

На правах рукописи

Харук
Иван Вячеславович

Применение конструкции смежных классов
к изучению теорий с нелинейной реализацией
пространственно-временных симметрий

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук.

Научный руководитель:

Сибиряков Сергей Михайлович, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН), отдел теоретической физики, старший научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Иванов Евгений Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, Объединённый институт ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна), лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, начальник сектора;

Мецаев Руслан Романович, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (ФИАН, г. Москва), лаборатория квантовой теории поля, ведущий научный сотрудник.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (МИАН, г. Москва).

Защита состоится 03 октября 2019 года в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 002.119.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7А.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН, а также на сайте <http://www.inr.ru/rus/referat/dis-zasch.html>.

Автореферат разослан _____

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.119.01,

кандидат физико-математических наук

Демидов С.В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Понятие симметрий занимает одно из ключевых мест в современной фундаментальной физике. Причина этого в том, что применение подходов, основанных на симметричных соображениях, оказалось крайне продуктивным при построении математических моделей физических явлений. Так, имеющиеся экспериментальные данные по исследуемому явлению могут накладывать сильные ограничения на соответствующую математическую теорию. Подобные ограничения выражаются в требовании инвариантности уравнений теории относительно определенных преобразований, совокупность которых и называется симметриями теории. Наличие подобных симметрий сильно сужает класс возможных математических моделей явления, что существенно упрощает процедуру поиска последних. Также, поскольку множество всех симметрий образуют группу, оказывается возможным применить теоретико-групповой подход для построения соответствующих лагранжианов. В совокупности, это позволяет формализовать задачу построения искомой теории и подойти к ней более конструктивно.

Одним из наиболее ярких примеров успешности применения теоретико-группового подхода стало создание теории сильных взаимодействий в 1960-х годах. А именно, поиск симметрий позволил не только осмыслить и систематизировать экспериментальные данные по известным на тот момент адронам, набор которых имел красноречивое название “зоопарк частиц”, но и предсказать новые. В итоге была обнаружена так называемая кварковая структура адронов. В терминах симметрий она выражается тем, что сильные взаимодействия имеют внутреннюю, так называемую “ароматовую”, $SU(3)$ симметрию. Другой пример, о котором также необходимо упомянуть, это создание Стандартной модели.

Она наиболее полно описывает все известные нам на сегодняшний день фундаментальные взаимодействия (за исключением гравитации), и на языке теории групп выражается в том, что сильные и электрослабые взаимодействия имеют $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ симметрию, где под $SU(3)$ понимается “цветовая” симметрия. Стоит отметить, что данные симметрии являются калибровочными, то есть действующими в каждой точке пространства-времени независимо (при этом предполагается, что параметры преобразований являются гладкой функцией координат). Как ещё один пример, важнейшее наблюдение, что окружающий нас мир однороден и изотропен, совместно с принципом равноправия всех инерциальных систем отсчёта, привело к понятию Пуанкаре-инвариантности, которой должны обладать все физические теории. Наконец, требования независимости физических наблюдаемых от выбора координат можно рассматривать как основу общей теории относительности. Значимость перечисленных конструкций в современной физике невозможно переоценить.

В настоящее время применение теоретико-группового подхода к построению физически значимых теорий очень хорошо разработано. Среди соответствующих техник можно выделить две, в которых фундаментальную роль играет теория представлений. Первая из них — это метод индуцированных представлений [1, 2]. Его важность заключается в том, что он позволяет естественным образом перейти от понятия элементов некоторого векторного пространства V к понятию V -значных функций, которыми и являются все используемые в физике поля. В большинстве случаев, он эквивалентен введению полей как сечений над расслоением, но позволяет лучше проследить лежащую в основе этой конструкции групповую структуру. В частности, на использовании этой техники основан такой фундаментальный результат, как классификация всех неприводимых представлений группы Пуанкаре по Вигнеру [3, 4].

Второй важной техникой является конструкция смежных классов [1]. Значимость данной техники состоит в том, что при выполнении ряда условий она позволяет получить все необходимые величины для построения лагранжианов с произвольной группой симметрий G . Поскольку часть этих симметрий может быть реализована нелинейно, данная техника оказывается незаменимой при построении эффективных низкоэнергетических действий, возникающих при спонтанном нарушении симметрий. Так, несмотря на невозможность проведения прямых вычислений в теории в силу сильносвязности последней, а также незнания явного механизма спонтанного нарушения симметрии, данная техника позволила описать физику пионов как связанного состояния кварков. В физической литературе формализм для построения эффективных теорий, возникающих при спонтанном нарушении внутренних симметрий, был впервые приведён в работах [5, 6]. В частности, в них было показано, что все возможные нелинейные реализации группы эквивалентны представлению, получаемому при использовании предлагаемого авторами подхода. Данная техника получила название $CCWZ$ -конструкции (по первым буквам фамилии авторов), и, по сути, представляет конструкцию смежных классов для данного случая.

Обсуждаемая техника оказалась также незаменимой и с феноменологической точки зрения, поскольку позволяет установить соотношения между амплитудами различных процессов при наличии спонтанного нарушения симметрий в теории. Наличие подобных соотношений отражает тот факт, что “нарушенные” симметрии по-прежнему являются симметриями теории, только нелинейно реализованными. Данный факт позволяет предлагать и проверять возможные варианты ультрафиолетового пополнения теорий, что важно при попытках унификации известных взаимодействий, а также экспериментальной проверке существующих теорий. В частности, предположение о том, что электрослабые

взаимодействия описываются калибровочной $SU(2) \times U(1)$ симметрией, которая спонтанно нарушается до $U(1)_V$ ненулевым вакуумным средним поля Хиггса,

$$SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_V, \quad (1)$$

фиксирует вид взаимодействия поля Хиггса с остальными частицами. В настоящее время проверка подобных соотношений является одной из важнейших задач действующих экспериментов. Возможное отклонение от предсказанных Стандартной моделью величин позволило бы продвинуться дальше в попытках расширения последней. А именно, обнаружение подобных отклонений могло бы указать возможные пути решения таких проблем современной фундаментальной физики как проблемы тёмной материи и энергии и проблема иерархии масс.

Однако, несмотря на достаточно глубокую изученность обозначенных выше техник, можно выделить две физически интересные задачи, которые пока не были окончательно решены в их рамках.

Первая из них связана с построением эффективных лагранжианов в случае спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий [7]. Прямое изучение подобных систем показало, что они ведут себя качественно иным образом по сравнению с хорошо изученным случаем спонтанного нарушения внутренних симметрий в двух аспектах. Во-первых, стандартное правило, гласящее, что каждому нарушенному генератору симметрий необходимо сопоставить намбу-голдстоуновскую моду, оказывается неверным, поскольку их полный набор может оказаться избыточным [8, 9]. Последнее понимается в том смысле, что различные конфигурации намбу-голдстоуновских полей могут описывать одно и то же возмущение параметра порядка. Например, флуктуации скалярной доменной стенки возможно

описывать как с помощью намбу-голдстоуновского поля для нарушенной трансляционной инвариантности, так и в терминах намбу-голдстоуновских полей для нарушенных генераторов группы Лоренца [8]. В силу устоявшейся терминологии, в дальнейшем под намбу-голдстоуновскими модами будут пониматься все возмущения вакуума, получаемые при действии на него нарушенными генераторами (таким образом, избыточные поля также считаются намбу-голдстоуновскими полями). Дальнейшее изучение данного вопроса показало, что возможная избыточность набора намбу-голдстоуновских полей тесно связана с представлением пространственно-временной группы, к которому принадлежит параметр порядка [10–12]. Чтобы исключить лишние поля и получить теории с правильным количеством степеней свободы, был предложен механизм, известный как обратный механизм Хиггса [8,9]. Его суть заключается в том, что на часть намбу-голдстоуновских мод налагается согласованная с симметриями связь. Это позволяет уменьшить количество степеней свободы в теории, и нелинейно реализовать группу симметрий с помощью меньшего количества полей. Но, несмотря на то, что данный механизм понятен с математической точки зрения, его физический смысл остаётся предметом дискуссий [11–14]. Также не установлен однозначный математический критерий, когда подобные условия необходимо накладывать, а когда нет. Это вносит неопределенность в конструкцию, которую оказывается возможно преодолеть только при привлечении физических соображений. Однако, с математической точки зрения подобные неопределенности неестественны, поскольку схема спонтанного нарушения симметрий должна однозначно фиксировать требуемое количество намбу-голдстоуновских полей. Таким образом, данный аспект спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий не получил исчерпывающего объяснения в рамках принятого на сегодняшний день подхода.

Второй особенностью спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий является то, что часть намбу-голдстоуновских полей может оказаться массивными [12, 15–17]. В этой связи стоит заметить, что, *a priori*, намбу-голдстоуновские поля не обязаны быть безмассовыми, и теорема Намбу-Голдстоуна доказывает этот факт только для случая спонтанного нарушения внутренних симметрий. Данная особенность спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий была также замечена с перспективы разрабатывания ультрафиолетового пополнения эффективных теорий [10]. А именно, была рассмотрена теория, возникающая в результате следующей схемы спонтанного нарушения симметрий:

$$ISO(1,3) \times SO(3) \times U(1) \rightarrow (P_t + \mu Q) \times SO(3)_{diag}, \quad (2)$$

где $ISO(1,3)$ — группа Пуанкаре, P_t — подгруппа временных трансляций, Q — генератор $U(1)$, μ является некоторым параметром, и $SO(3)$ является внутренней группой симметрий. Оказалось, что для её ультрафиолетового пополнения необходимо ввести массивные поля, которые не являются радиальными модами. Данные наблюдения согласуются с результатами применения конструкции смежных классов к схеме (2), поскольку часть возникающих при этом мод действительно оказываются массивными. Более того, массивными оказываются именно те моды, от которых можно избавиться путём применения обратного механизма Хиггса. Также известны примеры теорий, которые описываются одинаковой схемой спонтанного нарушения симметрий, но имеют разный параметр порядка. Последнее приводит к тому, что в некоторых из них массивные намбу-голдстоуновские моды не возникают ни при каких энергиях, в то время как другие требуют введения подобных полей [10, 12]. Таким образом, обсуждаемая особенность теорий со спонтанно нарушенными симметриями, как и предыдущая, оказывается тесно связанной с пространственно-временным пред-

ставлением параметра порядка. Это наблюдение показывает, что обе особенности подобных теорий могут быть тесно связаны между собой. Установление подобной связи позволило бы однозначно ответить на вопрос о физическом смысле обратного механизма Хиггса и о том, когда часть намбу-голдстоуновских мод массивна. Однако, подобное исследование пока не было проведено.

Ещё один физически интересный вопрос, который также пока не был решён в рамках конструкции смежных классов, связан с построением конформно-инвариантных лагранжианов. Подобные теории представляют физический интерес в контексте так называемой AdS/CFT дуальности [18, 19], а также инфляционной теории и связанных с ней проблем [20, 21]. Задача классификации представлений конформной группы и соответствующих им уравнений движения была давно решена в рамках метода индуцированных представлений [22]. Однако, вопрос о том, как необходимо применять конструкцию смежных классов к построению конформно-инвариантных лагранжианов, остаётся открытым. Решение данного вопроса позволило бы подойти более систематически к построению подобных теорий, а также прояснило бы роль намбу-голдстоуновских полей для специальных конформных преобразований, возникающих как в ненарушенной, так и в спонтанно нарушенной фазах. Главная причина, по которой подобная техника пока не была разработана, заключается в том, что для применимости конструкции смежных классов оказывается необходимым выбрать смежный класс в виде

$$g_H = e^{iP_\mu x^\mu} e^{iK_\nu y^\nu}, \quad (3)$$

где P_μ и K_ν являются генераторами трансляций и специальных конформных преобразований соответственно. Следуя стандартной технике, x^μ следует рассматривать как координаты, в то время как роль y^ν остаётся неясной. Действительно, с одной стороны, рассматривать их как поля неестественно, поскольку известные кон-

формные теории поля не обязательно включают в себя подобное векторное поле. С другой стороны, если рассматривать их как координаты, то конформные теории поля оказываются определенными на пространстве удвоенной размерности, и, таким образом, не соответствуют физическим теориям. В нескольких работах была предпринята попытка решения этой проблемы [23–25]. Однако, ни одну из них нельзя признать полностью удовлетворительной, поскольку они либо использовали методы, выходящие за пределы конструкции смежных классов, либо налагали необоснованные требования. Более того, в рамках предложенных подходов не были воспроизведены лагранжианы наиболее известных конформных теорий поля. Совокупность данных фактов показывает, что задача построения конформно-инвариантных теорий при помощи конструкции смежных классов пока не решена.

Несмотря на перечисленные выше проблемы, конструкция смежных классов, тем не менее, применяется для построения эффективных лагранжианов в случае спонтанного нарушения конформной инвариантности [9,26,27]. В этом случае смежный класс (3), помимо K_V , содержит другие нарушенные генераторы, а все параметры, за исключением x^μ , рассматриваются как поля. Для этого случая известно, что y^V не описывают независимые флуктуации параметра порядка [8,9]. Поэтому, чтобы исключить y^V из состава динамических полей, применяется обратный механизм Хиггса, который позволяет выразить y^V через поле дилатона. Однако, поскольку не установлена роль y^V в ненарушенной фазе, то корректность такой процедуры и её физический смысл остаются открытыми вопросами.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью настоящей работы является изучение и расширение границ применимости конструкции смежных классов при построении лагранжианов с заданными пространственно-временными

симметриями, в том числе спонтанно нарушенными. Более точно, работа ставит перед собой следующие две задачи.

Первая задача заключается в разработке техники построения эффективных лагранжианов при спонтанном нарушении пространственно-временных симметрий в рамках конструкции смежных классов, которая была бы лишена недостатков стандартного формализма. А именно, она должна, во-первых, вводить все физические поля (и только их) исходя из схемы спонтанного нарушения симметрий и представления параметра порядка, и, во-вторых, воспроизводить члены в эффективном лагранжиане, соответствующие массивным намбу-голдстоуновским полям. В частности, это подразумевает более глубокое изучение обратного механизма Хиггса как с математической, так и физической точек зрения. Конечная цель данной задачи — это обобщение известных наблюдений в данной области и установление аналога теоремы Намбу-Голдстоуна для спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий, которая бы однозначно определяла количество и свойства намбу-голдстоуновских полей.

Вторая задача работы состоит в установлении формализма построения конформно-инвариантных теорий в рамках конструкции смежных классов, в том числе в спонтанно-нарушенной фазе. Это позволит установить роль намбу-голдстоуновских полей для специальных конформных преобразований как в ненарушенной, так и в спонтанно нарушенной фазах. Данная цель включает в себя также изучение обратного механизма Хиггса, его интерпретации и границ применимости в этом случае.

Методология и методы исследования

В основе стандартной техники смежных классов, используемой при построении эффективных теорий, лежит метод индуцированных представлений. Цели настоящей работы достигаются посредством обобщения данной связи с учётом всех нюансов

теорий со спонтанно нарушенными пространственно-временными симметриями.

Положения, выносимые на защиту

1. Установлен аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий. Показано, что всем генераторам, не аннигилирующим вакуум в начале координат, и только им, соответствуют независимые степени свободы.
2. Исследована физическая интерпретация обратного эффекта Хиггса в случае, когда часть намбу-голдстоуновских мод являются избыточными. Показано, что он соответствует переопределению степеней свободы в теории таким образом, что поля материи не преобразуются под действием всех спонтанно нарушенных симметрий.
3. Разработан метод построения конформно-инвариантных теорий при помощи конструкции смежных классов. Показано, что “намбу-голдстоуновское” поле для специальных конформных преобразований играет роль координат вокруг одного из полюсов сферы. Правило вхождения данного поля в конструируемые при помощи разработанной техники лагранжианы гарантирует, что вириальный ток подобных теорий является полной производной.
4. Установлен математически строгий способ построения конформно-инвариантных теорий со спонтанно нарушенной конформной инвариантностью. Показано, что стандартный подход к построению подобных теорий не является математически строгим, но, тем не менее, позволяет воспроизвести всевозможные эффективные лагранжианы, возникающие при спонтанном нарушении конформной группы.

5. Предложено расширение техники обратного эффекта Хиггса на случай, когда оказывается возможным наложить различные G -инвариантные условия связи.

Научная новизна

Все положения, выносимые на защиту, а также предложенные в работе конструкции являются новыми. В частности:

1. Впервые установлен аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий (в предположении, что намбу-голдстоуновские поля не образуют канонически сопряженных пар координата-импульс). Также, дано новое правило подсчёта количества массивных намбу-голдстоуновских мод.
2. Предложено расширение метода индуцированных представлений на случай, когда атлас, на котором определена теория, должен содержать более одной карты. Частным случаем данной техники является установленное правило применения конструкции смежных классов для построения конформно-инвариантных теорий.

Теоретическая и практическая значимость

Теории со спонтанным нарушением пространственно-временных симметрий играют важную роль в космологии, физике твёрдого тела и гидродинамике. Ожидается, что полученные в диссертации результаты могут быть применены в данных областях и привести, тем самым, к новым результатам. В частности, в главе 3 диссертации установлено легко применяемое на практике правило подсчёта независимых намбу-голдстоуновских мод. Также показано, что некоторые намбу-голдстоуновские поля могут быть массивными. Данный механизм образования массы может рассматриваться как альтернатива механизму Хиггса.

Теории поля с конформной инвариантностью являются предметом проводящихся в настоящий момент исследований. Среди наиболее интересных направлений можно выделить космологические модели с конформной симметрией, а также AdS/CFT дуальность. Изложенная во второй главе настоящей работы конструкция предоставляет систематический способ построения конформно-инвариантных теорий, и может быть применена в указанных областях в целях их изучения и развития.

В целом, предложенные в работе методы развивают симметричный подход к построению действий физически интересных теорий.

Основные публикации по теме диссертации

По материалам диссертации опубликовано 5 работ [28–32], из них 3 в рецензируемых международных изданиях, рекомендуемых ВАК.

Апробация работы и степень достоверности результатов

Результаты работы были доложены на следующих российских и международных семинарах и конференциях:

1. Международная конференция “20th International Seminar on High Energy Physics” (QUARKS–2018), Валдай, Россия, 27 мая–2 июня 2018.
2. Международная конференция “Supersymmetries and quantum Symmetries” (SQS’2017), Дубна, Россия, 31 июля–5 августа.
3. 60-ая Всероссийская научная конференция МФТИ, Долгопрудный, Россия, 20–25 ноября 2017.
4. 59-ая Всероссийская научная конференция МФТИ, Долгопрудный, Россия, 21–26 ноября 2016.

5. 8-ая межинститутская молодежная конференция “Физика элементарных частиц и космология”, 11–12 апреля 2019.

Также, доклады по темам диссертации были проведены на научных семинарах ИЯИ РАН (Москва), ФИАН (Москва) и ОИЯИ (Дубна).

Достоверность и обоснованность результатов работы подтверждается рассмотрением явных примеров, а также тем, что в ранее исследованных случаях разработанные методы воспроизводят известные результаты. Публикации по теме работы прошли рецензирование в высокорейтинговых научных журналах.

Личный вклад

Все результаты, изложенные в работе и выносимые на защиту, получены лично автором или при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, и заключения. В первой главе обсуждается конструкция смежных классов. Во второй главе решается вопрос о применении конструкции смежных классов к построению конформно-инвариантных теорий. В третьей главе устанавливается аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для случая спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий. Объём работы составляет 141 страницу и не содержит рисунков или таблиц. Список литературы насчитывает 81 наименование.

Содержание работы

Во **введении** обсуждается актуальность темы диссертации и формулируется предмет её исследования.

В **первой главе** дан обзор математических конструкций, необходимых для понимания работы. А именно, в ней обсуждается метод индуцированных представлений, его связь с конструкцией смежных классов, а также применение данных техник для построения теорий с заданными симметриями.

Раздел 1.1 посвящен обзору метода индуцированных представлений, в том числе обсуждению его геометрической и теоретико-групповой интерпретации.

В **разделе 1.2** изложена конструкция смежных классов и проиллюстрировано её применение на примере построения ковариантных производных в пространстве анти-де-Ситтера. Также, в данном разделе затрагивается вопрос о роли дискретных симметрий в данной конструкции.

В **разделе 1.3** обсуждается применение конструкции смежных классов для построения эффективных лагранжианов, возникающих вследствие спонтанного нарушения симметрий. Показано, что $CCWZ$ конструкция напрямую следует из метода индуцированных представлений.

В **разделе 1.4** рассмотрено применение конструкции смежных классов для построения теорий с калибровочной инвариантностью. Показано, что на “разложение” генераторов локальных симметрий в “ряд Тейлора” можно смотреть как на удобный трюк, позволяющий применить конструкцию смежных классов в данном случае. Также отмечается, что появление полей в используемом для построения теории фактор-пространстве не обязательно означает, что теория находится в спонтанно нарушенной фазе.

В **разделе 1.5** описан механизм Хиггса в рамках метода индуцированных представлений. Таким образом показано, что

конструкция смежных классов позволяет описывать динамику не только безмассовых, но и массивных полей. В данном разделе также обсуждается связь полей Штокельберга и так называемого “трюка Штокельберга” с конструкцией смежных классов.

В разделе 1.6 приведена техника построения членов типа Весса-Зумино-Виттена при помощи конструкции смежных классов.

В разделе 1.7 описывается техника обратного механизма Хиггса на примере построения эффективного действия скалярной доменной стенки. Указывается, что вопрос о необходимости применения обратного механизма Хиггса в каждом отдельном случае следует изучать отдельно, исходя из физических соображений. Данный факт можно рассматривать как недостаток данного подхода.

Вторая глава посвящена разработке метода построения конформно-инвариантных теорий в рамках конструкции смежных классов. В ней показывается, что для построения подобных теорий необходимо рассматривать фактор-пространство

$$g_H = e^{iP_\mu x^\mu} e^{iK_\nu y^\nu} , \quad (4)$$

где P_μ и K_ν являются генераторами трансляций и специальных конформных преобразований соответственно. При этом y^ν , намбу-голдстоуновское поле для специальных конформных преобразований, должно рассматриваться как поле с фиксированной координатной зависимостью,

$$y = \frac{x^\nu}{x^2} \quad (5)$$

При выполнении данного требования фактор-пространство (4) становится изоморфно сфере, которая и является однородным пространством конформной группы. Требование, что конструируемые лагранжианы допускают выражение (5) в качестве решения уравнений движений, приводит к известному свойству конформных теорий поля — их вириальный ток обязан быть полной произ-

водной. Показано, что при помощи разработанной техники можно воспроизвести все известные конформно-инвариантные теории.

В **разделе 2.1** обсуждаются различные подходы к построению конформно-инвариантных теорий в рамках конструкции смежных классов. Указывается, что ни один из них не является до конца математически обоснованным, и потому вопрос о разработке соответствующей техники является открытым.

В **разделе 2.2** приведены свойства конформной группы, которые необходимы для построения разрабатываемой техники.

В **разделе 2.3** показана невозможность применения стандартной техники метода индуцированных представлений для построения конформно-инвариантных теорий. Данный факт оказывается связан с тем, что конформные теории поля определены на сфере.

В **разделе 2.4** изложено обобщение метода индуцированных представлений, позволяющее строить конформно-инвариантные теории. В соответствии с предложенной конструкцией, которая была названа “двух-орбитной” техникой, для построения подобных теорий необходимо рассматривать фактор-пространство (4) с дополнительным условием, что конструируемые при помощи конструкции смежных классов лагранжианы допускают выражение (5) в качестве решения.

В **разделе 2.5** показано, что требование (5), накладываемое на намбу-голдстоуновское поле для специальных конформных преобразований в рамках двух-орбитной техники, согласовано со всеми симметриями и, более того, на самом деле требуется ими.

В **разделе 2.6** демонстрируется применение разработанной техники к построению конформно-инвариантных теорий.

В **разделе 2.6.1** проиллюстрировано, что предлагаемая техника корректно воспроизводит представления конформной группы, в том числе закон преобразования координат под действием специальных конформных преобразований. Также отмечается, что

вводимые в рамках двух-орбитной техники поля материи являются не чем иным, как квазипримарными полями.

В разделе **2.6.2** двух-орбитная техника применяется для построения конформно-инвариантных теорий. Доказывается, что выполнение требования (5) равносильно тому, что вириальный ток конструируемых теорий является полной производной. Показано, что предлагаемая техника позволяет воспроизвести лагранжианы всех известных конформно-инвариантных теорий.

Раздел 2.7 посвящен строгому математическому обоснованию двух-орбитной техники. Приводится обобщение данной техники, позволяющее строить теории на многообразиях, чей атлас должен содержать более одной карты.

В разделе **2.7.1** рассмотрена ситуация, когда однородное пространство, на котором определена теория, изоморфно фактор-пространству с конечным количеством дискретных элементов. Приведена конструкция, позволяющая ввести атласную структуру на подобных многообразиях, и тем самым обобщающая стандартную технику метода индуцированных представлений. Продемонстрировано, что применение данной техники к конформной группе приводит к двух-орбитной технике.

В разделе **2.7.2** изучен вопрос применимости конструкции смежных классов к получению однородно преобразующихся величин в ситуации общего положения. А именно, показано, что если конструкция смежных классов применима (для соответствующего однородного пространства) к группе с исключенными дискретными и композитными элементами (для конформной группы это инверсия и специальные конформные преобразования), то она применима также и для полной изначальной группы.

Раздел 2.8 посвящён изучению применения конструкции смежных классов при спонтанном нарушении конформной инвариантности. Показано, что, хотя стандартная техника построения эффективных лагранжианов в подобных случаях (через наложе-

ние обратных условий Хиггса) является формально математически противоречивой, она, тем не менее, позволяет воспроизвести всевозможные эффективные лагранжианы. Данный факт позволяет на практике всегда пользоваться стандартной конструкцией, применение которой легче, чем двух-орбитной техники.

В разделе 2.8.1 дан обзор стандартной техники, применяемой для получения эффективных теорий, возникающих вследствие спонтанного нарушения конформной инвариантности.

В разделе 2.8.2 двух-орбитная техника обобщается на случай спонтанно нарушенной конформной инвариантности. Показано, что роль “намбу-голдстоуновских полей” для специальных конформных преобразований остаётся неизменной — они соответствуют координатам вокруг одного из полюсов сферы. Данный результат указывает на математическую противоречивость стандартного подхода. А именно, наложение обратного условия Хиггса приводит к выражению

$$y_v = -\frac{1}{2}\partial_v\pi \quad (6)$$

где π — поле дилатона. В совокупности с формулой (5), это приводит к фиксации координатной зависимости дилатона, что указывает на противоречивость стандартного подхода.

В разделе 2.8.3 показано, что двух-орбитная техника и стандартный подход к построению эффективных теорий эквивалентны в том смысле, что любой эффективный лагранжиан, полученный в рамках одного из подходов, можно также получить и в рамках другого. Данный результат означает, что для построения эффективных теорий на практике удобнее пользоваться стандартным подходом: хотя он является формально математически противоречивым, он, тем не менее, позволяет получить всевозможные эффективные лагранжианы и является более простым в применении, чем двух-орбитная техника.

В разделе 2.8.4 предлагается обобщение техники обратного

механизма Хиггса на случай, когда оказывается возможным наложить различные G -инвариантные условия связи.

Выводы по второй главе: для построения конформно-инвариантных лагранжианов действительно необходимо использовать фактор-пространство (5), как это и предполагалось ранее. Как было установлено в диссертационной работе на основе метода индуцированных представлений, при этом намбу-голдстоуновское поле для специальных конформных преобразований следует рассматривать как поле с фиксированной координатной зависимостью. Данный факт не имеет аналога в стандартной конструкции смежных классов и является ключевым наблюдением, позволившим разработать предложенную “двух-орбитную” технику. Применительно к теориям со спонтанно нарушенной конформной инвариантностью, разработанная техника позволила обосновать применения обратного механизма Хиггса в подобных случаях.

Третья глава посвящена второй теме диссертационной работы — исследованию применения конструкции смежных классов к теориям со спонтанно нарушенными пространственно-временными симметриями. В ней установлен аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для данного случая (в предположении, что намбу-голдстоуновские бозоны не формируют канонически сопряженные пары координата-импульс), установлена физическая интерпретация обратного механизма Хиггса, а также дано обоснование применения конструкции смежных классов в данном случае на основе метода индуцированных представлений.

В **разделе 3.1** обсуждаются известные особенности теорий, возникающих вследствие спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий, и формулируется предмет исследования.

В **разделе 3.2** приведен пример теории, эффективное действие которой включает массивные намбу-голдстоуновские поля.

Также рассматриваются характерные энергетические масштабы, возникающие в эффективной теории, и обсуждается целесообразность рассмотрения подобных массивных мод как намбу-голдстоуновских полей.

Раздел 3.3 посвящён установлению физической интерпретации обратного механизма Хиггса.

В **разделе 3.3.1** описывается модель, на которой базируется дальнейшее обсуждение интерпретации обратного механизма Хиггса. Она устроена таким образом, что в ней происходит спонтанное нарушение симметрий вида

$$ISO(d)_{st} \times ISO(d)_{int} \rightarrow ISO(d)_V, \quad (7)$$

где $ISO(d)_{st}$, $ISO(d)_{int}$ — d -мерные (Евклидовы) пространственно-временная и внутренние группы Пуанкаре соответственно, а $ISO(d)_V$ — их векторная подгруппа. При этом намбу-голдстоуновское поле для спонтанно нарушенных генераторов преобразований Лоренца оказывается избыточным (то есть, не описывают независимых флуктуаций вакуума).

В **разделе 3.3.2** при помощи формализма полярного разложения показано, что фактор-пространство, которое следует использовать для построения соответствующей эффективной теории, не включает в себя генераторы спонтанно нарушенных преобразований Лоренца. На основе этого предлагается классификация нарушенных генераторов на нарушенные в строгом смысле (не аннигилирующие вакуум в начале координат) и частично нарушенные (аннигилирующие вакуум в начале координат).

В **разделе 3.3.3** устанавливается интерпретация обратного механизма Хиггса. Показано, что он не соответствует реальному физическому эффекту, а является математическим приёмом, используемым для поиска удобной с точки зрения низкоэнергетической теории параметризации полей.

Раздел 3.4 посвящён изучению применения конструкции

смежных классов к построению эффективных теорий в случаях, когда пространственная-временная размерность эффективной теории меньше таковой изначальной теории.

В **разделе 3.4.1** рассматривается скалярная доменная стенка. Показано, что соответствующее ей эффективное действие можно получить без применения обратного механизма Хиггса. А именно, необходимые для построения эффективного действия величины могут быть получены как проекция однородно преобразующихся величин из полного пространства-времени на поверхность доменной стенки.

В **разделе 3.4.2** изучается векторная доменная стенка. Продемонстрировано, что соответствующая ей эффективная теория также содержит массивное намбу-голдстоуновское поле, чью динамику можно восстановить в рамках разработанного способа применения конструкции смежных классов.

Раздел 3.5 посвящён обоснованию предложенной техники применения конструкции смежных классов в случае спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий на основе метода индуцированных представлений.

В **разделе 3.5.1** приведено соответствующее обоснование для случая, когда пространственно-временная размерность эффективной и начальной теорий совпадают.

В **разделе 3.5.2** приведено обоснование предложенной техники для случая, когда пространственно-временная размерность эффективной теории меньше таковой полной теории.

В **разделе 3.6** формулируется аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для случая спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий: количество независимых намбу-голдстоуновских мод равно количеству строго нарушенных генераторов, а массивны те моды, которые входят хотя бы в одну форму Маурер-Картана без знака дифференциала. В данном разделе также затрагивается вопрос о различной параметризации намбу-голдсто-

уновских мод.

В разделе 3.7 полученные в диссертационной работе результаты сравниваются с известными на настоящий момент в литературе по данной тематике, а также предлагается новое истолкование отдельных работ.

Выводы по третьей главе: полученный в работе аналог теоремы Намбу-Голдстоуна для случая спонтанного нарушения пространственно-временных симметрий устанавливает однозначное правило подсчёта количества (независимых) намбу-голдстоуновских мод, а также позволяет определить являются ли они массивными или нет. Показано, что обратный механизм Хиггса не является настоящим физическим эффектом, а соответствует определённому переопределению степеней свободы в эффективной теории.

В **Заключении** диссертации перечислены основные результаты работы, перспективы её развития, а также выражены благодарности автора.

Список литературы

- [1] Mackey G.W. Induced representations of groups and quantum mechanics. W. A. Benjamin Inc., Editore Boringhieri, 1969.
- [2] Hermann Robert. Lie groups for physicists. WA Benjamin New York, 1966. Т. 5.
- [3] Wigner Eugene. On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group // Annals of mathematics. 1939. С. 149–204.
- [4] Wigner EP. Unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group including reflections // The Collected Works of Eugene Paul Wigner. Springer, 1993. С. 564–607.
- [5] Coleman Sidney R., Wess J., Zumino Bruno. Structure of phenomenological Lagrangians. 1. // Phys. Rev. 1969. Т. 177.

C.2239–2247.

- [6] Structure of phenomenological Lagrangians. 2. / Curtis G. Callan, Jr., Sidney R. Coleman, J. Wess [и др.] // *Phys. Rev.* 1969. T.177. C. 2247–2250.
- [7] Ogievetsky V.I. Nonlinear realization of internal and space-time symmetries // X-th winter school of theoretical physics in Karpacz, Poland. 1974.
- [8] Low Ian, Manohar Aneesh V. Spontaneously broken space-time symmetries and Goldstone’s theorem // *Phys. Rev. Lett.* 2002. T.88. C. 101602.
- [9] Ivanov E. A., Ogievetsky V. I. The Inverse Higgs Phenomenon in Nonlinear Realizations // *Teor. Mat. Fiz.* 1975. T. 25. C. 164–177.
- [10] Endlich Solomon, Nicolis Alberto, Penco Riccardo. Ultraviolet completion without symmetry restoration // *Phys. Rev.* 2014. T.D89, № 6. C. 065006.
- [11] Brauner Tomas, Watanabe Haruki. Spontaneous breaking of spacetime symmetries and the inverse Higgs effect // *Phys. Rev.* 2014. T. D89, № 8. C. 085004.
- [12] More on gapped Goldstones at finite density: More gapped Goldstones / Alberto Nicolis, Riccardo Penco, Federico Piazza [и др.] // *JHEP.* 2013. T. 11. C. 055.
- [13] Klein Remko, Roest Diederik, Stefanyszyn David. Spontaneously Broken Spacetime Symmetries and the Role of Inessential Goldstones // *JHEP.* 2017. T.10. C. 051.
- [14] McArthur I. N. Nonlinear realizations of symmetries and unphysical Goldstone bosons // *JHEP.* 2010. T.11. C.140.
- [15] Watanabe Haruki, Murayama Hitoshi. Effective Lagrangi-

- an for Nonrelativistic Systems // *Phys. Rev.* 2014. T. X4, № 3. C.031057.
- [16] Nicolis Alberto, Piazza Federico. Implications of Relativity on Nonrelativistic Goldstone Theorems: Gapped Excitations at Finite Charge Density // *Phys. Rev. Lett.* 2013. T. 110, № 1. C. 011602. [Addendum: *Phys. Rev. Lett.*110,039901(2013)].
- [17] Watanabe Haruki, Brauner Tomáš, Murayama Hitoshi. Massive Nambu-Goldstone Bosons // *Phys. Rev. Lett.* 2013. T. 111, № 2. C. 021601.
- [18] Maldacena Juan Martin. The Large N limit of superconformal field theories and supergravity // *Int. J. Theor. Phys.* 1999. T. 38. C. 1113–1133. [Adv. Theor. Math. Phys.2,231(1998)].
- [19] Large N field theories, string theory and gravity / Ofer Aharony, Steven S Gubser, Juan Maldacena [и др.] // *Physics Reports.* 2000. T. 323, № 3-4. C. 183–386.
- [20] Shaposhnikov Mikhail, Zenhausern Daniel. Scale invariance, unimodular gravity and dark energy // *Phys. Lett.* 2009. T. B671. C. 187–192.
- [21] Shaposhnikov Mikhail, Zenhausern Daniel. Quantum scale invariance, cosmological constant and hierarchy problem // *Phys. Lett.* 2009. T. B671. C. 162–166.
- [22] Mack G, Salam Abdus. Finite-component field representations of the conformal group // *Selected Papers Of Abdus Salam: (With Commentary).* World Scientific, 1994. C. 255–283.
- [23] Salam Abdus, Strathdee J. A. Nonlinear realizations. 2. Conformal symmetry // *Phys. Rev.* 1969. T. 184. C. 1760–1768.
- [24] Ivanov E. A., Niederle J. Gauge Formulation of Gravitation Theories. 2. The Special Conformal Case // *Phys. Rev.* 1982. T. D25. C. 988.

- [25] Wehner Andre. Symmetric spaces with conformal symmetry. 2001.
- [26] Hinterbichler Kurt, Joyce Austin, Khoury Justin. Non-linear Realizations of Conformal Symmetry and Effective Field Theory for the Pseudo-Conformal Universe // JCAP. 2012. T. 1206. C. 043.
- [27] Volkov Dmitri V. Phenomenological Lagrangians // Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra. 1973. T. 4. C. 3–41.
- [28] Kharuk Ivan. Coset space construction for the conformal group // Phys. Rev. 2018. T. D98, № 2. C. 025006.
- [29] Kharuk I. Coset space construction for the conformal group. II. Spontaneously broken phase and inverse Higgs phenomenon. 2017.
- [30] Kharuk I. On the Application of the Method of Induced Representations to the Conformal Group // Physics of Particles and Nuclei. 2018. T. 49, № 5. C. 969–971.
- [31] Kharuk Ivan, Shkerin Andrey. Solving puzzles of spontaneously broken spacetime symmetries // Phys. Rev. 2018. T. D98, № 12. C. 125016.
- [32] Kharuk Ivan, Shkerin Andrey. On massive Nambu-Goldstone fields // EPJ Web Conf. 2018. T. 191. C. 06012.

Научное издание
Харук Иван Вячеславович
Применение конструкции смежных классов
к изучению теорий с нелинейной реализацией
пространственно-временных симметрий

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ф-т 60x84/16 Уч.-изд.л. 1,2 Зак. № 22442 Тираж 80 экз. Бесплатно

Печать цифровая

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт ядерных исследований Российской академии наук

Издательский отдел
117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а