на уровне  $h_c \approx 10^{-16}$  на частоте  $f = 3 \cdot 10^{-9}$  Гц. Рис. 5.1 показывает, что сигнал от скалярной темной материи может быть наблюден с помощью SKA в случае если масса темной материи  $m \lesssim 2.3 \cdot 10^{-23}$  эВ.

Заметим, что хотя амплитуда сигнала от скалярной темной материи возрастает с убыванием массы  $m$ , в темная материя с массами  $m < 10^{-23}$  эВ замываются структуры на наблюдаемых масштабах. Такая темная материя являлась бы горячей и противоречила бы наблюдательным данным (см. [120] и [133]). Поэтому, интересный диапазон масс, где сигнал может быть обнару-

жен, достаточно узок,  $10^{-23} \text{ эВ} < m \lesssim 2.3 \cdot 10^{-23} \text{ эВ}$ .

Сигнал от скалярной темной материи в наблюдениях по хронометрированию пульсаров сопоставим с сигналом, производимым фоном гравитационных волн, излучаемых массивными черными дырами, находящимися в двойных системах [131, 132]. Однако, сигнал от скалярной темной материи имеет две характерные особенности, которые позволили бы отличить его от сигнала от гравитационных волн. Во-первых, сигнал от темной материи не зависит от направления на пульсар и, во-вторых, он является эффективно монохроматическим с характерной частотой, связанной с массой скалярного поля  $m$  соотношением (5.27).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим основные результаты, полученные в диссертации.

1. Разработано статистическое обобщение ограничения на начальную фазовую плотность частиц темной материи, применимое к произвольной функции распределения. Такое ограничение можно использовать в случаях, когда начальная функция распределения частиц темной материи не ограничена, и стандартное ограничение Тремейна–Ганна оказывается неприменимым. В случае функций распределения с быстро спадающей в области максимума полученное ограничение является более сильным, чем оригинальное ограничение на максимум фазовой плотности.
2. Получено ограничение на массу стерильных нейтрино в качестве частиц темной материи в случае их производства методом Доделсона–Уидроу в нерезонансных осцилляциях в первичной плазме. Ограничение  $m_\nu \gtrsim 5.7$  кэВ оказывается несовместимым с верхним ограничением на массу стерильных нейтрино в данном сценарии, следующим из поисков сигнала распада стерильных нейтрино в галактических гало в рентгеновском диапазоне. Это позволило исключить подобный механизм производства стерильных нейтрино как основной компоненты темной материи. Численно близкое ограничение было недавно получено с помощью независимого метода — наблюдения множественных линий поглощения Лайман- $\alpha$  в спектре далеких квазаров. Это подтверждает наше исключение нерезонансно произведенных стерильных нейтрино из числа кандидатов на роль частицы темной материи.
3. Применено ограничение Тремейна–Ганна к доступным в литературе функциям распределения стерильных нейтрино темной материи, произведенных резонансным образом в присутствии в ранней Вселенной лептонной асимметрии. Для легкого стерильного нейтрино в расширении Стандартной Модели  $\nu$ MSM показано, что в случае массы стерильного

нейтрино равной нескольким кэВ такое стерильное нейтрино может составлять теплую темную материю в широком диапазоне величины лептонной асимметрии.

4. Изучено производство стерильных нейтрино в распадах тяжелых частиц в ранней Вселенной в двух частных случаях: в распадах ультрарелятивистских частиц в тепловом равновесии в первичной плазме и в распадах нерелятивистских частиц, имеющих некоторую остаточную концентрацию вне равновесия. В обоих случаях имеется доступная область параметров, в которых нейтрино имеют правильную современную плотность и удовлетворяют ограничению Тремейна–Ганна. Для распадов частиц в равновесии нейтрино должны удовлетворять условиям

$$m \gtrsim 1 \text{ кэВ}$$

$$m \frac{M^2}{\Gamma} \simeq 10^{13} \text{ ГэВ}^2.$$

Здесь  $m$  — масса нейтрино,  $M$  и  $\Gamma$  — масса и ширина распада распадающихся частиц. Стерильные нейтрино массой несколько кэВ в таком сценарии могут играть роль теплой темной материи.

В случае распадов нерелятивистских частиц их исходная концентрация может быть подобрана так, чтобы произведенные нейтрино составляли всю темную материю. Ограничение Тремейна–Ганна в этом сценарии имеет вид

$$m \gtrsim \max \left[ 145 \text{ эВ} \cdot \left( \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^* \Gamma} \right)^{1/2}, \quad 1 \text{ кэВ} \right].$$

В отличие от всех известных моделей стерильные нейтрино, произведенные таким способом, могут быть теплой темной материей имея практически сколь угодно большую массу в случае достаточно тяжелых и медленно распадающихся производящих частиц.

5. Исследовано производство легких гравитино в ранней Вселенной. Показано, что для того, чтобы гравитино могло играть роль теплой темной

материи, необходимо чтобы суперчастицы, присутствующие в равновесии в ранней Вселенной были достаточно легкими  $M \lesssim 350$  ГэВ и температура разогрева была достаточно низкой  $T_R \lesssim 5$  ТэВ. В свете современных данных поиска суперсимметричных частиц на Большом Адронном Коллайдере сценарий с гравитино в роли теплой темной материи возможен только при специальном выборе спектра масс суперчастиц и подстройке температуры разогрева в согласии с ним. В частности, предложен сценарий, когда массы скварков первых двух поколений и глюино больше температуры разогрева и они эффективно отсутствуют в первичной плазме. Для этого сценария вычислена современная концентрация гравитино, произведенных в процессах рассеяния суперчастиц.

6. С применением разработанного статистического обобщения получены ограничения Трёмейна–Ганна для гравитино в роли частиц теплой темной материи. Показано, что при условии, что удастся получить правильную современную концентрацию гравитино, гравитино может быть теплой темной материей в диапазоне масс

$$1.5 \text{ кэВ} \lesssim m_{\tilde{G}} \lesssim 20 \text{ кэВ}.$$

7. В модели со скалярным полем в роли темной материи рассчитано гравитационное поле темной материи в гало Галактики. Показано, что гравитационный потенциал имеет осциллирующую компоненту с амплитудой

$$\Psi_c \approx 10^{-15} \left( \frac{\rho_{DM}}{0.3 \text{ ГэВ/см}^3} \right) \left( \frac{10^{-23} \text{ эВ}}{m} \right)^2,$$

и частотой, равной удвоенной массе скалярного поля  $m$ . Исследована возможность обнаружения такого осциллирующего потенциала в наблюдениях по хронометрированию пульсаров. Показано, что скалярная темная материя с массами в диапазоне  $10^{-23} \text{ эВ} \lesssim m \lesssim 2.3 \cdot 10^{-23} \text{ эВ}$  может быть обнаружена в будущем с помощью строящегося телескопа SKA.

В заключение автор хотел бы выразить искреннюю признательность научным руководителям В. А. Рубакову и Д. С. Горбунову за внимание к работе, постоянную поддержку и критические замечания. Автор благодарен Ф. Л. Безрукову, С. В. Демидову, Д. Г. Левкову, А. Г. Панину, Г. И. Рубцову, С. М. Сибирякову, а также С. В. Троицкому за плодотворные и интересные обсуждения.

Хочется особенно отметить гостеприимство Европейской организации по ядерным исследованиям и Университета Людвига–Максимилиана Мюнхена, где была произведена часть работы над диссертацией. В частности, автор благодарен за поддержку К. Грожану, Гии Двали и, в особенности, Ласме Албертэ.

Автор благодарен сотрудникам и аспирантам Отдела Теоретической Физики ИЯИ РАН за уникальную творческую атмосферу и доброжелательность.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Mukhanov V. Physical foundations of cosmology. Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
2. Weinberg S. Cosmology. Oxford University Press, Oxford, 2008.
3. Gorbunov D. S., Rubakov V. A. Introduction to the theory of the early universe, Cosmological perturbations and inflationary theory. World Scientific, Hackensack, NJ, 2011.
4. Gorbunov D. S., Rubakov V. A. Introduction to the theory of the early universe: hot big bang theory. World Scientific, Hackensack, NJ, 2011.
5. Mather J. C., Cheng E., Shafer R. et al. A Preliminary measurement of the Cosmic Microwave Background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite // *Astrophys.J.* 1990. Vol. 354. P. L37–L40.
6. Smoot G. F., Bennett C., Kogut A. et al. Structure in the COBE differential microwave radiometer first year maps // *Astrophys.J.* 1992. Vol. 396. P. L1–L5.
7. Blumenthal G. R., Faber S., Primack J. R., Rees M. J. Formation of Galaxies and Large Scale Structure with Cold Dark Matter // *Nature.* 1984. Vol. 311. P. 517–525.
8. Linsky J. L., Brown A., Gayley K. et al. Goddard high-resolution spectrograph observations of the local interstellar medium and the deuterium/hydrogen ratio along the line of sight toward Capella // *Astrophys.J.* 1993. Vol. 402. P. 694–709.
9. Riess A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant // *Astron.J.* 1998. Vol. 116. P. 1009–1038. arXiv:astro-ph/9805201.
10. Perlmutter S. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae // *Astrophys.J.* 1999. Vol. 517. P. 565–586. The Supernova Cosmology Project. arXiv:astro-ph/9812133.



11. Primack J. R. Cosmology: small scale issues revisited // *New J.Phys.* 2009. Vol. 11. P. 105029. arXiv:0909.2247.
12. Primack J. R. Triumphs and tribulations of Lambda CDM, the double dark theory // *Annalen Phys.* 2012. Vol. 524. P. 535–544.
13. Kauffmann G., White S. D., Guiderdoni B. The Formation and Evolution of Galaxies Within Merging Dark Matter Haloes // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 1993. Vol. 264. P. 201.
14. Klypin A. A., Kravtsov A. V., Valenzuela O., Prada F. Where are the missing Galactic satellites? // *Astrophys.J.* 1999. Vol. 522. P. 82–92. arXiv:astro-ph/9901240.
15. Moore B., Ghigna S., Governato F. et al. Dark matter substructure within galactic halos // *Astrophys.J.* 1999. Vol. 524. P. L19–L22. arXiv:astro-ph/9907411.
16. Diemand J., Kuhlen M., Madau P. Formation and evolution of galaxy dark matter halos and their substructure // *Astrophys.J.* 2007. Vol. 667. P. 859–877. arXiv:astro-ph/0703337.
17. Strigari L. E., Bullock J. S., Kaplinghat M. et al. Redefining the Missing Satellites Problem // *Astrophys.J.* 2007. Vol. 669. P. 676–683. arXiv:0704.1817.
18. Simon J. D., Geha M. The Kinematics of the Ultra-Faint Milky Way Satellites: Solving the Missing Satellite Problem // *Astrophys.J.* 2007. Vol. 670. P. 313–331. arXiv:0706.0516.
19. Mateo M. Dwarf galaxies of the Local Group // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1998. Vol. 36. P. 435–506. arXiv:astro-ph/9810070.
20. Peebles P. The void phenomenon // *Astrophys.J.* 2001. Vol. 557. P. 495–504. arXiv:astro-ph/0101127.
21. Tinker J. L., Conroy C. The Void Phenomenon Explained // *Astrophys.J.* 2009. Vol. 691. P. 633–639. arXiv:0804.2475.

22. Boylan-Kolchin M., Bullock J. S., Kaplinghat M. The Milky Way's bright satellites as an apparent failure of LCDM // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2012. Vol. 422. P. 1203–1218. arXiv:1111.2048.
23. Papastergis E., Martin A. M., Giovanelli R., Haynes M. P. The velocity width function of galaxies from the 40light on the cold dark matter overabundance problem // *Astrophys.J.* 2011. Vol. 739. P. 38. arXiv:1106.0710.
24. Press W. H., Schechter P. Formation of galaxies and clusters of galaxies by selfsimilar gravitational condensation // *Astrophys.J.* 1974. Vol. 187. P. 425–438.
25. Sheth R. K., Tormen G. An Excursion set model of hierarchical clustering : Ellipsoidal collapse and the moving barrier // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2002. Vol. 329. P. 61. arXiv:astro-ph/0105113.
26. Lemson G., Virgo Consortium t. Halo and Galaxy Formation Histories from the Millennium Simulation: Public release of a VO-oriented and SQL-queryable database for studying the evolution of galaxies in the LambdaCDM cosmogony // *ArXiv Astrophysics e-prints.* 2006. — August. arXiv:astro-ph/0608019.
27. Springel V. The Cosmological simulation code GADGET-2 // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2005. Vol. 364. P. 1105–1134. arXiv:astro-ph/0505010.
28. Wang J., White S. D. Discreteness effects in simulations of Hot/Warm dark matter // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2007. arXiv:astro-ph/0702575.
29. Gao L., Theuns T. Lighting the Universe with filaments // *Science.* 2007. Vol. 317. P. 1527. arXiv:0709.2165.
30. Efthymiopoulos C., Voglis N., Kalapotharakos C. Special Features of Galactic Dynamics // *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag / Ed. by D. Benest, C. Froeschle, E. Lega.* Vol. 729 of *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag.* 2007. P. 297–389. arXiv:astro-ph/0610246.

31. Lynden-Bell D. Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 1967. Vol. 136. P. 101–121.
32. Tremaine S., Gunn J. Dynamical Role of Light Neutral Leptons in Cosmology // *Phys.Rev.Lett.* 1979. Vol. 42. P. 407–410.
33. Madsen J. Generalized Tremaine-Gunn limits for bosons and fermions // *Phys.Rev.* 1991. Vol. D44. P. 999–1006.
34. Madsen J. Dark matter phase space densities // *Phys.Rev.* 2001. Vol. D64. P. 027301. arXiv:astro-ph/0006074.
35. Strumia A., Vissani F. Neutrino masses and mixings and... // *ArXiv High Energy Physics - Phenomenology e-prints.* 2006. — June. arXiv:hep-ph/0606054.
36. Dodelson S., Widrow L. M. Sterile-neutrinos as dark matter // *Phys.Rev.Lett.* 1994. Vol. 72. P. 17–20. arXiv:hep-ph/9303287.
37. Shi X.-D., Fuller G. M. A new dark matter candidate: Non-thermal sterile neutrinos // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 82. P. 2832–2835. astro-ph/9810076.
38. Khalil S., Seto O. Sterile neutrino dark matter in B - L extension of the standard model and galactic 511-keV line // *JCAP.* 2008. Vol. 0810. P. 024. arXiv:0804.0336.
39. Gorbunov D., Khmelnitsky A., Rubakov V. Constraining sterile neutrino dark matter by phase-space density observations // *JCAP.* 2008. Vol. 0810. P. 041. arXiv:0808.3910.
40. Viel M., Becker G. D., Bolton J. S. et al. How cold is cold dark matter? Small scales constraints from the flux power spectrum of the high-redshift Lyman-alpha forest // *Phys.Rev.Lett.* 2008. Vol. 100. P. 041304. arXiv:0709.0131.
41. Boyarsky A., Lesgourgues J., Ruchayskiy O., Viel M. Lyman-alpha constraints on warm and on warm-plus-cold dark matter models // *JCAP.* 2009. Vol. 0905. P. 012. arXiv:0812.0010.

42. Boyarsky A., Iakubovskiy D., Ruchayskiy O., Savchenko V. Constraints on decaying Dark Matter from XMM-Newton observations of M31 // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2008. Vol. 387. P. 1361. arXiv:0709.2301.
43. Nilles H. P. *Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics* // *Phys.Rept.* 1984. Vol. 110. P. 1–162.
44. Wess J., Bagger J. *Supersymmetry and supergravity*. Princeton University Press, Princeton, 1992. P. 259.
45. Weinberg S. *The quantum theory of fields. Vol. 3: Supersymmetry*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000. P. 419.
46. Moroi T., Murayama H., Yamaguchi M. Cosmological constraints on the light stable gravitino // *Phys.Lett.* 1993. Vol. B303. P. 289–294.
47. Pradler J., Steffen F. D. Constraints on the Reheating Temperature in Gravitino Dark Matter Scenarios // *Phys.Lett.* 2007. Vol. B648. P. 224–235. arXiv:hep-ph/0612291.
48. Steffen F. D. Dark Matter Candidates - Axions, Neutralinos, Gravitinos, and Axinos // *Eur.Phys.J.* 2009. Vol. C59. P. 557–588. arXiv:0811.3347.
49. Bolz M., Brandenburg A., Buchmuller W. Thermal production of gravitinos // *Nucl.Phys.* 2001. Vol. B606. P. 518–544. arXiv:hep-ph/0012052.
50. CMS Collaboration. CMS Supersymmetry Physics Results. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResultsSUS>. 2011.
51. ATLAS Collaboration. ATLAS Supersymmetry (SUSY) searches. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/SupersymmetryPublicResults>. 2011.
52. Gorbunov D., Khmelnitsky A., Rubakov V. Is gravitino still a warm dark matter candidate? // *JHEP.* 2008. Vol. 0812. P. 055. arXiv:0805.2836.
53. Khmelnitsky A., Rubakov V. Pulsar timing signal from ultralight scalar dark matter. 2013. arXiv:1309.5888.

54. Mukhanov V. F., Feldman H., Brandenberger R. H. Theory of cosmological perturbations. Part 1. Classical perturbations. Part 2. Quantum theory of perturbations. Part 3. Extensions // *Phys.Rept.* 1992. Vol. 215. P. 203–333.
55. Lyth D. H., Liddle A. R. The primordial density perturbation: Cosmology, inflation and the origin of structure. Cambridge University Press, Cambridge, 2009. P. 497.
56. Komatsu E. et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation // *Astrophys.J.Suppl.* 2011. Vol. 192. P. 18. arXiv:1001.4538.
57. Tegmark M. et al. The 3D power spectrum of galaxies from the SDSS // *Astrophys. J.* 2004. Vol. 606. P. 702–740. astro-ph/0310725.
58. Wang Y., Spergel D. N., Strauss M. A. Cosmology in the next millennium: Combining MAP and SDSS data to constrain inflationary models // *Astrophys.J.* 1999. Vol. 510. P. 20. arXiv:astro-ph/9802231.
59. Hinshaw G. et al. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: The Angular power spectrum // *Astrophys.J.Suppl.* 2003. Vol. 148. P. 135. arXiv:astro-ph/0302217.
60. Hoekstra H., Yee H. K., Gladders M. D. Constraints on  $\Omega(M)$  and  $\Sigma(8)$  from weak lensing in RCS fields // *Astrophys.J.* 2002. Vol. 577. P. 595–603. arXiv:astro-ph/0204295.
61. Gnedin N. Y., Hamilton A. J. Matter power spectrum from the Lyman-alpha forest: Myth or reality? // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2002. Vol. 334. P. 107–116. arXiv:astro-ph/0111194.
62. Mukhanov V. F., Chibisov G. Quantum Fluctuation and Nonsingular Universe. (In Russian) // *JETP Lett.* 1981. Vol. 33. P. 532–535.
63. Starobinsky A. A. Dynamics of Phase Transition in the New Inflationary Universe Scenario and Generation of Perturbations // *Phys.Lett.* 1982. Vol. B117. P. 175–178.

64. Guth A. H., Pi S. Fluctuations in the New Inflationary Universe // *Phys.Rev.Lett.* 1982. Vol. 49. P. 1110–1113.
65. Bernardeau F., Colombi S., Gaztanaga E., Scoccimarro R. Large scale structure of the universe and cosmological perturbation theory // *Phys.Rept.* 2002. Vol. 367. P. 1–248. arXiv:astro-ph/0112551.
66. Gunn J. E., Gott I., J. Richard. On the infall of matter into cluster of galaxies and some effects on their evolution // *Astrophys.J.* 1972. Vol. 176. P. 1–19.
67. Efstathiou G., Davis M., Frenk C., White S. D. Numerical Techniques for Large Cosmological N-Body Simulations // *Astrophys.J.Suppl.* 1985. Vol. 57. P. 241–260.
68. Bertschinger E. Simulations of structure formation in the universe // *Ann.Rev.Astron.Astrophys.* 1998. Vol. 36. P. 599–654.
69. Zemp M. The Structure of Cold Dark Matter Halos: Recent Insights from High Resolution Simulations // *Mod.Phys.Lett.* 2009. Vol. A24. P. 2291–2305. arXiv:0909.4298.
70. Diemand J., Moore B. The structure and evolution of cold dark matter halos // *Adv.Sci.Lett.* 2011. Vol. 4. P. 297–310. arXiv:0906.4340.
71. Navarro J. F., Ludlow A., Springel V. et al. The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2010. — February. Vol. 402. P. 21–34. 0810.1522.
72. Diemand J., Kuhlen M., Madau P. et al. Clumps and streams in the local dark matter distribution // *Nature.* 2008. Vol. 454. P. 735–738. arXiv:0805.1244.
73. Springel V., Wang J., Vogelsberger M. et al. The Aquarius Project: the subhalos of galactic halos // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2008. Vol. 391. P. 1685–1711. arXiv:0809.0898.

74. Stadel J., Potter D., Moore B. et al. Quantifying the heart of darkness with GHALO - a multibillion particle simulation of a galactic halo // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2009. — September. Vol. 398. P. L21–L25. 0808.2981.
75. Monaghan J. Smoothed particle hydrodynamics // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1992. Vol. 30. P. 543–574.
76. Flores R. A., Primack J. R. Observational and theoretical constraints on singular dark matter halos // *Astrophys.J.* 1994. Vol. 427. P. L1–4. Revised version. arXiv:astro-ph/9402004.
77. Moore B. Evidence against dissipationless dark matter from observations of galaxy haloes // *Nature.* 1994. Vol. 370. P. 629.
78. Gentile G., Salucci P., Klein U. et al. The Cored distribution of dark matter in spiral galaxies // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2004. Vol. 351. P. 903. arXiv:astro-ph/0403154.
79. Spano M., Marcelin M., Amram P. et al. GHASP: An H-alpha kinematic survey of spiral and irregular galaxies. 5. Dark matter distribution in 36 nearby spiral galaxies // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2007. arXiv:0710.1345.
80. de Naray R. K., McGaugh S. S., Mihos J. C. Constraining the NFW Potential with Observations and Modeling of LSB Galaxy Velocity Fields // *Astrophys.J.* 2009. Vol. 692. P. 1321–1332. arXiv:0810.5118.
81. Strigari L. E., Bullock J. S., Kaplinghat M. et al. A large dark matter core in the fornax dwarf spheroidal galaxy? // *Astrophys.J.* 2006. Vol. 652. P. 306–312. arXiv:astro-ph/0603775.
82. Kazantzidis S., Mayer L., Mastropietro C. et al. Density profiles of cold dark matter substructure: Implications for the missing satellites problem // *Astrophys.J.* 2004. Vol. 608. P. 663–679. arXiv:astro-ph/0312194.

83. Kravtsov A. V., Gnedin O. Y., Klypin A. A. The Tumultuous lives of Galactic dwarfs and the missing satellites problem // *Astrophys.J.* 2004. Vol. 609. P. 482–497. arXiv:astro-ph/0401088.
84. Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. A Universal density profile from hierarchical clustering // *Astrophys.J.* 1997. Vol. 490. P. 493–508. arXiv:astro-ph/9611107.
85. Gnedin O. Y., Zhao H. Maximum feedback and dark matter profiles of dwarf galaxies // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2002. Vol. 333. P. 299. arXiv:astro-ph/0108108.
86. Pontzen A., Governato F. How supernova feedback turns dark matter cusps into cores // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2012. — April. Vol. 421. P. 3464–3471. arXiv:1106.0499.
87. Seljak U., Zaldarriaga M. A Line of sight integration approach to cosmic microwave background anisotropies // *Astrophys.J.* 1996. Vol. 469. P. 437–444. arXiv:astro-ph/9603033.
88. Lewis A., Challinor A., Lasenby A. Efficient computation of CMB anisotropies in closed FRW models // *Astrophys.J.* 2000. Vol. 538. P. 473–476. arXiv:astro-ph/9911177.
89. Somerville R. S., Bullock J. S., Livio M. The epoch of reionization in models with reduced small scale power // *Astrophys.J.* 2003. Vol. 593. P. 616–621. arXiv:astro-ph/0303481.
90. Yoshida N., Sokasian A., Hernquist L., Springel V. Early structure formation and reionization in a warm dark matter cosmology // *Astrophys.J.* 2003. Vol. 591. P. L1–L4. arXiv:astro-ph/0303622.
91. Asaka T., Shaposhnikov M., Kusenko A. Opening a new window for warm dark matter // *Phys.Lett.* 2006. Vol. B638. P. 401–406. arXiv:hep-ph/0602150.



92. Tremaine S., Henon M., Lynden-Bell D. H-functions and mixing in violent relaxation // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 1986. — March. Vol. 219. P. 285–297.
93. Dalcanton J. J., Hogan C. J. Halo cores and phase space densities: Observational constraints on dark matter physics and structure formation // *Astrophys.J.* 2001. Vol. 561. P. 35–45. arXiv:astro-ph/0004381.
94. Peirani S., Durier F., De Freitas Pacheco J. A. Evolution of the phase-space density of dark matter halos and mixing effects in merger events // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2006. Vol. 367. P. 1011–1016. arXiv:astro-ph/0512482.
95. Peirani S., de Freitas Pacheco J. A. Phase-Space Evolution of Dark Matter Halos // *Astrophys.J.* 2007. arXiv:astro-ph/0701292.
96. Vass I., Valluri M., Kravtsov A., Kazantzidis S. Evolution of the Dark Matter Phase-Space Density Distributions of LCDM Halos // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2009. Vol. 395. P. 1225–1236. arXiv:0810.0277.
97. Vass I. M., Kazantzidis S., Valluri M., Kravtsov A. V. Evolution of Dark Matter Phase-Space Density Distributions in Equal-Mass Halo Mergers // *Astrophys.J.* 2009. Vol. 698. P. 1813–1825. arXiv:0812.3659.
98. Wyse R. F., Gilmore G. Observed Properties of Dark Matter on Small Spatial Scales // *IAU Symp.* 2007. arXiv:0708.1492.
99. Walcher C. J., van der Marel R., McLaughlin D. et al. Masses of star clusters in the nuclei of bulge-less spiral galaxies // *Astrophys.J.* 2004. Vol. 618. P. 237–246. arXiv:astro-ph/0409216.
100. Gilmore G., Wilkinson M. I., Wyse R. F. et al. The Observed properties of Dark Matter on small spatial scales // *Astrophys.J.* 2007. Vol. 663. P. 948–959. arXiv:astro-ph/0703308.
101. Hogan C. J., Dalcanton J. J. New dark matter physics: clues from halo structure // *Phys.Rev.* 2000. Vol. D62. P. 063511. arXiv:astro-ph/0002330.

102. Loveday J. The Local Space Density of Dwarf Galaxies // *Astrophys.J.* 1997. — November. Vol. 489. P. 29. arXiv:astro-ph/9703022.
103. Minkowski P.  $\mu \rightarrow e \gamma$  at a Rate of One Out of 1-Billion Muon Decays? // *Phys.Lett.* 1977. Vol. B67. P. 421.
104. Mohapatra R. N., Senjanovic G. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Violation // *Phys.Rev.Lett.* 1980. Vol. 44. P. 912.
105. Fukugita M., Yanagida T. Baryogenesis Without Grand Unification // *Phys.Lett.* 1986. Vol. B174. P. 45.
106. Akhmedov E. K., Rubakov V., Smirnov A. Baryogenesis via neutrino oscillations // *Phys.Rev.Lett.* 1998. Vol. 81. P. 1359–1362. arXiv:hep-ph/9803255.
107. Asaka T., Shaposhnikov M. The nuMSM, dark matter and baryon asymmetry of the universe // *Phys.Lett.* 2005. Vol. B620. P. 17–26. arXiv:hep-ph/0505013.
108. Asaka T., Blanchet S., Shaposhnikov M. The nuMSM, dark matter and neutrino masses // *Phys.Lett.* 2005. Vol. B631. P. 151–156. arXiv:hep-ph/0503065.
109. Abazajian K., Fuller G. M., Patel M. Sterile neutrino hot, warm, and cold dark matter // *Phys. Rev.* 2001. Vol. D64. P. 023501. astro-ph/0101524.
110. Laine M., Shaposhnikov M. Sterile neutrino dark matter as a consequence of nuMSM- induced lepton asymmetry // *JCAP.* 2008. Vol. 0806. P. 031. arXiv:0804.4543.
111. Shaposhnikov M., Tkachev I. The nuMSM, inflation, and dark matter // *Phys.Lett.* 2006. Vol. B639. P. 414–417. arXiv:hep-ph/0604236.
112. Dubovsky S., Gorbunov D., Troitsky S. V. Gauge mechanism of mediation of supersymmetry breaking // *Phys.Usp.* 1999. Vol. 42. P. 623–651. arXiv:hep-ph/9905466.

113. Borgani S., Masiero A., Yamaguchi M. Light gravitinos as mixed dark matter // *Phys.Lett.* 1996. Vol. B386. P. 189–197. arXiv:hep-ph/9605222.
114. Asaka T., Hamaguchi K., Suzuki K. Cosmological gravitino problem in gauge mediated supersymmetry breaking models // *Phys.Lett.* 2000. Vol. B490. P. 136–146. arXiv:hep-ph/0005136.
115. Feng J. L., Su S., Takayama F. Supergravity with a gravitino LSP // *Phys.Rev.* 2004. Vol. D70. P. 075019. arXiv:hep-ph/0404231.
116. Allanach B., Battaglia M., Blair G. et al. The Snowmass points and slopes: Benchmarks for SUSY searches // *Eur.Phys.J.* 2002. Vol. C25. P. 113–123. arXiv:hep-ph/0202233.
117. Pradler J. Electroweak Contributions to Thermal Gravitino Production // *ArXiv e-prints.* 2007. — August. arXiv:0708.2786.
118. Rychkov V. S., Strumia A. Thermal production of gravitinos // *Phys.Rev.* 2007. Vol. D75. P. 075011. arXiv:hep-ph/0701104.
119. Braaten E., Yuan T. C. Calculation of screening in a hot plasma // *Phys.Rev.Lett.* 1991. Vol. 66. P. 2183–2186.
120. Hu W., Barkana R., Gruzinov A. Cold and fuzzy dark matter // *Phys.Rev.Lett.* 2000. Vol. 85. P. 1158–1161. arXiv:astro-ph/0003365.
121. Kramer, Michael, 2 and Backer, D.C. and Cordes, J.M. and Lazio, T.J.W. and Stappers, B.W. and others. Strong-field tests of gravity using pulsars and black holes // *New Astron.Rev.* 2004. Vol. 48. P. 993–1002. arXiv:astro-ph/0409379.
122. Klypin A., Zhao H., Somerville R. S. Lambda CDM-based models for the Milky Way and M31 I: Dynamical models // *Astrophys.J.* 2002. Vol. 573. P. 597–613. arXiv:astro-ph/0110390.
123. Л. Д. Ландау and Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика. Теория поля. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.

124. Hobbs G., Jenet F., Lee K. J. et al. TEMPO2: a new pulsar timing package - III. Gravitational wave simulation // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2009. — April. Vol. 394. P. 1945–1955. arXiv:0901.0592.
125. Sazhin M. V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves // *Soviet Astronomy.* 1978. — February. Vol. 22. P. 36–38.
126. Detweiler S. L. Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves // *Astrophys.J.* 1979. Vol. 234. P. 1100–1104.
127. Jenet F. A., Hobbs G., van Straten W. et al. Upper bounds on the low-frequency stochastic gravitational wave background from pulsar timing observations: Current limits and future prospects // *Astrophys.J.* 2006. Vol. 653. P. 1571–1576. arXiv:astro-ph/0609013.
128. Sachs R., Wolfe A. Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background // *Astrophys.J.* 1967. Vol. 147. P. 73–90.
129. Manchester R. N., Hobbs G., Bailes M. et al. The Parkes Pulsar Timing Array Project // *Publications of the Astron. Soc. of Australia.* 2013. — January. Vol. 30. P. 17. arXiv:1210.6130.
130. Wen Z., Jenet F., Yardley D. et al. Constraining the coalescence rate of supermassive black-hole binaries using pulsar timing // *Astrophys.J.* 2011. Vol. 730. P. 29. arXiv:1103.2808.
131. Sesana A., Vecchio A., Colacino C. N. The stochastic gravitational-wave background from massive black hole binary systems: implications for observations with Pulsar Timing Arrays // *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 2008. — October. Vol. 390. P. 192–209. 0804.4476.
132. Sesana A., Vecchio A. Gravitational waves and pulsar timing: stochastic background, individual sources and parameter estimation // *Class.Quant.Grav.* 2010. Vol. 27. P. 084016. arXiv:1001.3161.

133. Marsh D. J., Ferreira P. G. Ultra-Light Scalar Fields and the Growth of Structure in the Universe // Phys.Rev. 2010. Vol. D82. P. 103528. arXiv:1009.3501.